

کانت و ماهیت ریاضیات

مجید محمدی

اشاره:

هدف این نوشته بیان آراء کانت در باب ریاضیات و به بیان دقیق‌تر فلسفه ریاضی است. آغاز بحث از تمایزی است که کانت بین ریاضیات و مابعد الطبیعه قائل شده است، با این تعبیر که ریاضیات همواره با ساختن مفاهیم پیش می‌رود ولی ما بعد الطبیعه به مدد مفاهیم جریان می‌یابد. در توضیح ماهیت ریاضیات به مسأله شهود و تفاوت آن با مفهوم، ابتدای ریاضیات بر شهود محض در کانت و دلیل آن و معانی متفاوت مابعد الطبیعه در فلسفه کانت خواهیم پرداخت. در پایان نیز نظریات کانت با آراء مسبق بر او و مکتبهای نام آور فلسفه ریاضی امروز مقایسه شده و به مشکلات نظریات او اشاره می‌شود.



یا «مبنای ریاضیات باید شهود محضی باشد که در آن همه مفاهیم ریاضی به نحو انضمامی و در عین حال مقدم بر تجربه ممثل گردد و یا چنانکه مصطلح است ساخته شود.»^(۳) و کانت تحقق این شهود محض را قرینه‌ای درباره‌ی اولین و مهمترین شرط امکان ریاضیات قرار می‌دهد.

بدین ترتیب جهت توضیح فراتر رفتن قضایای ریاضی از مفاهیم و ابتدای آنها بر شهود محض باید نخست آنچه را که کانت از شهود محض مراد می‌کند تبیین نمود.

[۲]

برطبق نظر کانت ریاضیات عمدتاً متکی است به شهود و «خصوصیتی که در تمام شناخت ریاضی مشهود است این است که نخست می‌ناید مفهوم آن در شهود و به نحو مقدم بر تجربه یعنی در شهودی که تجربی نبوده بلکه محض است، به تمثل درآید، بدون

[۱]

کانت معتقد بود که اختلاف اساسی شناخت ریاضی با دیگر شناختها مقدم بر تجربه و از جمله ما بعد الطبیعه است که شناخت ریاضی «هیچگاه نباید به مدد مفاهیم، بلکه باید همواره با ساختن مفاهیم پیش رود.» (نقد عقل، ص ۷۱۳)

بنابراین در قضایای ریاضی محض باید از مفهوم فراتر رفت و به محتوای شهود متناظر با آن دست یافت. از این رو این قضایا را هرگز نه می‌توان و نه می‌بایست ناشی از تحلیل مفاهیم یعنی تحلیلی انگاشت و باید آنها را بدون استثناء تألیفی دانست.^(۱)

کانت در جای دیگر پیش رفتن شنایایی ریاضی با ساختن مفاهیم را مساوی با تمثل در شهود محض قرار می‌دهد: «همه مفاهیم ریاضی باید ابتدائاً در شهود تمثل یابد و مفاهیم ریاضیات محض نیز باید در شهود محض تمثل پیدا کند. و به عبارت دیگر ساخته شود»^(۲)،

دکارت تفاوت پیدا می‌کند. (۸)

اما کانت شهود ریاضی را از نوع شهود محض می‌داند و نه از شهود تجربی، زیرا «همانطور که شهود تجربی ممکن می‌سازد که بدون اشکال مفهومی را که از متعلق یک شهود داریم در تجربه با محمولهای جدیدی که از طریق شهود حاصل شده است به نحو تألیفی گسترش دهیم، شهود محض نیز چنین امری را ممکن می‌سازد. با این تفاوت که در مورد اخیر احکام تألیفی به نحو مقدم بر تجربه یقینی است و ضروری، و حال آنکه در شهود تجربی متقین بودن این احکام منحصرأ تجربی و به نحو مؤخر از تجربه است». (۹)

پس وجه تفاوت شهود محض از شهود تجربی، ملذ تقدم بودن آن است، چرا که از جهت ترکیبی بودن، هر دو اشتراک دارند.

اما شهود چگونه مقدم بر تجربه قرار می‌گیرد: «برای آنکه شهود من بر وجود واقعی شیء تقدم داشته باشد و به صورت شناخت مقدم بر تجربه درآید، تنها یک وجه وجود دارد و آن این است که آن شهود شامل امری جز صورت حساسیت (Sensibility) نباشد، در صورتی که در من و به عنوان فاعل شناسایی بر همه ارتسامات واقعی که ناشی از تأثیر اشیاء بر من است تقدم دارد». (۱۰)

نتیجه شمول آن شهود بر صورت احساس اینست می‌شود که «این قوه شهود مقدم بر تجربه ماده پدیدار را یعنی آنچه احساس در آن واقع می‌شود متضمن نیست زیرا که آن امری است تجربی بلکه فقط صورت پدیدار یعنی مکان و زمان را متضمن است». (۱۱)

و بنابراین قول کانت، شهود محض، عبارت می‌شود از صورت آن پدیدار که مقدم بر تجربه نیست.

اما در مورد همین شهود محض هم باید توجه کرد که گرچه «هرآنچه بر ما به عنوان متعلق [ادراک] عرضه می‌شود باید به وساطت شهود باشد، اما تمامی شهود ما

این وسیله نمی‌توان قدمی در ریاضیات پیش رفت». (۴) کانت از یک حیثیت معرفت را به دوگونه شهود و مفهوم تقسیم می‌کند «این (معرفت) یا شهود است یا مفهوم (intuitus vel Conceptus) اولی بیواسطه به موضوع مربوط بوده و مفرد (einzeln) است و دومی بیواسطه به موضوع از طریق یک حالت که اشیاء زیادی در آن اشتراک دارند ارجاع می‌شود». (۵)

از مقایسه‌ای که کانت در اینجا بین شهود و مفهوم صورت می‌دهد کاملاً می‌توان فهمید که او اولاً شهود را معرفتی می‌داند که بیواسطه به موضوع مربوط است. و ثانیاً شهود امری جزئی است و نه کلی و همین مشخصه دوم آن است که شهود را از مفهوم متمایز می‌کند.

کانت در عبارتی در قسمت اول ویرایش یسه (Jasche) از خطابانش در باره منطق تصریح روشن‌تری به این امر دارد: «همه وجوه دانش همه تصورات (representation) مربوط به یک موضوع یا آگاهی یا شهوداتند یا مفهومات. شهود یک تصور مفرد (representatio Singularis) است و مفهوم یک تصور کلی (representatio per nota Communes) یا مورد تأمل و استنتاج واقع شده (representatio discursiva)». (۶)

لذا مفاهیم به دلیل کلیتشان با آنکه «طبیعتاً چنانند که ما بخوبی می‌توانیم برخی از آنان را مقدم بر تجربه نزد خود بسازیم بدون آنکه خود باشی و رابطه مستقیمی داشته باشیم... لیکن حتی برای آنکه همین مفاهیم نیز خالی از وجه و معنی نباشد باید به نحو انضمامی مورد استفاده قرار گیرد، یعنی بر شهودی که متعلق از همین مفاهیم را بدست دهد اطلاق شود». (۷)

مفهوم کانت از شهود از جهت ملاک بیواسطه بودن با مفهوم دکارت مشابه است، اما از جهت ملاک افراد و پافشاری او بر یک عامل مفهومی غیر شهودی در همه انواع دانشها، نظریه کانت از نظریه

یکسره تألیفی است.»^(۱۳)

کانت درست به دنبال همین نوع شناخت ضروری، ما تقدم و تألیفی است که امید گسترش آن در آینده نیز برود، او ریاضیات را مورد خوبی برای ارائه شناخت مقدم بر تجربه ارائه می‌کند.

کانت می‌گوید: «آیا این قوه که نه بر تجربه مبتنی است و نه می‌تواند باشد مستلزم این نیست که برای شناسایی منشأیی باشد مقدم بر تجربه که هر چند عمیقاً پنهان است می‌توان آن را در این آثاری که دارد به شرط آنکه قرائن حاکی از آن آثار به دقت تعقیب شود جلوه گردید»^(۱۴)

برنامه کانت چنین پیش می‌رود که ابتدا شهود محض زمان و مکان و ما تقدم بودن آنها نشان داده شود، و از آنجا که این دو زمینه و مبنای شهودهای تجربی هستند، ما تقدم بودن آنها، معرفت ما تقدم را ممکن می‌سازد.

وی می‌گوید: «این دو [زمان و مکان] شهود محضند و زمینه و مبنای مقدم بر تجربه شهودهای تجربی هستند و لذا حذف آنها هرگز ممکن نیست بلکه شهود محض مقدم بر تجربه بودن آنها خود صریحاً دلیل است بر اینکه آنها صرفاً صورتهای حساسیت ما هستند که می‌باید بر همه شهودهای تجربی، یعنی بر ادراک همه اشیاء خارجی تقدم داشته باشند و بر طبق آنهاست که می‌توان اشیاء را به نحو مقدم بر تجربه هر چند فقط بدان گونه که بر ما پدیدار می‌شوند شناخت»^(۱۵)

و پس از آن بواسطه اینکه استنتاج ما از مکان و زمان استعلایی می‌شود ریاضیات محض نیز ممکن می‌گردد و ما ریاضیاتی خواهیم داشت ترکیبی و ما تقدم و این می‌شود سکوی پرشی برای بحث از قضایای ترکیبی و ما تقدم در علوم طبیعی و پس از آن در مابعدالطبیعه.

منحصراً از رهگذر حواس حاصل می‌شود و فاهمه نسبت به هیچ امری شهود ندارد و فقط تفکر می‌کند از آنجا که به وساطت حواس بنا بر آنچه هم اکنون ثابت شده‌رگز و در هیچ موردی ما نه خود اشیاء را بلکه فقط پدیدار آنها را می‌شناسیم.»^(۱۳)

و با طرح وساطت حواس و شناخت پدیدارها به تنهایی می‌خواهد هم از ایده آلیسم و هم از تجربه گرایی (امپریسم) بگریزد.

[۳]

و اما چرا کانت ریاضیات را بر شهود محض بنامی‌کند. ابتدای ریاضیات بر شهود محض همانطور که بیان شد تعبیری دیگر از ترکیبی و ما تقدم بودن ریاضیات است، و کانت برای اثبات این قول خود که امکان معرفت وابسته به این نوع از قضایا است راحت ترین و عملی ترین راه را شروع از ریاضیات می‌داند.

او اگر بتواند نشان دهد که در ریاضیات چنین قضایایی وجود دارند و اصولاً امکان یافتن، مسلم بودن و استواری ریاضیات مبتنی بر چنین قضایایی است، راه برای طرح چنین مسأله‌ای در علوم طبیعی و ما بعدالطبیعه نیز باز می‌شود.

شاید از همین جهت باشد که کانت در تمهیدات در مسائل استعلایی اصلی، اول امکان ریاضیات محض، بعد مکان علوم طبیعی محض و پس از آن امکان ما بعدالطبیعه را مطرح می‌نماید.

عبارات کانت در آغاز بخش اول از مسأله استعلایی اصل خود گواه این امر است: «اینک ماییم و شناسایی عظیم و مسلمی که وسعت میدان آن هم اکنون تحسین انگیز است و در آینده نیز امید می‌رود گسترش نامحدود داشته باشد.

شناختی که تماماً واجد یقین قطعی یعنی واجد ضرورت مطلق است و لذا بر هیچ مبنای تجربی استوار نیست، محصول محض عقل است و مهمتر از این همه

[۴]

تا اینجا از ریاضیات و ابتدای آن بر شهود محض سخن گفتیم تا تمایز آن را با مابعدالطبیعه روشن سازیم، اما تا مراد یا مرادات کانت از مابعدالطبیعه روشن نشود این تمایز بخوبی آشکار نخواهد شد.

کانت، مابعدالطبیعه را در بعضی موارد به کل فلسفه محض و از جمله فلسفه نقادی اطلاق می‌کند و در بعضی موارد دیگر نیز مابعدالطبیعه را کل فلسفه، بدون فلسفه نقادی می‌داند. در صورت دوم، مابعدالطبیعه عبارت می‌شود از عرضه منظم کل معرفت فلسفی که بوسیله قوه عقل محض حاصل شده یا قابل حصول باشد و در این صورت معرفت ادعایی یا توهمی حقایق فوق حسی است.

کانت مابعدالطبیعه به معنای دوم را فقط نوعی تمایل طبیعی برای شناخت می‌داند و بس که از مابعدالطبیعه بعنوان یک علم بسیار فاصله دارد. پرسش کانت از امکان مابعدالطبیعه طبیعتاً به معنی دوم باز می‌گردد. «ذهن تمایل طبیعی دارد که مسائلی مانند خدا و جاودانی بودن نفس را مطرح سازد و هر چند باید کوشش کنیم که بفهمیم چرا اینطور است، کانت نه می‌خواهد این تمایل را زائل سازد و نه معتقد است که چنین کاری ولو مطلوب باشد امکان‌پذیر است. مابعدالطبیعه بعنوان تمایل طبیعی محقق و لذا بدهتاً ممکن است، اما مابعدالطبیعه بعنوان علم اگر مراد ما معرفت علمی به وجودات حسی باشد به عقیده کانت هرگز تحقق نیافته است.» (۱۶)

کانت معتقد است: «احکام متافیزیکی به معنی اخص، بدون استثناء همه تألیفی است. باید میان احکام منسوب به مابعدالطبیعه و احکام متافیزیکی به معنی اخص فرق گذاشت. بسیاری از احکام نوع اول تحلیلی است، اما اینگونه احکام صرفاً وسیله‌ایست برای وصول به احکام متافیزیکی که کل غایت این علم است و همواره تألیفی است.» (۱۷)

کانت در اینجا به وجود احکام تحلیلی در مابعدالطبیعه روزگار خویش و یا مابعدالطبیعه‌های که مورد نظر اوست اعتراف می‌کند، اما آنها را منسوب به مابعدالطبیعه می‌انگارد و مواردی را نیز که کانت سخن از وجود احکام تحلیلی در مابعدالطبیعه می‌گوید باید به این معنی گرفت.

بعنوان نمونه در نقد عقل محض می‌گوید: «ما در اینجا [در ریاضیات] با قضایای تحلیلی که می‌توان آنها را فقط با تحلیل مفاهیم بدست آورد (که در آن فیلسوف یقیناً بر رقیب خویش [ریاضیدان] برتری دارد) سروکار نداریم.» (۱۸)



در اینجا کانت به وجود احکام تحلیلی در مابعدالطبیعه اعتراف دارد، اما معتقد است این احکام همانگونه که در ریاضیات در زنجیره روش بکار می‌روند در مابعدالطبیعه نیز نقش ابزاری دارند و وسیله‌ای هستند برای وصول به احکام تألیفی مابعدالطبیعه.

قضیه تألیفی مابعدالطبیعه «که مستقیماً از مفاهیم مشتق شده باشد یک حکم جزئی است [ولی] یک قضیه تألیفی هنگامی که از طریق ساختن مفاهیم و مستقیماً بدست آید یک حکم ریاضی است» (۱۹) لذا تفاوت احکام ریاضی و مابعدالطبیعی در تألیفی ما تقدم بودن آنها

تعاریف ریاضی مفاهیم خود را می‌سازند در تعاریف فلسفی مفاهیم فقط تبیین می‌شوند»^(۲۴)

بنابراین نظر «تعریف یک شکل هندسی نتیجه تحلیل تصور یا مفهومی که قبلاً داشتیم نیست. اما در فلسفه (که کانت آن را حکمت جهانی نامید) تعاریفات اگر تحصیل شوند بوسیله تحلیل تحصیل می‌شوند. یعنی در ابتدا تصویری از چیزی داریم هرچند مغشوش و ناقص باشد سپس سعی می‌کنیم آن را بوسیله مقایسه مصادیق اطلاق آن و یا انجام عمل انتزاع روشن سازیم. از این جهت است که فلسفه به طریق تحلیلی عمل می‌کند نه ترکیبی (یا تألیفی)»^(۲۵)

و البته روش تحلیلی فلسفه منافاتی با جود قضایای تألیفی در آن ندارد. به نظر کانت در ریاضیات از متعلق فکر خود تا تعریف آن بدست نیاید مفهومی نداریم، ولی در مابعدالطبیعه مفهومی در دست داریم که مغشوش است و باید آن را روشن و صریح و معین ساخت و به همین دلیل در ریاضیات با تعاریفات آغاز می‌کنیم، اما در مابعدالطبیعه وضع معکوس است.^(۲۶)

به تعبیر دیگر کانت تفاوت اصلی بین مابعدالطبیعه و ریاضیات را در روش آنها می‌دید و به دنبال آن بود که روش مابعدالطبیعه را از همان قسمی که نیوتن در علوم طبیعی وارد کرد و در آنجا متمرکز بود قرار دهد.^(۲۷) کانت می‌خواست علم راجع به مابعدالطبیعه را از نو بنویسد: «بدون تردید در میان تمام تحقیقات بشری مابعدالطبیعه مشکل‌ترین آنها است، جز اینکه هنوز علم راجع به آن نوشته نشده است.»^(۲۸)

[۶]

اکنون می‌کوشیم با طرح یک مثال، روش کانت را روشن کنیم. اگر یک مثلث را در نظر گرفته و بخواهیم رابطه جمع زوایای درونی آن را با زاویه قائمه بسنجیم، در اینجا (به نظر کانت) یک فیلسوف معانی و روابط متقابل و ممکن مفاهیمی چون خط مستقیم، زاویه و «سه»

نیست بلکه در نوع رابطه این احکام در هر دو مورد با مفاهیم است.

در مورد ریاضیات نیز گرچه کانت فرض وجود بعضی قضایای ریاضی غیر ضروری را مطرح می‌سازد (با اینکه خود بدانها معتقد نیست) و معتقد است که احکام ریاضی همه بدون استثناء تألیفی است.^(۲۹) با جدا کردن ریاضیات محض از غیر محض و با انحصار بحث خود به ریاضیات محض از اشکالات مستشکلان دوری می‌گزیند.^(۳۱)

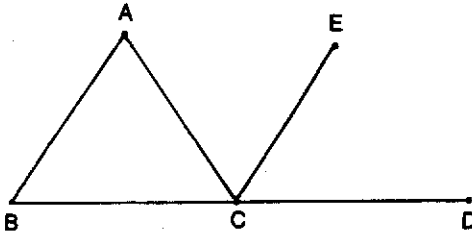
همچنین گرچه می‌پذیرد که «برخی اصول دیگر که مفروض هندسه‌دانان است حقیقاً تحلیلی و مبتنی بر اصل امتناع تناقض است»^(۳۲). اما استفاده از آنها را به عنوان قضایایی اتحادی منحصرأ برای ایجاد اتصال در زنجیره روش می‌داند و آنها را اصل محسوب نمی‌کند. بدین ترتیب کانت با اخراج قضایای تحلیلی و قضایای ترکیبی متأخر از ریاضیات و نیز فرض مابعدالطبیعه روزگار خویش بعنوان تمایلی طبیعی و سروکار داشتن مابعدالطبیعه بطور کلی با تبیین مفاهیم ریاضیات و فلسفه را درست در برابر هم قرار می‌دهد.

و با این مقدمات است که باید قول کانترا که می‌گوید: «از این رو احکام آن [ریاضیات] همواره شهودی است و حال آنکه فلسفه برخلاف آن باید احکامی داشته باشد استنتاجی حاصل از صرف مفاهیم که هر چند می‌توان قضایای ضروری آن را از طریق شهود به نمایش گذاشت، هرگز نمی‌توان آنها را از آن استنتاج کرد»^(۳۳) فهمید.

[۵]

خلاصه سخن در باب اختلاف اساسی مابعدالطبیعه و ریاضیات در نظر کانت این شد که ریاضیات علمی است که با ساختن مفاهیم پیش می‌رود، به این معنی که تعاریفات خود را به روش ترکیبی ما تقدم و با نظر به انضمامیات می‌سازد و «در حالی که

D رسم کرده و نیز از C خط CE را موازی با BA رسم می‌کنیم:



چهارم، اثبات خاصی که در آن استنتاجات براساس اصول مفروض صورت گرفته و از قضایایی که درباره شکل مورد نظر صادق بوده‌اند بهره‌گیری می‌کند. و پنجم، تأیید دوباره آنچه در آغاز اعلام و اکنون اثبات گردیده است.

واضح است که قابلیت ساخته شدن مفاهیم هندسی به مرحله دوم بستگی دارد، یعنی ملاحظه مسأله با ارجاع به مورد خاص. اما این فرایند را کانت به هندسه محدود نمی‌دانست.

[۷]

اگر بخواهیم آراء کانت را در فلسفه ریاضی با پشتیبانش مقایسه کنیم می‌بایست از افلاطون آغاز کنیم. افلاطون هم مانند کانت به ما تقدم بودن ریاضیات اعتقاد داشت، ولی این قول را با فرض شهود «اعیان ریاضی» همراه می‌کرد که این اعیان پدیدار نبوده و تقریری بالذات دارند، اما این نحوه تعبیر برحسب اصول کانتی منتفی است چرا که کانت می‌تواند افلاطون را متهم کند به اینکه او عالم حس را رها کرده و به یک عالم خلأ مثالی پناه برده که ذهن در آن نمی‌تواند زمینه مطمئنی داشته باشد، اما کانت در این رأی با افلاطون شریک است که معرفت ریاضی را ما تقدم و شهودی می‌داند.

کانت همچنین با نظر لایبنیتز (Leibniz) و هیوم در مورد تحلیلی بودن احکام ریاضی موافق نیست و ریشه

را در نظر گرفته و بیهوده کوشش خواهد نمود که مسأله را در این جهت حل نماید.

اما در مقابل یک هندسه دان به شکلی که به بیان و توضیح مفهوم مورد نظر او می‌پردازد باز می‌گردد و ساختمان مشخصی را از آن شکل تشکیل داده و سپس از طریق سلسله استنتاجات، که با شهود هدایت می‌شوند، به یک راه حل کاملاً معتبر و کاملاً واضح مسأله دست می‌یابد.

پس یک مسأله هندسه فقط هنگامی حل می‌شود که به یک مورد انضمامی رجوع پیدا کند. در اینجا منظور کانت این نیست که ساختن یک شکل مربوط به مفهوم مورد نظر همه آن چیزی است که در یک اثبات هندسی وجود دارد و توجهات او به ساختن‌های بعد و به «آنچه بدنیال شرایط کلی ساختن» می‌آید این را نشان می‌دهد.

چیزی که کانت می‌خواهد بگوید این است که ساختن یک شکل (معنای دیگری از ابتناء ریاضی بر ساختن) یک بخش ناگزیر از اثبات هندسی است و دقیقاً در همین جاست که بحث او درباره تفاوت اثبات در فلسفه و اثبات در ریاضیات دور می‌زند. (۲۹)

هینتیکا در مقاله‌ای به نام «نظر کانت درباره روش ریاضی» نشان داده است که این نظریه کانت کاملاً به مراحل که قاعدتاً در هندسه اقلیدسی طی می‌شود پیوستگی دارد. (۳۰)

ساخت یک اثبات نمونه هندسه اقلیدسی چنین بود:

اول، بیان آنچه باید اثبات شود (بعنوان مثال، در هر مثلث مجموع زوایای داخلی برابر است با دو قائمه). دوم، آنچه که ما نمایش یا برگرداندن (ecthesis) شکل با رجوع به یک مورد خاص می‌نامیم: فرض می‌کنیم که ABC یک مثلث باشد.

سوم، فعل ساختن روی یک مثلث که بعنوان مثال در نظر گرفته می‌شود، انجام می‌یابد. یعنی از C خطی به

خطای آنها را چنین بیان می‌کند:

«اینان از آنجا که دیده‌ماند مسیر همه استنتاجات ریاضیات بر طبق اصل امتناع تناقض است (که این مقتضای هر یقین ضروری است) چنین معتقد شده‌اند که مبادی [ریاضیات] نیز از طریق اصل امتناع تناقض معلوم گشته است و این خطایی فاحش است، زیرا که البته می‌توان یک قضیه تألیفی را بر حسب اصل امتناع تناقض ادراک کرد اما نه از خود آن قضیه بلکه فقط با فرض قضیه تألیفی دیگری که از آن بتوان این قضیه تألیفی را استنتاج کرد.»^(۳۱)

کانت این خطا را در مورد هیوم مخصوصاً از آن حیث اساسی می‌داند که اگر او ریاضیات را به صرف تحلیلی بودن از ما بعد الطبیعه جدا نمی‌کرد «پرسش خود را در خصوص منشأ احکام تألیفی ما از مفهوم متافیزیکی خود از علیت بسیار فراتر می‌برد و آن را تا آنجا بسط می‌داد که امکان ریاضیات را به نحو مقدم بر تجربه نیز در بر گیرد»^(۳۲) و از این طریق از اصالت حس نجات می‌یافت و ما بعدالطبیعه نیز به یمن مصاحبت با ریاضیات (از حیث روش) از خطر حقیر شمرده شدن مصون می‌ماند.

[۸]

گرچه آراء کانت در باب فلسفه ریاضیات در تاریخ فلسفه و ریاضیات اهمیت دارد، اما فلاسفه ریاضی جدید به هیچ وجه با مجموعه نظریات او توافق ندارند. امروزه در فلسفه ریاضی سه مکتب اصلی و مهم وجود دارد.

- ۱- منطق گرایی (Logicism).
- ۲- صورت گرایی (Formalism).
- ۳- شهود گرایی (Intuitionism).

ابتدا این نظریات را مختصراً بیان نموده و پس از آن جایگاه کانت را در مجموعه این نظریات دنبال می‌کنیم:

الف. نظریه منطق گرایان: نظریه منطق گرایان بر

این اصل استوار است که دانش ریاضی شاخه‌ای از منطق است. در این مکتب تمام مفاهیم ریاضی باید با مفاهیم منطق تقریر یابند و همه قضایای ریاضی بایستی بر مبنای قضایای منطق بسط یابند.

«منطق گرایی نهاده [نظریه]‌ای است قائل به اینکه ریاضیات به منطق تجزیه پذیر است. بنابراین چیزی نیست الا فقط جزئی از منطق. فرگه (Freg) اول کسی بود که از این نظر حمایت کرد (۱۸۸۴) و ایتهد و راسل دو ریاضیدان انگلیسی در اثر عظیم خود به نام اصول ریاضی (Principia Mathematica) دستگاهی کردن منطق را به سامان بردند که از نتایج آن بنا نهادن ریاضیات است.»^(۳۳)

این نظریه را در دو قسمت می‌توان بیان کرد: «۱- فرایافتهای ریاضیات را می‌توان از فرایافتهای منطقی و به وسیله تعاریف صریح استخراج کرد. ۲- قضایای ریاضیات را می‌توان از اصول متعارف منطقی و به وسیله قیاس منطقی ناب استخراج کرد.»^(۳۴)

دِدِکِنْد (Dedekind)، پئانو، ویتگنشتاین و کواین از قائلان به این نظریه‌اند.

ب. نظریه شهود گرایان، این نظریه بر این اصل استوار است که ریاضیات را صرفاً باید با تعدادی متناهی روش ساختاری ساخت. لذا در هر مرحله از ریاضیات شهود وجود دارد که به ما اجازه تصور یک شیء و غیر آن را می‌دهد.

در این مکتب برای اثبات یک موجود ریاضی باید به روش ساختاری و با تعداد متناهی مرحله پیش رفت و لهذا نمی‌توان صرفاً با برهان خلف به تناقض رسید که نتیجه آن نوعی منطق سه ارزشی است، یعنی نه «P» ثابت می‌شود و نه « $\sim P$ ».

«ریاضیدان شهود گرای پرداختن به ریاضیات را به مثابه یک کنش آزاد و حیاتی اندیشه و خویشکاری سرشتی هوش خود در نظر می‌گیرد. برای او ریاضیات

هیبرت بنیانگذار هندسه اقلیدسی به روش جدید اصل موضوعی (axiomatic) از طرفداران عمده این نظریه است.

از این سه نظریه مذکور، نظر منطقی گرایان، درست در برابر نظر کانت قرار می‌گیرد، چرا که اگر قبول کنیم ریاضیات بالمآل قابل تبدیل به منطق است به این معنی که ریاضیات محض را می‌توان علی‌الاصول از پارامی مفاهیم منطقی بدوی و قضایای غیر قابل اثبات استنتاج نمود. طبیعاً باید نظر کانت را رد کنیم.

راسل در «مقدمه‌ای بر فلسفه ریاضی» (Introduction to mathematical philosophy) (۱۹۱۹) صراحتاً بیان می‌کند که تمایل ریاضیات جدید در برابر کانت قرار دارد.

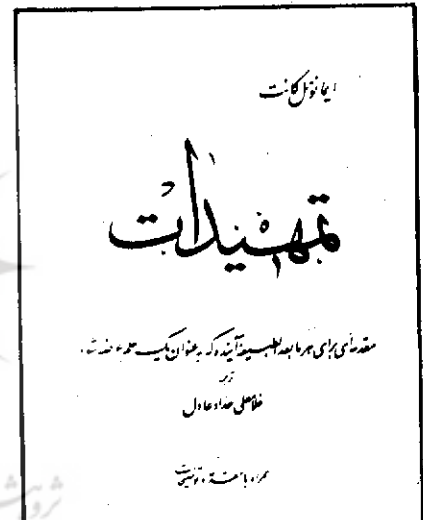
نظر کانت از یک جهت با نظر شهود گرایان شباهت دارد و آن این است که ریاضیات را متکی به شهود می‌کند، اما شهود گرایان اخیر توجیه کانت را در باره مکان و زمان لزوماً باور ندارند.

براور در مقاله‌ای در باب «شهود گرایی و صورتگرایی» (۳۸) اظهار می‌دارد که گرچه او به تقدم مکان دیگر باور ندارد اما هنوز کاملاً به تقدم زمان اعتقاد دارد. لیکن تقدم زمان مورد اعتقاد براور نیز می‌تواند با زمان ما تقدم کانت که آن را صورت پدیدارها و صورت ذهنی احساس می‌داند تفاوت داشته باشد.

نظر کانت با آراء صورت گرایانی همچون هیبرت نیز توافق ندارد. البته نظر کانت از یک جهت با نظر هیبرت شباهت دارد، آنجا که هیبرت نظریه اعداد منتهی را مبتنی بر ملاحظات شهودی می‌کند: «این نظریه [نظریه اعداد منتهی] را می‌توان به تنهایی از طریق ساختمان اعداد و بوسیله ملاحظات شهودی غیر

محصولی از ذهن انسانی است» (۳۵).

این شهود گرایی با اندیشه‌های افلاطونی در باب ریاضیات کاملاً متفاوت است. به این معنی که شهود گرایان مستقل از اندیشه خود در وصف یک و جنود حرفی نمی‌زنند، یعنی وجودی عالی (متعالی) برای اعداد صحیح و یا هر شیء یا موضوع دیگر ریاضی قائل نیستند. هر چند که این امر می‌تواند درست باشد که هر اندیشه راجع است به یک موضوع که مستقل از آن اندیشه، وجود آن متصور است. (۳۶)



دیدگاه اصلی این نظریه مبتنی به آراء براور* در مبانی و فلسفه ریاضی است که به زعم بسیاری از ریاضیدانها شاید مهم‌ترین «مکتب» در فلسفه ریاضی باشد. هماتینگ (شاگرد او)، بوانکاره و کرونگر از معتقدان به این نحله‌اند.

ج. نظریه صورت گرایان، سخن اینان این است که مبانی ریاضیات در منطق نیست بلکه در مجموعه‌ای از نمادهای صوری است. این دیدگاه، ریاضیات را دستگاهی صوری می‌داند که توسط ریاضیدان ساخته می‌شود. اثبات‌های ساختمانی منتهی و علی‌الخصوص اثبات سازگاری، سنگ بنای اصلی ساختمان صورت گرایی هستند. (۳۷)

* Luitzen Egbertus Jan Brouwer (۱۹۶۶-۱۸۸۱)

(م) ریاضیدان بزرگ هلندی.

صوری بنا کرد.»^(۳۹)

ریاضیات جدید، مورد نظر و توجه او نبوده است. حتی در نظریه شهود گرایان معاصر، هنگامی که از فضاهاى «N» بعدی سخن می‌رود، شهود، دیگر شهود محض به معنی‌ای که کانت مراد می‌کند نیست و زمان و مکان از حیث «صورت پدیدار» در آن لحاظ نمی‌گردد، بلکه فضای سه بعدی و زمان همیشه به صورت موارد خاص مطرح می‌شوند.

و نیز، مشکل دیگر کانت این است که بسیاری از قضایای ریاضی محض را که تحلیلی هم هستند و نمی‌توان آنها را فقط ملات ریاضیات و بکاررفته در زنجیره روش به شمار آورد، وی از ریاضیات بیرون می‌گذارد.

اگر اینگونه قضایا را از ریاضیات بیرون کنیم آنها را متعلق به کدام حوزه معرفت می‌توان شمرد.

در بسیاری از ساختمان‌های ریاضی پس از بناگذاری اصول موضوعه بسیاری از نتایج و قضایا و تعاریف همانا قضایای تحلیلی هستند یا به بیان دیگر نسبت به اصول موضوعه تحلیلی‌اند.

و همچنین مشکل دیگر، تناقض آمیز بودن اصطلاح «شهود محض» است. کانت از شهود مبتنی بر حس آغاز می‌کند و بعد متناظر این شهود در ذهن را شهود محض می‌نامد که ادراک ما تقدم ما از مکان و زمان باشد.

اما این شهود محض دیگر شهود نیست، بلکه نوعی تخیل است، یعنی در مرز بین احساس و تعقل قرار می‌گیرد.

لیکن نظر کانت از جهات دیگر با آراء صورت گرایان تفاوت دارد. کانت معتقد بود که علوم متعارف اساسی ریاضیات مظهر بصیرتی است در ماهیت ذاتی مکان و زمان که در یک شهود ذهنی ما تقدم نمودار می‌گردد ولی صورت گرایان معتقدند که علوم متعارف غیر قابل اثباتند و نوعی بصیرت در ماهیت ذاتی مکان و زمان هم نیستند.

همچنین هیلبرت معتقد بود در حالی که فقط یک نظریه پیرامون اعداد متناهی وجود دارد انواع هندسه‌ها می‌تواند وجود داشته باشد و هندسه اقلیدسی در میان آنها لزوماً سودمندترین نظریه برای توصیف جهان مادی نیست، اما کانت برطبق دانش زمان خویش هندسه اقلیدسی را تنها هندسه و لذا سودمندترین وسیله توصیف جهان مادی می‌دانست.

[۹]

مشکل اساسی نظریه کانت در فلسفه ریاضی این است که این نظریه پیش از تحولات مهم و بسیار مؤثر در قرن اخیر در ریاضیات صورت‌بندی شده و متعلق علم‌شناسی کانت علم زمان خویش است و لذا این مسائل در آراء او ملحوظ نیست.

این نکته را نباید فراموش کرد که کانت از دستگاه‌های منطقی و مبتنی بر استنتاجات منطقی ریاضی بی‌اطلاع است.

آرای کانت، حداقل در بخش هندسه، مبتنی بر هندسه اقلیدسی است و انواع فضاهاى مطروحه در



یادداشتها

- ۱- کانت، امانوئل، تمهیدات، مقدمه‌ای برای هر مابعدالطبیعه آینده که به عنوان یک علم عرضه شود، ترجمه غلامعلی حداد عادل، تهران، مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۷، ص ۱۰۱.
- ۲- تمهیدات، ص ۱۲۰.
- ۳- همان مأخذ، ص ۱۱۸.
- ۴- همان مأخذ، ص ۱۱۷.
- ۲۰- تمهیدات، ص ۹۸.
- ۲۱- همان مأخذ، ص ۹۹.
- ۲۲- همان مأخذ، ص ۱۰۰.
- ۲۳- همان مأخذ، ص ۱۱۸.
- 24- Critique of pure reason, A 730/B 758.
- ۲۵- کاپلستون، کانت، ص ۱۵ و ۱۴.
- ۲۶- مأخذ سابق، ص ۱۶.
- 27- Ehquiry, 2,W., 11.P.286.
- 28- Ehquiry, 1.4, W.11.P.283.
- 29- Walsh, w.h., Kant's Criticism of metaphysics, Edinburg university press, 1975, P.21
- 30- Kant on the mathematical method, in «Kant studies today», ed. lewis white Beck, 1969, (walsh, p. 24-22).
- ۳۱- تمهیدات، ص ۹۹ و ۹۸.
- ۳۲- همان مأخذ، ص ۱۰۱ و ۱۰۲.
- ۳۳ و ۳۴- کارناپ، رودلف، مبانی منطوق‌گرای ریاضیات (که بعنوان بخشی از کتاب «فلسفه ریاضی»، مرکز ایرانی مطالعه فرهنگها، ۱۳۵۹ بچاپ رسیده است) ص ۲۸ و ۲۹.
- ۳۵- هی‌تینگ، آرنه، مبانی شهود‌گرای ریاضیات (منبع قبل)، ص ۵۳.
- ۳۶- ایضا، ص ۵۴.
- ۳۷- فلسفه ریاضی، ص ۴۳.
38. Intuition and formalism: Bulletin of the Amer. Math. Soc., 1913, p.85.
39. On the infinite: Mathematische Annalen, 1926, p.171.
- ۵- Critique of pure reason, A320/B 376-7.
- 6- Kant Gesammelte schriften, edited by the prussian Academy of sciences (Berlin, 1902), IX 91 (Parson, P.14).
- ۷- تمهیدات، ص ۱۱۹.
8. Kant's philosophy of Arithmetic, Charles Parsons, Oxford Reading in Philosophy; Kant on pure reason, Ed. by Ralph, C.S. Walker, 1982, P.14.
- ۹- تمهیدات، ص ۱۱۸.
- ۱۰- همان مأخذ، ص ۱۱۹.
- ۱۱- همان مأخذ، ص ۱۲۱.
- ۱۲- همان مأخذ، ص ۱۲۶.
- ۱۳ و ۱۴- همان مأخذ، ص ۱۱۷.
- ۱۵- همان مأخذ، ص ۱۲۱ و ۱۲۰.
- ۱۶- کاپلستون، فردریک، کانت، ترجمه منوچهر بزرگمهر، تهران، انتشارات دانشگاه صنعتی شریف و مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۶۰، ص ۴۸.
- ۱۷- تمهیدات، ص ۱۰۳.
18. Critique of Pure Reason, A718/ B746.
19. Critique of Pure Reason, A737/ B765.

