

الگوی بررسی اثر ذخیره‌سازی گاز طبیعی بر نوسانات قیمت آن

احمد جعفری صمیمی

استاد اقتصاد دانشگاه مازندران Jafarisa@yahoo.com

احمد برادران هاشمی

استادیار اقتصاد دانشگاه مازندران

تورج دهقانی

دانشجوی دکتری اقتصاد نفت دانشگاه مازندران - موسسه مطالعات بین‌المللی انرژی

Dehghani576@yahoo.com

تاریخ دریافت: ۸۵/۵/۲۱ تاریخ پذیرش: ۸۵/۸/۱۶

چکیده

گاز طبیعی از جمله منابع تأمین انرژی است که تولید و مبادله آن به صورت پیوسته انجام می‌گیرد و از سیستم‌ها و امکانات ذخیره‌سازی برای مواجهه با بحران کمبودها استفاده می‌شود. در این مقاله، با نگاهی اجمالی به ویژگی‌های عمومی بازارهای گاز طبیعی، الگویی ارائه می‌شود، که ضمن تطابق با شرایط کلی بازار گاز طبیعی، تأثیر امکان ذخیره‌سازی را بر نوسانات قیمت گاز طبیعی در بازار رقابتی و انحصاری تبیین کند. ابتدا الگوی خود را در یک چارچوب عمومی فرمول‌بندی کرده و سپس آن را با ایجاد فروض مناسب، برای بازارهای رقابتی خالص و انحصار ذخیره‌سازی تعدیل می‌کنیم. در ادامه برای حل مدل از چهارچوب کلی برنامه‌ریزی پویای تصادفی استفاده کرده و در نهایت، با ارائه یک مثال عددی، کارکرد الگو را ارزیابی می‌کنیم. نتایج به دست آمده در هر دو حالت انحصاری و رقابتی با ماهیت و توجیه پدیده ذخیره‌سازی در بازار گاز طبیعی، که هدف آن ملایم شدن نوسانات قیمت گاز طبیعی است، نیز سازگاری دارد. این نتیجه‌گیری در حالت رقابت کامل بازار، بسیار مشهودتر از حالت بازار انحصار ذخیره‌سازی است.

طبقه‌بندی JEL: Q39, Q49.

کلید واژه‌ها: ذخیره‌سازی گاز طبیعی، گاز طبیعی مایع، بازار رقابتی، بازار انحصاری، برنامه‌ریزی پویا، فرایند استاندارد وینر، اصل بهینگی بلمن.

۱- مقدمه

گاز طبیعی از جمله منابع تأمین انرژی تجدیدناپذیر است، که تولید و عرضه آن به صورت پیوسته انجام می‌گیرد. این منبع مهم تأمین انرژی، به عنوان یک کالای استراتژیک برای بسیاری از صنایع در کارخانجات محسوب می‌شود و متقاضیان آن با ایجاد تسهیلات و امکانات ذخیره‌سازی، تلاش می‌کنند خود را در مقابل نوسانات و بحران‌های ناشی از کمبود عرضه گاز طبیعی، مصون نگه دارند.

تا اوایل دهه ۱۹۹۰ میلادی، تقریباً تمام مبادلات بین‌المللی گاز طبیعی به صورت انعقاد قراردادهای بلندمدت صورت می‌گرفت. با افزایش ضرورت انعطاف‌پذیری بیشتر در قراردادهای خرید و فروش گاز طبیعی^۱ و پیشرفت‌های تکنولوژیک، به خصوص در صنعت مایع‌سازی گاز طبیعی، به تدریج بازار بین‌المللی گاز طبیعی به سمت گسترش بازارهای تک محموله‌ای تمایل پیدا کرده است. تجارت تک‌محموله‌ای LNG، که از سال ۱۹۹۲ متداول شده است، حدود ۱۰ درصد از کل بازار LNG را به خود اختصاص داده است. توسعه این گونه بازارها، متأثر از عوامل متعددی است. اختلافات بین خریداران و فروشندگان در قراردادهای بلندمدت گاز طبیعی، ضرورت انعطاف‌پذیری بیشتر طرفین در این نوع قراردادها را ایجاد کرده است.

چند عامل اصلی سبب اصلاح ساختار بازار گاز طبیعی در بخش LNG شده‌اند. تقاضای بسیار زیاد برای LNG در بازار آمریکا و به تبع آن افزایش قیمت‌های گاز طبیعی در این کشور و همچنین وضع قوانین مقررات‌زدائی و خصوصی‌سازی در صنعت گاز در اروپا، سبب شده است که ضرورت تنوع عرضه بیش از پیش احساس شود. همین امر، سبب ایجاد نیاز به انعقاد قراردادهای خرید و فروش محموله‌های کوچک‌تر و به تبع آن سبب توسعه LNG شده است. مجموعه این تحولات، سبب شده است که بازار گاز طبیعی بیش از پیش به بازار بین‌المللی نفت خام مشابهت پیدا کند.

بازار گاز طبیعی در کشورهای مختلف دارای ساختارهای متفاوت است. در کشورهای در حال توسعه بازار گاز طبیعی دارای ساختار انحصاری است. در اغلب بازارهای گاز طبیعی کشورهای در حال توسعه، دولت به عنوان انحصارگر عمل کرده و متناسب با سیاست‌های کلان خود و شرایط موجود، قیمت‌های خود را تنظیم می‌کند. در حالی که

1- Sale & Purchase Agreement, SPA.

در کشورهای توسعه یافته اروپائی و آمریکا، بازار گاز طبیعی به صورت رقابتی بوده و فرایند قیمت‌گذاری بر اساس مکانیزم بازار رقابتی تدوین می‌شود.

انجام عملیات ذخیره‌سازی گاز طبیعی در بازارهای با ساختارهای متفاوت رقابتی و انحصاری، با انگیزه‌های مختلف صورت می‌گیرد. در کشورهای در حال توسعه و به خصوص کشورهای دارنده ذخایر گازی، که قیمت‌گذاری گاز طبیعی به طور انحصاری در اختیار دولت بوده و معمولاً با تخصیص یارانه همراه است، ذخیره‌سازی گاز طبیعی با انگیزه پاسخ‌گویی به نوسانات تقاضای گاز ناشی از تغییرات شدید دمایی، انجام می‌گیرد. در کشور ایران نیز طی چند سال اخیر، با افزایش شدید مصرف گاز در زمستان‌های بسیار سرد، با کمبود گاز در برخی نقاط پرمصرف، از جمله تهران مواجهه شده‌ایم. به همین منظور، ایجاد ظرفیت‌های ذخیره‌سازی گاز طبیعی در اطراف تهران (طرح ذخیره‌سازی سراجه قم)، به یکی از سیاست‌های مهم وزارت نفت تبدیل شده است.

در کشورهای پیشرفته، که قیمت‌گذاری گاز به صورت رقابتی انجام می‌گیرد، هدف بنگاه‌های ذخیره‌سازی گاز، کسب سود تجاری ناشی از نوسانات قیمت است. تسهیلات و امکانات پیشرفته ذخیره‌سازی گاز طبیعی در کشور آمریکا، با توجه به نوسانات دمایی، نقش مهمی در ساختار بازار گاز طبیعی این کشور دارد. بر اساس گزارش تهیه شده درباره ذخیره‌سازی گاز طبیعی در آمریکا در سال ۲۰۰۱، توسط جیمز توبین^۱ و جیمز تامسون^۲، گاز طبیعی مورد نیاز برای پر کردن مجدد ذخائر گازی برای فصل گرمایی^۳ (دوره ۵ ماهه اول نوامبر تا ۳۱ مارس) حدود ۱۵ میلیارد فوت مکعب^۴ در هر روز (برای ۲۱۴ روز)، خواهد بود، در حالی که متوسط سطح تزریق گاز طبیعی به شبکه مصرف گاز، در طی ماه آوریل تا اکتبر سال ۲۰۰۰، حدود ۷/۶ میلیارد متر مکعب در هر روز بوده است و این افزایش در تقاضا، به خصوص موقعی که قیمت گاز طبیعی بالا باشد، طی دوره بعد به طور حتم تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر بازار خواهد داشت. در گزارش مزبور، چند عامل از مجموعه عوامل مرتبط با بازار و شرایط دمایی آب و هوا، به عنوان عوامل اصلی تأثیرگذار بر سطح نسبتاً پائین ذخیره‌سازی ذکر شده‌اند. از جمله:

1 - James Tobin.

2 - James Thompson.

3 - Heating Season.

4 - Billion Cubic Feet- BCF.

۱- در اول نوامبر سال ۲۰۰۰، سطوح ذخایر گازی کاری^۱ (۲۷۷۴ میلیارد فوت مکعب)، پائین‌ترین مقدار خود را برای شروع فصل گرمائی از سال ۱۹۷۶ داشت و ۲۰۸ میلیارد فوت مکعب کم‌تر از میانگین ۵ ساله خود بود. کم‌ترین مقدار قبلی ۲۸۱۰ میلیارد فوت مکعب بود، که به اول نوامبر ۱۹۹۶ مربوط بود. هم‌چنین حجم خالص تزریق (۱۶۲۴ میلیارد فوت مکعب)، بین ۳۱ مارس و ۳۱ اکتبر سال ۲۰۰۰ با کم‌ترین مقدار خود برای پر کردن مجدد ذخایر در طی ۱۰ سال گذشته مواجه بود.

۲- قیمت‌های بالای گاز طبیعی در طی چند ماهه اول فصل پرکردن مجدد ذخایر سال ۲۰۰۰، سبب شد که استفاده کنندگان ذخائر گازی تمایلی برای ذخیره‌سازی نشان ندهند. قیمت‌های تک محموله‌ای گاز طبیعی در بازار هنری هاب، از ۲/۴ تا ۵/۰۲ دلار در هر میلیون بی تی یو^۲ از ژانویه تا اول نوامبر ۲۰۰۰، افزایش یافت. هم‌زمان با افزایش قیمت‌ها، فعالیت‌های تزریق گاز به مخازن ذخیره‌سازی، در طی دو ماهه آخر فصل پوسازی مخازن (یعنی سپتامبر و اکتبر)، رشد یافت، به‌طوری که تزریق خالص از میانگین ۵ ساله برای آن ماه‌ها بیشتر شد.

۳- تسهیلات ذخیره‌سازی زیرزمینی گاز طبیعی در کالیفرنیا و نیومکزیکو، به علت تخریب خط لوله El Paso در نیومکزیکو در اوت ۲۰۰۰ و عدم دریافت گاز طبیعی از منابع عرضه منطقه‌ای، بدون استفاده باقی ماندند.

در ایالات متحده آمریکا، از سایت‌های ذخیره‌سازی طبیعی زیرزمینی، به منظور ذخیره گاز طبیعی استفاده می‌شود. سه نوع اصلی و عمده آن عبارتند از: مخازن نفت و گاز که بهره‌برداری از آن‌ها به اتمام رسیده است، سفره‌های زیرزمینی^۳ و غارهای آهکی^۴. هرکدام از امکانات ذکر شده، مشخصات فیزیکی خاص خود (شامل درجه تخلخل^۵، نفوذپذیری^۶ و ظرفیت نگهداشت^۷ و ...) و هم‌چنین مشخصات اقتصادی ویژه (شامل هزینه‌های آماده‌سازی سایت، نرخ بهره‌برداری مجدد و ...)، را دارند که در مجموع تناسب آن‌ها را برای کاربرد در اهداف خاص نشان می‌دهند.

1 - Working Gas Storage Levels.

2 - British Thermal Unit- BTU.

3 - Aquifer.

4 - Salt Cavern Formation.

5 - Porosity.

6 - Permeability.

7 - Retention Capability.

در این مقاله، با نگاهی اجمالی به ویژگی‌های عمومی بازارهای گاز طبیعی، الگویی ارائه می‌شود که ضمن تطابق با شرایط کلی بازار گاز طبیعی، تأثیر امکان ذخیره‌سازی را بر نوسانات قیمت گاز طبیعی در بازار رقابتی و انحصاری تبیین می‌کند. ابتدا الگو را در یک چارچوب عمومی فرمول‌بندی کرده و سپس آن را با ایجاد فروض مناسب برای بازارهای رقابتی خالص و انحصار ذخیره‌سازی، تعدیل می‌کنیم. در ادامه، برای حل الگو از چهارچوب کلی برنامه‌ریزی پویای تصادفی استفاده کرده و در نهایت، با ارائه یک مثال عددی کارکرد الگو را ارزیابی می‌کنیم. نتایج به‌دست آمده در هر دو حالت انحصاری و رقابتی، با ماهیت و توجیه پدیده ذخیره‌سازی در بازار گاز طبیعی، که هدف آن ملایم شدن نوسانات قیمت گاز طبیعی است، نیز سازگاری دارد. این نتیجه‌گیری، در حالت رقابت کامل بازار بسیار مشهودتر از حالت بازار انحصار ذخیره‌سازی است.

در ادامه، در بخش دوم به ارائه الگوی عمومی می‌پردازیم. در فصل سوم، به کاربرد الگو در بازار رقابتی کامل و در فصل چهارم به کاربرد الگو در بازار انحصاری می‌پردازیم و بالاخره در فصل پنجم به نتیجه‌گیری خواهیم پرداخت.

۲- ارائه الگوی عمومی

الگوی ارائه شده در این مقاله مبتنی بر اقتصاد خرد و مکانیزم عرضه و تقاضا بوده و مانند الگوهای ساختاری، ارتباط بین مدیریت ذخیره‌سازی^۱ و نوسانات قیمت را تبیین می‌کند. برای ایجاد این الگو، از فرایند تصادفی پیوسته زمانی برگشت به میانگین^۲ استفاده می‌کنیم. در این الگو، فرض می‌کنیم که متغیر عرضه برون‌زا، دارای ویژگی رفتاری فرایند برگشت به میانگین است. در حالت رقابت خالص، فرض می‌کنیم که در یک افق زمانی محدود، گاز طبیعی به‌صورت همگن و پیوسته، در یک بازار رقابتی ریسک‌خنثی، تولید، ذخیره‌سازی و مبادله می‌شود. همچنین در حالت انحصاری نیز فرض می‌کنیم که تولید و فروش، در محیط، رقابتی ولیکن ذخیره‌سازی به صورت انحصاری است. به دلیل پیچیدگی مسأله، استفاده از فرمول‌بندی برنامه‌ریزی پویای تصادفی، که منجر به اتخاذ یک سیاست بهینه ذخیره‌سازی، مناسب به نظر می‌رسد.

1- Storage Management.

2 -Mean Reverting Continuous -Time Stochastic Process.

سیاست ذخیره‌سازی نتیجه شده در هر حالت، مهم‌ترین عامل تعیین‌کننده قیمت بازاری گاز طبیعی در هر ساختار رقابتی و یا انحصاری خواهد بود.

استفاده از این الگو چندین مزیت دارد، اولاً این الگو به راحتی قابل تعمیم و تعدیل در اشکال دیگر بازار خواهد بود. ثانیاً، یک ارتباط منطقی پویا بین مدیریت را ذخیره‌سازی و نوسانات قیمت گاز طبیعی ایجاد می‌کند. ثالثاً، به دلیل این که بازار گاز طبیعی طی سال‌های اخیر از شکل منظم و قانونمند قبلی، به سمت یک بازار مبتنی بر تحولات آتی و شکل‌گیری معاملات تک محموله‌ای در حال تغییر است، وجود امکان انعطاف‌پذیری الگو، آن را برای تحلیل بازار گاز طبیعی مناسب کرده است.

ویلیامز و رایت^۱، در سال ۱۹۹۱، یک چهارچوب کلی و عمومی برای مدل ناپیوسته ذخیره‌سازی و مبادله کالا در یک بازار رقابتی خالص ارائه کردند. آن‌ها در این مدل، با استفاده از تکنیک برنامه‌ریزی پویای تصادفی ناپیوسته، مدیریت انبار و تأثیر آن بر نوسانات قیمت را ارزیابی کردند. در این الگو، مقدار کالای در دسترس و قابل عرضه، که شامل کالاهای ذخیره شده قبلی و تولید شده است، متغیر حالت^۲ بوده و نرخ ذخیره‌سازی، متغیر تصمیم^۳ است. تصمیمات مدیریت انبار و ذخیره‌سازی توسط یک مدیر برنامه‌ریزی انجام می‌شود. موضوع برنامه‌ریزی در دوره جاری t ، انتخاب مقدار ذخیره‌سازی در دوره جاری است، به گونه‌ای که مجموع جریان تنزیل شده، عایدی‌های آتی انتظاری را حداکثر کند. در این مقاله، با استفاده از همان الگو و تعدیل آن در جهت امکان استفاده از بهینه‌سازی پیوسته، و استفاده از فرایند تصادفی برگشت به میانگین، برای متغیر برون‌زای عرضه، الگویی جدید برای مدیریت بر مخازن ذخیره‌سازی گاز طبیعی و اتخاذ سیاست بهینه ارائه می‌شود.

استفاده از فرایندهای گام تصادفی^۴ و برگشت به میانگین در بازارهای انرژی و تحلیل قیمت‌ها کاربرد فراوانی دارد. فرایند برگشت به میانگین، در واقع بیان‌گر تمایل یک سری زمانی، به بازگشت به میانگین آن سری در بلندمدت است. به عنوان مثال نرخ‌های بهره و نوسانات آن، تمایل به رفتار بازگشت به میانگین دارند. بر اساس تحقیقات

1 - Williams & Wright.

2 - State Variable.

3 - Decision Variable.

4 . Random Walk.

کارلوس بلانکو^۱ و دیوید سورونو^۲ قیمت‌های انرژی در بلندمدت، تمایل دارند به سمت مقداری نرمال حرکت کنند، که معمولاً آن مقدار نرمال به‌وسیله هزینه‌های تولید و سطح تقاضا تعیین می‌شود.

فرض می‌کنیم که قیمت هر بشکه نفت خام به‌طور ناگهانی به ۷ دلار بر هر بشکه سقوط کند. در این حالت، انتظار بر این است که قیمت مجدداً افزایش یابد، زیرا تولیدکنندگان عرضه را به سرعت کاهش خواهند داد. این انتظار افزایش مجدد قیمت، یک ماهیت ذاتی رفتار قیمت انرژی در بازار تک‌محموله‌ای است. برای تفسیر ریاضی این منطق، فرایند تغییر در قیمت‌های تک‌محموله‌ای انرژی را به‌صورت زیر نمایش می‌دهیم:

$$P_{t+1} - P_t = \alpha(P^* - P_t) + \sigma \xi_t \quad (1)$$

تغییر انتظاری در قیمت در دوره t و t+1	جزء برگشت به میانگین	جزء تصادفی
--	-------------------------	------------

که :

P^* میانگین قیمت تک‌محموله‌ای انرژی در تمام دوره‌های قبلی (بلندمدت)

P_t قیمت جاری تک‌محموله‌ای انرژی

α نرخ برگشت به میانگین

σ مقدار نوسانات

و ξ_t شوک تصادفی وارد شده به قیمت در فاصله زمانی t تا t+1 است.

از این معادله، متوجه می‌شویم که جزء برگشت به میانگین، توسط فاصله بین قیمت جاری با میانگین قیمت در دوره‌های قبلی و هم‌چنین نرخ برگشت به میانگین، تنظیم و کنترل می‌شود. اگر قیمت تک‌محموله‌ای پایین‌تر از سطح میانگین برگشت شده باشد، جزء مزبور باید مثبت باشد، که از فشار به سمت بالای قیمت‌های تک‌محموله‌ای ایجاد می‌شود. و بالعکس، اگر قیمت تک‌محموله‌ای بالاتر از میانگین برگشت شده باشد، جزء

1 . Carlos Blanco.

2 . David Soronow.

مزبور باید منفی باشد که ناشی از فشار به سمت پایین قیمت‌های تک محموله‌ای خواهد بود.

به منظور فرمول‌بندی مسأله، فرض می‌کنیم که فرایند تولید و مبادله در هر دو حالت، رقابتی است و ذخیره‌سازی در بازار رقابتی، به صورت رقابتی و در بازار انحصاری، به صورت انحصاری انجام می‌گیرد. در تعادل رقابتی فرض می‌کنیم که تعداد بنگاه‌های فعال در عملیات ذخیره‌سازی آن قدر زیاد است که هر کدام از بنگاه‌ها گیرنده قیمت^۱ اند. در این حالت، تصمیمات ذخیره‌سازی تحت شرایط بازار رقابتی (تئوری دست نامرئی آدام اسمیت) انجام می‌شوند. در حالت ذخیره‌سازی انحصاری، فرض می‌کنیم که فقط یک بنگاه حق و یا تکنولوژی ذخیره‌سازی گاز طبیعی را در اختیار دارد.

فروض اصلی الگو به شرح زیراند:

- گاز طبیعی به‌طور پیوسته در یک دوره زمانی محدود T تولید و مبادله می‌شود.
 - انگیزه ذخیره‌سازی فقط کسب سود تجاری است.
 - عرضه گاز طبیعی در کوتاه مدت، بی‌کشش است.
 - تمام کارگزاران در الگو، ریسک‌خنثی‌اند.
 - هزینه نهایی ذخیره‌سازی، یعنی k ثابت است و هزینه ذخیره‌سازی، $k \times s$ بر هر واحد زمان است، که s سطح ذخیره جاری است.
 - نرخ بهره بدون ریسک یک دوره‌ای بوده و ثابت فرض می‌شود.
- در این مدل، متغیر سطح ذخیره و متغیر برون‌زای عرضه، متغیرهای حالت‌اند. نرخ عرضه برون‌زا، یعنی m_t ، توسط رابطه زیر تعریف می‌شود:

$$dm_t = \alpha (\bar{m} - m_t) dt + \sigma d\zeta_t \quad (2)$$

که:

- α ، نرخ بازگشت به میانگین است.
- \bar{m} ، میانگین بلندمدت عرضه است و بیان‌گر سطحی است که عرضه، همان‌طور که t به سمت بی‌نهایت می‌رود، تمایل به آن دارد.
- σ ، بی‌ثباتی و مقدار آن ثابت است.

ζ_t - یک فرایند استاندارد وینر (Wiener) است. فرایندهای وینر حالت خاصی از فرایندهای مارکفاند. در فرایندهای مارکف، که از جمله فرایندهای تصادفی محسوب می‌شوند، فرض بر این است که ارزش جاری یک متغیر برای پیش بینی مقادیر آینده آن کفایت می‌کند. بنابراین در فرایندهای مارکف، سابقه تاریخی تغییرات یک متغیر و نیز چگونگی تعیین ارزش جاری این متغیر، به کمک مقادیر گذشته، تأثیری در مقدار آینده آن متغیر ندارد.

در فرایندهای وینر، تابع توزیع متغیر، دارای میانگین صفر و واریانس یک است. فرایند وینر در علم فیزیک ذرات، برای تشریح جابه‌جایی ذراتی که تحت تأثیر شوک‌های کوچک مولکولی، حرکت‌های تصادفی دارند، تحت عنوان حرکت برانی^۱، کاربرد وسیعی دارد.

سطح تجمعی ذخیره، s یک متغیر حالت درون‌زای کاملاً تحت کنترل است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$ds = u(s, m, t)dt \quad , \quad t > 0 \quad , \quad S > 0 \quad (3)$$

که u ، نرخ ذخیره‌سازی بوده و متغیر تصمیم است و در هر زمان، مقدار آن به مقدار ذخیره‌ای که وجود دارد، یعنی s ، و هم چنین به عرضه برون‌زا، یعنی m ، بستگی دارد. تابع تصمیم u ، تابعی است در فاصله زمانی 0 تا T ، که آن را به عنوان طرح مدیریت انبار می‌نامیم. اگر ظرفیت کامل ذخایر $b > 0$ باشد، در این صورت سطح ذخیره $s(t)$ باید در محدوده زیر باشد:

$$0 \leq s(t) \leq b \quad (4)$$

از سوی دیگر، اگر m_t نرخ عرضه در زمان t باشد، در این صورت، u نباید از این نرخ بیشتر باشد. یعنی:

$$u(t) < m(t) \quad (5)$$

محدودیت‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهند که نرخ بهینه ذخیره‌سازی u ، در دامنه $[u_{\min}, u_{\max}]$ است، که مقادیر $[u_{\min}, u_{\max}]$ مقادیری اند که ناشی از این دو محدودیت به دست می‌آیند. هر طرح مدیریت انبارداری که این شرایط را تأمین کند، یک طرح قابل قبول^۲ خواهد بود.

1-Brownian Motion.

2-Admissible Plan.

نرخ کل مصرف در بازار، y از برقراری یک رابطه بین متغیرهای حالت تعریف شده در بالا و در نظر گرفتن شرط تعادل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$y = m - u \quad (۶)$$

هم‌چنین، قیمت بازاری (یا تابع تقاضای معکوس) به وسیله $P(y)$ ارایه می‌شود، که

$$\frac{\partial p}{\partial y} < 0 \text{ است.}$$

با توجه به ماهیت فیزیکی گاز طبیعی، سیستم‌های توزیع گاز طبیعی، علاوه بر نقش توزیعی، قابلیت ذخیره‌سازی را نیز دارند. حال، چنان‌چه فرض کنیم که این سیستم ذخیره‌سازی قابلیت a درصد جریان عرضه گاز را داشته باشد، در این صورت معادله شماره ۶ به صورت زیر خواهد بود:

$$y = (1 - a)m - u \quad (۷)$$

بنابراین، مسأله برنامه‌ریزی، به حداکثر کردن تابع ارزش زیر، که بیان‌گر مجموع عایدی‌های انتظاری تنزیل شده در زمان حال است، تبدیل می‌شود:

(۸)

$$V(s_t, m_t, t; u(\cdot)) = \left[E_t \int_0^T e^{-rt} L(s_t, m_t, u_t, t) dt + \psi(s_T, m_T) \mid s = S, m = M \right]$$

که $L(s_t, m_t, u_t, t)$ نرخ سود لحظه‌ای است و $\psi(s_T, z_T)$ معادل ارزش اسقاطی در پایان دوره T است. برای تسهیل مسأله فرض می‌کنیم که $\psi(s_T, z_T) = 0$ است. تفاوت اساسی بین حالت رقابت خالص و ذخیره‌سازی در حالت انحصاری، در تعریف نرخ سود است، در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

به منظور یافتن مجموعه تصمیمات بهینه ذخیره‌سازی، به حداکثرسازی تابع ارزش V در طول زمان مورد نظر نیاز است. برای این منظور، از روش برنامه‌ریزی پویا استفاده می‌کنیم. با توجه به اصل بهینگی (Bellman, 1957) نیاز است. برای معادله V خواهیم داشت:

$$-\frac{\partial}{\partial t} V(s, m, t) - H(s, m, V_s, V_m, V_{mm}) = 0 \quad (۹)$$

که:

(۱۰)

$$H(s, m, V_s, V_m, V_{mm}) = \sup_{u \in \{u_{\min}, u_{\max}\}} \left\{ \begin{aligned} &L(s, m, u, t) + u V_s(s, m, t) \\ &+ \alpha(m^- - m) V_m(s, m, t) + \frac{1}{2} \sigma^2 V_{mm}(s, m, t) - rV(s, m, t) \end{aligned} \right\}$$

که با شرط مرزی $V(s, m, T) = 0$ ، مقدار بهینه u یعنی u^* به دست می‌آید. البته با توجه به محدودیت‌های ذخیره‌سازی، مقدار بهینه‌ای قابل قبول خواهد بود، که $u_{\min} \leq u^* \leq u_{\max}$ باشد. اگر u^r بیان‌گر حداکثر مقدار معادله برنامه‌ریزی پویای فوق باشد، در این صورت:

$$u^* = u_{\max} \iff u_{\max} \leq u^r \quad (11)$$

$$u^* = u^r \iff u_{\min} \leq u^r \leq u_{\max} \quad (12)$$

$$u = u_{\min} \iff u^r \leq u_{\min} \quad (13)$$

و بالاخره قیمت جاری توسط رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P(y) = P((1-a)m - u^*) \quad (14)$$

در ادامه، فرمول‌بندی مسأله را به دو حالت رقابتی و ذخیره‌سازی انحصاری تفکیک می‌کنیم. تفاوت بین این دو فرمول‌بندی، همان‌گونه که قبلاً اشاره شد، به تعریف نرخ سود لحظه‌ای، یعنی $L(s_t, m_t, u_t, t)$ ، مربوط می‌شود.

۳- کاربرد الگوی عمومی در بازار رقابتی

در بازار رقابتی، فرض می‌کنیم که تمام بنگاه‌های عرضه‌کننده گاز طبیعی در طول دوره زمانی پیوسته T مبادرت به تولید، عرضه و ذخیره‌سازی گاز طبیعی می‌کنند. در این بازار، مدیر برنامه‌ریزی یک بنگاه، نرخ جاری ذخیره‌سازی‌ای را انتخاب می‌کند، که جریان نقدی تنزیل شده کل منافع آتی انتظاری را حداکثر کند. هم‌چنین فرض می‌کنیم که $P(y)$ بیان‌گر تابع تقاضای معکوس گاز طبیعی باشد:

$$F(x) = \int_0^x p(y) dy, \quad x \geq 0 \quad (15)$$

بنابراین:

$$L(s_t, m_t, u_t, t) = F((1-a)m_t - u_t) - ks_t \quad (16)$$

که k ، هزینه نهایی ثابت و هم‌چنین هزینه فیزیکی متوسط در هر دوره است. بنابراین تابعی که در این حالت باید حداکثر شود، به شکل زیر است:

$$(17)$$

$$V(s_t, m_t, t; u(\cdot)) = \left[E_t \int_0^T e^{-rt} (F((1-a)m_t - u_t) - ks_t) dt + \psi(s_T, m_T) \mid s = S, m = M \right]$$

و معادله برنامه‌ریزی پویا به صورت زیر خواهد بود:

$$-\frac{\partial}{\partial t} V(s_t, m_t, t) - H(s_t, m_t, V_s, V_m, V_{mm}) = 0 \quad (18)$$

که:

$$H(s, m, V_s, V_m, V_{mm}) = \sup_{u \in \{u_{\min}, u_{\max}\}} \left\{ \begin{aligned} & F((1-a)m - u) - ks + u V_s(s, m, t) \\ & + \alpha(m - m) V_m(s, m, t) + \frac{1}{2} \sigma^2 V_{mm}(s, m, t) - rV(s, m, t) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

با مشتق‌گیری از سمت راست معادله فوق نسبت به u ، شرط مرتبه اول به دست آمده و از آن می‌توان مقدار حداکثر را به دست آورد. با فرض این که $D(\cdot) = P^{-1}(x), x \geq 0$ بیانگر تابع تقاضا باشد، و حذف این واقعیت را که u باید محدودیتهای ذخیره‌سازی را تأمین کند، حداکثر u^r به کمک رابطه زیر به دست می‌آید:

$$u^r = (1-a)m - D(V_s^*) \quad (20)$$

سپس با در نظر گرفتن محدودیت‌های ارایه شده در معادلات (۴) و (۵)، مقدار کنترل بهینه برای متغیر کنترل یعنی، u^* به دست می‌آید.

به عنوان مثال فرض می‌کنیم می‌خواهیم برای یک دوره محدود $T = 5$ ساله، فرایند برنامه‌ریزی را در یک بازار رقابتی، به شکل فوق انجام دهیم. ابتدا سیاست ذخیره‌سازی بهینه، یعنی مقدار بهینه $u^*(s, m, t)$ را به دست می‌آوریم و سپس پویایی‌ها و نوسانات قیمت بازاری حاصل از آن سیاست بهینه، یعنی $P((1-a)m - u^*)$ را بررسی می‌کنیم.

فرض می‌کنیم تابع تقاضای خطی به صورت $P(y) = P((1-a)m - u) = 0.1 - 0.05(0.8 * m - u)$ بوده و امکانات سیستم توزیع قابلیت ذخیره‌سازی معادل ۲۰ درصد جریان عرضه را دارا باشد یعنی، a معادل ۰/۲ است. هم‌چنین، فرض می‌کنیم که α ، یعنی نرخ بازگشت به میانگین، معادل ۳، مقدار بی‌ثباتی، یعنی σ ، معادل ۰/۳، هزینه نهایی ذخیره‌سازی، یعنی k ، معادل ۰/۰۰۲ و نرخ بهره بدون ریسک، یعنی r ، معادل ۵ درصد است. میانگین عرضه برون‌زای گاز

طبیعی، یعنی m ، که به صورت نرمال توزیع شده است، معادل $۰/۳۷$ میلیارد متر مکعب در روز و هم‌چنین مقدار انحراف معیار عرضه برون‌زا معادل $\sigma_2 = \frac{\sigma}{\sqrt{2\alpha}} = 0.12$ است. در این صورت، حداکثر و حداقل مقدار عرضه برون‌زا به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$m_{\min} = m^- - 3\sigma_m = 0$$

$$m_{\max} = m^- + 3\sigma_m = 0.73$$

هم‌چنین، حداکثر ظرفیت ذخیره‌سازی یعنی S_{\max} ، معادل $۰/۰۶$ میلیارد متر مکعب در روز فرض می‌شود. حال چنان‌چه عملیات ذخیره‌سازی انجام نگیرد، قیمت، فقط تابعی از عرضه برون‌زا و ظرفیت ذخیره‌سازی سیستم توزیع خواهد بود، یعنی:

$$P(y) = P(m) = 0.1 - 0.05(0.8)m, m \in [0, 0.73]$$

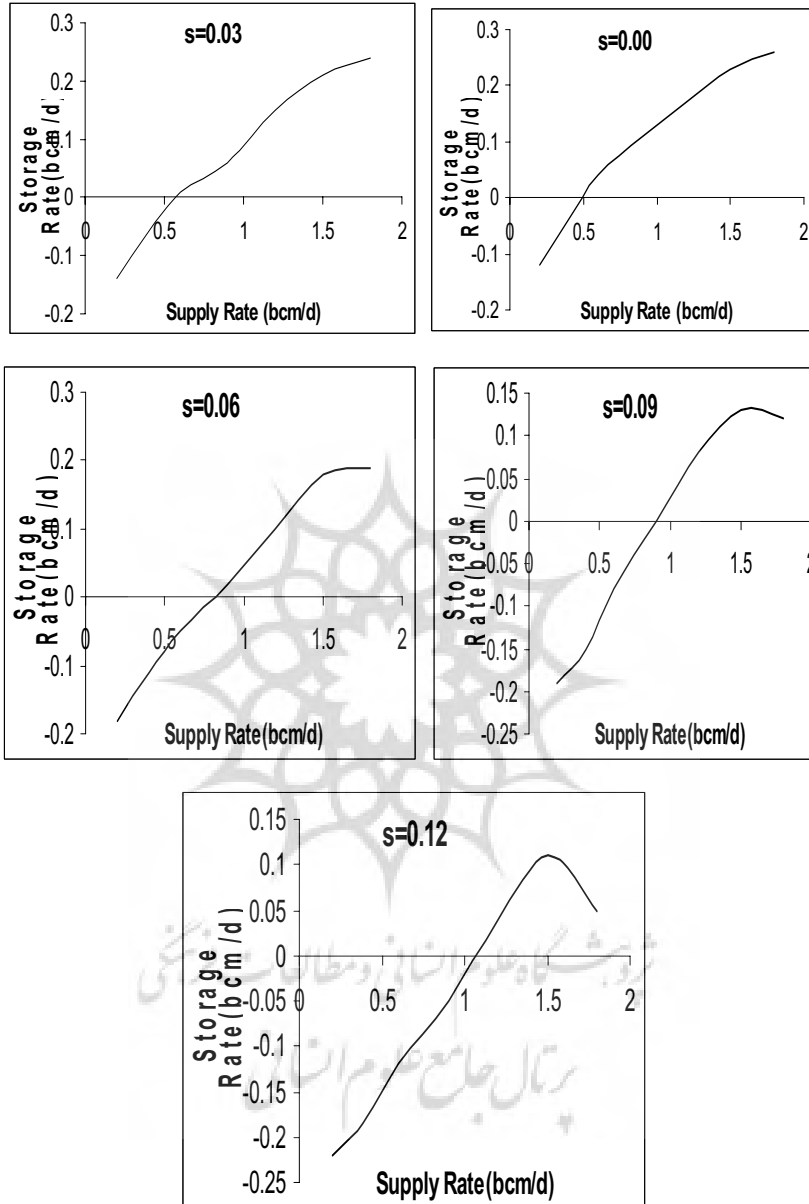
و در بلندمدت، قیمت، دارای توزیع نرمال با میانگین $\bar{P} = 0.071$ ، $\sigma_P = 0.005$ خواهد بود.

مجموعه نمودار شماره ۱، نرخ ذخیره‌سازی بهینه u^* را به عنوان تابعی از نرخ عرضه در سطوح مختلف ذخیره نشان می‌دهند و هم‌چنین مجموعه نمودار شماره ۲، روند نوسانات قیمت را در دو حالت وجود امکان ذخیره‌سازی و عدم وجود امکان ذخیره‌سازی گاز طبیعی، به عنوان تابعی از نرخ عرضه در سطوح مختلف ذخیره نشان می‌دهند. در نمودار شماره ۳، اختلاف قیمت بین دو حالت وجود و عدم وجود امکانات ذخیره‌سازی را در سناریوهای مختلف، مشاهده می‌کنیم. اختلاف قیمت از تفاضل قیمت در حالت وجود ذخیره‌سازی، منهای قیمت در حالت عدم وجود ذخیره‌سازی به دست آمده است.

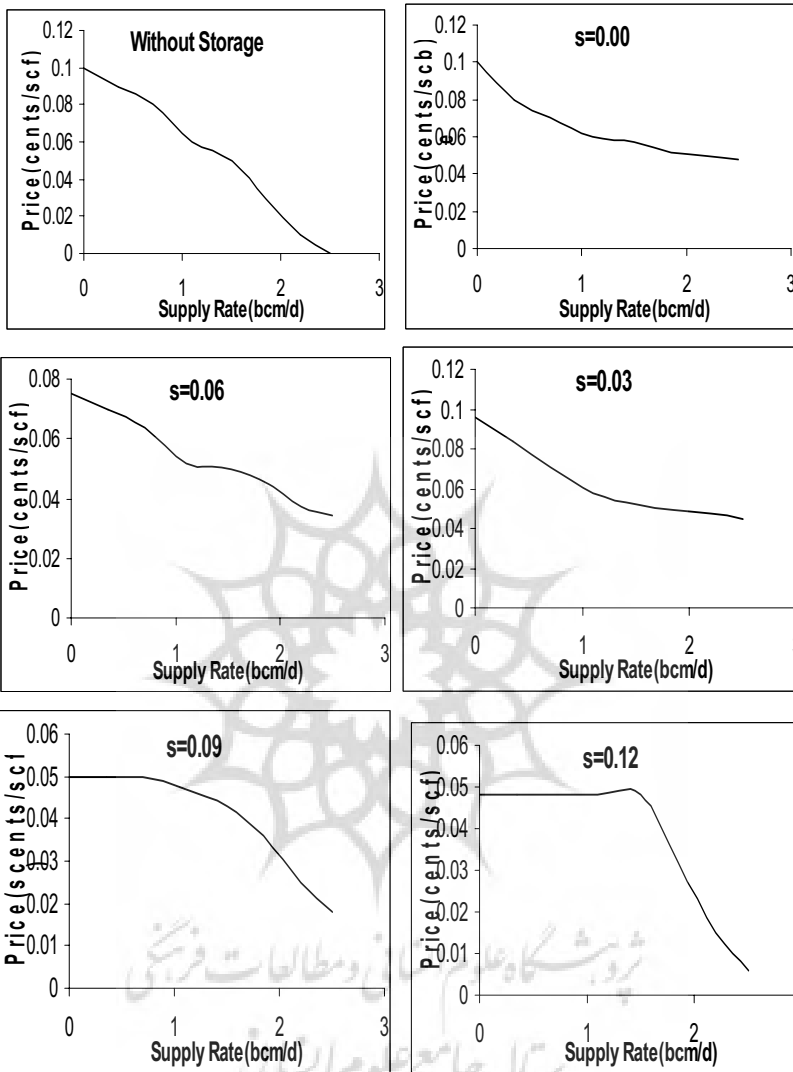
نتایج به دست آمده، بیان‌گر نسبتاً خطی و مستقیم بین سطح عرضه و نرخ ذخیره‌سازی است. در نرخ‌های بالای عرضه و به خصوص هنگامی که ظرفیت ذخیره‌سازی مورد استفاده قرار گرفته است، نرخ ذخیره‌سازی کاهش می‌یابد. به نظر می‌رسد، هنگامی که ذخائر نزدیک به کل ظرفیت مخازن اند و عرضه بسیار بالا است، انگیزه اندکی برای ذخیره‌سازی وجود دارد و این امر، مؤید این مطلب است که ذخیره‌کنندگان گاز طبیعی در این حالت، انتظار فروش در یک نرخ سودآور در آینده نزدیک را ندارند.

با مشاهده مجموعه نمودار شماره ۲ می‌توان نتیجه گرفت که وجود امکان ذخیره‌سازی، در نهایت منجر به ثبات بیشتر قیمت‌ها می‌شود. به ویژه، اگر قیمت، بالاتر از میانگین بلندمدت باشد (به علت این که عرضه پایین است)، وجود امکان ذخیره‌سازی، قیمت‌ها را متناسب با تابع تقاضا کاهش می‌دهد. از سوی دیگر، اگر قیمت‌ها پایین‌تر از میانگین بلندمدت باشند (به علت این که عرضه بالا است)، وجود امکان ذخیره‌سازی، سبب افزایش قیمت، نسبت به قیمت‌های اولیه خواهد شد. به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که ذخیره‌سازی، نوسانات قیمت را از طریق نگه داشتن آن در حد میانگین بلندمدت، یعنی کاهش و تعدیل شیب تابع قیمت اصلی، تحت تأثیر قرار می‌دهد. چنانچه عرضه بالا باشد و بیشتر ظرفیت ذخیره‌سازی مورد استفاده قرار گرفته باشد، آژانس‌های ذخیره‌سازی، نرخ ذخیره‌سازی را به شدت کاهش داده و در نتیجه، قیمت گاز طبیعی مانند موقعی است که امکان ذخیره‌سازی وجود نداشته باشد. در ظرفیت ذخیره‌سازی کامل و عرضه بالا، ذخیره‌کنندگان نمی‌توانند هیچ‌گونه ذخیره بیشتری انجام دهند و بنابراین، روند قیمت‌ها مانند رفتار بلندمدت آن‌ها، خواهد بود. این نتیجه، به‌خوبی در نمودار شماره ۳ قابل ملاحظه است.

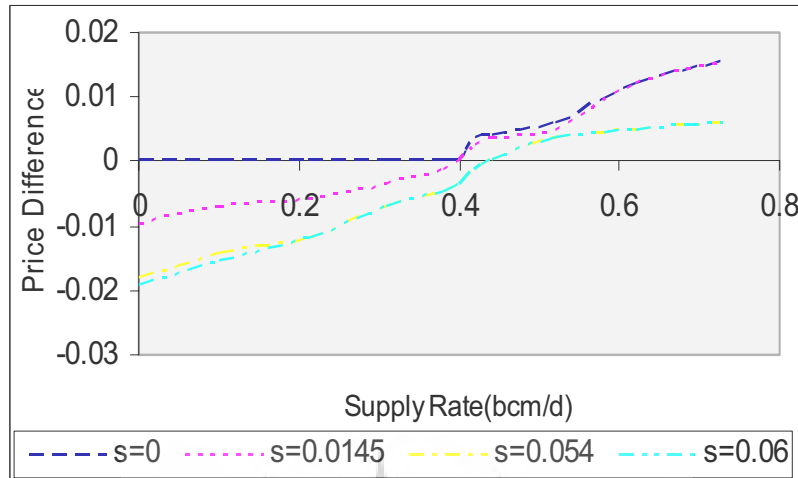
مجموعه نمودار ۱- نرخ ذخیره‌سازی بهینه در نرخ‌های عرضه و سطوح ذخایر مختلف



مجموعه نمودار ۲- قیمت گاز طبیعی در نرخ‌های مختلف عرضه و سطوح مختلف ذخایر



نمودار ۳- تفاوت قیمت در نرخ‌های مختلف عرضه و سطوح مختلف ذخایر



۴- کاربرد الگوی عمومی در بازار انحصاری (ذخیره‌سازی انحصاری)

در حالت بازار انحصاری، فرض می‌کنیم که فقط یک بنگاه حق و یا تکنولوژی ذخیره‌سازی گاز طبیعی را در اختیار دارد. در این حالت، تولید و فروش، در محیط رقابتی، ولی ذخیره‌سازی به صورت انحصاری انجام می‌گیرد. در این صورت، هدف مدیر برنامه‌ریزی ذخیره‌سازی به شکل انحصاری در دوره جاری t و انتخاب نرخ جاری ذخیره‌سازی است، که جریان تنزیل شده عایدی‌های انتظاری نقدی آتی را از طریق مدیریت امکانات ذخیره‌سازی، حداکثر کند. متغیر کنترل، هم‌چنان نرخ ذخیره‌سازی یعنی u است و معادل تغییر خالص در سطح ذخائر گازی، در طول یک فاصله زمانی بسیار کوتاه است، که در این صورت، u معادل مقدار فروش گاز طبیعی در طول هر دوره است. بنابراین، نرخ سود پیوسته حاصل از فروش گاز طبیعی، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L(s_t, m_t, u_t, t) = -u_t P((1-a)m_t - u_t) - ks_t \quad (21)$$

لذا مسأله بهینه‌سازی به حداکثرسازی تابع (۲۲) تبدیل می‌شود:

(۲۲)

$$V(s_t, m_t, t; u(\cdot)) = \left[E_t \int_0^T e^{-\pi} (-u_t P((1-a)m_t - u_t) - ks_t) dt + \psi(s_T, m_T) \mid s = S, m = M \right]$$

که $\psi(s_T, z_T)$ ، معادل ارزش اسقاطی بوده و برای سهولت، معادل صفر فرض می‌شود. در این صورت، تابع برنامه‌ریزی پویای به‌دست آمده، به صورت زیر خواهد بود:

$$-\frac{\partial}{\partial t} V(s, m, t) - H(s, m, V_s, V_m, V_{mm}) = 0 \quad (۲۳)$$

که:

(۲۴)

$$H(s, m, V_s, V_m, V_{mm}) = \sup_{u \in \{u_{\min}, u_{\max}\}} \left\{ \begin{array}{l} -uP(m-u) - ks + u V_s(s, m, t) \\ + \alpha(m^- - m) V_m(s, m, t) + \frac{1}{2} \sigma^2 V_{mm}(s, m, t) - rV(s, m, t) \end{array} \right\}$$

u^r را از حل شرط مرتبه اول سمت راست معادله فوق، به‌دست آوریم:

$$-P((1-a)m-u) + uP'((1-a)m-u) + V_s = 0 \quad (۲۵)$$

که P' ، مشتق مرتبه اول P نسبت به u است. ممکن است با توجه به شکل تابع تقاضای معکوس ارائه شده، نتوانیم یک جواب صریح برای u^r به‌دست بیاوریم. در این صورت، معادله ۲۲ باید به صورت عددی حل شود. بنابراین، با توجه به شرایط قابل قبول بودن طرح، مقدار بهینه u^* به دست خواهد آمد.

از آنجا که معادله بلمن، یک معادله برگشت به عقب^۱ است، بنابراین شرط نهایی را در نظر می‌گیریم. در این صورت و با فرض ارزش اسقاطی معادل صفر، خواهیم داشت:

$$V^*(s, m, t) = 0 \quad (۲۶)$$

چنانچه در زمان نهایی T هیچ گونه ذخیره‌ای از دوره قبل نمانده باشد، مصرف معادل عرضه خواهد بود. و با حرکت به سمت زمان‌های قبلی، می‌توانیم سیاست‌های بهینه ذخیره‌سازی و همچنین قیمت بازاری را تا زمان جاری t به‌دست بیاوریم.

حال، مثال ذکر شده در قسمت بازار رقابتی را، برای بازار با ذخیره‌سازی انحصاری بررسی می‌کنیم. نتایج حاصل از حل مساله در بازار انحصاری در مجموعه نمودارهای شماره ۴ و ۵ و ۶ نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهند که نرخ ذخیره‌سازی همراه با افزایش نرخ عرضه، و کاهش سطح ذخیره، افزایش می‌یابد. وقتی که عرضه بالا باشد،

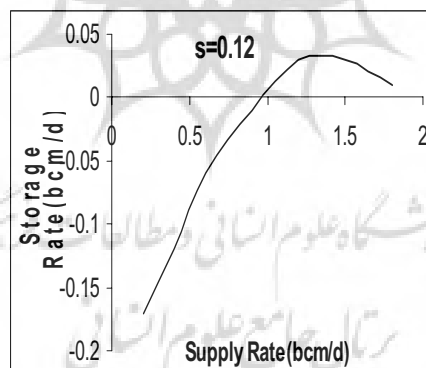
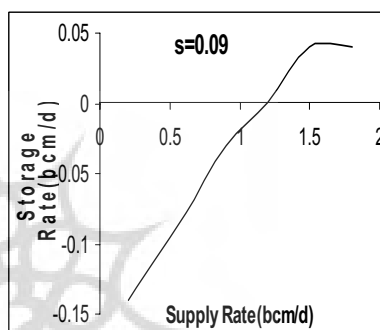
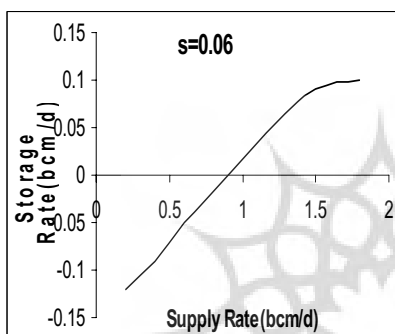
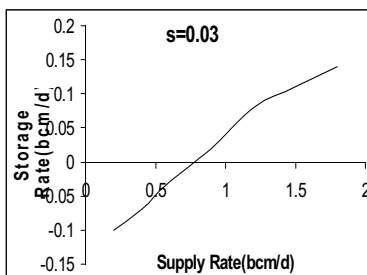
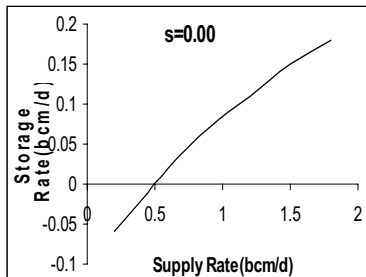
1-Backward.

نرخ ذخیره‌سازی نسبتاً زیاد و با علامت مثبت است. اگرچه برای مقادیر بالای نرخ عرضه و هنگامی که ذخیره نزدیک کل ظرفیت است، نرخ ذخیره‌سازی کاهش می‌یابد. البته این وضعیت در مقایسه با بازار رقابتی از شدت کم‌تری برخوردار است.

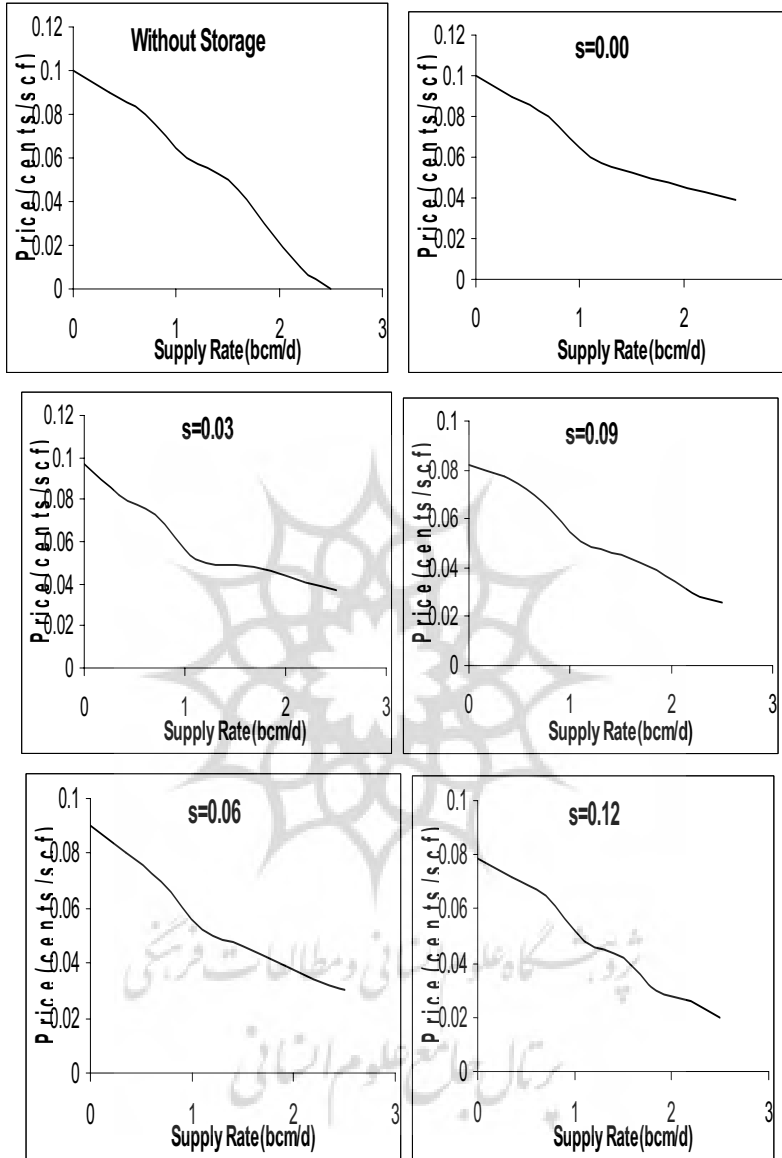
با مشاهده مجموعه نمودارهای ۵ و ۶، متوجه می‌شویم که فعالیت آژانس ذخیره‌سازی انحصاری، سبب ثبات بیشتر قیمت‌های گاز طبیعی، که تابعی از نرخ عرضه‌اند، می‌شود. اما در مقایسه با بازار رقابتی از شدت کم‌تری برخوردار است. آژانس ذخیره‌سازی انحصاری، در مقایسه با آژانس‌های رقابتی، کم‌تر معامله می‌کند و بنابراین، فعالیت‌های آن تأثیر کم‌تری بر روی کاهش روند قیمت‌ها دارد.

ماهیت تأثیرگذاری فعالیت‌های سیاست‌های ذخیره‌سازی، در بازارهای رقابتی و انحصاری بر قیمت‌های گاز طبیعی متفاوت است. در حالت رقابت خالص، هنگامی که عرضه نسبتاً بالا است و حجم قابل ملاحظه‌ای از امکانات ذخیره‌سازی موجود است، قیمت‌ها به‌طور مطلوبی پایدار است. تنها حالت استثنا، زمانی است که عرضه به اندازه کافی بالا بوده و حداکثر ظرفیت ذخیره‌سازی تقریباً مورد استفاده قرار گرفته باشد، و با محدودیت ذخائر اضافی مواجه باشیم. این امر، عرضه بیشتری در بازار ایجاد کرده و سبب افت قیمت‌ها می‌شود. در حالی که در بازار انحصاری، سیاست ذخیره‌سازی در مقایسه با بازار رقابتی، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی کاهش قیمت‌ها ندارد.

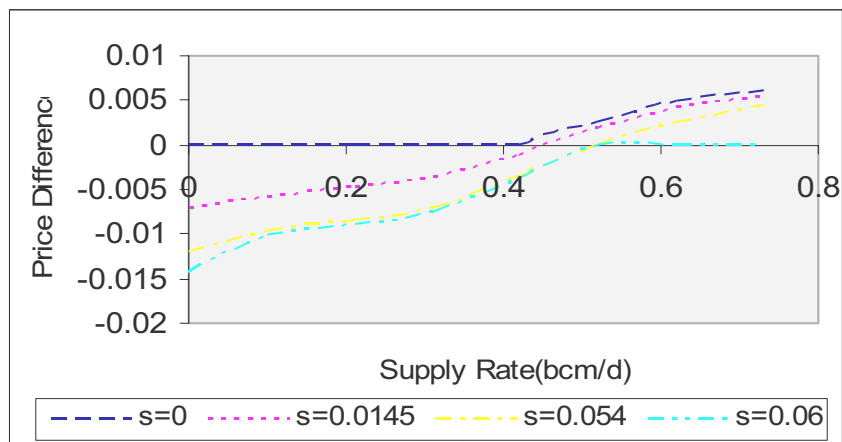
مجموعه نمودار ۴- نرخ ذخیره‌سازی بهینه در نرخ‌های عرضه و سطوح ذخایر مختلف



مجموعه نمودار ۵- قیمت گاز طبیعی در نرخ‌های مختلف عرضه و سطوح مختلف ذخایر



نمودار ۶- تفاوت قیمت در نرخهای مختلف عرضه و سطوح مختلف ذخایر



۵- نتایج

گاز طبیعی از جمله منابع تأمین انرژی تجدیدناپذیر است که تولید و عرضه آن به صورت پیوسته انجام می‌گیرد. این منبع مهم تأمین انرژی، به عنوان یک کالای استراتژیک برای بسیاری از صنایع در کارخانجات محسوب می‌شود و لذا متقاضیان آن با ایجاد تسهیلات و امکانات ذخیره‌سازی تلاش می‌کنند خود را در مقابل نوسانات و بحران‌های ناشی از کمبود عرضه گاز طبیعی، مصون نگه دارند.

در این مقاله، با نگاهی اجمالی به ویژگی‌های عمومی بازارهای گاز طبیعی، الگویی ارائه شد، که ضمن تطابق با شرایط کلی بازار گاز طبیعی، تأثیر امکان ذخیره‌سازی را بر نوسانات قیمت گاز طبیعی در بازار رقابتی و انحصاری تبیین کند.

نتایج به دست آمده در هر دو حالت انحصاری و رقابتی، مطابق با ماهیت پدیده ذخیره‌سازی است. به این مفهوم که، وجود امکانات ذخیره‌سازی در بازار گاز طبیعی، سبب ملایم شدن نوسانات قیمت گاز طبیعی می‌شود. این نتیجه، در حالت رقابت کامل بازار بسیار مشهودتر از حالت بازار انحصار ذخیره‌سازی است.

در بازار رقابتی، وجود امکان ذخیره‌سازی در نهایت، منجر به ثبات بیشتر قیمت‌ها می‌شود. به ویژه، اگر قیمت، بالاتر از میانگین بلندمدت باشد، وجود امکان ذخیره‌سازی، قیمت‌ها را متناسب با تابع تقاضا کاهش می‌دهد. از سوی دیگر اگر قیمت‌ها پایین‌تر از

میانگین بلندمدت باشند، وجود امکان ذخیره‌سازی، سبب افزایش قیمت نسبت به قیمت‌های اولیه خواهد شد. به راحتی می‌توان نتیجه گرفت که ذخیره‌سازی، نوسانات قیمت را از طریق نگه داشتن آن در حد میانگین بلندمدت، یعنی کاهش و تعدیل شیب تابع قیمت اصلی، تحت تأثیر قرار می‌دهد.

ماهیت تأثیرگذاری فعالیت‌های سیاست‌های ذخیره‌سازی در بازارهای رقابتی و انحصاری بر قیمت‌های گاز طبیعی، متفاوت است. در حالت رقابت خالص، هنگامی که عرضه نسبتاً بالا است و حجم قابل ملاحظه‌ای از امکانات ذخیره‌سازی موجود است، قیمت‌ها به‌طور مطلوبی پایدارند. تنها حالت استثنا، زمانی است که عرضه به اندازه کافی بالا بوده و حداکثر ظرفیت ذخیره‌سازی تقریباً مورد استفاده قرار گرفته باشد، و با محدودیت ذخائر اضافی مواجه باشیم. این امر، عرضه بیشتری در بازار ایجاد کرده و سبب افت قیمت‌ها می‌شود. در حالی که در بازار انحصاری، سیاست ذخیره‌سازی در مقایسه با بازار رقابتی، تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر روی کاهش قیمت‌ها ندارد.

منابع

- ۱- درخشان، مسعود، آبان ماه (۱۳۸۳)، "مشتقات و مدیریت ریسک در بازارهای نفت"، موسسه مطالعات بین‌المللی انرژی، ۴۴۱-۴۴۸.
- 2- Adams, A., Philip Booth, David Bowie and Della Freeth, (2003), "Investment Mathematics", John Wiley & Sons Pub, pp187-224
- 3- Asche, F., P. Osmundsen, R. Tveteras, (2002), "European Market Integration for Gas ? Volume Flexibility and Political Risk", Energy Economics 24, 249-265.
- 4- Blanco, C., David Soronow, (2003), "Mean Reverting Processes- Energy Price Processes Used For Derivatives Pricing & Risk Management", <http://www.fea.com>.
- 5- Case, Karl E., John M. Quigley, and Robert J. Shiller, (July 2001), "Stock Market Wealth, Housing Market Wealth, Spending, and Consumption", Paper prepared for the NBER Summer Institute, Cambridge, MA.
- 6- Dreyfus, Stuart, (2004), "Richard Bellman On The Birth Of Dynamic Programming" University of California, Berkeley, <http://www.ieor.berkeley.edu>.
- 7- Daniels, M., J. D. Farmer, G. Iori, D. E. Smith, (2001), "How Storing Supply and Demand Affects Price Diffusion", <http://xxx.lanl.gov/condmat>.

- 8- Hsiao, C., Y. Shen (2002) "Is There a Stable Money Demand Function under the Low Interest Rate Policy? A Panel Data Analysis" Bank of Japan, Monetary and Economic Studies 20, 2, 1-23.
- 9- Jensen, J. T.,(2003), "Flexibility in Natural Gas Supply and Demand. OECD/IEA. The LNG Revolution", International Energy Agency, The Energy Journal 24, 1-45.
- 10- Leaver-Fay, A., B. Kuhlman, J. Snoeyink,(2005), "An Adaptive Dynamic Programming Algorithm for the Side Chain Placement Problem Pacific Symposium on Biocomputing", <http://www-2.cs.cmu.edu>.
- 11- Nelson, C. Mark, (2001), International Macroeconomics and Finance: Theory and Econometric Methods, Blackwell Publishers, pp 221-249.
- 12- Papalambros, P., D. Wilde,(2000), "Principles of Optimal Design: Modeling and Computation", Cambridge University Press, 2nd edition.
- 13- Pesaran, M. H., A. K. Tahmiscioglu (2002) "Maximum Likelihood Estimation of Fixed Effects Dynamic Panel Data Models Covering Short Time Periods" Journal of Econometrics 109, 107-150.
- 14- Shakkottai, S., R. Srikant, and A. Stolyar, June/July (2002), "Pathwise optimality and state space collapse for the exponential rule" in Proc. ISIT, Lausanne, Switzerland, p. 379.
- 15- Tobin, James, James Thompson, (2001), "Natural Gas Storage in the United States in 2001: A Current Assessment and Near-Term Outlook", Energy Information Administration, Natural Gas Monthly.
- 16- Williams, Jeffery C. & Brian D. Wright, (1991), "Storage and Commodity Markets", Cambridge University Press., pp 146-185.