مجله تحقیقات اقتصادی / شماره ۵۲ / پائیز و زمستان ۷۷ / صفحات ۱۰۲-۸۷

آیا قیمت سهام در بازار بورس تهران قابل پیش‌بینی است؟

(نگرشی جدید به رفتار قیمت سهام و قابلیت پیش‌بینی در بازار بورس تهران)

علی خاکی صدیق *

کارو لوکس **

حمید خالوزاده ***

چکیده:

با استفاده از تحلیلهای غیر خطی ریاضی بر روی قیمت سهام یکی از شرکتها در بازار بورس تهران، ماهیت فرآیند مربوط به سری زمانی قیمت آن شرکت، مشخص می‌گردد. شرکت انتخاب شده در این تحقیق شهد-ایران است، لیکن روش های بکار رفته برای هر شرکت دیگری نیز قابل اعمال است. در این مقاله نشان داده شده‌است که رفتار فرآیند مربوط به سری زمانی قیمت شهد-ایران رفتار آشوبگونه ضعیف [1] است، تمایز این گونه رفتار با رفتار تصادفی، پیش‌بینی رفتار این سهام را ممکن می‌سازد. همچنین با انجام تحلیل مربوط به تخمین بعد همبستگی [2] دریافته‌ایم که در مدلسازی رفتار قیمت سهام شهد-ایران، تنها قیمتهای ثبت شده قبلی برای تجدید دینامیک و ساختار فرآیند مولد قیمت این سهام کافی نیست و می‌بایست متغیرهای دیگری را نیز دخیل نمود. تحلیل بزرگترین نمای

***. دانشیار گروه کنترل دانشکده برق، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.

**.استاد گروه برق و کامپیوتر دانشگاه تهران.

***. دانشجوی دکترای کنترل و سیستم دانشگاه تربیت مدرس، اداره مطالعات و بررسیهای اقتصادی بورس تهران.

1- Weakly Chaotic

2- Correlation Dimension Estimate

لیاپونوف[1] وجود رفتار آشوبگونه ضعیف را نشان داده و نیز نشانگر عدم تأثیر اطلاعات موجود، پس از یک زمان معین، در فرآیند پیش‌بینی است.

کلمات کلیدی :

فرآیندهای غیرخطی و آشوبگونه، تحلیل غیر خطی سریهای زمانی ایستا[2]، قابلیت پیش‌بینی سیستمهای مالی

۱- مقدمه

با توجه به نبودن اطلاعات دقیق در مورد عوامل مؤثر بر نوسان قیمت سهم در این بازار، پیش‌بینی تغییرات آن به سادگی میسر نیست و بر این اساس فرضیه بازار کارآمد[3] مطرح می‌گردد، به این معنی که نوسانات قیمت سهام با استفاده از اطلاعات قابل دسترس عمومی غیرقابل پیش‌بینی است. این فرضیه بر عدم کارآیی مدلهای خطی همانند ARIMA[4] دلالت دارد. در واقع این فرضیه مبتنی بر نظریه گامهای تصادفی[5] است و بیان مخالف آن به معنای پیش‌بینی‌پذیری[6] قیمتهاست. البته ممکن است بتوان ارتباطی غیرخطی بین اطلاعات یافت که این ارتباط در مدلهای خطی، قابل دسترس نباشد.

ناشناخته بودن عوامل تأثیرگذار بر تغییرات قیمت سهام همواره دلیلی برای روی آوردن به پیش‌بینی تغییرات قیمت سهام شرکتهاست. پیش‌بینی قیمت یا بازده سهام به کمک کشف الگوهای رفتاری فرآیند مولد قیمت سهام امکان‌پذیر بوده و میزان موفقیت در کشف اینگونه الگوهای رفتاری، میزان کارآیی پیش‌بینی را مشخص می‌کند. در واقع فرآیند مولد قیمت سهام را می‌توان به عنوان یک الگوی پویا بررسی کرد. فرآیند مزبور ممکن است به

1- Largest Lyapunov Exponent

2- Stationary Time Series

3- Efficient Markets Hypothesis

4- Auto Regressive Integrated Moving Average

5- Random Walks

6- Predictability

صورت مدلهای خطی، مدلهای غیرخطی و یا مدلهای تصادفی بدست آید.

امروزه یکی از مهمترین موضوعات مورد علاقه اقتصاددانان و تحلیل‌گران مالی، تبیین چگونگی و روند نوسانهای قیمتهاست که راههای متفاوت و دیدگاههای گوناگونی را در این باره پدید آورده است. در این میان با توجه به در دسترس نبودن اطلاعات دقیق درباره عوامل مؤثر بر نوسانهای بازار سهام، پیش‌بینی این تغییرات به سادگی میسر نیست. از اواسط دهه ۷۰ و بویژه از سال ۱۹۸۰، کوششهای جدید و گسترده‌ای در زمینه پیش‌بینی‌پذیری قیمتهای سهام با استفاده از روشهای ریاضی جدید، سریهای زمانی طولانی و ابزارهای پیشرفته‌تر آغاز گردید. آزمونهای زیادی بر روی اطلاعات قیمت و شاخص سهام در کشورهایی مانند انگلستان، آمریکا، کانادا، آلمان و ژاپن صورت گرفت تا وجود ساختاری معین در اطلاعات قیمت سهام نشان داده شود و از این راه، فرضیه گامهای تصادفی را نقض کنند.

روشهای تحلیل غیرخطی، مانند محاسبه و تخمین بعد همبستگی ،تحلیل بزرگترین نمای لیاپونوف وتحلیل R/S[1] را می‌توان بر اطلاعات مالی اعمال کرد تا وجود ماهیت غیرخطی، آشوبگونه و یا ماهیت اتفاقی[2] فرآیند مربوطه را اثبات کرد، [۱]، [۲]، [۳]، [۴]. فرآیند مورد نظر در اینجا، قیمت سهام است و اطلاعات بصورت سری زمانی متشکل از قیمتها موجود است. روش تخمین بعد همبستگی براساس روش ارائه شده در [۵] می‌باشد و تخمینی از بعد فراکتالی[3] فرآیند مولد قیمت را محاسبه می‌کند، با استفاده از تخمین بعد همبستگی می‌توان میزان پیچیدگی مدل تخمین زن ممکنه را ارزیابی کرد [۶] .

تحلیل بزرگترین نمای لیاپونوف به روش ارائه شده در [۷] صورت گرفته‌است. این

1- Rescaled Range Analysis
2- Stochastic Process
3- Fractal Dimension

تحلیل، احتمال وجود فرآیند جاذب غیرخطی[1] را در سیستم قیمت سهام نشان می‌دهد. تحلیل نمای لیاپونوف شاخصی است که میزان اعتماد به تخمینهای آینده و اینکه تخمین تا چه آینده‌ای قابل اعتماد است را نشان می‌دهد.

فرضیه آشوب[2] روش مهمی برای فهم ماهیت فرآیندهای اقتصادی و مالی است. بوسیله این فرضیه نشان داده شده است که سریهای زمانی مربوط به قیمت سهام در آمریکا ماهیت غیر خطی داشته ولی بصورت یک پدیده اتفاقی و قدم زدن تصادفی نیستند [۸]. با اعمال تحلیلهای غیرخطی ذکر شده در [۹]، [۱۰] و [۱۱]، بر روی سریهای زمانی مربوط به قیمت سهام درکانادا نیز نتایج مشابهی دیده‌شده‌است. روشهای تخمین بعد همبستگی و تحلیل نمای لیاپونوف معیارهایی برای جستجوی پدیده آشوب در یک فرآیند مولد سری زمانی هستند. در هر دو معیار فرض می‌شود که فرآیند تحت بررسی، شامل یک سری زمانی است که متعلق به یک جاذب غیرخطی‌است. جاذب های غیرخطی بر حسب خوش‌رفتار بودن و یا رفتار آشوبگونه داشتن مشخص می‌شوند. در یک جاذب غیرخطی خوش رفتار تغییرات کوچک در شرایط اولیه با گذشت زمان کوچک مانده و بزرگ نمی‌شود. در مقابل، یک جاذب غیرخطی با رفتار آشوبگونه به شرایط اولیه حساسیت داشته و تغییرات کوچک در شرایط اولیه با گذشت زمان بزرگ می‌شوند. به عبارت دیگر، در این تعریف نقاط نزدیک به مرور زمان از یکدیگر منفک می‌شوند [۱۲]، این پدیده را می‌توان مستقیماً با محاسبه و تخمین نمای لیاپونوف شناخت. در این روش مقدار مثبت نمای لیاپونوف نشانگر وجود رفتار آشوبگونه است. همچنین می‌توان این پدیده را بطور غیرمستقیم با تخمین بعد همبستگی بررسی کرد.

در این مقاله با استفاده از روشهای فوق و اعمال آن به سری زمانی مربوط به قیمت

1- Strange Attractor

2- Chaos Theory

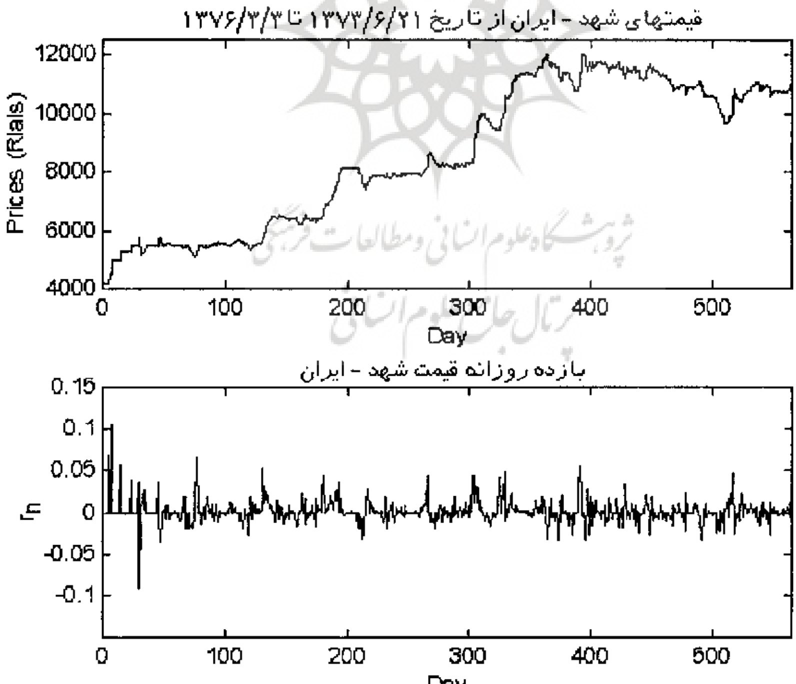
(بازده) سهام شهد-ایران، میزان پیچیدگی فرآیند مولد قیمت و قابلیت پیش بینی آن بررسی می شود.

سری زمانی مورد استفاده در تحلیلهای زیر به صورت بازده لگاریتمی[1] تعریف می‌شود:

$$X_t = \log (P_t/P_{t-1}) \qquad (1)$$

P_t قیمت سهام در tامین روز کاری است، شکلهای (۱ - الف) و (۱ - ب) قیمت سهام شهد ایران و بازده لگاریتمی این سهم را نشان می‌دهد. ۵۶۴ عدد متناظر با قیمت روزانه از تاریخ ۱۳۷۳/۶/۲۱ تا ۱۳۷۶/۳/۳ مورد استفاده قرار گرفته و مبنای مقایسه ۱۳۷۳/۶/۲۱ است.

هر نوع افزایش سرمایه و پرداخت سود نقدی و جایزه در محاسبات وارد شده است.

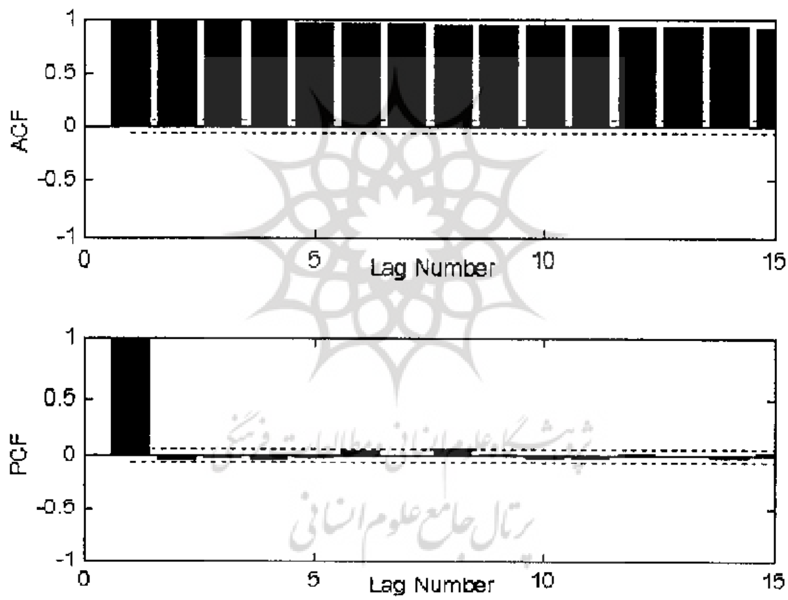


شکل (۱ - الف و ۱ - ب) قیمت سهام شهد-ایران و بازده لگاریتمی این سهم

1- Logarithmic Returns

در اعمال تحلیلهای فوق ابتدا باید سری زمانی مربوطه از نظر ایستایی بررسی گردد. چنانچه سری زمانی مورد مطالعه ایستا نباشد، می‌باید با تبدیلهای لازم، آنرا ایستا کرده، سپس تحلیل را بکار بست.

شکل (۲ - الف و ۲ - ب) بترتیب تابع خودهمبستگی[1] و تابع همبستگی جزئی[2] سری زمانی قیمت شهد-ایران را بازای ۱۵ تأخیر نشان میدهد، همچنین در جدول (۱) نتیجهٔ آزمون ریشهٔ واحد این سری برای یک تأخیر در اطلاعات قیمت سهم آمده است.



شکل (۲ - الف و ۲ - ب) تابع خودهمبستگی و تابع همبستگی جزئی سری زمانی قیمت شهد-ایران

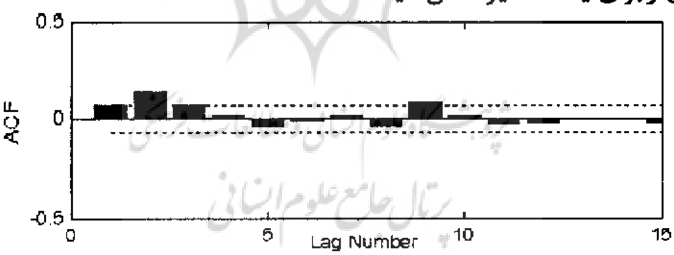
1- Auto Correlation Function
2- Partial Correlation Function

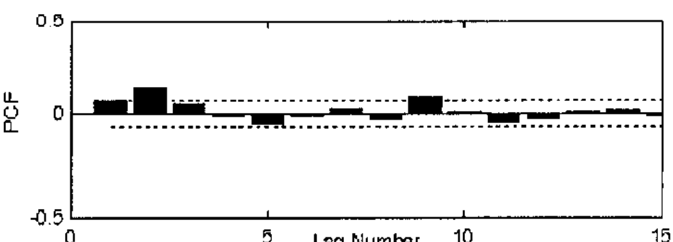
جدول (۱) آزمون ریشهٔ واحد سری زمانی قیمت شهد-ایران

آزمون ریشهٔ واحد دیکی-فولر الحاقی، اعمال شده روی سری زمانی قیمت سهام شهد-ایران	
* ۱٪ مقدار بحرانی -۲/۵۶۹۳ ۵٪ مقدار بحرانی -۱/۹۴۰۰ ۱۰٪ مقدار بحرانی -۱/۶۱۵۹	آمارهٔ آزمون : ADF ۱/۶۸۰۸ * : مقادیر بحرانی ماکینون برای رد کردن فرضیهٔ وجود ریشه واحد

همانطور که از اشکال و جدول مربوطه پیداست، عدم میرایی سریع توابع همبستگی و همچنین مقدار آمارهٔ t دیکی-فولر[1]، محاسبه شده در آزمون ریشهٔ واحد این سری، نشانگر ناایستایی آن هستند.

با تعریف X_t بصورت بازده لگاریتمی،این سری تا حدی روندزدایی[2] شده و سعی در ایستایی آن می‌شود. شکل ۳ - الف و ۳ - ب به ترتیب نشان دهندهٔ تابع خودهمبستگی و تابع همبستگی جزئی سری زمانی بازده شهد-ایران است. جدول (۲) نیز نتیجهٔ آزمون ریشهٔ واحد این سری رابرای یک تأخیر نشان میدهد.





شکل (۳ - الف و ۳ - ب) تابع خودهمبستگی و تابع همبستگی جزئی سری زمانی بازده لگاریتمی شهد-ایران

1- Dickey-Fuller t-statistic
2- Detrend

جدول (۲) آزمون ریشهٔ واحد سری زمانی بازده لگاریتمی شهد -ایران

آزمون ریشهٔ واحد دیکی-فولر افزوده اعمال شده روی سری زمانی بازده لگاریتمی سهام شهد-ایران	
* ۱٪ مقدار بحرانی ۲/۵۶۹۳-	آمارهٔ آزمون ADF : ۱۳/۹۳۹۱-
۵٪ مقدار بحرانی ۱/۹۴۰۰-	*: مقادیر بحرانی ماکینون برای رد
۱۰٪ مقدار بحرانی ۱/۶۱۵۹-	کردن فرضیهٔ وجود ریشه واحد

شکل توابع همبستگی و همچنین مقدار آمارهٔ t، محاسبه شده در آزمون ریشهٔ واحد این سری، نشانگر ایستایی سری زمانی بازده است.

۴- محاسبه و تخمین بعد همبستگی[1]

بعد همبستگی معیاری برای میزان پیچیدگی یک پدیده است.نقطه دارای بعد صفر ، خط دارای بعد یک و نویز سفید و یا فرآیند تصادفی دارای بعد بینهایت است. فرآیندی آشوبگونه دارای بعدی مثبت ولی محدود است. برای محاسبه و تخمین بعد همبستگی، باید انتگرال همبستگی[2] را محاسبه کرد. انتگرال همبستگی $C_M(r)$ برای سری زمانی X_t؛ $\{X_t : t=1 ,...., N\}$ با بردارهای M بعدی، تخمینی از یک احتمال است که دو بردار از سری زمانی به طولM، فاصله‌ای کمتر از r با همدیگر داشته باشند [1],[5]. در واقع می‌توان $C_M(r)$ را به طریق زیر محاسبه نمود:

$$C_M(r) = \lim_{N\to\infty} \frac{2}{N_M(N-1)} \sum_{t<s} I_r\left(X_t^M, X_s^M\right) \qquad (2)$$

1- Correlation Dimension Estimate

2- Correlation Integral

M : بعد محاط[1]

$N_M = N - (M - 1)$

$I_r(X, Y)$ تابع مشخصه‌ای وابسته به (X, Y) است و به شکل زیر تعریف می‌شود :

$$I_r(X, Y) = \begin{cases} 0 ; \| X - Y \| > r \\ 1 ; \| X - Y \| \leq r \end{cases} \tag{۳}$$

در واقع با اندازه‌گیری بعد همبستگی میزان ارتباط و همبستگی میان نقاط در جذب کننده غیرخطی را می‌توان اندازه گرفت. برای محاسبه $C_M(r)$ لازم است که X_t^M تعریف شود. در واقع با وجود مشاهدات قیمت به صورت سری زمانی : $\{X_t ; t=1, 2, ..., N\}$ برداری با بعد M به شکل M - حافظه[2] تشکیل می‌دهیم :

$$X_t^M = [X_t\ X_{t+1} .... X_{t+M-1}] \tag{۴}$$

بعد همبستگی (D_M) برای بعد محاط M به شکل زیر تعریف می‌شود :

$$D_M = \lim_{\substack{r \to 0 \\ N \to \infty}} \frac{\log C_M(r, N)}{\log(r)} \tag{۵}$$

در واقع تعداد N اسکالر تبدیل به $N-M+1$ بردار با درایه‌هایی که با یکدیگر همپوشانی دارند، می‌شود. آنالیز تخمین بعد همبستگی و تحلیل نمای لیاپونوف هر دو بر این اساس قرار دارند. در واقع با ایجاد M حافظه، سعی در تجدید حیات و بازسازی دینامیک فرآیند مواد اطلاعات n بعدی می‌شود $(2n + 1 \leq M)$. به عبارت دیگر، بین M حافظه و فرآیند تولید اطلاعات اصلی یک نگاشت متناظر وجود دارد.

بعد همبستگی سیستم (D) برابر است با:

1- Embedding Dimension

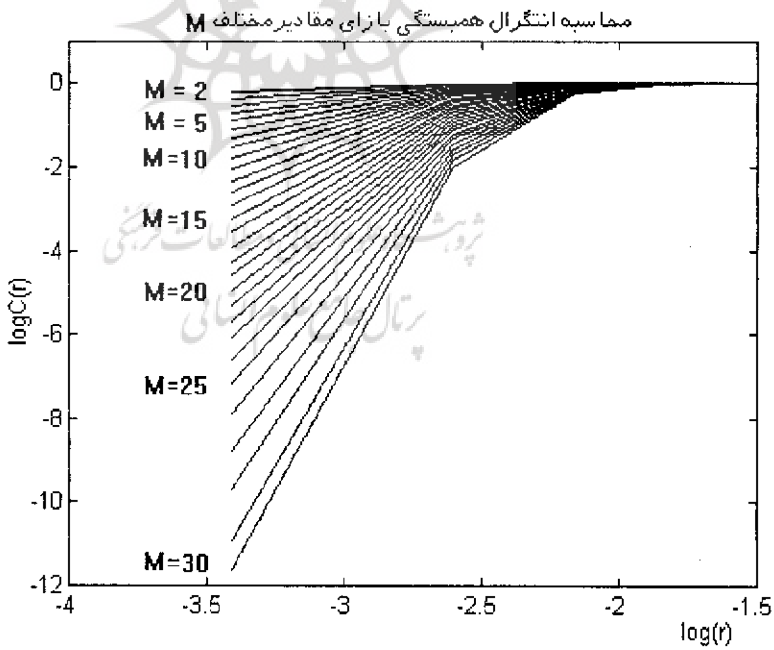
2- M-histories

$$D = \lim_{M \to \infty} D_M \qquad (۶)$$

در محاسبه $C_M(r)$، $N \to \infty$ ولی در عمل N به اندازه تعداد داده های قابل دسترسی است و این مسئله محدودیتی روی مقادیر r و M ایجادخواهد کرد. به ازای مقادیر کوچک r می‌توان نوشت :

$$C_M(r) \sim rD \qquad (۷)$$

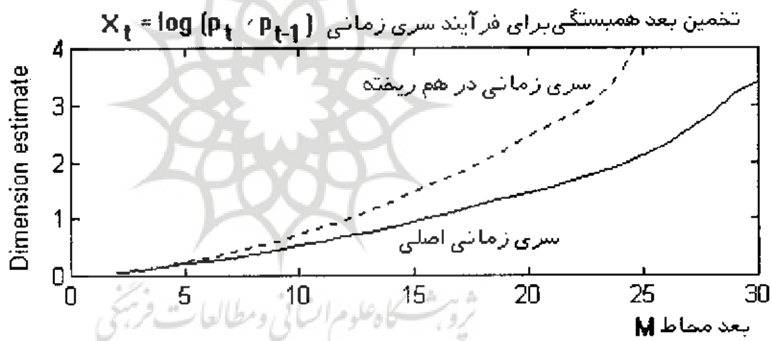
اگر سیستم آشوبگونه باشد، D_M به ازای مقادیر بزرگ M به مقدار مشخصی همگرا می‌شود. فاصله اولیه r ، ٪۱۰ اندازه سری اصلی انتخاب شده است، شکل (۴) نشانگر منحنی‌های $\log (C_M(r))$ بر حسب $\log (r)$ به ازای مقادیر M از ۲ تا ۳۰ است.



شکل (۴)

مقدار تخمین زده شده D_M با افزایش بعد M به مقدار 3.5 همگرا می‌شود.

به منظور ارزیابی نتایج تخمین بعد همبستگی (D)، با استفاده از اطلاعات سری زمانی اصلی، سری زمانی جدیدی ایجاد می‌گردد. این سری جدید با تغییر داده‌ها و جایگذاری تصادفی آنها در سری اصلی ساخته می‌شود. برای سری زمانی جدید شیب انتگرالهای همبستگی افزایش خواهد یافت و D بزرگتری بدست می‌آید (به خاطر از دست رفتن ساختار اطلاعات در سری جدید) [13]. اگر سری زمانی اصلی تصادفی باشد، D محاسبه شده برای سری زمانی جدید تغییر چندانی نخواهد داشت. تغییرات D برای اطلاعات مربوط به سری زمانی اصلی و سری زمانی جدید که بطور تصادفی مرتب شده است در شکل (۵) و جدول (۳) مشاهده می‌شود.



شکل (۵)

تخمین بعد همبستگی برای ابعاد محاط مختلف

	M=3	M=5	M=10	M=20	M=30
SHAHD[1]:	*0.1042*	*0.2079*	*0.5266*	*1.4490*	*3.4034*
SHAHD[2]:	*0.1135*	*0.2427*	*0.7261*	*2.4609*	*inf*

M = بعد محاط

SHAHD[1] = سری اصلی (بازده لگاریتمی)

SHAHD[2] = سری جدید ساخته شده از روی سری اصلی با جایگذاری تصادفی اطلاعات

جدول (۳)

با مشاهده مقادیر بعد همبستگی (D_M) مربوط به سری اصلی و سری زمانی تصادفی اختلاف بین آنها بیشتر از ٪۱۰ بدست می‌آید. مفهوم آن این است که ساختاری غیرخطی در سری زمانی اصلی دیده می‌شود. البته این روش می‌تواند بعنوان ابزاری برای رد فرضیه بازارکارآمد استفاده شود تا اثبات وجود یک سیستم آشوبگونه.

۳- محاسبه بزرگترین نمای لیاپونوف

تحلیل نمای لیاپونوف معیاری است برای اندازه‌گیری میزان همگرایی یا واگرایی مسیرهای نزدیک بهم در فضای فاز[1] ایجاد شده توسط بردارهای M - حافظه [7]. در این روش نیز ابتدا ماتریس مربوط به بردارهای M - حافظه را، به منظور تجدید ساختار فرآیند تولید قیمت تشکیل داده و از میان این ماتریس تمام جفت بردارهایی که در رابطه زیر صدق می‌کنند مشخص می‌شوند:

$$r_o(M\ ;\ i,j) = \|\ X_iM - X_jM\ \| \le r \qquad (۸)$$

r یک عدد کوچک مثبت بوده و ‖.‖ یک متریک است، در اینجا از معیار فاصله اقلیدسی استفاده شده است. در رابطه (۸) نقاط نزدیک بهم درفضای M بعدی انتخاب می‌شوند. با انتقال به جلودادن نقاط نزدیک بهم ٔ شناخته شده با فرمول (۹) ٔ در سری اصلی به اندازه n مرحله، محاسبات زیر انجام می‌شود :

$$r_n(M\ ;\ i,j) = \|\ XM_{i+n} - XM_{j+n}\ \| \qquad (۹)$$

$$d_n(M\ ;\ i,j) = \frac{r_n(M\ ;\ i,j)}{r_o(M\ ;\ i,j)} = \frac{\|\ XM_{i+n} - XM_{j+n}\ \|}{\|\ X_iM - X_jM\ \|} \qquad (۱۰)$$

اگر نقاط نزدیک بهم به ازای n بزرگتر از صفر از یکدیگر جدا شوند، $d_n(M\ ;\ i,j)$ از یک بزرگتر خواهد شد.

1- Phase Space

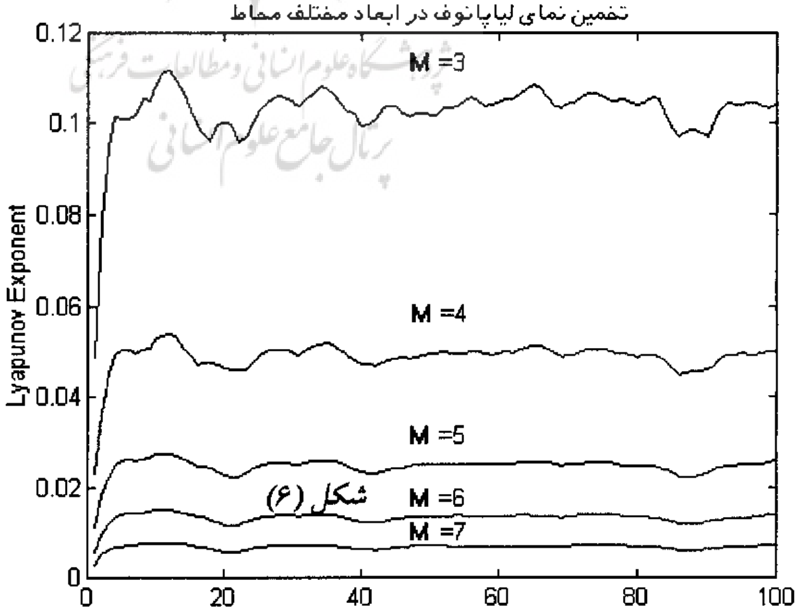
در نهایت فاکتور آماری L به شکل زیر محاسبه می‌گردد :

$$L(M,N) = \sum_{i \neq j} \frac{log\, d_n(M\ ;i\ ,j)}{N(N-۱)} \qquad (۱۱)$$

شکلهای مختلفی از L(M , n) در [۹] آورده شده است. مقدار مثبت L بیانگر عدم همبستگی[۱] بین حالتهای نزدیک در جذب کننده غیرخطی متناظر با فرآیند قیمت سهام است. مقدار مثبت L نشانگر رفتاری آشوبگونه است و بنابراین ارزیابی بلندمدت حالت اولیه غیرقابل پیش‌بینی است.

روش تحلیل نمای لیاپونوف نشان دهنده نقاط واگرا در فضای فاز و یا معرف میزان حساسیت فرآیند به شرایط هر نقطه در فضای فاز است. برای یک جذب کننده غیرخطی آشوبگونه، مقدار L بزرگتر از صفر است.

روش تحلیل نمای لیاپونوف به اطلاعات مربوط به سهام شهد - ایران اعمال شده و به ازای مقادیر M از 3 تا 7 و شیفت زمانی n، از 1 تا 100، منحنی‌های مربوطه در شکل (۶) رسم شده‌اند.



شکل (۶)

1- Decorrelate

محاط شدن جذب کننده غیرخطی در فضایی با بعد بالاتر (M بزرگتر) مطلوب بوده و موجب کشیدگی این جذب کننده و کاهش خطاهای سیستماتیک ناشی از همگرایی غیر یکنواخت در آن می‌شود.

شکل (۶) نمایانگر همگرایی پایدار مقادیر تخمین زده شدهٔ روش تحلیل نمای لیاپونوف برای گامهای زمانی (n)، 1 تا 100 است. مجدداً از روی سری اصلی، سری جدیدی با در هم ریختن تصادفی سری اصلی ساخته می‌شود و مقادیر تخمین زده شده نمای لیاپونوف متناظر محاسبه می‌شود. بزرگتر بودن مقادیر تخمینی نمای لیاپونوف در سری جدید، مبین ماهیت غیر تصادفی سری اصلی بوده و وجود ساختاری غیر خطی را نشان می‌دهد. جدول (۲) مقادیر تخمینی نمای لیاپونوف برای گام زمانی 50 را به ازای بعد محاط 3 تا 7 (m) نشان می‌دهد. عکس این مقدار (T) معرف زمانی است که تأثیر اطلاعات پس از آن از میان رفته و استفاده از اطلاعات گذشته در فرآیند پیش‌بینی بهبودی حاصل نمی‌کند[14].

تخمین L برای ابعاد مختلف محاط در زمان رو به جلو n=50

	M=3	M=4	M=5	M=6	M=7
SHAHD[1]:	*0.1020*	*0.0495*	*0.0249*	*0.0135*	*0.0069*
T :	*9.80*	*20.20*	*40.20*	*74.00*	*145.00*
SHAHD[2]:	*0.2145*	*0.1034*	*0.0523*	*0.0288*	*0.0148*

M = بعد محاط

SHAHD[1] = سری اصلی (بازده لگاریتمی)

T = زمانی که پس از آن تاثیر اطلاعات گذشته محو می‌شود

SHAHD[2] = سری جدید ساخته شده از روی سری اصلی با جایگذاری تصادفی اطلاعات

جدول (۲)

۴- نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از تحلیل روش نمای لیاپونوف نمایانگر وجود اثر حافظه بلندمدت در اطلاعات مربوط به قیمت سهام شهد - ایران است. در واقع با توجه به محاسبات تحلیل نمای لیاپونوف انتظار می‌رود تأثیر اطلاعات گذشته در عرض ۲۰ روز، برای $M=5$ و ۱۴۵ روز برای $M=7$ در فرآیند پیش‌بینی محو گردد. مقدار تخمینی بعد همبستگی فرآیند (D)، ۳/۵ بوده که این عدد پیچیدگی فرآیند را نشان می‌دهد. با توجه به مثبت بودن $L(M\ ,\ n)$، محدود بودن بعد همبستگی فرآیند ($D = 3/5$) و محدود بودن طول اطلاعات قیمت (۵۶۴ عدد از تاریخ ۷۳/۶/۲۱ تا ۷۶/۳/۳) نتیجه می‌شود که فرآیند بطور ضعیف آشوبگونه است، با وجود این خاصیت، تنها تخمین کوتاه مدت قیمت سهام مقدور است. تخمین بعد همبستگی نشانگر پیچیدگی مدل پیش‌بینی است و با استفاده از قیمت، به تنهایی نمی‌توان پیش‌بینی مطلوبی داشت و بایستی تأثیر عوامل دیگری مانند نرخ بهره بانکی، بازار ارز، بازار طلا و سیاستهای کلان اقتصادی را نیز در نظر گرفت.

مراجع

[1] Brock W. A, Hsieh D. A, Lebaron B., "Nonlinear Dynamics, Chaos, and Instability, Statistical Theory and Economic" MIT Press, Massachusetts, 1992

[2] Hinich M.J., Patterson D.M., "Evidence of Nonlinearity in Daily Stock Returns," Journal of Bus. &Econ. Stat.,3,1, 1985,69 - 77

[3] Scheinkman J., LeBaron B., "Nonlinear Dynamics and Stock Returns," Journal of Business, 62,3,1989, 311-338

[4] Hurst H.E., "Long-Term Storage of Reservoirs,"Transactions of the American Society of Civil Engineers, 116,1951, 770-808

[5] Grassberger P., Procaccia I., "Characterization of Strange Attractors," Phys. Review Letters, 50,1983,3460-3490

[6] Casdagli M, "Nonlinear Forecasting, Chaos and Statistics In Modeling Complex Phenomena," Springer - Verlag, Berlin, 1991

[7] Wolf A., Swift J.B., Swinney H.L., Vastano J.A., "Determining Lyapunov Exponent from a Time Series," Physica D, 16,1985,285-317

[8] Brock W., Sayers C, "Is the Business Cycle Characterized by Deterministic Chaos?," Journal of Monetary Economics 22,1988,71-90

[9] Frank M.Z., Stengos T., "The Stability of Canadian Macro-Economic Data as Measured by the Largest Lyapunov Exponent," Economics Letters, 1988

[10] Frank M.Z., Stengos T.,"Chaotic Dynamics in Economic Time-Series," Journal of Economic surveys, 2,1988,103-133

[11] Frank M.Z., Stengos T., "Some Evidence Concerning Macro-Economic Chaos," Journal of Monetary Economics 22, forthcoming, 1988

[12] Frank M.Z., Gencay R., Stengos T., "International Chaos?," European Economic Review, 32,1988,1569-1584

[13] Isham V., "Statistical Aspects of Chaos, A Review in Networks and Chaos Statistical and Probabilistic Aspects," Chamann & Hall, London, 1993

[14] Jasic T., Poh H.L., "Analysis of the Predictability of TOPIX Returns Using Neural Networks, "Neural Network World, 4/1995,485-501