

## معرفی یک سیستم تخفیف - جریمه تعمیر یافته برای بیمه اتومبیل در شرکت بیمه ایران

رحیم محمودوند<sup>۱</sup>

حسین حسینی<sup>۲</sup>

دکتر محمد ذکایی<sup>۳</sup>

### چکیده

در این مقاله یک سیستم تخفیف - جریمه تعمیر یافته براساس مؤلفه‌های فراوانی ادعاهای خسارت، شدت ادعاهای خسارت و مشخصه‌های فردی بیمه‌نامه، مورد بررسی قرار گرفته است. نشان داده شده است که برخی از سیستم‌هایی که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته‌اند حالت خاصی از این سیستم (سیستم تعمیر یافته) هستند. براساس داده‌های گردآوری شده از شرکت‌های بیمه ایران، نتایج حاصل از سیستم تعمیر یافته با نتایج به دست آمده از سیستم‌های ساده‌تر مشتق شده از این سیستم، از نظر تئوری و همچنین محاسبه حقیقه مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند حق بیمه‌های به دست آمده با استفاده از سیستم تعمیر یافته در مقایسه با حالت‌های ساده‌تر، معقول‌تر هستند.

**واژگان کلیدی:** سیستم تخفیف - جریمه تعمیر یافته، ادعای خسارت، فراوانی

خسارت، شدت خسارت

۱. عضو هیأت علمی دانشگاه پیام نور مرکز تویسرکان، گروه آمار (Email: R\_Mahmodvand@Yahoo.com)

۲. دانشجوی دکترای آمار دانشگاه کردیف، دانشکده علوم ریاضی (Email: Hassanih@Cf.ac.uk)

۳. عضو هیأت علمی دانشگاه شهید بهشتی، دانشکده علوم (Email: Zokaei@Sbu.ac.ir)

## ۱. مقدمه

یکی از متداول‌ترین بیمه‌ها، بیمه اتومبیل است. شاید بتوان یکی از دلایل متداول بودن این بیمه‌نامه را این دانست که در بیشتر موارد، خسارت‌های ناشی از این بیمه (به ویژه خسارت‌های جانی) به اندازه‌ای سنگین است که راننده نمی‌تواند از عهده پرداخت خسارت برآید. بنابراین تقریباً همه کسانی که صاحب خودرو هستند، به نوعی از این بیمه استفاده می‌کنند. به علاوه در برخی از کشورها (از جمله ایران) بیمه اتومبیل به صورت اجباری است.

به طور کلی بیمه یک قرارداد بین بیمه‌گر (شرکت بیمه) و بیمه‌گذار (که در بیمه اتومبیل به راننده اطلاق می‌شود) است. وجود مطلوبیت برای طرفین (بیمه‌گذار و بیمه‌گر)، شرط لازم برای عقد قرارداد است. مطلوبیت برای بیمه‌گر به تناسب بین حق بیمه دریافتی از بیمه‌گذار و میزان خسارتی که به بیمه‌گذار می‌پردازد، بستگی دارد. مطلوبیت برای بیمه‌گذار نیز به میزان پوشش بیمه در ازای حق بیمه پرداختی، بستگی دارد. لذا تعیین حق بیمه مناسب برای بیمه‌گذار یکی از مقوله‌های مهم در این بحث است. به طور کلی می‌توان از دو رهیافت زیر برای تعیین حق بیمه استفاده کرد:

- حق بیمه برای بیمه‌گذاران مختلف، یکسان باشد.
- حق بیمه برای بیمه‌گذاران مختلف، متفاوت باشد.

رهیافت اول ناعادلانه است. زیرا میزان مطلوبیت آن برای رانندگان با احتیاط، کم و برای رانندگان بی‌احتیاط، زیاد است. در این روش هیچ کنترلی بر رفتار رانندگان بی‌احتیاط وجود ندارد. رهیافت دوم مبنای معرفی سیستم‌های تخفیف-جریمه است که در این متن ما به اختصار با نماد BMS نشان می‌دهیم. در ادامه این مقاله هر جا از نماد BMS استفاده می‌شود، منظور نویسندگان سیستم‌های تخفیف-جریمه است. این سیستم‌ها سال‌هاست که مطرح شده‌اند و در بسیاری از کشورها در انواع و اقسام

مختلف مورد استفاده قرار گرفته‌اند. لمیر<sup>۱</sup> مطالب جالبی درباره این سیستم‌ها مطرح کرده است. فرانگوس و رونتوس<sup>۲</sup> نیز منابع فراوانی در این زمینه معرفی کرده‌اند. در طراحی یک BMS، ابتدا بیمه‌گذاران با توجه به مشخصات خود در رده‌های همگن تقسیم می‌شوند و سپس به بیمه‌گذاران درون هر رده حق بیمه یکسان نسبت داده می‌شود. در سیستم‌های رده‌بندی برای بیمه اتومبیل، به راننده‌ای که هیچ تصادفی نداشته است، به یک میزان مشخص در حق بیمه سال بعد تخفیف تعلق می‌گیرد و چنانچه تصادف داشته باشد باید مبلغی اضافه (که همان جریمه است) بر حق بیمه اصلی بپردازد. این روش دسته‌بندی پسین، بهترین و کاراترین روش برای دسته‌بندی بیمه‌نامه‌ها با توجه به ریسک آن‌ها است (Denuit & Dhaene, 2001). در واقع یک BMS علاوه بر رده‌بندی مناسب بیمه‌گذاران در پرتفوی باعث می‌شود که ریسک‌های بد نیز (به دلیل حق بیمه بالای آنها) از پرتفوی بیمه خارج شوند (Kamiya, 2006).

در ساده‌ترین حالت، بیمه‌گذاران (در اینجا رانندگان) به دو گروه تقسیم می‌شوند: رانندگان با احتیاط و رانندگان کم احتیاط. هم‌چنین در یک BMS، حق بیمه‌ای قابل قبول، به عنوان حق بیمه اصلی برای بیمه‌نامه تعیین می‌شود و سپس آن را با یک کمیت تصادفی (تخفیف یا جریمه) که به سوابق راننده و بیمه‌نامه بستگی دارد، تعدیل می‌کند (Taylor, 1997).

برای تعدیل حق بیمه اصلی می‌توان از سه الگوی زیر استفاده کرد:

- BMS بر اساس تعداد ادعاهای خسارت بیمه‌گذار.
- BMS بر اساس تعداد ادعاها و میزان شدت ادعاهای خسارت بیمه‌گذار.
- BMS بر اساس تعداد ادعاهای خسارت، میزان شدت ادعاهای خسارت، و

---

1. Lemaire  
2. Frangos & Vrontos

مشخصه‌های فردی بیمه‌نامه (مانند سن راننده، مدل اتومبیل، نوع اتومبیل و سایر مشخصه‌های تأثیرگذار بر توزیع تعداد و شدت ادعاهای خسارت). واضح است که حالت سوم تعمیمی از دو الگوی دیگر است. الگوی مورد بحث در این مقاله برای پرتفوی بیمه شخص ثالث مورد بررسی قرار گرفته است. مطالب این مقاله در بخش‌های بعد، به صورت زیر ارائه شده‌اند.

در بخش دوم مدل تعمیم یافته مورد بررسی قرار می‌گیرد و فرمول‌هایی برای محاسبه حق بیمه ارائه می‌شود. در بخش سوم نشان داده شده است که تحت برخی شرایط، مدل تعمیم یافته به فرم‌های ساده‌تری که تاکنون مورد استفاده قرار گرفته‌اند (و هم اکنون هم در برخی از کشورها در حال اجرا هستند)، تبدیل می‌شود. در بخش چهارم سه مدل مطرح شده در مقاله به یک مجموعه داده واقعی (گردآوری شده از شرکت‌های بیمه ایران) برازش داده شده است و مقادیرهای حق بیمه در چند حالت محاسبه شده است. نتایج این تحقیق به همراه چندین پیشنهاد برای سیستم‌های بیمه‌ای در بخش پنجم ارائه شده‌اند.

## ۲. معرفی سیستم تعمیم یافته

در حالت تعمیم یافته، مؤلفه‌های فراوانی<sup>۱</sup> تعداد ادعاهای خسارت، شدت خسارت‌ها<sup>۲</sup> و مشخصه‌های فردی<sup>۳</sup> مربوط به بیمه‌نامه (شامل مشخصات راننده و اتومبیل) که بر توزیع تعداد ادعاها و شدت ادعاها تأثیرگذارند، مورد استفاده قرار گرفته‌اند. در زیربخش ۱-۲ مؤلفه‌های تعداد ادعاهای خسارت و در زیربخش ۲-۲ مؤلفه‌های شدت ادعاهای خسارت بررسی می‌شوند و با استفاده از نتایج حاصل از این دو زیربخش، مقدار حق بیمه محاسبه می‌شود.

1. Frequency Component
2. Severity Characteristics
3. Individual Characteristics

## ۱-۲. مؤلفه تعداد فراوانی ادعاهای خسارت

برای توزیع تعداد ادعاهای خسارت در ادبیات آماری بیمه، توزیع‌های مختلفی پیشنهاد شده است. برای مثال سیل<sup>۱</sup>، والهین و پاریس<sup>۲</sup> نشان داده‌اند که توزیع‌های پواسن آمیخته برای توزیع تعداد ادعاهای خسارت، انتخاب‌های مناسبی هستند. ویلموت<sup>۳</sup>، پنجر<sup>۴</sup>، ترمبلی<sup>۵</sup>، دنوئیت<sup>۶</sup> نیز توزیع‌های دیگری مانند پواسن-گوسی معکوس را برای این منظور پیشنهاد کرده‌اند. تربرگ<sup>۷</sup> پیشنهاد کرده است که از یک مدل لگ خطی برای توزیع تعداد ادعاهای خسارت استفاده شود. با استفاده از مدل لگ خطی می‌توان مشخصه‌های فردی بیمه‌نامه‌ها را نیز در مدل وارد کرد. همچنین دیون و واناس<sup>۸</sup> یک مدل تعمیم‌یافته معرفی کردند که براساس تعداد ادعاهای خسارت و مشخصه‌های فردی تأثیرگذار بر توزیع تعداد ادعاها، مشخص می‌شود.

فرض کنید برای بیمه‌نامه  $i$  ام اطلاعات مربوط به  $t$  دوره زمانی در اختیار باشد.  $N_{ij}$  را تعداد ادعاهای خسارت برای بیمه‌نامه  $i$  ام و دوره  $j$  ام در نظر بگیرید. فرض کنید که توزیع تعداد تصادف‌ها، پواسن ناهمگن باشد:

$$\Lambda_{ij} \mid N_{ij} = \lambda_{ij} \sim \text{Poisson}(\lambda_{ij})$$

ویژگی ناهمگنی با متغیر تصادفی  $\Lambda_{ij}$  نشان داده شده است. از طرفی فرض کنید  $\Lambda_{ij} = \exp\{c_{ij} \cdot \beta\} U_i$  که در آن  $c_{ij} = (c_{ij1}, \dots, c_{ijh})$  برداری شامل  $h$  مشخصه فردی موثر بر توزیع تعداد ادعاها،

1. Seal, 1982
2. Valhin & Paris, 1999
3. Wilmot, 1987
4. Panjer, 1987
5. Tremblay, 1992
6. Denuit, 1997
7. Terberg, 1996
8. Dionne and Vanasse, 1989 & 1992

$\beta$  بردار ضرایب و  $c_{ij} \cdot \beta$  نمایانگر حاصل ضرب داخلی دو بردار  $c_{ij}$  و  $\beta$  است. برای سادگی از این به بعد بنا به قرارداد فرض می‌کنیم  $c_{ij} \cdot \beta = c_{ij}$ . همچنین  $U_i \sim \text{gamma}(a, a)$  و دارای تابع چگالی احتمال زیر است:

$$f_{U_i}(u) = \frac{a^a u^{a-1} e^{-au}}{\Gamma(a)}$$

با این فرض‌ها به راحتی می‌توان دید که:

$$f_{N_{ij}}(n_j) = \frac{\Gamma(n_j + a)}{\Gamma(a)\Gamma(n_j + 1)} \left[ \frac{\exp(c_{ij}\beta)}{a + \exp(c_{ij}\beta)} \right]^{n_j} \left[ \frac{a}{a + \exp(c_{ij}\beta)} \right]^a$$

یعنی توزیع متغیر تصادفی  $N_{ij}$  به صورت دو جمله‌ای منفی است. برای این توزیع می‌توان دید:

(۱)

$$E[N_{ij}] = \exp(c_{ij}\beta), \quad \text{var}[N_{ij}] = \exp(c_{ij}\beta) \left[ 1 + \frac{\exp(c_{ij}\beta)}{a} \right]$$

از رابطه‌ی (۱) واضح است که  $\text{var}[N_{ij}] \geq E[N_{ij}]$ . اما می‌دانیم که در توزیع پواسن  $\text{var}[N_{ij}] = E[N_{ij}]$ . از فواید استفاده از توزیع پواسن آمیخته (به جای توزیع پواسن) این است که می‌توان از مجموعه داده‌های با پراکندگی زیاد نیز صحبت کرد. در واقع می‌توان مدل مورد نظر را با توجه به وجود این داده‌ها برازش داد. توجه کنید که این رابطه برای هر توزیع پواسن آمیخته دیگری با توزیع آمیزنده، غیر از توزیع گاما نیز برقرار است، زیرا:

$$E[N_{ij}] = E[E[N_{ij} | \Lambda_{ij}]]$$

$$\text{var}[N_{ij}] = E[\text{var}[N_{ij} | \Lambda_{ij}]] + \text{var}[E[N_{ij} | \Lambda_{ij}]] \geq E[N_{ij}]$$

با فرض اینکه متغیرهای تصادفی  $N_{ij} | U_i$  مستقل از هم باشند و  $f(n_1, \dots, n_i | U_i = u_i)$  نشان دهنده توزیع  $N_{i1}, \dots, N_{ii} | U_i = u_i$  باشد،

داریم:

$$\begin{aligned} f(n_1, \dots, n_t | U_i = u_i) &= \prod_{j=1}^t P[N_{ij} = n_j | U_i = u_i] \\ &= \prod_{j=1}^t P[N_{ij} = n_j | \Lambda_{ij} = \lambda_{ij}] \\ &= \prod_{j=1}^t \frac{e^{-\lambda_{ij}} (\lambda_{ij})^{n_j}}{n_j!} \end{aligned}$$

اگر  $f(u_i | n_1, \dots, n_t)$  نشان دهنده توزیع  $U_i | N_{i1}, \dots, N_{it}$  باشد، آن گاه داریم:

$$f(u_i | n_1, \dots, n_t) \propto f_{U_i}(u_i) f(n_1, \dots, n_t | U_i = u_i)$$

$$\Rightarrow f(u_i | n_1, \dots, n_t) \propto u_i^{a + \sum_{j=1}^t n_j - 1} e^{-u_i(a + \exp(c_{ij}\beta))}$$

پس می توان دید که توزیع پسین  $\Lambda_{i,t+1} | N_{i1}, \dots, N_{it}$  همان توزیع گاما با پارامترهای تغییر یافته  $\left[ a + \sum_{j=1}^t N_{ij}, \exp(-c_{i,t+1}\beta) \left[ a + \sum_{j=1}^t \exp(c_{ij}\beta) \right] \right]$  است. این بدان معناست که توزیع گاما جزء خانواده‌ی توزیع‌های مزدوج توزیع پواسن است (Casella & Berger, 2001). اکنون اگر از رهیافت بی‌زی با در نظر گرفتن تابع زیان درجه دوم برای برآورد متوسط تعداد ادعاهای خسارت در دوره‌ی  $t+1$  (فرض کنید با  $\hat{\Lambda}_{i(t+1)}$  نشان داده شده است) استفاده شود، نتیجه به صورت زیر است:

$$\hat{\Lambda}_{i,t+1} = E[\Lambda_{i(t+1)} | N_{i1}, \dots, N_{it}] = \frac{a + \sum_{j=1}^t N_{ij}}{a + \sum_{j=1}^t \exp(c_{ij}\beta)} \exp(c_{i(t+1)}\beta) \quad (۲)$$

توجه کنید که در زمان  $t=0$ ، مقدارهای  $\sum_{j=1}^t N_{ij}$  و  $\sum_{j=1}^t \exp(c_{ij}\beta)$  برابر صفر

هستند و در نتیجه  $\hat{\Lambda}_{i1} = \exp(c_{i1}\beta)$ . این بدان معناست که در دوره اول تنها از مشخصه‌های فردی استفاده شده است و این معقول به نظر می‌رسد. زیرا در دوره اول سابقه و هیچ‌گونه اطلاعاتی جز مشخصه‌های فردی در اختیار نیست.

## ۲-۲. مؤلفه شدت خسارت

در این قسمت مؤلفه شدت خسارت در تعیین حق بیمه مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرض کنید  $X_{ijk}$  میزان خسارت ناشی از ادعای خسارت  $k$ ام در دوره  $j$ ام برای بیمه‌نامه‌ی  $i$ ام باشد. در این صورت کل میزان ادعای خسارت برای بیمه‌نامه‌ی  $i$  در  $t$  دوره برابر  $\sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk}$  است. همچنین فرض کنید دارای توزیع نمایی با میانگین  $Y_{ij}$  باشد. نیز فرض کنید  $Y_{ij} = \exp(d_{ij} \cdot \gamma) W_i$  که در آن  $d_{ij} = (d_{ij1}, \dots, d_{ijh})$  بردار مشخصه‌های بیمه‌نامه  $i$ ام،  $\gamma$  بردار ضرایب و  $d_{ij} \cdot \gamma$  حاصل ضرب داخلی دو بردار  $d_{ij}$  و  $\gamma$  است. برای سادگی از این به بعد فرض می‌کنیم  $d_{ij} \cdot \gamma = d_{ij} \gamma$ . با فرض این که  $W_i \sim IG(s, s-1)$  با تابع چگالی احتمال به این صورت باشد:

$$f_{W_i}(w) = \frac{(s-1)^s}{\Gamma(s)} w^{-s-1} e^{-\frac{s-1}{w}}$$

با اندکی محاسبه می‌توان دید:

$$f_{X_{ijk}}(x) = \frac{s \left[ (s-1) \exp(d_{ij} \gamma) \right]^s}{\left[ x + (s-1) \exp(d_{ij} \gamma) \right]^{s+1}}$$

توزیع پارتو با پارامترهای  $(s, (s-1) \exp(d_{ij} \gamma))$  است. در نتیجه به راحتی می‌توان دید که:

$$E[X_{ijk}] = \exp(d_{ij} \gamma), \quad \text{var}[X_{ijk}] = \frac{s}{s-2} \exp(2d_{ij} \gamma)$$

مانند آنچه برای توزیع تعداد ادعاهای خسارت گفته شد، واضح است که در این جا



نیز  $\text{var}(X_{ijk}) \geq \{E[X_{ijk}]\}^2$  در حالی که این رابطه با در نظر گرفتن توزیع نمایی با پارامتر  $Y_{ij} = \exp(d_{ij}\gamma)$  به صورت مساوی است. بنابراین مجدداً نتیجه می‌شود که استفاده از توزیع‌های آمیخته باعث می‌شود که بتوان از مجموعه داده‌های با پراکندگی زیاد نیز استفاده کرد.

با فرض استقلال متغیرهای تصادفی  $X_{ijk} | W_i$ ، نتیجه می‌شود که:

$$\begin{aligned} f(x_{11}, \dots, x_{tN_t} | W_i = w) &= \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^{N_{ij}} f(x_{jk} | W_i = w) \\ &= \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^{N_{ij}} f(x_{jk} | Y_{ij} = w \exp(d_{ij}\gamma)) \\ &= \prod_{j=1}^t \prod_{k=1}^{N_{ij}} \frac{1}{w \exp(d_{ij}\gamma)} e^{-\frac{x_{jk}}{w \exp(d_{ij}\gamma)}} \\ &= w^{-\sum_{j=1}^t N_{ij}} \exp\left(-\sum_{j=1}^t N_{ij} d_{ij} \gamma\right) \exp\left\{-\sum_{j=1}^t \frac{\sum_{k=1}^{N_{ij}} x_{jk}}{w \exp(d_{ij}\gamma)}\right\} \end{aligned}$$

با توجه به رابطه بالا و نتیجه  $Y_{i(t+1)} = y \Rightarrow W_i = y \cdot \exp(-d_{i(t+1)}\gamma)$  توزیع شرطی  $Y_{i(t+1)} | x_{11}, \dots, x_{tN_t}$  به این صورت خواهد بود:

$$f(y | x_{11}, \dots, x_{tN_t}) \propto y^{-s - \sum_{j=1}^t N_{ij} + 1} \exp\left\{-\left[(s-1) + \sum_{j=1}^t \frac{\sum_{k=1}^{N_{ij}} x_{jk}}{\exp(d_{ij}\gamma)}\right] \exp(d_{i(t+1)}) / y\right\}$$

در نتیجه:

$$Y_{i(t+1)} | X_{i11}, \dots, X_{iN_{ij}} \sim IG \left( s + \sum_{j=1}^t N_{ij}, \left[ (s-1) + \sum_{j=1}^t \frac{\sum_{k=1}^{N_{ij}} x_{jk}}{\exp(d_{ij}\gamma)} \right] \exp(d_{i(t+1)}\gamma) \right)$$

اکنون اگر از رهیافت بیزی با در نظر گرفتن تابع زیان درجه دوم برای برآورد متوسط شدت ادعاهای خسارت در دوره  $t+1$  (فرض کنید با  $\hat{Y}_{i(t+1)}$  نشان داده شده است) استفاده شود، نتیجه به صورت زیر است:

$$\hat{Y}_{i(t+1)} = \frac{(s-1) + \sum_{j=1}^t \frac{\sum_{k=1}^{N_{ij}} x_{jk}}{\exp(d_{ij}\gamma)}}{s + \sum_{j=1}^t N_{ij} - 1} \exp(d_{i(t+1)}\gamma) \quad (3)$$

مانند آنچه برای مؤلفه تعداد ادعاهای خسارت در بخش ۱-۲ گفته شد، برای برآورد  $\hat{Y}_{i1}$  کافی است توجه کنید که در زمان  $t=0$ ، مقادیرهای  $\sum_{j=1}^t N_{ij}$  و

$\sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk}$  برابر صفر هستند و در نتیجه  $\hat{Y}_{i1} = \exp(d_{i1}\gamma)$ . این بدان معناست که در دوره اول تنها از مشخصه‌های فردی استفاده شده است.

استفاده از مؤلفه شدت خسارت در تعیین حق بیمه اتومبیل مدت زیادی نیست که مورد توجه قرار گرفته است. با وجود این که حضور این مؤلفه در تعیین حق بیمه معقول به نظر می‌رسد، اما هنوز به استثنای برخی از کشورها (مانند کره جنوبی) BMSها بر مبنای مؤلفه تعداد ادعاهای خسارت است (Pinquet, 1998). برای توضیح بیشتر به مثال زیر توجه کنید:

در این مثال حالتی را در نظر بگیرید که مؤلفه شدت خسارت در نظر گرفته نشده است. فرض کنید بیمه‌نامه A یک ادعای خسارت با میزان خسارت سی

میلیون ریال داشته باشد. همچنین فرض کنید بیمه‌نامه B چند ادعای خسارت با مجموع خسارت کم‌تر از سی میلیون ریال داشته باشد. در صورت عدم دخالت مؤلفه شدت خسارت‌ها، بیمه‌نامه B نسبت به بیمه‌نامه A باید جریمه بیشتری پردازد و این منصفانه نیست.

### ۳-۲. محاسبه حق بیمه

برای محاسبه حق بیمه فرض بر این است که مؤلفه‌های تعداد و شدت ادعاهای خسارت مستقل از یکدیگرند. با این فرض و در صورتی که  $P_{i(t+1)}$  نشان دهنده حق بیمه دوره  $t+1$  ام باشد، از رابطه‌ی (۲) و (۳) داریم:

$$P_{i(t+1)} = \hat{\Lambda}_{i(t+1)} \hat{Y}_{i(t+1)} \quad (۴)$$

بر اساس فرمول (۴) حق بیمه از حاصل ضرب BMS تعمیم یافته بر مبنای مؤلفه فراوانی و BMS تعمیم یافته بر مبنای مؤلفه شدت خسارت، به دست می‌آید. این سیستم تعمیم یافته دارای ویژگی‌های مطلوب زیر است:

- سیستم در هر دوره از لحاظ مالی متوازن است.
- با فرض این که میزان زیان ثابت باشد، تعداد تصادف‌های بیشتر، متضمن حق بیمه بیشتر است، یعنی  $P_{i(t+1)}(N+1) > P_{i(t+1)}(N)$
- با فرض این که هیچ تصادفی رخ ندهد، با افزایش زمان، حق بیمه کاهش پیدا می‌کند، یعنی  $P_{i(t+1)}(0) > P_{it}(0)$

### ۳. چند حالت خاص

در این بخش نشان داده می‌شود که برخی از BMS‌های معمول، حالت خاصی از فرم تعمیم یافته معرفی شده در این جا هستند. همان‌طور که در بخش‌های قبل نیز اشاره شد، سیستم تعمیم یافته مذکور، تعمیمی از سیستم اول (بر اساس تعداد ادعاهای خسارت) و دوم (بر اساس تعداد ادعاها و شدت خسارت‌ها) است. برای

بررسی بیشتر و اثبات این که سیستم تعمیم یافته باعث بهبود نتایج می شود، ابتدا این مسئله از نظر تئوری در زیر بخش های به ترتیب ۳-۱ و ۳-۲ مورد بررسی قرار گرفته است و سپس در بخش ۴، نتایج مربوط به یک مثال عددی واقعی، توانایی سیستم تعمیم یافته در مقایسه با سیستم های ساده تر نشان داده شده است.

### ۳-۱. BMS بر مبنای تعداد ادعاهای خسارت

این نوع BMS را می توان به عنوان یکی از ساده ترین BMS ها در نظر گرفت. این سیستم هنوز در بسیاری از کشورها (از جمله کشور ایران) مورد استفاده قرار می گیرد.

فرض کنید برای همه  $i, j$  ها برابری  $\tau = \exp(c_{ij}\beta) / a$  برقرار باشد.

با این جایگزینی نتیجه می شود که:

$$\Lambda_{ij} \sim \text{gamma}(a, \tau) \Rightarrow \Lambda_{i(t+1)} \mid N_{i1}, \dots, N_{it} \sim \text{gamma}\left(a + \sum_{j=1}^t N_{ij}, t + \tau\right)$$

فرض کنید  $\hat{\Lambda}_{i(t+1)}$  برآوردگر بیزی بر مبنای تابع زیان درجه ی دوم برای  $\Lambda_{i(t+1)}$  باشد. در این صورت:

$$\hat{\Lambda}_{i(t+1)} = E \left[ \Lambda_{i(t+1)} \mid N_{i1}, \dots, N_{it} \right] = \frac{a + \sum_{j=1}^t N_{ij}}{t + \tau} \quad (5)$$

نکته جالبی که در رابطه (۵) وجود دارد، این است که مقدار آن تنها از طریق

مجموع ادعاهای خسارت  $(\sum_{j=1}^t N_{ij})$  به سوابق بیمه نامه بستگی دارد. معمولاً رابطه

(۵) را به عنوان حق بیمه در نظر می گیرند (Tremblay, 1992). همچنین می توان

حق بیمه را نسبت به حق بیمه مبنا نوشت. در صورتی که حق بیمه مبنا برابر ۱۰۰

باشد، نتیجه می شود که:

$$P_{i(t+1)} = \frac{E \left[ \Lambda_{i(t+1)} \left| \sum_{j=1}^t N_{ij} \right. \right]}{E \left[ \Lambda_{i(t+1)} \right]} \times 100 = \frac{1 + \frac{\sum_{j=1}^t N_{ij}}{a}}{1 + \frac{t}{\tau}} \times 100 \quad (۶)$$

### ۲-۳. BMS بر مبنای تعداد و شدت ادعاهای خسارت

فرض کنید مؤلفه تعداد ادعاهای خسارت مانند آنچه که در زیر بخش ۱-۳ گفته شد، باشد. همچنین مؤلفه شدت ادعاهای خسارت مستقل از تعداد ادعاها بوده و برای همه  $i, j$  ها:  $\exp(d_{ij}\gamma) = m$ . با به کارگیری این فرضها در سیستم تعمیم یافته نتیجه می شود که:

$$Y_{ij} \sim IG(s, m) \Rightarrow Y_{i(t+1)} \left| X_{i11}, \dots, X_{iN_{ii}} \sim IG \left( s + \sum_{j=1}^t N_{ij}, m + \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk} \right)$$

با به کارگرفتن تابع زیان درجه دوم، برآوردگر به روش بیزی برای متوسط شدت ادعاهای خسارت به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\hat{Y}_{i(t+1)} = \frac{m + \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk}}{s + \sum_{j=1}^t N_{ij} - 1} \quad (۷)$$

ذکر یک نکته درباره رابطه (۷) جالب است و آن ارتباط این فرمول با سوابق بیمهنامه است. در صورتی که سیستم تنها بر اساس مؤلفه تعداد و شدت خسارتها مشخص شود، سابقه بیمهنامه  $i$  ام (تا زمان  $t$ ) عبارت است از  $N_{i1}, \dots, N_{ii}$  (تعداد ادعاهای خسارت) و  $X_{i11}, \dots, X_{iN_{ii}}$  (شدت ادعاهای خسارت). واضح است که رابطه (۷) نیز تنها از طریق مجموع تعداد ادعاها  $(\sum_{j=1}^t N_{ij})$  و شدت ادعاهای خسارت  $(\sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk})$  به سابقه بیمهنامه بستگی دارد. با استفاده از رابطه های (۵) و (۷) رابطه زیر برای محاسبه حق بیمه

به دست می آید:

$$P_{i(t+1)} = \hat{\Lambda}_{i(t+1)} \hat{Y}_{i(t+1)} = \left( \frac{a + \sum_{j=1}^t N_{ij}}{t + \tau} \right) \left( \frac{m + \sum_{j=1}^t \sum_{k=1}^{N_{ij}} X_{ijk}}{s + \sum_{j=1}^t N_{ij} - 1} \right) \quad (8)$$

در صورتی که مقدار پارانتر دوم در رابطه (۸) برابر یک باشد این رابطه برابر رابطه (۵) است. یعنی می توان گفت که این سیستم تعمیمی از سیستم قبلی است. سیستمی که تنها بر اساس مؤلفه تعداد ادعاهاست.

#### ۴. مثال عملی

در این بخش داده های حاصل از چند نمایندگی بیمه ایران مورد بررسی قرار گرفته است. اطلاعات مورد استفاده در این مقاله مربوط به ۸۵۶۷ بیمه نامه است. اطلاعاتی که در اختیار هستند، عبارتند از: سن راننده، مکان جغرافیایی، سن وسیله نقلیه، نوع ماشین، تعداد ادعاهای خسارت و شدت ادعاهای خسارت. در نظر گرفتن این عوامل می تواند تاثیر بسزایی در تعیین حق بیمه داشته باشد. به طور مثال انتظار می رود رانندگان مسن تر با احتیاط بیشتر رانندگی کنند. بنابراین ریسک تصادف برای این رانندگان در مقایسه با رانندگان جوان، کم تر به نظر می رسد. همچنین رانندگانی که در شهرهای کوچک تر رانندگی می کنند نسبت به رانندگانی که در شهرهای بزرگ تر رانندگی می کنند، کم تر در معرض ریسک تصادف هستند. به عنوان عامل دیگر می توان به فرسودگی وسیله نقلیه اشاره کرد. از نظر نوع ماشین نیز معمولاً تعداد تصادف ها در ماشین های سبک بیشتر از ماشین های سنگین است. با این وجود ممکن است عوامل دیگری نیز در توزیع تعداد ادعاها و شدت ادعاهای خسارت تاثیر داشته باشند. لیکن در این جا به همین چند مورد بسنده شده است. لازم به ذکر است که می توان از روش های آماری

مناسب به منظور تعیین عوامل مؤثر و معنی‌دار استفاده نمود.

#### ۴-۱. توصیف داده‌ها

برای توصیف داده‌ها از نمودار و جدول فراوانی استفاده شده است. توزیع فراوانی، تعداد ادعاهای خسارت و مبلغ ادعاهای خسارت در جداول ۱ و ۲ آمده‌اند (در جداول داده شده  $f$  و  $r$  به ترتیب نشان دهنده فراوانی مطلق و فراوانی نسبی هستند). همان طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود درصد زیادی (بیش از ۸۲ درصد) از بیمه‌نامه‌ها هیچ تصادفی نداشته‌اند و حدود ۱۵ درصد نیز تنها یک تصادف داشته‌اند. یعنی می‌توان گفت که بیش از ۹۷ درصد از بیمه‌نامه‌ها کم‌تر از دو بار ادعای خسارت کرده‌اند و تنها ۳ درصد از آنها دو بار و بیش از دو بار ادعای خسارت کرده‌اند. به همین صورت در جدول ۲ مشاهده می‌شود که بیشتر بیمه‌نامه‌ها (۸۵ درصد) ادعای خسارتی کم‌تر از ده میلیون ریال داشته‌اند. حدود ۹۸ درصد بیمه‌نامه‌ها نیز ادعاهای خسارت با میزان کم‌تر از یک صد میلیون ریال داشته‌اند و لذا توزیع ادعای خسارت دارای انحراف مثبت است.

جدول ۱. توزیع فراوانی تعداد ادعاهای خسارت ناشی از بیمه‌نامه‌های تحت بررسی

$N_{ij}$	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	مجموع
$f$	۷۰۹۲	۱۲۵۱	۱۸۶	۳۰	۶	۱	۱	۸۵۶۷
$r$	۰/۸۲۷۸	۰/۱۴۶۲	۰/۰۲۱۷	۰/۰۰۳۵	۰/۰۰۰۶	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۰۱	۱

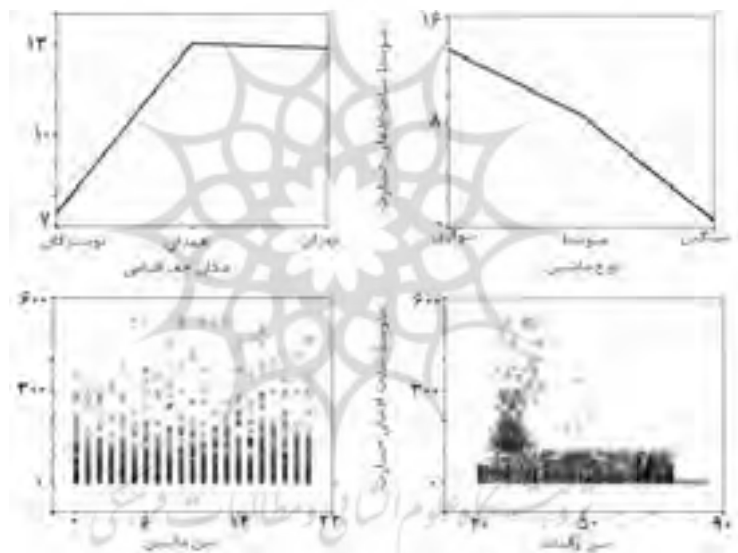
جدول ۲. توزیع فراوانی شدت ادعاهای خسارت ناشی از بیمه‌نامه‌های تحت بررسی (میلیون ریال)

$X_{ijk}$	کمتر از ده	ده تا صد	صد تا پانصد	بیش از پانصد
$f$	۷۲۸۴	۱۱۴۳	۱۱۸	۲۲
$r$	۰/۸۵۰۲	۰/۱۳۳۴	۰/۰۱۳۸	۰/۰۰۲۶

در شکل‌های ۱ و ۲ نحوه توزیع تعداد و شدت ادعاهای خسارت به تفکیک عواملی که مطرح شدند، آمده است. مطابق شکل ۱ سن راننده یک عامل تأثیرگذار

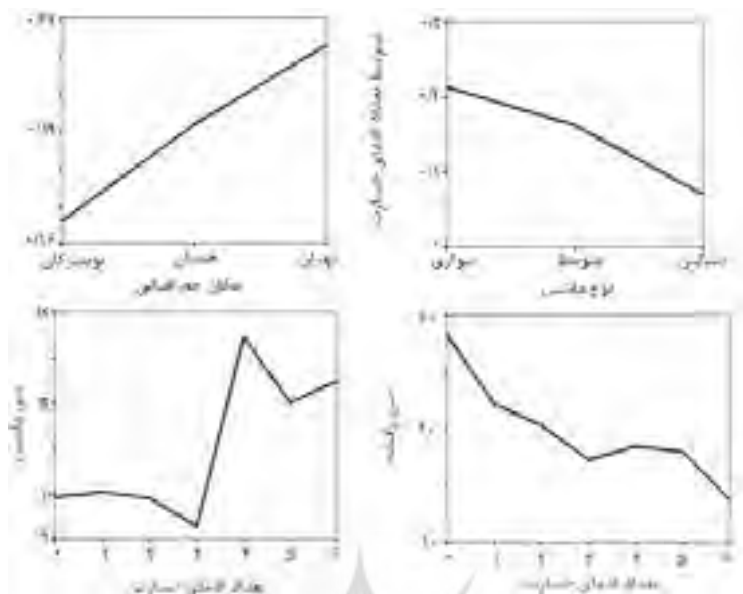
در توزیع شدت ادعاهای خسارت است. همان‌گونه که در این شکل مشاهده می‌شود، شدت ادعاهای خسارت برای راننده‌های با سن کم، بیش‌تر است. از شکل ۱ واضح است که سن ماشین‌ها تأثیر قابل توجهی در توزیع شدت ادعاها ندارد و شدت ادعاهای خسارت در شهرهای بزرگ بیش‌تر از شهرهای کوچک است. همچنین واضح است که شدت ادعاهای خسارت برای ماشین‌های سنگین به مراتب کم‌تر است. بر اساس شکل ۲ نتیجه می‌شود که رانندگان با سن کم‌تر، تعداد تصادف بیشتری داشته‌اند و تعداد تصادف ماشین‌های جدید کم‌تر است. همچنین با توجه به شکل ۲، متوسط تعداد ادعاهای خسارت برای شهرهای بزرگ و برای ماشین‌های سواری بیشتر است.

شکل ۱. توزیع شدت ادعاهای خسارت به تفکیک مشخصه‌های تحت بررسی





شکل ۲. توزیع تعداد ادعاهای خسارت به تفکیک مشخصه‌های تحت بررسی



#### ۲-۴. تحلیل داده‌ها

در این قسمت سیستم‌های مطرح شده در بخش‌های قبل مورد استفاده قرار گرفته‌اند. برآورد پارامترهای این مدل‌ها با استفاده از روش برآوردیابی حداکثر درست‌نمایی به دست آمده‌اند و حق بیمه براساس فرمول‌های ارائه شده محاسبه شده‌اند.

برای تعداد ادعاهای خسارت به راحتی می‌توان دید که  $\bar{N} = 0/20 < S_N^2 = 0/24$  و  $S_N^2$  به ترتیب میانگین و واریانس نمونه‌ای هستند. بنابراین می‌توان از توزیع‌های پواسن آمیخته استفاده کرد. برای برازش توزیع دوجمله‌ای منفی به توزیع داده‌ها، از روش برآوردیابی حداکثر درست‌نمایی استفاده شده است. با استفاده از این روش جواب‌های  $\hat{\tau} = 5/87$ ,  $\hat{a} = 1/20$  به

عنوان برآوردهای حداکثر درست‌نمایی برای پارامترهای مدل به دست می‌آیند. با توجه به داده‌های مربوط به شدت ادعاهای خسارت نتیجه می‌شود  $S_X^2 = 1564/10 < (\bar{X})^2 = 90/44$  که  $\bar{X}$  و  $S_X^2$  به ترتیب میانگین و واریانس نمونه‌ای هستند. بنابراین استفاده از توزیع‌های آمیخته در این مورد نیز مجاز است. اگر مؤلفه شدت ادعاهای خسارت در مدل حضور داشته باشد (همان‌گونه که در بخش‌های قبل نتیجه شد) توزیع پارتو برای شدت ادعاهای خسارت مناسب است. برآورد پارامترهای مدل در این حالت نیز از روش حداکثر درست‌نمایی به دست آمده‌اند. براساس نتایج این روش  $\hat{s} = 1/05$ ,  $\hat{m} = 1/95$ . برای تعیین میزان تأثیر هر یک از مشخصه‌های فردی (شامل سن راننده AD، سن ماشین AC، نوع ماشین TC و مکان جغرافیایی GP) بر توزیع‌های تعداد و شدت ادعاهای خسارت از رگرسیون دوجمله‌ای منفی و مدل خطی تعمیم یافته با پاسخ‌های پارتو استفاده شده است. برای ورود متغیرهای نوع ماشین و مکان جغرافیایی از متغیرهای نشانگر TC1 (برای ماشین‌های سبک برابر با مقدار یک در نظر گرفته شده است)، TC2 (برای ماشین‌های متوسط برابر با مقدار یک در نظر گرفته شده است)، GP1 (برای شهر تویسرکان برابر با مقدار یک در نظر گرفته شده است) و GP2 (برای شهر همدان برابر با مقدار یک در نظر گرفته شده است) استفاده شده است. نتایج حاصل از برآزش مدل رگرسیون دوجمله‌ای منفی در جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳. آزمون معنی دار برای ضرایب رگرسیون دوجمله‌ای منفی

ضریب	مقدار برآورد	خطای معیار (S.E)	p-value
AD	-۰/۰۴۳	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰
AC	۰/۰۰۰	۰/۰۰۴	۰/۹۴۱
TC1	۰/۵۱۱	۰/۰۸۶	۰/۰۰۰
TC2	۰/۲۷۴	۰/۱۱۷	۰/۰۱۹
GP1	-۰/۱۸۰	۰/۱۸۰	۰/۳۱۸
GP2	-۰/۱۲۸	۰/۰۵۹	۰/۰۲۹

با توجه به جدول ۳، در سطح خطای ۲۵ درصد مدل زیر به عنوان یک مدل مناسب پیشنهاد می‌شود:

$$\ln E [N_{ij}] = -0/043 AD + 0/511 TC1 + 0/274 TC2 - 0/128 GP2$$

به همین صورت برای برازش مدل خطی پارتو نتایج در جدول ۴ ارائه شده است.

جدول ۴. آزمون معنی داری برای ضرایب مدل پارتو

ضریب	مقدار برآورد	خطای معیار (S.E)	p-value
ثابت	۱/۷۳۳	۰/۵۸۳	۰/۰۰۳
AD	-۰/۰۵۵	۰/۰۰۲	۰/۰۰۰
AC	-۰/۰۰۷	۰/۰۰۷	۰/۲۷۷
TC1	۳/۲۵۹	۰/۵۶۷	۰/۰۰۰
TC2	۲/۹۸۰	۰/۵۷۸	۰/۰۰۰
GP1	-۰/۴۸۱	۰/۲۶۷	۰/۰۷۱
GP2	-۰/۱۲۹	۰/۰۹۴	۰/۱۷۰

بر اساس جدول ۴ مدل زیر در سطح خطای ۲۵ درصد قابل قبول است:

$$\ln E [X_{ijk}] = 1/733 - 0/055 AD + 3/259 TC1 + 2/980 TC2 - 0/481 GP1 - 0/129 GP2$$

همچنین برآوردهای  $a$  و  $s$  به ترتیب برابر ۵/۵۳ و ۸/۲ هستند. از مقایسه این دو برآورد با آنچه در سیستم‌های ساده‌تر به دست آمد (مقادیر ۱/۲۰ و ۱/۰۵)، نتیجه می‌شود که حضور مشخصه‌های فردی باعث افزایش در مقادیر پارامترها شده است.

### ۴-۳. محاسبه حق بیمه

برای بررسی دقیق‌تر سیستم‌های مطرح شده در این مقاله، مقادیر حق بیمه‌ها برای سه سیستم و در چندین وضعیت مختلف محاسبه شده است. به عنوان پیش فرض، همه محاسبات برای یک راننده سی‌ساله انجام شده است. در ضمن فرض شده است که این راننده مبلغی برابر صد میلیون ریال ادعای خسارت داشته باشد.

در مدل اول (BMS بر مبنای تعداد ادعاهای خسارت) مبلغ ادعای خسارت برای

تعیین حق بیمه لازم نیست. مقادیر محاسبه شده برای این مدل (جدول ۵) نسبت به حق بیمه مبنا محاسبه شده است. براساس جدول ۵ در صورتی که فرد در سال اول تصادف نداشته باشد، مستحق دریافت یک تخفیف پانزده درصدی است و اگر یک تصادف داشته باشد باید پنجاه و هفت درصد جریمه پردازد. در این جدول مقادیرهای حق بیمه با افزایش تعداد ادعاها افزایش و با زیاد شدن زمان (t) کاهش پیدا می‌کند.

جدول ۵. مقدارهای حق بیمه مربوط به BMS طراحی شده بر مبنای تعداد ادعاهای خسارت

تعداد ادعاهای خسارت							
۵	۴	۳	۲	۱	۰		
۴/۴۱	۳/۷۰	۲/۹۹	۲/۲۸	۱/۵۷	۰/۸۵	اول	سال
۳/۸۵	۳/۲۳	۲/۶۱	۱/۹۹	۱/۳۷	۰/۷۵	دوم	
۳/۴۲	۲/۸۷	۲/۳۲	۱/۷۶	۱/۲۱	۰/۶۶	سوم	
۳/۰۷	۲/۵۸	۲/۰۸	۱/۵۹	۱/۰۹	۰/۵۹	چهارم	
۲/۷۹	۲/۳۴	۱/۸۹	۱/۴۴	۰/۹۹	۰/۵۴	پنجم	

مقدارهای محاسبه شده برای سیستم دوم (BMS بر مبنای تعداد و شدت ادعاهای خسارت) در جدول ۶ آمده‌اند. بر مبنای این جدول، فردی که در سال اول هیچ تصادفی نداشته باشد، دقیقاً مانند سیستم قبلی مستحق دریافت یک تخفیف پانزده درصدی می‌شود. اما در صورتی که یک تصادف با مبلغ خسارت صد میلیون ریال داشته باشد، باید برای سال بعد حدود دویست و نود درصد جریمه پردازد. همچنین بر اساس جدول ۴، مقادیر حق بیمه در سطرها بعد از ستون اول کاهش می‌یابند و این تا حدودی معقول است. زیرا اگر راننده‌ای یک تصادف صد میلیون ریالی داشته باشد پریسک‌تر از راننده‌ای است که دو تصادف با مجموع ادعای خسارت صد میلیون ریال دارد.

جدول ۶. مقدارهای حق بیمه مربوط به BMS طراحی شده بر مبنای تعداد و شدت ادعاهای خسارت

تعداد ادعاهای خسارت							
۵	۴	۳	۲	۱	۰		
۲/۲۹	۲/۳۹	۲/۵۶	۲/۹۱	۳/۹۰	۰/۸۵	اول	سال
۱/۹۹	۲/۰۹	۲/۲۴	۲/۵۴	۳/۴۰	۰/۷۵	دوم	
۱/۷۷	۱/۸۵	۱/۹۹	۲/۲۵	۳/۰۲	۰/۶۶	سوم	
۱/۵۹	۱/۶۶	۱/۷۸	۲/۰۲	۲/۷۱	۰/۵۹	چهارم	
۱/۴۴	۱/۵۱	۱/۶۲	۱/۸۴	۲/۴۶	۰/۵۴	پنجم	

مقدارهای حق بیمه برای دو شهر تویسرکان و تهران و برای ماشین‌های سواری براساس سیستم سوم (BMS تعمیم یافته) محاسبه شده است. براساس رابطه (۴) مقدار حق بیمه برای راننده سی ساله یک ماشین سواری برای شهر تویسرکان برابر با هشت میلیون ریال و برای شهر تهران برابر سیزده میلیون ریال است. از مقایسه این دو مقدار، واضح است که راننده‌ای که در تهران رانندگی می‌کند باید حق بیمه بیشتری نسبت به راننده‌ای که با همین شرایط در تویسرکان رانندگی می‌کند، پردازد. این در حالی است که میزان حق بیمه برای هر دو شهر در مدل‌های قبلی یکسان است. برای این که امکان مقایسه دقیق‌تر سیستم تعمیم یافته با دو سیستم قبلی فراهم شود، در جدول‌های ۷ و ۸ میزان تخفیف و جریمه‌ها نسبت به حق بیمه‌های محاسبه شده، در شرایط مختلف ارائه شده است. نکته قابل توجه در جدول‌های ۷ و ۸ این است که مقادیر جریمه با افزایش  $N$  (در سطرها) بیشتر می‌شوند و با افزایش زمان  $t$  (در ستون‌ها) کم‌تر می‌شوند. البته در اینجا فرض بر این است که میزان کل خسارت در هر حالت برابرصد میلیون ریال است (یعنی مثلاً برای یک خسارت، دو خسارت و ... ثابت فرض شده است) و لذا بعد از ستون اول آهنگ افزایش حق بیمه‌ها کند است. اما در صورتی که با هر ادعای خسارت اضافی یک مبلغ به شدت خسارت اضافه شود، آهنگ افزایش حق بیمه‌ها شدیدتر می‌شود.

جدول ۷. مقدارهای حق بیمه مربوط به BMS تعمیم یافته برای شهر تویسرکان

تعداد ادعاهای خسارت							
۵	۴	۳	۲	۱	۰		
۱/۶۹	۱/۶۶	۱/۶۴	۱/۶۰	۱/۵۶	۰/۸۴	اول	سال
۱/۵۷	۱/۵۵	۱/۵۳	۱/۴۹	۱/۴۵	۰/۷۶	دوم	
۱/۴۷	۱/۴۵	۱/۴۲	۱/۳۹	۱/۳۵	۰/۶۹	سوم	
۱/۳۷	۱/۳۵	۱/۳۳	۱/۳۰	۱/۲۶	۰/۶۳	چهارم	
۱/۲۸	۱/۲۶	۱/۲۴	۱/۲۱	۱/۱۸	۰/۵۷	پنجم	

جدول ۸. مقدارهای حق بیمه مربوط به BMS تعمیم یافته برای شهر تهران

تعداد ادعاهای خسارت							
۵	۴	۳	۲	۱	۰		
۱/۴۰	۱/۳۸	۱/۳۶	۱/۳۳	۱/۲۹	۰/۸۴	اول	سال
۱/۳۰	۱/۲۸	۱/۲۶	۱/۲۳	۱/۲۰	۰/۷۶	دوم	
۱/۲۰	۱/۱۹	۱/۱۷	۱/۱۴	۱/۱۱	۰/۶۹	سوم	
۱/۱۲	۱/۱۰	۱/۰۸	۱/۰۶	۱/۰۳	۰/۶۳	چهارم	
۱/۰۴	۱/۰۲	۱/۰۱	۰/۹۸	۰/۹۶	۰/۵۷	پنجم	

## ۵. نتیجه گیری و پیشنهاد

همان‌طور که قبلاً نیز مطرح شد، اهمیت بیمه اتومبیل به اندازه‌ای است که در برخی از کشورها برای دارندگان اتومبیل اجباری است. البته ممکن است بیمه باعث شود که برخی از رانندگان در رانندگی کم‌تر احتیاط کنند که در این صورت شرکت بیمه بیشتر در معرض خطر خواهد بود. یک راهکار مناسب برای بهبود نحوه رانندگی و جلوگیری از خطر ورشکستگی در شرکت‌های بیمه، استفاده از سوابق بیمه‌نامه در محاسبه حق بیمه است.

در این مقاله سیستمی تعمیم یافته برای محاسبه حق بیمه براساس سوابق ادعای خسارت بیمه‌نامه‌ها و عوامل تأثیرگذار بر آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. نشان داده

شد که برخی از سیستم‌های ساده‌تر را که قبلاً در بیمه اتومبیل مورد استفاده قرار می‌گرفته‌اند، می‌توان به عنوان حالت خاصی از این سیستم در نظر گرفت. همچنین براساس داده‌های واقعی، نتایج حاصل از این سیستم تعمیم یافته مورد بررسی قرار گرفت و با سیستم‌های ساده‌تر مشتق شده از این سیستم مقایسه شد. عواملی چون سن راننده، موقعیت جغرافیایی و نوع اتومبیل، به عنوان عوامل تأثیرگذار بر توزیع تعداد ادعاها و شدت ادعاهای خسارت مشخص شدند. برای بررسی بیشتر، مقدارهای حق بیمه در چند حالت مختلف محاسبه شدند. نتایج نشان می‌دهد که سیستم تعمیم یافته در مقایسه با حالت‌های ساده‌تر، برآزش مطلوب‌تری دارد. در واقع حق بیمه معقول‌تری محاسبه می‌شود.

در صورتی که شدت خسارت‌ها در محاسبه میزان جریمه حق بیمه دخیل نباشند و فقط از تعداد ادعاهای خسارت برای این منظور استفاده شود، در اکثر موارد رانندگان تمایلی به گزارش همه موارد تصادف خود ندارند و لذا برآوردهای به دست آمده به نوعی براساس همه اطلاعات نیست و ممکن است از دقت آن‌ها کاسته شود. در حالی که احتساب میزان شدت خسارت‌ها در محاسبه جریمه باعث می‌شود که رانندگان تمایل بیشتری نسبت به اعلام تصادف‌های خود داشته باشند و از همین مسئله می‌توان به عنوان ابزاری برای بازاریابی و جلب رضایت بیمه‌گذار سود جست. هم‌چنین در مثال عملی به روشنی دیده شد که عواملی چون مکان جغرافیایی، سن راننده و نوع اتومبیل بر توزیع تعداد ادعاها و شدت ادعاهای خسارت تأثیر قابل توجهی دارند و در سطوح مختلف این عوامل، تفاوت‌های زیادی بین حق بیمه‌های محاسبه شده وجود دارد. به عنوان مثال حق بیمه‌ها در سطح شهر تهران نسبت به مقدار حق بیمه‌ها در سطح شهر تویسرکان با در نظر گرفتن عامل موقعیت جغرافیایی، بیشتر به دست آمده‌اند.

در ضمن تعیین حق بیمه مناسب براساس همه عوامل و سوابق مربوط به بیمه‌نامه

باعث می‌شود که از یک سو بیمه‌گذاران کم ریسک، بیش تر جذب پرتفوی بیمه شوند و از طرف دیگر بیمه‌گذاران با ریسک بالا تلاش کنند که میزان ریسک ناشی از تصادف را کاهش دهند و یا این که از پرتفوی خارج شوند.

بدیهی است که کاربرد نتایج این تحقیق و تحقیق‌های مشابه، زمانی مفید خواهند بود که براساس یک نظام جامع، اطلاعات مربوط به سوابق بیمه‌نامه‌ها، موجود و قابل استفاده باشند. بنابراین پیشنهاد می‌شود که بیمه‌گران در این خصوص تمهیدات مناسبی را اتخاذ نمایند.

## منابع

1. Casela, G & Berger, R.L 2002, *Statistical inference*, Duxbury Press, 2<sup>nd</sup> ed, Belmont, CA.
2. Denuit, M & Dhaen, J 2001, 'Bonus malus sales using exponential loss functions', *Blätter Der Deutsche Gesellschaft Für Versicherungs- Mathematic*, vol.25, pp. 13-27.
3. Denuit, M 1997, 'A new distribution of poisson-type for the number of claims', *Astin Bulletin*, vol. 27, no. 2, pp.24-29.
4. Dionne, G & Vanase, C 1989, 'A generalization of actuarial automobile insurance rating models: the negative binomial distribution with a regression component', *Astin Bulletin*, Vol. 19, pp. 19-21.
5. Dionne, G & Vanase, C 1992, 'Automobile insurance rate making in the presence of asymmetrical information', *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 7, pp. 149-165.
6. Frangos, N.E & Vrontos, S.D 2001, 'Design of optimal bonus malus systems with a frequency and severity component on an individual base in automobile insurance', *Astin Bulletin*, vol. 31, no. 1, p.p.1-2.
7. Kamiya, S 2006, 'Insurance as geffen god under a bonus malus system and its effecton adverse selection', *American Risk and Insurance Association (ARIA)*, Annual Meeting, Washington D. C.



8. Lemaire, J 1985, *Automobile insurance: actuarial models*, Kluwer Nijhoff, Netherlands.
9. Lemaire, J 1995, *Bonus malus systems in automobile insurance*, Kluwer Academic Publisher, Bostn.
10. Panjer, H.H 1987, 'Models of claim frequency: in advances in the statistical sciences', vol.VI. *Actuarial Sciences*, The University of Western Ontario Series in Philosophy of science, vol. 39, pp. 12-15.
11. Pinquet, J 1998, ' Designing bonus malus system from different types of claims', *Astin Bulletin*, vol. 28, no. 2, pp. 205-220.
12. Seal, H.L 1982, 'Mixed poisson: an ideal distribution claim of number', *Bulletin of the Swiss Association Actuaries*, pp. 293-295.
13. Taylor, G 1997, 'Setting a bonus malus sale in the presence of other rating factor', *Astin Bulletin*, vol. 27, pp. 319-327.
14. Terberg, P 1996, A log linear lagrangian poisson model, *Astin Bulletin*, vol. 26, pp. 123-129.
15. Termeblay, L 1992, Using the poisson inverse gaussian distribution in bonus malus systems, *Astin Bulletin*, vol. 2, pp. 97-116.
16. Walhin, J.F & Paris, J 1999, Using mixed poisson processing connection with bonus malus system, *Astin Bulletin*, vol. 29, no.1, pp. 81-89.
17. Wilmot, G.E 1987, The poisson– inverse gaussian distribution as an alternative the negative binomial, *Scandinavian Actuarial Journal*, pp. 13-127.