فصلنامه صنعت بیمه / سال هفدهم / شماره ۲ / تابستان ۱۳۸۱ / شماره مسلسل ٦٦/ صفحات ۳۷ تا ٦٠

پوشش‌های بیمه اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت[۱]

دکتر محمد ذکایی [۲]
رقیه شاه حسینی‌فر[۳]

چکیده

شرکت بیمه برای کاهش احتمال خسارت‌های سنگینی که ممکن است موقعیت شرکت را به خطر اندازد، با دیگر شرکت‌ها قرارداد اتکایی منعقد می‌کند. یکی از دلایل تمایل به خرید بیمهٔ اتکایی، ظهور ادعاهای خسارت بزرگ به صورت افزایشی است. تعهداتی که برای پوشش چنین ادعاهای خسارتی استفاده می‌شود، به تعهدات بیمهٔ اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت موسوم‌اند. در این مقاله، مهم‌ترین جنبه‌های مربوط به این تعهدات، از جمله تأثیر ظهور ادعاهای خسارت بزرگ بر میانگین مورد انتظار زیان کل، فرمول‌های متناهی و مجانبی حق بیمهٔ خالص و همچنین کران بالا و فرمول‌های بازگشتی حق بیمهٔ خالص را بررسی خواهیم کرد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

---

۱. در مورد ترجمه لغت Claim بین متخصصان بیمه و آمار بیمه تفاوت دیدگاه وجود دارد و متخصصان بیمه آن را «خسارت» و متخصصان آمار بیمه آن را «ادعای خسارت» می‌دانند. در مورد مقاله فوق نیز متخصصان بیمه اعتقاد به درستی عبارت خسارت داشتند اما با توجه به آن که در درجه اول این لغت بین متخصصان آمار بیمه مصطلح است و از سوی دیگر آنان اعتقاد به درستی بحث ادعای خسارت در اخذ پوشش‌های بیمه اتکایی داشتند لذا در متن مقاله لغت ادعای خسارت آمده است.

۲. عضو هیئت علمی و رئیس دانشکده علوم ریاضی دانشگاه شهید بهشتی.

۳. کارشناس ارشد آمار.

واژگان کلیدی

ادعاهای خسارت بزرگ، تعهد بیمهٔ اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت، حق بیمهٔ خالص، زیان کل.

مقدمه

اساس یک فرایند مخاطره در بیمه‌های غیر عمر را توزیع مبالغ و تعداد ادعاهای خسارت تشکیل می‌دهد. در یک داشتمان، $N(t)$ را نشان دهندهٔ تعداد ادعاهای خسارت تا زمان t و $S(t)$ را مجموع مبالغ ادعاهای خسارت تا آن زمان فرض کنید. در زمان صفر تعداد ادعاهای خسارت صفر است، یعنی $N(0)=0$ ، همچنین

$$S(t)=X_1+X_2+\dots+X_{N(t)}$$

که X_i , $i = 1,2,\dots$ نشان دهندهٔ مبلغ i امین ادعای خسارت است.

تابع احتمال متغیر شمارشی $N(t)$ به صورت زیر است

$$p_k(t)=Pr[N(t)=k]=Pr\left[\sum_{i=1}^{k} T_i\le t<\sum_{i=1}^{k+1} T_i\right],k=0,1,2,\dots$$

که در آن $\{T_n, n\ge 1\}$ دنبالهٔ زمان‌های بین رخداد دو ادعای خسارت متوالی است. تابع توزیع مقدار تجمعی مبالغ ادعاهای خسارت نیز به صورت زیر است:

$$F_{s(t)}(x)=Pr(\sum_{i=1}^{n(t)} X_i\le x)=\sum_{k=0}^{\infty} Pk(t)F_X^{*k}(x)$$

که در آن F_X^{*k}، k امین پیچش از توزیع F_x با خودش یعنی تابع توزیع مجموع k متغیر تصادفی مستقل و با توزیع یکسان است.
حال اگر زمان‌های بین رخداد $\{T_n\}$ به طور نمایی با پارامتر $\lambda>0$ توزیع شده باشند فرایند تعداد ادعاهای خسارت، یک فرایند پواسن با شدت λ خواهد بود.
اگر فرایند مبالغ ادعاهای خسارت، $\{X_n\}$، مستقل و همتوزیع با F_X و همچنین مستقل از $\{N(t)\}$ باشد، آن گاه فرایند مقدار تجمعی مبالغ ادعاهای خسارت $S(t)=\sum_{i=1}^{N(t)} X_i$ ،

فرایند پواسن مرکب با مشخصه‌های (λ,F_X) نامیده می‌شود.
تابع مولد گشتاور S(t) عبارت است از $\phi_{S(t)}(s)=e^{\lambda t(\phi_X(s)-1)}$ که $\phi_x(s)$ تابع مولد گشتاور X است و همچنین

$$E\left[S(t)\right]=\lambda t\mu_X \tag{۱-۱}$$

و

$$Var[S(t)]=\lambda t\mu_X^{(2)} \tag{۲-۱}$$

که μ_X و $\mu_X^{(2)}$ به ترتیب گشتاورهای اول و دوم تابع توزیع F_X هستند.

۱. تعاریف

تعریف ۱-۱: بزرگ‌ترین ادعای خسارت بدین صورت تعریف می‌شود که اگر X_1، X_2،... ، X_N را به صورت نزولی مرتب کنیم

$$X_{N:1}\geq X_{N:2}\geq\ldots\geq X_{N:p}\geq\ldots\geq X_{N:N}$$

آن‌گاه $X_{N:i}$ هایی را (برای $i = 1, 2, \ldots, p$) که بزرگ‌تر و یا مساوی نگهداشت تصادفی $X_{N:p}$ باشند بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت گوییم (p ثابت است).
اگر ترتیب صعودی باشد، آن‌گاه $X_{N:N-p+i}$ هایی را (برای $i = 1, 2, \ldots, p$) که بزرگتر از نگهداشت تصادفی $X_{N:N-p}$ باشند بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت گوییم.
تعریف ۱-۲: فرض کنید $f_i:[0,+\infty)\to[0,+\infty), i\geq 1$ خانواده‌ای از توابع اندازه‌پذیر با شرایط زیر باشد:

$$f_i(0)=0 \tag{۱}$$

$$f_i(x)\leq x, \forall x, i=1,2,\ldots \tag{۲}$$

تعهد بیمهٔ اتکایی تعریف شده به وسیلهٔ $R_N=\sum_{i=1}^{N} f_i(X_{N:i})$ که سهم بیمه گر اتکایی را از مقدار کل زیان $\sum_{i=1}^{N} X_i$ تعیین می‌کند، تعهد بیمهٔ اتکایی بر پایهٔ آماره‌های مرتب نامیده می‌شود.
در حالت خاص، اغلب شکل زیر از تابع f_i مورد توجه است:

$f_i(x)=c_i x \; , i\geq ۱$

که c_i ثابت‌های حقیقی هستند.
این تعهد بیمهٔ اتکایی را ارهارد کرمر (۱۹۸۵) در سال ۱۹۸۸ پوشش بیمهٔ اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت تعمیم یافته (GLCR)[1] نامید.
در حالت خاص که $c_۱=c_۲=...c_p=۱ \, , c_i=۰ \; \forall i>p$ تعهد فوق، تعهد LCR(p)[2] نامیده می‌شود که p تا بزرگ‌ترین ادعای خسارت را پوشش می‌دهد و $R_{LCR(p)}=\sum_{i=۱}^{p} X_{N:i}$ سهم بیمه گر اتکایی است.

در حالتی که $c_۱=c_۲=...=c_{p-۱}=۱, c_p=۱-p, c_i=۰ \; \forall i>p$ تعهد

ECOMOR(p)[3] نامیده می‌شود که

مازاد همهٔ ادعاهای خسارت بیش از p امین بزرگ‌ترین ادعای خسارت راپوشش

می‌دهد. سهم بیمه گر اتکایی عبارت است از:

$$R_{ECOMOR(p)}=\sum_{i=۱}^{p}(X_{N:i}-X_{N:p})=\sum_{i=۱}^{p-۱}(X_{N:i}-X_{N:i+۱}).i$$

همچنین ارتباط آن با تعهد LCR به صورت زیر است:

$$R_{ECOMOR(p)}=R_{LCR(p)}-pX_{N:p}$$

تعهد ECOMOR را بیمه آماردان فرانسوی به نام ته پو[4] در سال ۱۹۵۰ معرفی شد.

1. Generalized largest claims reinsurance cover.

2. Largest Claims Reinsurance. 3. Exce'dent du Côut Moyen Relatif.

4. The'puat.

۲. تأثیر بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت بر زیان کل

برای بررسی تأثیر بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت بر زیان کل، میانگین و واریانس زیان کل را قبل و بعد از حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت، مقایسه می‌کنیم. این مطلب برای پایداری و ایمنی شرکت بیمه مهم است.

۲-۱. گشتاورهای اول و دوم توزیع بزرگ‌ترین ادعای خسارت

برای به دست آوردن گشتاورهای توزیع بزرگ‌ترین ادعای خسارت، ابتدا با استفاده از قضیهٔ زیر توزیع آن را تعیین می‌کنیم.

قضیه ۲-۱. تابع توزیع بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت را می‌توان به صورت $G(m,\lambda)=Q[S(m)]$ نوشت که در آن $Q(s)=\sum_{r=0}^{\infty} p_r(\lambda)s^r$ تابع مولد احتمال توزیع تعداد ادعاهای خسارت و $P_r(\lambda)$ احتمال این است که دقیقاً r ادعای خسارت با تعداد مورد انتظار λ در طول دورهٔ زمانی مورد بررسی رخ داده باشد و همچنین S(m) تابع توزیع مبالغ ادعاهای خسارت تکی است.

اگر توزیع پواسن با پارامتر λ را برای تعداد ادعاهای خسارت در نظر بگیریم، آن گاه

$$G(m,\lambda)=e^{-\lambda(1-S(m))}$$

تابع چگالی آن نیز عبارت است از

$$g(m,\lambda)=\lambda s(m)e^{\lambda(1-S(m))} \quad (۲-۱)$$

در بسیاری از موارد توزیع S(x) ممکن است توزیع پارتو به شکل زیر باشد.

$$S(x)=1-x^{1-\alpha}, x\geq 1, \alpha>1$$

$$s(x)=(\alpha-1)x^{-\alpha} \quad (۲-۲)$$

برای ادعاهای خسارت‌کوچک، تقریب فراوانی‌های واقعی به‌وسیلهٔ فرمول (۲-۲)، نسبتاً ضعیف است ولی برای مقادیر بزرگ، برازش رضایت‌بخش و گاهی حتی بسیار خوب است.
در حالت پارتو ـ پواسن، گشتاور اول (میانگین) توزیع بزرگ‌ترین ادعای خسارت عبارت

است از

$$M_{1PP} = \int_{1}^{\infty} mg(m\lambda)dm = \lambda^{\frac{1}{\alpha-1}}\Gamma_{\lambda}\left(\frac{\alpha-2}{\alpha-1}\right)$$

اگر λ به اندازه کافی بزرگ باشد، با جانشین کردن Γ_λ با Γ[1]، بدون از دست دادن دقت زیاد، می‌توان نوشت

$$M_{1pp} \simeq \lambda^{\frac{1}{\alpha-1}}\Gamma\left(\frac{\alpha-2}{\alpha-1}\right) \qquad (۳-۲)$$

برای گشتاور دوم نیز عبارت زیر نتیجه می‌شود

$$M_{2PP} \simeq \lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}\Gamma\left(\frac{\alpha-3}{\alpha-1}\right) \qquad (۴-۲)$$

بنابراین σ_p انحراف معیار بزرگ‌ترین ادعای خسارت، برابر است با:

$$\left[M_{2PP} - (M_{1PP})^{2}\right]^{\frac{1}{2}}$$

۲-۲. مقایسهٔ میانگین و واریانس زیان کل پس از حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت

تابع چگالی زیان کل پس از حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت را با $f^*(x)$ نشان می‌دهیم. این چگالی عبارت است از

$$f^{*}(x) = \int_{0}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{e^{-\lambda}\lambda^{r}}{r!} rs(m)[s_m(x)]^{*(r-1)} dm$$

$s_m(x)$ تابع چگالی بریده شدهٔ ادعاهای خسارت در نقطهٔ m را نشان می‌دهد، یعنی

---

۱. $\Gamma_\lambda(\alpha)$ عبارت است از $\int_0^{\lambda} e^{-x}x^{\alpha}dx$ که گامای ناقص نامیده می‌شود و Γ نیز عبارت است از $\int_0^{\infty} e^{-x}x^{\alpha}dx$ که گامای کامل نامیده می‌شود.

$$s_m(x)=s(x), \qquad x\leq m$$

$$s_m(x)=0, \qquad x>m$$

$[s_m(x)]^{*(r-1)}$، $(r-1)$ امین پیچش از $s_m(x)$ است. باید توجه کرد که ابتدا برش و سپس پیچش انجام می‌شود.

گشتاورهای اول و دوم تابع چگالی فوق عبارت اند از:

$$\mu_1^*= \int_0^\infty x f^*(x)dx$$

$$= \int_0^\infty \lambda^2 s(m) e^{-\lambda[1-S(m)]} S_{m,1} dm \qquad (۵-۲)$$

گشتاور دوم حول مبدأی صفر را با μ_2^* نشان می‌دهیم که به صورت زیر حاصل می‌شود.

$$\mu_2^*= \int_0^\infty x^2 f^*(x)dx$$

$$= \int_1^\infty \lambda S(m) e^{-\lambda[1-S(m)]} \left[(\lambda S_{m,1})^2 + \lambda S_{m,2} \right] dm \qquad (۶-۲)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

که در آن

$$S_{m,1}= \int_1^m x s_m(x)dx = \int_1^m x s(x)dx$$

$$S_{m,2}= \int_1^m x^2 s_m(x)dx = \int_1^m x^2 s(x)dx$$

با در نظر گرفتن حالت پارتو- پواسن μ_1^* و μ_2^* به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$\mu_1^* \simeq \lambda\left(\frac{\alpha-1}{\alpha-2}\right) - \lambda^{\frac{1}{\alpha-1}}\Gamma\left(\frac{\alpha-2}{\alpha-1}\right) \tag{۵-۲}$$

$$\mu_2^* = \left(\lambda\frac{\alpha-1}{\alpha-2}\right) + \lambda\left(\frac{\alpha-1}{\alpha-3}\right)$$

$$-\Gamma\left(\frac{2\alpha-3}{\alpha-1}\right)\left[2\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha-2}\right]^2\right]$$

$$+\Gamma\left(\frac{3\alpha-5}{\alpha-1}\right)\left[\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha-2}\right]^2\right]$$

$$-\Gamma\left(\frac{2\alpha-4}{\alpha-1}\right)\left[\lambda^{\frac{2}{\alpha-1}}\left[\frac{\alpha-1}{\alpha-3}\right]\right] \tag{۶-۲}$$

بدین ترتیب ${\sigma_F}^{2*}$، واریانس زیان کل پس از حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت، از رابطهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_F^{2*} = \mu_2^* - (\mu_1^*)^2$$

میانگین و واریانس زیان کل (قبل از حذف) از رابطه‌های (۱-۱) و (۱-۲) محاسبه می‌شوند. جداول زیر تفاوت میانگین و واریانس زیان کل را قبل و بعد از حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت نشان می‌دهند.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۲-۱. مقایسهٔ میانگین‌ها

α	μ_F	M_{1pp}	μ_1^*	$\frac{M_{1pp}}{\mu F}$
۲/۲۵	۵۰۰/۰۰	۱۸۲/۷۷	۳۱۷/۲۳	۳۶/۶
۲/۵	۳۰۰/۰۰	۵۷/۷۲	۲۴۲/۲۸	۱۹/۲
۲/۷۵	۲۳۳/۳۳	۲۸/۷۳	۲۰۴/۶۰	۱۲/۳
۳	۲۰۰/۰۰	۱۷/۷۲	۱۸۲/۲۸	۸/۹

جدول ۲-۲. مقایسهٔ واریانس‌ها

α	σ_F	σ_p	σ_F^*	$\frac{\sigma_P}{\sigma_F}$
۲/۲۵	∞	∞	۸۶/۱۸	
۲/۵	∞	∞	۴۵/۰۱	
۲/۷۵	∞	∞	۳۱/۲۲	
۳	∞	∞	۲۴/۵۴	
۳/۲۵	۱۸۰/۰۰	۱۲/۳۹	۲۰/۹۲	۳۰/۳
۳/۵	۱۶۶/۶۷	۹/۴۰	۱۸/۷۷	۱۶/۱
۳/۷۵	۱۵۷/۱۴	۷/۵۳	۱۷/۲۲	۱۰/۱
۴	۱۵۰/۰۰	۶/۲۹	۱۶/۱۹	۶/۵

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۲-۱ نشان می‌دهد که با در نظر نگرفتن بزرگ‌ترین ادعای خسارت، μ_F برای مقادیر کوچک α تا حد زیادی کاهش می‌یابد و این اهمیت وزن بزرگ‌ترین ادعای خسارت را در حالت پارتو نشان می‌دهد. باید توجه کرد که در رابطه با کار عملی، مقادیر α معمولاً کوچک هستند.

جدول ۲-۲ نشان می‌دهد که انحراف معیار σ_F^* برای $\alpha>2$ و σ_F برای $\alpha>3$ متناهی است. کاهش انحراف معیار زیان کل با حذف بزرگ‌ترین ادعای خسارت برای مقادیر کوچک α ($\alpha<4$) محسوس است.

۳. فرمول حق بیمهٔ خالص تعهدات بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت

۳-۱. فرمول عمومی حق بیمهٔ خالص

در سال‌های اخیر، اصول متنوعی برای محاسبهٔ حق بیمه، تعریف و تحلیل شده است. بیمه آماردانان با توجه به خصوصیات اصل انحراف معیار و همچنین تجربیات خود، این اصل را مناسب‌ترین اصل برای محاسبهٔ حق بیمه تعهدات بیمهٔ اتکاییِ نامتناسب، تشخیص داده‌اند که عبارت است از:

$$PR=\mu+1.\sigma$$

که برای تعهدات عمومی بیمه اتکایی که با R_N تعریف می‌شوند، $\mu=E(R_N)$ و $\sigma^۲=Var(R_N)$ و همچنین 1 سربار ایمنی است.

در اینجا دربارهٔ 1، دقت و قضاوتی نخواهیم داشت و توجه ما به $\sigma^۲$ و μ خواهد بود. قضیهٔ زیر μ و $\sigma^۲$ را برای تعهدات عمومی بیمهٔ اتکایی تعریف شده توسط R_N ارائه می‌کند.

قضیه ۳-۱. فرض کنید که مبالغ ادعاهای خسارت $X_۱$، $X_۲$،... مستقل از هم و دارای توزیع پیوستهٔ F(x) و همچنین مستقل از تعداد ادعاهای خسارت یعنی N باشند. $Q(s)=\sum_{n=۰}^{\infty} pr(N=n)\lambda^n$ را تابع مولد احتمال متغیر تصادفی N در نظر بگیرید. فرض می‌شود که مشتق‌های $Q^{(i)}(s)$ بر بازهٔ (۱، ۰)، برای هر $i\geq۱$ وجود دارد. بنابراین μ و σ^2، امید ریاضی و واریانس R_N، توسط روابط زیر به دست می‌آید:

$$\mu=\sum_{i=۱}^{\infty}\frac{۱}{\Gamma(i)}\int_۰^۱(f_i\circ F^{-۱})(u)(۱-u)^{i-۱}Q^{(i)}(u)du, \qquad (۱-۳)$$

$$\sigma^۲=\sum_{i=۱}^{\infty}\frac{۱}{\Gamma(i)}\int_۰^۱(f_i\circ F^{-۱})^۲(u).(۱-u)^{i-۱}Q^{(i)}(u)du,$$

$$+۲\sum_{j=۲}^{\infty}\sum_{i=۱}^{j-۱}\frac{۱}{\Gamma(j-i)}\frac{۱}{\Gamma(i)}\int_۰^۱\int_۰^v(f_i\circ F^{-۱})(v)(f_i\circ F^{-۱})(u)Q^{(j)}(u)$$

$$(\nu-u)^{j-i-1}(1-\nu)^{i-1}Q^{(j)}(u)dud\nu \qquad (۲-۳)$$

۳-۲. فرمول مجانبی حق بیمهٔ خالص برای تعهدات LCR و ECOMOR

مجموعهٔ k را شامل تعدادی از مخاطرات برای یک شرکت بیمه (در خصوص یک شعبهٔ خاص) در نظر بگیرید. برای به دست آوردن حق بیمهٔ خالص برای داشتمان‌های بزرگ، مجموعه‌های در حال رشد $K_k = \{R_i, i=1,...,k\}$ از مخاطرات R_i را بررسی می‌کنیم. همچنین فرض می‌کنیم که برای تعداد ادعاهای خسارت N_k موارد زیر برقرار باشد:

$$\lim_{k\to\infty} \nu_k=\infty, \qquad \lim_{k\to\infty}\frac{\sqrt{Var(N_k)}}{\nu_k}=0 \qquad (۳-۳)$$

که در آن $E(N_k):\nu_k$

برای مجموعهٔ K_k، تعهد بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت را با $LCR_k(P_k)$ و تعهد ECOMOR را با $ECOMOR_k(p_k)$ نشان می‌دهیم.
فرض می‌شود

$$\lim_{k\to\infty}\frac{p_k}{\nu_k}=s\in(0,1) \qquad (۴-۳)$$

یعنی به طور مجانبی تعهدات مورد نظر تعداد $\lfloor s.\nu_k \rfloor$[1] بزرگ‌ترین ادعای خسارت را پوشش می‌دهند.
حال قضیهٔ زیر را بیان می‌کنیم.
قضیه ۳-۲. علاوه بر فروض (۳-۲) و (۳-۳)، همچنین فرض می‌کنیم:
(۱) مبالغ ادعاهای خسارت، X_1، X_2،... متغیرهای i.i.d. و از تابع توزیع پیوستهٔ F هستند و برای آنها گشتاور اول نیز وجود دارد.

۱. $\lfloor\ \rfloor$ علامت بزرگ‌ترین جزء صحیح است.

(۲) N_k از X_1، X_2،... مستقل است.

(۳) $F(P_s-h)<F(P_s)<F(P_s+h) \quad \forall h>0$ در نقطهٔ $P_s=F^{-1}(1-s)$

و همچنین $\int_{(P_s,\infty)} (x-P_s)F(dx)>0$

بنابراین

(الف – ۱)
$$\lim_{k\to\infty} \frac{{}^{\mu}LCR_k(p_k)}{\mu XL_{k(P_k)}+p_kP_k}=1$$

(ب – ۱)
$$\lim_{k\to\infty} \frac{\mu_{ECOMOR_k(p_k)}}{\mu XL_{k(P_k)}}=1$$

که در آنها $XL_k(P_k)$ تعهد مازاد زیان را برای مجموعهٔ K_k با نگهداشت

$P_k=F^{-1}(1-\frac{p_k}{\nu_k})$ نشان می‌دهد.

۴. تعیین کران بالای حق بیمهٔ خالص تعهدات GLCR

۴-۱. کران بالای عمومی حق بیمهٔ خالص

تعهدات عمومی بیمه اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت تعمیم یافته را (GLCR) که توسط $R_N=\sum_{i=1}^{N} f_i(X_{N:i})$ تعریف می‌شوند در نظر بگیرید. حق بیمهٔ خالص این تعهدات را که بیمه‌گر اولیه پرداخت می‌کند با $E(R_N)$ (امید ریاضی R_N) تعیین می‌شود. rF قضیه زیر کران بالای این حق بیمهٔ خالص را ارائه می‌کند.

قضیه ۴-۱. مبالغ ادعاهای خسارت X_1، X_2،... را i.i.d و مستقل از تعداد ادعاهای خسارت N فرض کنید. کران بالای حق بیمهٔ خالص تعهدات GLCR، با فرض وجود گشتاورهای اول و دوم برای X_iها و N، عبارت است از:

(۴-۱)
$$E(R_N)\le E(N\bar{c}_N)\mu+\left[E(N(N-1)S_N^2)\right]^{\frac{1}{2}}\sigma$$

که در آن

$$\mu=E(X_i),\ \sigma^2=Var(X_i)$$

$$\bar{c}_N = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} c_i \,, \qquad S_N^2 = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(c_i - \bar{c}_N)^2$$

مثال ۴-۱. پوشش کلاسیک بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت با پارامتر p ، (LCR(p)) ، را در نظر بگیرید. بنابراین داریم:

$$N\bar{c}_N = \begin{cases} p, & N > p \\ N, & N \le p \end{cases}$$

و

$$N(N-1)S_N^2 = \begin{cases} p(N-p), & N > p \\ 0, & N \le p \end{cases}$$

با استفاده از رابطهٔ (۴-۱)، کران بالای حق بیمه خالص عبارت است از:

$$E(R_N) \le p.u.\Pr(N > p) + E(N|N \le p).\mu.\Pr(N \le p)$$

$$+ \left[E(N \mid N > p) - p).p.\Pr(N > p) \right]^{\frac{1}{2}} .\sigma$$

اگر $\Pr(N \le p) \approx 0$، با تقسیم عبارت فوق بر میانگین زیان کل یعنی $E(N).\mu$، کران بالای نرخ حق بیمه خالص به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P \le \left(\frac{p}{E(N)}\right) + \left[\left(1 - \frac{p}{E(N)}\right)\left(\frac{p}{E(N)}\right)\right]^{\frac{1}{2}} .\frac{\sigma}{\mu} \qquad (۲-۴)$$

۴-۲. کران بالای حق بیمهٔ خالص تعهدات GLCR تحت وابستگی احتمالی ادعاهای خسارت

گاهی مواردی پیش می‌آید که از استقلال مبالغ ادعاهای خسارت اطلاعی نداریم و آنها را وابسته فرض می‌کنیم. حال برای حق بیمهٔ خالص پوشش بیمهٔ اتکایی بزرگ‌ترین ادعاهای خسارت، در حالتی که مبالغ ادعای خسارت تکی همتوزیع با F و مستقل از

تعداد ادعاهای خسارت N هستند، ولی لزوماً خود از هم مستقل نیستند، یک کران بالای جدید به دست می‌آوریم.
میانگین مبالغ ادعای خسارت تکی را با μ نمایش می‌دهیم که عبارت است از $\mu=\int^{\infty} x\,dF(x)$ و فرض می‌کنیم که متناهی است. به خاطر آورید که حق بیمهٔ خالص یک تعهد بیمهٔ اتکایی مازاد زیان با نگهداشت P به صورت $E(N)\int_{\circ}^{\infty}(x-P)\,dF(x)$ نرخ حق بیمه نیز $\rho(P)=(\frac{1}{\mu})\int_{P}^{\infty}(x-P)\,dF(x)$ است.

قضیه ۴-۲. فرض کنید توزیع F پیوسته و $(c_i\geq \circ\ ,\ i=1,2,3,\ldots)$ آن‌گاه حق بیمهٔ خالص $R_N=\sum_{i=1}^{N} c_i X_{N:i}$ یعنی $E(R_N)$، دارای کران بالای زیر است:

$$\left[\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{c_i}{i}\right)\left(\sum_{n=i}^{\infty} n.\Pr(N=n)\rho(P_{in})\right]\mu+\left[\sum_{i=1}^{\infty}c_i\left(\sum_{n=i}^{\infty}\Pr(N=n).P_{in}\right)\right] \qquad (۳-۴)$$

که در آن $P_{in}=F^{-1}(1-\frac{i}{n})$

نتیجه ۴-۱. اگر مدل پارتوی $F(x)=1-(\frac{x}{a})^{-\alpha},\ x\geq a,\ a>\circ,\ \alpha>1$ را برای مبالغ ادعای خسارت در نظر بگیریم، کران بالای حق بیمه خالص به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$a\left[\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{c_i}{i^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\right]E(N^{\frac{1}{\alpha}}).\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)-R \qquad (۴-۴)$$

که در آن

$$R=a\left[\sum_{i=1}^{\infty}\left(\frac{c_i}{i^{\frac{1}{\alpha}}}\right)\sum_{n=1}^{i}\Pr(N=n)n^{\frac{1}{\alpha}}\right]\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

یادآوری ۴-۱. در صورتی که $Pr(N<p)$ به اندازه کافی کوچک باشد (یعنی p به اندازه کافی کوچک و $E(N)$ نیز به اندازه کافی بزرگ باشد) آن‌گاه قرار می‌دهیم:

$$R \approx 0$$

همچنین با استفاده از نامساوی ینسن داریم:

$$E(N^{\frac{1}{\alpha}}) \le [E(N)]^{\frac{1}{\alpha}}$$

بنابراین در رابطهٔ (۴-۴) به جای $E(N^{\frac{1}{\alpha}})$ می‌توان $[E(N)]^{\frac{1}{\alpha}}$ را جانشین کرد که به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$a\left[\sum_{i=1}^{\infty}\frac{c_i}{i^{\frac{1}{\alpha}}}\right] E(N)^{\frac{1}{\alpha}}\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right) \qquad (۵-۴)$$

برای پاسخ دادن به این سؤال که وقتی فرض استقلال را نداشته باشیم، حداکثر تا چه حد نرخ‌های حق بیمه می‌تواند افزایش یابند، یک مثال را مطرح می‌کنیم.

مثال ۴-۲. تعهد کلاسیک $LCR(p)$ را در نظر بگیرید و فرض کنید N دارای توزیع پواسن با پارامتر λ باشد. نرخ حق بیمه به صورت

$$\rho_p = \left[\frac{E(R_N)}{E(N)\mu}\right]$$

تعریف می‌شود که با در نظر گرفتن توزیع پارتو برای مبالغ ادعاهای خسارت، می‌توان با فرمول تقریباً دقیق زیر آن را محاسبه کرد.

$$\hat{\rho}_p = \left[\frac{\Gamma(p+1-\frac{1}{\alpha})}{\Gamma(p)}\right]\lambda^{\frac{1}{\alpha}-1} \qquad (۶-۴)$$

ولی این در صورتی است که مبالغ ادعای خسارت را مستقل از هم در نظر بگیریم. اگر شرط استقلال را نادیده بگیریم، می‌توان از (۴-۵) کران بالای نرخ حق بیمه را به صورت زیر محاسبه کرد که از (۴-۶) نیز ساده‌تر است:

$$\hat{\hat{\rho}}_p = \left[\sum_{i=1}^{p} i^{-\frac{1}{\alpha}} \right] \lambda^{\frac{1}{\alpha}-1} \qquad (۴-۷)$$

حال نسبت $r_p = \frac{\hat{\hat{\rho}}_p}{\hat{\rho}_p}$ را محاسبه می‌کنیم. نتایج (بر حسب درصد) در جداول ۴ـ۱، ۴ـ۲ و ۴ـ۳ آورده شده است.

جدول ۴-۱. $\alpha=۲/۰۱$

P	۱	۲	۳	۴	۵	۶
r_p	۱/۱۳	۱/۲۹	۱/۳۷	۱/۴۴	۱/۴۸	۱/۵۲

جدول ۴-۲. $\alpha=۲/۵$

P	۱	۲	۳	۴	۵	۶
r_p	۱/۱۱	۱/۲۳	۱/۲۹	۱/۳۳	۱/۳۶	۱/۳۹

جدول ۴-۳. $\alpha=۳$

P	۱	۲	۳	۴	۵	۶
r_p	۱/۱۱	۱/۱۹	۱/۲۴	۱/۲۷	۱/۲۹	۱/۳۱

در سه جدول فوق، دامنهٔ r_p در فاصلهٔ [۱/۴۸ و ۱/۱۱] تغییر می‌کند و میانگین آن در حدود ۱/۲۹۵ است. این نشان می‌دهد وقتی که فرض استقلال در نظر گرفته نمی‌شود، کران داده شده در رابطهٔ (۴-۷) به مقدار واقعی نرخ حق بیمه (با فرض وجود استقلال) نزدیک است.

زمانی که دربارهٔ وابستگی مبالغ ادعاهای خسارت اطلاعی نداشته باشیم و فرض استقلال را در نظر نگیریم، این نتایج ممکن است در موقعیت‌های عملی برای نرخ‌گذاری خیلی مفید باشد.

۵. فرمول‌های بازگشتی حق بیمهٔ خالص تعهدات GLCR

μ_p را نشان دهندهٔ حق بیمهٔ خالص یک تعهد تعمیم یافتهٔ $LCR(c_1,c_2,...,c_p)$ در نظر بگیرید. می‌توان نوشت:

$$\mu_p=\sum_{i=1}^{p} c_i E(X_{N:N-i+1}) \quad \Rightarrow \quad \mu_p=c_p E[X_{N:N-p+1}]+\mu_{p-1}$$

بنابراین:

$$E\left[X_{N:N-p+2}\right]=\frac{1}{c_{p-1}}(\mu_{p-1}-\mu_{p-2}), \qquad E\left[X_{N:N-p+1}\right]=\frac{1}{c_p}(\mu_p-\mu_{p-1})$$

همچنین یک خانواده از توزیع‌های تعداد ادعاهای خسارت را که در فرمول بازگشتی زیر صدق می‌کنند در نظر بگیرید.

$$p_n=p_{n-1}(a+\frac{b}{n}), \qquad n=1,2,...,N \qquad (1-5)$$

که در آن $a<1$ و $b\in$ ثابت و $p_n=Pr(N=n)$ است. از موارد خاص می‌توان توزیع‌های پواسن و دو جمله‌ای و دو جمله‌ای منفی را نام برد. قبل از ارائهٔ قضیهٔ اصلی، قضیهٔ زیر را مطرح می‌کنیم.

قضیه ۵-۱. یک دنبالهٔ $(K_k\,,\ k\geq 1)$ از مجموعه‌های K_k با تعداد ادعاهای خسارت N_k برای k امین مجموعه را در نظر بگیرید که برای آنها روابط زیر برقرار است:

$$\lim_{k\to\infty} E(N_k)=\infty\,, \qquad \lim_{k\to\infty}\frac{\sqrt{Var(N_k)}}{E(N_k)}=0$$

برای $p=p_k$ (پارامتر تعهد $LCR(p)$) وابسته به k نیز فرض کنید:

$$\lim_{k\to\infty}\frac{p_k}{E(N_k)}=s\in(0,1)$$

آن گاه

$$\lim_{k \to \infty} \frac{E[N_k X_{N_k : N_k - p_k + ۲}]}{E(N_k) E[X_{N_k : N_k - p_k + ۲}]} = ۱$$

قضیه ۵-۲. فرض کنید که مبالغ ادعای خسارت i.i.d و احتمال‌های p_n از تعداد ادعاهای خسارت در رابطهٔ بازگشتی (۵-۱) صدق می‌کنند. در این صورت حق بیمه‌های خالص μ_p، $\mu_{p-۱}$ و $\mu_{p-۲}$ برای تعهدات تعمیم یافتهٔ LCR(p)، LCR(p-۱) و LCR(p-۲)، در رابطهٔ بازگشتی زیر صدق می‌کنند:

$$\mu_p = \mu_{p-۱} \left[۱ + \left(\frac{c_p}{c_{p-۱}} \right) \left(\frac{p-۱+a+b}{p-۱} \right) \right]$$

$$-\mu_{p-۲} \left[\left(\frac{c_p}{c_{p-۱}} \right) \left(\frac{p-۱+a+b}{p-۱} \right) \right]$$

$$+E\left[N X_{N:N-p+۲} \right] \left(\frac{a-۱}{p-۱} \right) c_p \ , \ p \geq ۳ \qquad (۲-۵)$$

مقادیر آغازین $\mu_۱ = c_۱ \mu_۱^*$ و $\mu_۲ = c_۲ \mu_۲^*$ هستند که μ_i^* نشان دهندهٔ میانگین i امین بزرگ‌ترین ادعای خسارت است:

$$\mu_۱^* = E[X_{N:N}] \qquad , \mu_۲^* = E[X_{N:N-۱}]$$

بر طبق قضیه ۵-۱، عبارت $E[NX_{N:N-p+۲}]$ را با

$$\lambda E[X_{N:N-p+۲}] = \lambda \frac{۱}{C_{p-۱}} (\mu_{p-۱} - \mu_{p-۲})$$ تقریب می‌زنیم که $$\lambda = E(N) = \frac{a+b}{۱-a}$$

(جانسون و کوتز، ۱۹۶۹: ۳۷).

بنابراین رابطهٔ بازگشتی تقریبی زیر حاصل می‌شود:

$$\hat{\mu} \cong \hat{\mu}_{p-۱} \left[۱ + k_p \left(۱ + \frac{a+b}{p-۱} \right) \right]$$

$$-\hat{\mu}_{p-2} k_p \left(1+\frac{a+b}{p-1}\right)$$

$$-\left(\frac{a+b}{p-1}\right) k_p \left(\hat{\mu}_{p-1}-\hat{\mu}_{p-2}\right)$$

$$=\hat{\mu}_{p-1}(1+k_p)-\hat{\mu}_{p-2} k_p, \qquad p\geq 3 \tag{۳-۵}$$

که در آن $k_p := \frac{c_p}{c_{p-1}}$ حاصل می‌شود.

در رابطهٔ بازگشتی فوق، سمت راست رابطه، یک کران بالا برای حق بیمه‌های خالص است اگر $c_1,c_2,...,c_p$ مثبت باشند زیرا N و X_{N-p+2} همبستگی مثبت دارند، بنابراین:

$$E\left[N.X_{N:N-p+2}\right] \geq \lambda E(X_{N:N-p+2}) \tag{۴-۵}$$

اگر نامساوی فوق اکید باشد، رابطهٔ بازگشتی (۵-۳) را باید تعدیل کرد. در اصل در رابطهٔ بازگشتی (۵-۲)، در عبارت $E\left[N.X_{N:N-p+2}\right]$ به جای N ،میانگین آن یعنی λ به‌کار رفته است. پیشنهاد شده است که N را با مقدار تعدیل شده $\lambda+\varepsilon\eta^{\frac{1}{2}}$ جانشین کنیم که ε ضریب به اندازه کافی کوچک و η واریانس N به صورت زیر است:

$$\eta=\mathrm{Var}(N)=\frac{a+b}{(1-a)^2}$$

با جایگذاری‌های لازم، بازگشتی (۵-۳) با رابطهٔ بازگشتی تقریبی و تعدیل شدهٔ زیر

$$\hat{\tilde{\mu}}_p \cong \hat{\tilde{\mu}}_{p-۱}\left\{۱+k_p\left[۱-\left[\frac{k}{p-۱}\right]\right]\right\}-\hat{\tilde{\mu}}_{p-۲}k_p\left[۱-\left[\frac{k}{p-۱}\right]\right], p\geq ۳ \qquad (۵-۵)$$

که در آن $k:=\varepsilon(a+b)^{\frac{۱}{۲}}$

قضیه ۵-۳. اگر N دارای توزیع پواسن به صورت زیر

$$\Pr(N=n)=\frac{\lambda^n}{n!}e^{-\lambda}, \qquad n=۰,۱,۲,.. \qquad (۶-۵)$$

با پارامتر λ باشد و مبالغ ادعاهای خسارت تکی نیز دارای توزیع پارتو به صورت زیر باشند

$$F(x)=۱-x^{-\alpha}, x\geq ۱, \alpha>۱ \qquad (۷-۵)$$

آن گاه می‌توان برای λ نه چندان کوچک و $\lambda>۱$ حق بیمهٔ خالص را به طور تقریباً دقیق با رابطه بازگشتی زیر

$$\hat{\mu}_p \cong \tilde{\mu}_{p-۱}+\lambda^{\frac{۱}{\alpha}}c_p\left[\frac{\Gamma(p-\frac{۱}{\alpha})}{\Gamma(p)}\right] \qquad (۸-۵)$$

با شروع $\tilde{\mu}_۰=۰$ به دست آورد. همچنین با توجه به رابطهٔ (۵-۵) داریم:

$$\hat{\mu}_p=\hat{\mu}_{p-۱}\left[۱+k_p\left[۱-\frac{\frac{۱}{\alpha}}{p-۱}\right]\right]-\hat{\mu}_{p-۲}k_p\left[۱-\frac{\frac{۱}{\alpha}}{p-۱}\right]$$

یعنی رابطهٔ (۵-۵) برای انتخاب خاص $k=\frac{۱}{\alpha}$ برقرار است.

طبق قضیهٔ فوق توصیهٔ زیر را ارائه می‌دهیم.

توصیه: در حالت پارتو – پواسن با $\alpha\in[\underline{\alpha},\overline{\alpha}]$ $(\underline{\alpha}\geq۱)$ مقادیر k را $k\leq(\frac{۱}{\overline{\alpha}})$ انتخاب کنید. این توصیه کاملاً عملی است زیرا معمولاً

(الف) در بیمه شخص ثالث $\alpha\in[۲,۳]$ آن گاه بر طبق توصیه فوق، $k\leq\frac{۱}{۳}$

(ب) در بیمه آتش سوزی صنعتی $\alpha\in[۱/۲۵,۱/۵۰]$ آن گاه بر طبق توصیه فوق، $k\leq\frac{۲}{۳}$

۶. مثال عملی

داده‌های مربوط به ادعای خسارت آتش سوزی یکی از شعب شرکت سهامی بیمه ایران جمع آوری شده است. بیمه نامه‌ها در سال ۱۳۷۷ منعقد و خسارت آنها پرداخت شده. در شعبه مورد نظر در سال ۱۳۷۷ تعداد ۶۰۷۱ بیمه نامه صادر شده بود که از این تعداد ۱۴۷ ادعای خسارت آتش سوزی، تایید و پرداخت شده‌اند. از میان اطلاعات به دست آمده مشخص شده که برای بیمه نامه‌ها یا اصلاً ادعای خسارتی صورت نگرفته بود و یا حداکثر یک بار دچار آتش سوزی شده بودند. هر ۸۰۰۰۰۰ ریال را یک واحد پولی در نظر می‌گیریم. توزیع تعداد ادعاهای خسارت، پواسن با برآورد پارامتر $\hat{\lambda}=$ ۱۴۷ و توزیع مبالغ ادعاهای خسارت، پارتو با برآورد پارامتر $\hat{\alpha}=$ ۱/۱۲ برازش داده شده است. برای تحلیل مطالب تعهد خاص LCR(p) را رد نظر می‌گیریم. پس پارامتر p را باید تعیین کنیم. ارهارد کرمر (۱۹۹۸) در یکی از مقالات خود روشی را برای تعیین p شرح داده است که ما در اینجا از نتایج این مقاله استفاده می‌کنیم.

روش فوق بدین صورت است که برای یک داشتمان تعهد مازاد زیان را با نگهداشت p در نظرمی گیریم و حق بیمه این تعهد را با $\mu_{XL(P)}$ نشان می‌دهیم. قبلاً گفته شد که رابطه تعهد LCR(p) و تعهد مازاد زیان با نگهداشت P به صورت زیر است:

$$\mu_{LCR(p)} \approx \mu_{XL(P_p)} + p.P_p, \quad P_p = F^{-1}(1 - \frac{p}{E(N)})$$

حال اگر بخواهیم از یک تعهد LCR(p) به جای یک تعهد مازاد زیان استفاده کنیم رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$\mu_{XL(P)} = \mu_{XL(P_p)} + p.P_p \qquad (۱-۶)$$

تعریف می‌کنیم $\pi_p := \dfrac{p}{E(N)}$ در نتیجه $P_p = F^{-1}(1-\pi_p)$. به خاطر آورید که

$$\mu_{XL(P)} = E(N)\int_P^\infty (x-P)F(dx)$$

تعریف می‌کنیم $Q_{XL(P)} := \dfrac{\mu_{XL(P)}}{E(N)}$ بنابراین با توجه به رابطه (۶-۱) خواهیم داشت.

$$Q_{XL(F^{-1}(1-\pi_p))} + \pi_p.F^{-1}(1-\pi_p) - Q_{XL(P)} = 0 \qquad (۲-۶)$$

با حل این معادلات نسبت به π_p می‌توان نزدیک‌ترین عدد را به $\pi_p.E(N)$ به عنوان p در نظر گرفت.
برای توزیع پارتوی یک پارامتری جواب معادله به صورت زیر است:

$$\pi_p = \alpha^{\frac{\alpha}{۱-\alpha}} \quad P^{-\alpha}$$

با قرار دادن $\alpha = ۱/۱۲$ و با در نظر گرفتن نگهداشتی معادل ۱۴/۵ واحد، خواهیم داشت:

$$\pi_p = ۰/۰۱۷۴ \Rightarrow p = [\ ۱۴۷ \times ۰/۰۱۷۴]\ = ۳$$

بنابراین پوشش اتکایی LCR(۳) را در نظر خواهیم گرفت که سه ادعای خسارت بزرگ را پوشش می‌دهد. در ادامه حق بیمهٔ تقریباً دقیق و حق بیمهٔ مجانبی وبازگشتی را محاسبه خواهیم کرد.
حق بیمهٔ تقریباً دقیق: اگر بخواهیم فقط تأثیر بزرگ‌ترین ادعای خسارت را بر زیان کل بررسی کنیم، میانگین آن را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\mu_{LCR(۱)} = M_{۱PP} \simeq \lambda^{\frac{۱}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{\alpha - ۱}{\alpha}\right) = ۷۶۲/۴$$

مقدار زیان کل نیز برابر است با

$$\mu = \lambda\left(\frac{\alpha - ۱}{\alpha}\right) = ۱۴۷ \times \frac{۱/۱۲}{۰/۱۲} = ۱۳۷۲$$

نسبت این دو مقدار برابر است با $۰/۵۵ = \frac{۷۶۲/۴}{۱۳۷۲}$. این بدان معناست که مقدار مورد انتظار بزرگ‌ترین ادعای خسارت ۵۵ درصد مقدار میانگین زیان کل را تشکیل می‌دهد.
حال اگر سه تا از بزرگ‌ترین ادعای خسارت را بخواهیم تحت پوشش بیمه اتکایی قرار دهیم، آن‌گاه حق بیمه این پوشش برابر خواهد بود با:

$$\mu_{LCR(۳)} = \lambda^{\frac{۱}{\alpha}} \sum_{i=۱}^{p} \frac{\Gamma_\lambda(i - \frac{۱}{\alpha})}{\Gamma(i)}$$

$$= \lambda^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{\Gamma(p+1-\frac{1}{\alpha})}{\Gamma(p)} \right) \left(\frac{\alpha}{\alpha-1} \right) = ۸۸۹/۳۰۵۹$$

نرخ حق بیمه عبارت است از:

$$\frac{\mu_{LCR(۳)}}{\mu} = ۰/۶۵$$

نرخ مجانبی حق بیمهٔ خالص: نرخ مجانبی حق بیمهٔ خالص را به صورت زیر داریم:

$$\frac{\mu_{LCR(۳)}}{\mu} \approx \left(\frac{p}{\lambda} \right)^{۱-\frac{۱}{\alpha}} = \left(\frac{۱}{۱۴۷} \right)^{۱-\frac{۱}{۱/۱۲}} = ۰/۶۶,$$

ملاحظه می‌شود که نرخ مجانبی بسیار نزدیک به نرخ حق بیمهٔ خالص دقیق است.

نرخ بازگشتی: با توجه به توصیه ارائه شده در قسمت پنجم، در اینجا می‌توان k را $\frac{۱}{۲}$ اختیار کرد. بنابراین با توجه به رابطهٔ (۵-۵) نرخ بازگشتی تعدیل شده عبارت است از:

$$\hat{\hat{r}}_{LCR(۳)} = \hat{\hat{r}}_{LCR(۲)} \left[۲-(\frac{۱}{۴}) \right] - \hat{\hat{r}}_{LCR(۱)} \left[۱-(\frac{۱}{۴}) \right] = ۰/۶۶$$

منابع

1. Ammeter,H. (1964), "Note concerning the distribution function of the total loss excluding the largest individual claim", *Astin Bulletin*, Vol 3, part 2,132-143.
2. Johnson, N.I & Kotz, S. (1969), *Discrete distributions*, John Wiley & sons, New York.
3. Kremer, E. (1982), " Rating of largest claims and ECOMOR reinsurance treaties for large portfolios", *Astin Bulletin*, Vol 13, 47-56.
4. Kremer, E. (1985), "Finite premium formulae for the general reinsurance treaty based on ordered claims", *journal of Insurance: Mathematics & Economics*.

5. Kremer, E. (1986), "Recursive calculation of the net premium for largest claims reinsurance covers", *Astin Bulletin*, 101-108.

6. Kremer, E. (1988), "A general bound for the net premium of the largest claims reinsurance covers", *Astin Bulletin*, 69-78.

7. Kremer, E. (1994), "Recursive largest claims reinsurance rating revisited", *Blätter DGVM*, 457-469.

8. Kremer, E. (1998), " Largest claims reinsurance premiums under possible claims dependence", *Astin Bulletin*, Vol. 28,257-267.

9. Kremer, E. (2000), " On the choice of the parameter p of LCR (p) treaty", *Blätter DGVM*.

10. Rolski, T. & Schmidli, H. & Teugels, J. (1999), *Stochastic process for insurance and finance*, John Wiley & Sons, New York.

11. The´ paut, A. (1950), Le´ traite d'excedent du côut moyen relatif (ECOMOR), Bulletin trimestriel de L'Institut des Actuaries francais, No.2.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی