فصلنامه صنعت بیمه / سال پانزدهم / شماره ۵۷ / بهار ۱۳۷۹ / صفحات ۷ تا ۱۷

مبانی علم بیمه آمارشناسی[۱]

دکتر محمدرضا مشکانی[۲]

چکیده:

بیمه آمارشناسی (اکچواری) از دو بخش تشکیل می‌شود: مبانی علمی بیمه‌های زندگی و بیمه‌های غیرزندگی. بیمه‌های زندگی که با طول عمر اشخاص سر و کار دارد، از لحاظ مفهوم و روش با تحلیل بقا در زیست آمار شباهت دارد. بیمه‌های غیرزندگی که با بروز حوادث و میزان خسارت‌های وارده در هر حادثه سر و کار دارد، با نظریهٔ قابلیت اعتماد و نظریهٔ صف بندی شباهت دارد. با مروری بر مفاهیم معمول در بیمه آمارشناسی و روش‌های محاسبهٔ حق بیمه در موارد مختلف، بر این نکته تأکید می‌ورزیم که برای درک درست اصول بیمه آمارشناسی، تسلط بر مباحث احتمال، فرایندهای تصادفی و استنباط آماری ضرورت دارد.

واژگان کلیدی:

طول عمر، نظریهٔ قابلیت اعتماد، جدول زندگی، نیروی آنی مرگ، فرمول‌های بازگشتی، نرخ تنزیل، اندوخته ریاضی، نمودار لکزیس، روش حداکثر درستنمایی، روش بیزی، روش کلاسیک (برآورد گشتاوری)، سرمایه بیمه، تابع خطر.

مقدمه

از سال ۱۶۹۳ میلادی که سرادموند هالی نخستین جدول زندگی را فراهم کرد تا به امروز که انواع و اقسام جدول‌های زندگی تهیه شده‌اند، بیمه به طور کلی و بیمهٔ زندگی به طور خاص، راه طولانی پیموده و هنوز هم در حال گسترش و نوآوری‌های جدید است.

---

۱. این مقاله در نخستین سمینار آمار بیمه (اکچواری) دانشگاه شهیدبهشتی، سال ۱۳۷۸ ارائه گردید.

۲. عضو هیأت علمی دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.

سرایت بیمه از بیمهٔ زندگی به بیمه‌های اموال، اشیا و مسؤولیت فعالیتی چنان فراگیر شده است که در حال حاضر هیچ اقدامی در جهان متمدن بدون همراهی نوعی از انواع بیمه میسر نیست. بیمه‌های حوادث برای دانش‌آموزان و دانشجویان، بیمه‌های بیکاری برای کارگران، بیمه‌های مسافران اتوبوس، قطار و هواپیما، بیمه‌های درمانی، بازنشستگی و انواع پرشمار بیمه‌های دیگر با زندگی روزمرهٔ ما پیوند خورده‌اند. بنابر این ضرورت دارد که به مبانی علمی رشتهٔ بیمه آمارشناسی نظری اجمالی بیفکنیم و با فعالیت علمی اکچوارها آشنا شویم.

۱. انواع بیمه

انواع بیمه را به طور سنتی به دو دستهٔ بزرگ بیمه‌های زندگی و غیرزندگی تقسیم می‌کنند. بیمه‌های زندگی با طول عمر اشخاص سر و کار دارند و عنصر اساسی در بررسی این گونه بیمه‌ها، و مسائلی از قبیل تعیین حق بیمه و اندوخته‌ها و غیره، توزیع طول عمر اشخاص به صورت انفرادی یا دسته جمعی است. جدول زندگی که احتمال مردن شخص X ساله‌ای را طی یک سال آینده به دست می‌دهد، ابزار اساسی بیمه آمارشناس برای پژوهش‌های وی در بیمهٔ زندگی است. بیمه‌های غیرزندگی با وقوع حوادث مختلف، از جمله تصادف اتوموبیل‌ها، وقوع آتش سوزی، دزدی، تگرگ، سیل و میزان خسارتی که در هریک از این حادثه‌ها به بار می‌آید، سر و کار دارند. نوع دیگری از بیمه که بیمهٔ بیمه‌هاست و به آن بیمهٔ اتکایی می‌گویند، بیمه شدن یک بیمه‌گر نزد بیمه‌گر دیگر است که طبق قراردادهای گوناگون و به صورت‌های پیچیده صورت می‌گیرد. از ترکیب این سه نوع عمدهٔ بیمه، فهرستی پرشمار از انواع بیمه، با قراردادهای خاصی حاصل می‌شود که امروزه صنایع، بازرگانی و انواع مؤسسه‌ها و سازمان‌ها از آن‌ها استفاده می‌کنند و جهان را به صورت شبکهٔ به هم پیوسته‌ای در می‌آورد.

برای آن که با اصول و مبادی چنین فعالیت گسترده‌ای آشنا شویم به شرح مختصر چند مورد می‌پردازیم. در این توصیف، نشان می‌دهیم که بیمه آمارشناس امروزی باید به علوم آمار، احتمال و فرایندهای تصادفی، همراه با آشنایی با کسب و کار و بازرگانی و مدیریت بیمه مجهز باشد. در این مقاله عمدتاً به بخش علوم آماری بیمه تأکید شده است، ولی توفیق در کار اجرایی بیمه مستلزم آگاهی کامل از بخش علوم بازرگانی نیز هست. دو پیشامد عمده که محیط بیمه آمارشناسی و محاسبات فنی بیمه را به شدت

تحت تأثیر قرار داده عبارت‌اند از پیدایش کامپیوترهای سریع و تقریباً ارزان که در دست‌رس اغلب افراد قرار دارند و دیگری درس‌های مربوط به احتمال و آمار است که امروزه در بیشتر رشته‌های علمی رواج پیدا کرده است.

در فراگیری بیمه آمارشناسی باید به این دو موضوع توجه اساسی شود. زیرا برخی محاسبات که در گذشته با تابع‌های تعویض‌پذیر انجام می‌گرفت، با استفاده از کامپیوتر، با سرعت و دقت کافی، به صورت الگوریتم‌های بازگشتی قابل محاسبه‌اند. بنابر این پرداختن به دلایل علمی این گونه محاسبات بیشتر از چگونگی انجام دادن آن‌ها اهمیت یافته است. نکتهٔ دوم آن که از همان آغاز که هالی و اخلاف او جدول زندگی را فراهم کردند، نتایج مندرج در این جدول‌ها، تا مدت‌های طولانی به صورت قانون‌های قطعی تلقی می‌شدند. برای مثال، تعداد مرگ‌ها در هر گروه مفروض و در هر سال مفروض عددی یقینی در نظر گرفته می‌شد که می‌توانستند آن را از جدول زندگی محاسبه کنند. اما امروزه می‌دانیم که این عدد در حقیقت مقداری از یک متغیر تصادفی است و با احتمال همراه است. بنابر این به کار بستن شیوه‌های احتمالی امری ضروری است و دیگر می‌توان مدل قطعی را فراموش کرد. مطالب زیر با چنین دیدگاهی عرضه شده‌اند.

۲. نوع کلی بیمهٔ زندگی

یک قرارداد بیمهٔ زندگی را در نظر بگیرید که منافع آن از سالی به سالی دیگر متغیر است. فرض کنید که سرمایهٔ بیمه به میزان مورد توافق بیمه‌گر و بیمه‌گذار در پایان سال مرگ قابل پرداخت باشد. اگر C_j را برای سرمایهٔ بیمه در خلال سال jام پس از صدور بیمه‌نامه به کار بریم، داریم:

$Z =$ ارزش فعلی سرمایهٔ بیمه $= C_{k+1}\, \nu^{k+1}$

در این فرمول، K تعداد سال‌هایی است که شخصی که در X سالگی خود را بیمه کرده است، زنده می‌ماند و نوعی متغیر تصادفی است. توزیع K همان توزیع طول عمر آتی شخص X ساله است و از روی جدول زندگی به دست می‌آید. اگر طول عمر را به سال کامل[1] اندازه بگیریم، متغیری گسسته خواهد بود و

$P_r(K=k) = {}_kP_x\, q_{x+k}$ ، $K = ۰، ۱، ۲، ...$

که در آن

${}_kP_x =$ (احتمال زنده ماندن شخص (x) ساله تا سال kام)

$q_{x+k} =$ (احتمال مردن شخص ($x+k$) ساله در خلال یک سال بعد)

چون جدول زندگی توزیع احتمال گسسته شده‌ای است که معمولاً احتمال مردن طی یک سال بعد یعنی q_x را می‌دهد و داریم $P_x = ۱ - q_x$، خواهیم داشت:

$$ {}_kP_x = P_x \, P_{x+۱} \ldots P_{x+k-۱} $$

هم‌چنین

$$ q_{x+k} = ۱ - P_{x+k} $$

نماد دیگر در فرمول بالا v است که عامل تخفیف یا نرخ تنزیل است و ارزش یک ریال موجود در سال بعد را در حال حاضر تعیین می‌کند. نرخ تنزیل با نرخ بهره رابطه دارد و اگر نرخ بهره را i بگیریم، $v = \frac{۱}{(۱+i)}$ بنابراین یک ریال سرمایهٔ ما که در سال $(k+۱)$ قابل وصول است، در حال حاضر $v^{k+۱}$ ریال ارزش دارد. به همین دلیل $C_{k+۱}$ ریال در سال $(k+۱)$ ام فعلاً $C_{k+۱} v^{k+۱}$ ریال ارزش خواهد داشت.

چنان که ملاحظه می‌شود Z یا ارزش فعلی سرمایهٔ بیمه، خود متغیری تصادفی است. اگر بخواهیم برای چنین شخصی حق بیمه‌ای در نظر بگیریم که در حال حاضر پرداخت می‌شود، باید به ماهیت تصادفی مبلغی که پس از مرگ به ذی نفع پرداخت خواهد شد توجه داشته باشیم. برای تعیین حق بیمه، معیارهای مختلفی در نظر گرفته می‌شود. یکی از این معیارها زیان بیمه‌گر است که با عبارت زیر تعریف می‌شود:

$$ L = C_{k+۱} v^{k+۱} - \sum_{k=۰}^{k} \Pi_k v^k $$

که در آن $\Pi_۰, \Pi_۱, \Pi_۲, \ldots, \Pi_k$ مقادیر حق بیمه‌اند که تا زمان K دریافت می‌شوند. اگر منبع تأمین سرمایهٔ بیمه تنها حق بیمه باشد، مقادیر حق بیمهٔ خالص باید در رابطهٔ زیر صدق کنند تا امید ریاضی زیان بیمه‌گر صفر شود:

$$ E(L) = ۰ $$

$$ \sum_{k=۰}^{\infty} C_{k+۱} v^{k+۱} {}_kP_x \; q_{x+k} = \sum_{k=۰}^{\infty} \Pi_k v^k {}_kP_x $$

با انتخاب مقادیر خاص برای C_j می‌توان Π_k را حساب کرد. اگر سرمایهٔ بیمه بلافاصله پس از مرگ بیمه شده قابل پرداخت باشد، سرمایهٔ بیمه را می‌توان به طور کلی تابعی از زمان در نظر گرفت، مثل

$$ C(t) \quad , \quad t \geq ۰ $$

در آن صورت

$$Z = C(T)V^T$$

که T طول عمر آتی شخص X ساله را نشان می‌دهد و متغیر تصادفی پیوسته است. در این حالت باید تابع توزیع T را به دست آورد که به‌کمک روش‌های آماری و با استفاده از آمارهای گذشته میسر است. گیریم

تابع توزیع T: $\quad G(t) = P_r\ (T \le t)\ ,\ t \ge 0$

تابع چگالی T: $\quad g(t) = G'(t)\quad ,\quad t \ge 0$

با استفاده از این دو تابع، مفهوم نیروی آنی مرگ که هم ارز با تابع خطر در نظریهٔ قابلیت اعتماد و نظریهٔ بقاست، تعریف می‌شود.

$$(x+t \text{ نیروی آنی مرگ شخص } x \text{ ساله در سن}) = \mu_{x+t} = \frac{g(t)}{1 - G(t)} = -\frac{d}{dt}\ ln\,[1 - G(t)]$$

که از آن‌جا

$$(t, t+dt) \text{ احتمال مردن در بازهٔ} = P_r\,(t < T < t+dt) = g(t)\,dt = {}_tP_x \cdot \mu_{x+t}\,dt$$

هم‌چنین

$$\mu_{x+t} = -\frac{d}{dt} ln\ {}_tP_x \quad \text{یا} \quad {}_tP_x = exp\left\{ -\int_0^t \mu_{x+s}\ ds \right\}$$

اغلب نظر دادن دربارهٔ نیروی آنی مرگ از حدس زدن توزیع احتمال طول عمر آتی ساده‌تر است. بنابر مفروضات مشخص دربارهٔ نیروی آنی مرگ، توزیع‌های مختلفی برای T حاصل می‌شوند و پارامترهای آن‌ها از روی آمار و به‌کمک روش‌های آماری به دست می‌آیند.

مفروضات دربارهٔ نیروی آنی مرگ: قانون دوموآور (سال ۱۷۲۴) مبنی بر حداکثر طول عمر آدمی (w) و یکسان بودن احتمال مرگ در این بازه:

$$T \mid x \sim u(0, w-x) \quad \text{یا} \quad g(t) = \frac{1}{w-x}\ ,\ 0 < t < w-x$$

برای این توزیع:

$$\mu_{x+t} = \frac{1}{w-x-t}\quad ,\ 0 < t < w-x$$

تابعی افزایشی از t است.

قانون گامپرتز (۱۸۲۴) با پارامترهای B و C:

$$\mu_{x+t} = BC^{x+t},\ t > 0$$

که محدودیت حداکثر سن را ندارد و فرایند پیر شدن را بهتر نمایش می‌دهد.
قانون میکام (۱۸۶۰) با پارامترهای A، B و C:

$$\mu_{x+t} = A + BC^{x+t},\ t > 0$$

تعمیمی است از قانون گامپرتز.
در قانون میکام به ازای $m = \frac{B}{\ln c}$،

$$, P_x = exp\left\{ -At - mC^x \left(C^t - 1 \right) \right\}$$

قانون وایبول (۱۹۳۹): با پارامترهای $n > 0$, $k > 0$:

$$\mu_{x+t} = k\left(x + t \right)^n$$

که می‌دهد:

$$, P_x = exp\left\{ -\frac{k}{n+1} \left[\left(x + t \right)^{n+1} - x^{n+1} \right] \right\}$$

حال به هر نحوی که P_x، و q_x محاسبه شوند، می‌توان از آن‌ها برای محاسبهٔ حق بیمه و اندوخته‌های حق بیمه استفاده کرد.

۳. انواع خاص بیمه

انواع خاص بیمه را می‌توان از حالت کلی به شرح زیر نتیجه گرفت. در حالت کلی:

$$Z = C_{k+1}\ \ v^{k+1}$$

گیریم $C_j = j$، یعنی در صورت مرگ در سال jام، j واحد پول در پایان سال به ذی‌نفع پرداخت خواهد شد. پس

$$Z = (k+1)\ v^{k+1}$$

حق بیمهٔ خالص این نوع بیمه را که افزایشی استاندارد نامیده می‌شود با

$$(IA)_x = \sum_{k=0}^{\infty} (k+1)\ v^{k+1}\ \ {}_kp_x\ \ q_{x+k}$$

به دست می‌آورند.

برای حالت بیمه با مدت معین n ساله

$$C_j = \begin{cases} j\,, & j = ۰, ۱, \ldots, n-۱ \\ ۰\,, & j = n, n+۱, n+۲, \ldots \end{cases}$$

و حق بیمهٔ خالص آن عبارت است از:

$$(IA)_{x^1:\overline{n}|} = nA_{x^1:\overline{n}|} - A_{x^1:\overline{n-۱}|} - A_{x^1:\overline{n-۲}|} - \ldots - A_{x^1:\overline{۱}|}$$

که در آن

$$A_{x^1:\overline{n}|} = \sum_{k=۰}^{n-۱} v^{k+۱}\ {}_kp_x\ \ q_{x+k}$$

حق بیمهٔ خالص بیمهٔ زمانی n ساله با سرمایهٔ یک واحد پول می‌باشد.

این فرمول کلی‌تر از آن است که از ظاهر آن برمی‌آید. اگر مقادیر حق بیمهٔ منفی Π_k (یعنی پرداخت از بیمه‌گر به بیمه‌گذار) را مجاز بدانیم، از این فرمول سالیانی‌های زندگی و حق بیمهٔ پس‌انداز خالص به شرط حیات حاصل می‌شود. برای مثال، اگر قرار دهیم

$$C_۱ = C_۲ = \ldots\ C_n = ۱ \quad , \quad C_{n+۱} = C_{n+۲} = \ldots = ۰$$

$$\Pi_۰ = \Pi_۱ = \ldots = \Pi_{n-۱} = P_{x:\overline{n}|} \ , \ \ \Pi_n = -۱ \ , \ \Pi_{n+۱} = \Pi_{n+۲} = \ldots = ۰$$

حق بیمهٔ پس‌انداز خالص به شرط حیات به دست می‌آید، که در آن

$$P_{x:\overline{n}|} = \text{(حق بیمهٔ پس‌انداز خالص به شرط حیات)} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

با

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=۰}^{n-۱} v^k\ {}_kp_x \quad \text{و} \quad A_{x:\overline{n}|} = ۱ - d\ \ddot{a}_{x:\overline{n}|}$$

$$d = \frac{i}{(۱+i)} = \text{نرخ تنزیل مؤثر سالانه}$$

انواع دیگری از بیمهٔ زندگی نیز وجود دارند که با تعریف خاص C_j به دست می‌آیند و برای کوتاهی سخن از ذکر آن‌ها خودداری می‌شود.

۴. فرمول‌های بازگشتی

برای استفاده از تسهیلات کامپیوتری، نوشتن فرمول‌های محاسباتی به صورت

بازگشتی ضرورت دارد. برای ارائهٔ نمونه‌ای از این فرمول‌ها، بیمهٔ تمام عمر را با پرداخت ۱ واحد پول در پایان سال مرگ در نظر بگیرید. پس به ازای همهٔ مقادیر jداریم $C_j = 1$، $Z_{k+1} = v^k$ و حق بیمهٔ خالص تک قسطی عبارت است از:

$$A_x = E(v^{k+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} v^{k+1}\ {}_kp_x\ q_{x+k}$$

$$A_x = v\, q_x + v A_{x+1}\, p_x$$

پس از محاسبهٔ A_x، می‌توان A_{x+1}، A_{x+2}، ... را برای مشتریان سن‌های $(x+1)$، $(x+2)$، ... به طور بازگشتی حساب کرد.

۵. اندوخته‌های حق بیمهٔ خالص یا اندوخته‌های ریاضی

در بیمهٔ کلی مورد بحث در بالا، اندوختهٔ حق بیمهٔ خالص در پایان سال kام را چنین تعریف می‌کنیم:

$${}_kV = \sum_{j=0}^{\infty} C_{k+j+1}\, v^{j+1}\ {}_jp_{x+k}\, q_{x+k+j} - \sum_{j=0}^{\infty} \Pi_{k+j}\, v^j\ {}_jp_{x+k}$$

= (متوسط ارزش فعلی سرمایهٔ بیمه پس از k سال بعد از عقد قرارداد) − (متوسط ارزش فعلی حق بیمه‌های دریافت شده تا سال k)

در این مورد نیز با عنایت به این که

$${}_jp_{x+k} = {}_hp_{x+k}\ \ {}_{j-h}p_{x+k+h}$$

و جای‌گذاری آن در فرمول ${}_kv$ در نهایت به رابطهٔ بازگشتی زیر می‌رسیم:

$${}_kV + \Pi_k = v\,[C_{k+1}\, q_{x+k} + {}_{k+1}V p_{x+k}]$$

چون v=۰، باز هم می‌توان به آسانی اندوخته‌های ریاضی را به صورت بازگشتی محاسبه کرد.

رابطهٔ بالا را به این صورت نیز می‌توان نوشت:

$$ {}_{k}V + \Pi_{k} = v\left[{}_{k+1}V + (C_{k+1} - {}_{k+1}V) q_{x+k} \right] $$

که از آن درمی‌یابیم اگر بیمه شده بمیرد، افزون بر ${}_{k+1}v$ مبلغ $C_{k+1} - {}_{k+1}v$ نیز مورد نیاز است. این مبلغ را مبلغ خالص در معرض خطر می‌نامند.

اگر رابطهٔ بالا را بر حسب Π_k بنویسیم، ملاحظه می‌کنیم که

$$ \Pi_{k} = ({}_{k+1}V.v - {}_{k}V) + v(C_{k+1} - {}_{k+1}V) q_{x+k} $$

$$ \Pi_{k} = \Pi_{k}^{s} + \Pi_{k}^{r} $$

(حق بیمهٔ در معرض خطر) + (حق بیمهٔ پس‌اندازی) = حق بیمهٔ خالص

و از آن می‌توان نتیجه گرفت که

$$ {}_{j}V = \sum_{k=0}^{j-1} (1+i)^{j-k}\, \Pi_{k}^{s} $$

یعنی اندوختهٔ حق بیمه یا اندوختهٔ ریاضی عبارت است از مقدار انباشتهٔ حق بیمه‌های پس‌اندازی با بهره‌های مربوط از زمان صدور بیمه‌نامه. با این اصول می‌توان اندوخته‌ها را برای انواع بیمه‌ها (C_jهای متفاوت) حساب کرد.

۶. برآورد احتمال مرگ

چنان که در بخش‌های پیشین دیدیم، همهٔ محاسبات بیمه‌ای بر پایهٔ احتمال‌های ${}_{k}p_{x}$ و q_{x+k} به ازای x معین و k متغیر استوارند. حال پرسش این است که این اعداد خود چگونه حساب می‌شوند. محاسبهٔ این اعداد در واقع همان محاسبهٔ جدول زندگی است. روش‌های آماری مورد استفاده برای محاسبهٔ q_x یا برآورد آن $\hat{q}_x$ عبارت‌اند از نمودار لکزیس، روش کلاسیک (روش برآورد گشتاوری)، روش بیشینهٔ درست‌نمایی و روش بیزی. در این روش‌ها از منطق و شیوه‌های استنباط آماری استفاده می‌شود. براساس آمار شرکت‌های بیمه، سازمان ثبت احوال یا مرکز آمار و غیره به برآورد احتمال مرگ پرداخته می‌شود.

برای حسن‌ختام، شیوهٔ برآورد درست‌نمایی و روش بیزی را به کوتاهی شرح می‌دهیم. گیریم H متغیری تصادفی باشد که چگالی احتمال $u(\theta)$ دارد. مقدار خاصی از این متغیر را که همان $\mu_{x+\frac{1}{2}}$ است در نظر می‌گیریم. اگر n شخص مستقل x ساله داشته باشیم

که D_x تا از آن‌ها طی یک سال مرده باشند و E_x طول زمانی باشد که این افراد تحت مشاهده قرار داشته‌اند یا به‌عبارت دیگر درمعرض‌مرگ بوده‌اند و اگر فرض تکه‌ای خطی بودن نیروی آنی مرگ را بپذیریم، احتمال مشاهدهٔ چنین پیشامدی متناسب است با :

$$(\mu_{x+\frac{1}{2}})^{D_x} \; exp(-\mu_{x+\frac{1}{2}} \, . \, E_x)$$

چه مقداری از $\mu_{x+\frac{1}{2}}$ این احتمال را ماکسیمم می‌کند؟ جواب $\hat{\mu}_{x+\frac{1}{2}} = \frac{D_x}{E_x}$ است که از روی آن می‌توان $\hat{q}_x$ را به صورت $\hat{q}_x = 1 - exp(-\frac{D_x}{E_x})$ به دست آورد.

در روش بیزی فرض می‌شود که $\theta = \mu_{x+\frac{1}{2}}$ مقداری از متغیری مانند H است که توزیع پیشین $u(\theta)$ دارد. با در هم آمیختن باور پیشین و نتایج مشاهدات (E_x و D_x) می‌توان برآوردی برای $\hat{q}_x$ به دست آورد. اغلب فرض می‌شود که متغیر H توزیع گاما با پارامترهای α و β دارد. این پارامترها را بیمه آمارشناس برمی‌گزینند. پس توزیع پسین عبارت است از :

$$\tilde{u}(\theta) \propto \theta^{D_x} \, e^{-\theta E_x} \, u(\theta)$$

محتمل‌ترین مقدار $\theta = \mu_{x+\frac{1}{2}}$ همان میانگین توزیع پسین است که برابر است با

$$\hat{\mu}_{x+\frac{1}{2}} = (\frac{\beta}{\beta + E_x}) \frac{\alpha}{\beta} + (\frac{E_x}{\beta + E_x}) \frac{D_x}{E_x}$$

و

$$\hat{q}_x = 1 - (\frac{\beta + E_x}{\beta + E_x + 1})^{\alpha + D_x}$$

ملاحظه می‌شود که برآورد بیشینهٔ درست‌نمایی حالتی خاص از برآورد بیزی است به ازای $\alpha = \beta = 0$.

در روش بیز تجربی، بیمه آمارشناس از مشخص کردن α و β خودداری و مقدار آن‌ها را از روی آمار برآورد می‌کند. اگر مقادیر برآورد شده را با $\hat{\alpha}$ و $\hat{\beta}$ نشان دهیم:

$$\hat{q}_x = 1 - (\frac{\hat{\beta} + E_x}{\beta + E_x + 1})^{\hat{\alpha}}$$

سخن پایانی

ملاحظه کردیم که بیمه آمارشناس امروزی با چه تکالیفی روبه‌روست و برای انجام دادن آن‌ها به چه ابزارهایی نیاز دارد. این ابزارها یعنی استنباط آماری، احتمال و فرایندهای تصادفی به اضافهٔ شم بیمه‌گری که از آشنایی با عملیات اجرایی بیمه حاصل می‌شود. بیمه آمارشناس امروزی باید آمادگی فراگیری این درس‌ها را در بهترین کیفیت و بیشترین کمیت داشته باشد تا بتواند در زندگی حرفه‌ای خود موفق و سربلند باشد.

منابع

۱. حیدری، محمدرضا. *توابع بقا در بیمه* (پایان نامه)، دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۷۷.

۲. طارمی، ابوالفضل. *برآورد احتمال مرگ و میر به روش بیزی* (پایان نامه)، دانشگاه شهید بهشتی، ۱۳۷۷.

3. Gerber, H.V. (1990), Life Insurance Mathematics, Springer - Verlag, Berlin.