چگونگی آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای

قاسم محسنی دمنه

مقدمه

در بازار سرمایه ایران، به پاره ای تحقیقات برمی خوریم که در آنها روشهای نادرستی برای آزمون **مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای**[1] به کار رفته است. به منظور بررسی موضوع، در این مقاله، ابتدا یک روش معمول که به **روش دو مرحله‌ای**[2] معروف است برای آزمون این مدل معرفی می شود. سپس دو کاربرد این مدل در بخش بعدی مقاله تشریح می شود و بخش آخر نیز به خلاصه مطالب و نتیجه‌گیری اختصاص می یابد.

چون برای محاسبه بازدهی پرتفولیوی بازار معمولاً از تغییرات شاخصهای بازار استفاده می‌شود، لذا روش محاسبه «شاخص قیمت کل» و «شاخص قیمت و بازده نقدی» در بورس تهران در **پیوست ۱** تشریح شده است. برای راهنمایی محققان در مورد چگونگی محاسبه بازدهی داراییهای سرمایه‌ای، دو روش در **پیوست ۲** آورده شده است. در **پیوست ۳** نیز یک روش محاسبه پرتفولیوی با بتای صفر پیشنهاد شده است. چون در اقتصاد ایران، یافتن بازدهی بدون ریسک معمولاً مشکل است، بنابراین محققان می‌توانند از بازدهی پرتفولیویی که بتای صفر دارد به جای بازدهی بدون ریسک استفاده کنند و مدل پیشنهادی **بلک** (Black, 1972) را برای آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای به کار برند.

آزمون مدل بازاری و مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای

مدل ارزشیابی دارایی سرمایه‌ای بر این فرض استوار است که چارچوب میانگین-واریانس در تصمیمگیری برای سرمایه گذاری کفایت می کند. در این مدل رابطه بین بازدهی مورد انتظار هر دارایی سرمایه‌ای (μ_i) و بازدهی مورد انتظار از پرتفولیوی بازار (μ_m) به شکل زیر تعریف می شود:

$$\mu_i = r_f + \beta_i(\mu_m - r_f) \quad \text{(رابطه ۱)}$$

که در آن r_f برابر نرخ بازدهی بدون ریسک است و β_i معیاری برای اندازه گیری ریسک سیستماتیک دارایی سرمایه‌ای مورد نظر و از طریق درجه حساسیت بازدهی دارایی سرمایه‌ای نسبت به بازدهی پرتفولیوی بازار اندازه گیری می شود. برای محاسبه این درجه حساسیت (یعنی β_i) از رگرسیون زیر بهره می گیریم که به **مدل بازاری**[۳] معروف است:

$$r_{it} = a_i + \beta_i r_{mt} + e_{it} \quad \text{(رابطه ۲)}$$

که در آن r_{it} بازدهی دارایی سرمایه‌ای i اُم در دوره t و r_{mt} بازدهی پرتفولیوی بازار در دوره t و e_{it} نیز مقادیر خطای رگرسیون است. لازم به یادآوری است که پرتفولیوی بازار، پرتفولیویی است که از کل داراییهای موجود در جهان تشکیل شده و نسبت هر دارایی در این پرتفولیو برابر وزن ارزش آن دارایی از کل داراییهای جهان است.

اگر در یک دوره T، متوسط بازدهی دارایی i برابر $\bar{r}_i$، و متوسط بازدهی پرتفولیوی بازار برابر $\bar{r}_m$ و بازدهی بدون ریسک برابر r_f باشد، آنگاه چنانچه در این دوره، بازدهی کمتر یا بیش از حد انتظار نداشته باشیم، براساس مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای باید رابطه ذیل برقرار باشد:

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i(\bar{r}_m - r_f) \quad \text{(رابطه ۳)}$$

توجه کنید که در مدل یادشده **رابطه ۱**، بین بازدهی مورد انتظار آتی دارایی (μ_i)، بازدهی مورد انتظار پرتفولیوی بازار (μ_m) و بتای دارایی، ارتباط خطی برقرار است، در حالی که در **رابطه ۳**، متوسط بازدهیهای گذشته دارایی در یک دوره $(\bar{r}_i)$ و متوسط بازدهیهای گذشته پرتفولیوی بازار در آن دوره $(\bar{r}_m)$ قرار دارند؛ بنابراین، **رابطه ۳** نوع گذشته مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای نامیده می شود. به عبارت دیگر براساس این مدل، بایدبه‌طور متوسط بازدهی هر دارایی برابر $r_f + \beta_i(\bar{r}_m - r_f)$ باشد. لذا اختلاف بین متوسط واقعی بازدهی داراییها و عبارت $r_f + \beta_i(\bar{r}_m - r_f)$ می تواند معیاری برای میزان درستی مدل یادشده باشد:

$$\alpha_i = \bar{r}_i - \left[r_f + \beta_i(\bar{r}_m - r_f)\right] \quad \text{(رابطه ۴)}$$

α_i (که معیار عملکرد مدل است) به آلفای جنسن معروف است، و معمولاً با استفاده از اضافه بازدهیها در یک مدل بازاری به شکل زیر تخمین زده می شود:

$$r_{it} - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_{mt} - r_f) + \varepsilon_{it} \quad \text{(رابطه ۵)}$$

این بازدهی اضافی علاوه بر r_f به سبب آن است که بازدهی دارایی iاُم یا پرتفولیوی بازار، همراه با ریسک است و انتظار داریم که بازدهی بیشتری از بازدهی دارایی بدون ریسک داشته باشد. بنابراین اضافه بازدهی بابت پذیرش ریسک است، لذا به آن **پاداش ریسک**[۴] نیز گفته می شود.

اگر انحراف از میانگین بازدهیهای پرتفولیوی بازار را δ_{mt} و پاداش ریسک بازار را γ_m بنامیم، آنگاه می توانیم **رابطه ۵** را به شکل زیر نیز نشان دهیم:

$$r_{it} - r_f = \alpha_i + \beta_i(\delta_{mt} + \gamma_m) + \varepsilon_{it} \quad \text{(رابطه ۶)}$$

که در آن همانطور که گفتیم:

$$\delta_{mt} = r_{mt} - \mu_m$$

$$\gamma_m = \mu_m - r_f$$

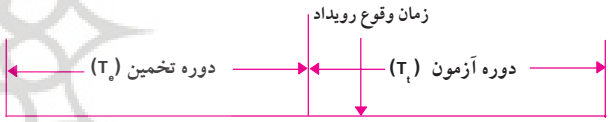
گرچه پرتفولیوی بازار بنابه تعریفی که از آن می شود دست نیافتنی است، ولی معمولاً محققان برای آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه‌ای در بازارهای بورس اوراق بهادار، از درصد تغییرات شاخص کل به عنوان بازدهی پرتفولیوی بازار استفاده می کنند. علت این امر آن است که در محاسبه شاخص کل معمولاً از میانگین وزنی ارزش کل اوراق بهادار موجود در بازار استفاده می کنند. به این ترتیب، تغییرات ارزش کلیه اوراق بهادار موجود در بازار در عدد شاخص منعکس می شود، ضمن این که تعدیلات لازم برای خنثی کردن عواملی که در عدد شاخص تاثیر گذارند لیکن در بازدهی بازار موثر نیستند، برای محاسبه شاخصها در نظر گرفته می شود. بنابراین، تغییرات عدد شاخص بخوبی منعکس کننده بازدهی بازار است. از طرفی چون در محاسبه شاخص، از اوراق بهادار متنوع و متعددی استفاده می شود، لذا فرض می شود که بازدهی محاسبه شده براساس تغییرات شاخص با بازدهی پرتفولیوی واقعی بازار مشابهت زیادی دارد. در **پیوست ۱** این مقاله

روش محاسبه **شاخص کل قیمت بورس تهران**[5] آورده شده است.

بعضی از تئوری پردازان امورمالی در مورد شکل توزیع آماری بازدهیهای یک دارایی، مفروضاتی را مطرح می کنند و برپایه آن مفروضات توصیه می کنند برای محاسبه بازدهیها از لگاریتم استفاده شود. در **پیوست ۲** این مقاله دو روش برای محاسبه بازدهی داراییها معرفی شده است.

اگر فرض کنیم که مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای صحیح است، دو کاربرد می توانیم برای آن درنظر بگیریم؛ کاربرد اول آن است که به «**مطالعه وقایع**»[6] معروف شده است. قصد محقق در این نوع مطالعات این است که ببیند آیا وقوع یک رویداد اثری برروی بازدهی دارایی مورد مطالعه گذاشته است یا خیر. بنابراین، یک دورهٔ زمانی به اندازهٔ کافی بزرگ (T)، را درنظر می گیرد که زمان وقوع رویداد را نیز دربرداشته باشد. این دوره به دو دوره T_e قبل از وقوع رویداد و به نام دوره تخمین و دوره T_t پس از وقوع رویداد و به نام دوره آزمون تقسیم می شود (**شکل ۱**).

شکل ۱-دوره زمانی برای یک رویداد



دارایی در دوره تخمین تحت تاثیر رویداد قرار ندارد چون رویداد پس از این دوره اتفاق می افتد. همچنین دارایی در دوره آزمون تحت تاثیر رویداد قرار گرفته است. حال می خواهیم ببینیم آیا این رویداد تاثیر معنیداری بر دارایی گذاشته است یا خیر. برای این کار سه مرحله زیر را به انجام می رسانیم:

۱-ابتدا در دوره تخمین، رابطه رگرسیونی مدل بازاری **رابطه ۲** را برای دارایی مورد مطالعه به دست می آوریم. به این ترتیب $\hat{a}_i$ و $\hat{\beta}_i$ که تخمینهایی از α_i و β_i هستند به صورت رابطه زیر حاصل می شوند:

$$r_{it} = \hat{a}_i + \hat{\beta}_i r_{mt} + \hat{e}_{it}, \quad t \in T_e$$

۲-سپس براساس ضریبهای تخمین زده شده در مرحله ۱، بازدهی طبیعی دارایی را در دوره آزمون به صورت $\hat{a}_i + \hat{\beta}_i r_{mt}$ محاسبه می کنیم و با کم کردن آن از بازدهی واقعی دارایی (r_{it})، بازدهی غیرطبیعی (ar_{it}) را به شکل زیر به دست می آوریم:

$$ar_{it} = r_{it} - (\hat{a}_i + \hat{\beta}_i r_{mt}), \quad t \in T_t$$

۳- با استفاده از آزمون آماری فرضیات، معنیدار بودن بازدهی غیرطبیعی (ar_{it}) را که در مرحله ۲ به دست آمده است، آزمون می کنیم. فرضیات صفر و رقیب به شکل زیر تعریف می شوند:

$$H_0 : \overline{ar}_i = 0$$

$$H_1 : \overline{ar}_i \neq 0$$

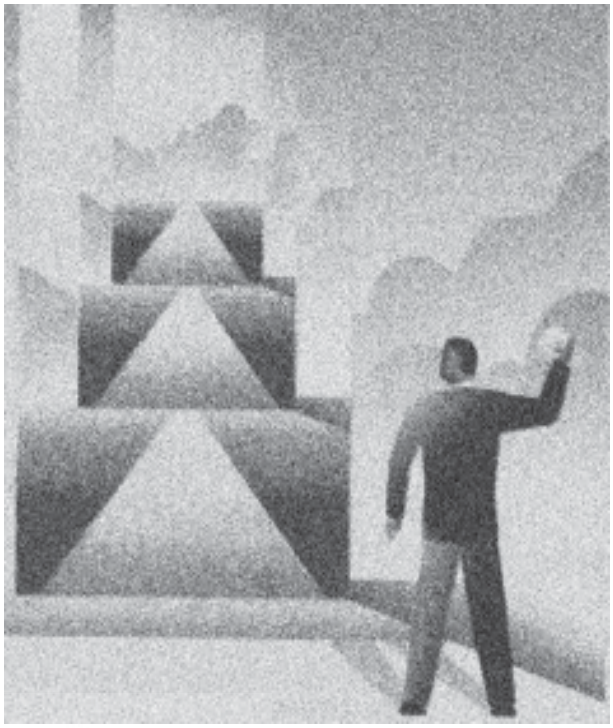
که در آنها متوسط بازدهیهای غیرطبیعی است و آزمون به طور ساده آزمون میانگین توزیع است و از آمارهٔ «تی استیودنت» برای آن استفاده می کنیم: ($t = \frac{\overline{ar}_i - 0}{\sigma_{\overline{ar}_i}}$).

کاربرد دیگر مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای، ارزیابی عملکرد یک دارایی (یا یک پرتفولیو) است. برای این کار باید دید که آیا بازدهی آن دارایی (یا پرتفولیو)، بیش از حد یا کمتر از حد مورد انتظار بوده است. α_i در **رابطه ۵**، معیاری برای ارزیابی عملکرد دارایی، محسوب می شود. چنانچه پس از به دست آوردن **رابطه ۵** برای یک دارایی متوجه شویم مقدار α_i به لحاظ آماری با صفر تفاوت دارد، بسته به این که α_i بزرگتر یا کوچکتر از صفر باشد، می توان نتیجه گرفت که عملکرد دارایی بهتر یا بدتر از حد معمول بوده است.

نتیجه گیری

در این مقاله، به منظور راهنمایی محققان برای آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای، یک روش دو مرحله ای پیشنهاد شده است. فرض کنیم بخواهید این مدل را در بازار بورس تهران آزمون کنید. ابتدا باید دوره زمانی محاسبه بازدهی را (که آن را با t نمایش می دهیم و می تواند یک سال، یک ماه، یک هفته، یا یک روز باشد) انتخاب کنیم. براین اساس بازدهیهای سالانه، ماهانه، هفتگی، یا روزانه محاسبه می شوند. قبل از محاسبه بازدهی ها، باید دوره زمانی تحت بررسی را (که با T نمایش می دهیم) نیز انتخاب کنید. مثلاً اگر دوره تحت بررسی را ۵ سال و بازدهیها را ماهانه به دست آورید، برای هر سهم ۶۰ بازدهی خواهید داشت که برای انجام آزمونهای آماری کافی است.

پس از انجام این کارها، نوبت آن است که تعداد کافی سهام (بیشتر از ۳۰ عدد) برای انجام آزمون انتخاب کنید. سهام انتخابی باید به اندازه کافی در بازار فعالیت داشته باشند؛ یعنی سهامی باشند که به طور مرتب در بازار معامله می شوند. برای تعمیم نتایج آزمون به کل بازار باید نمونه ها به صورت تصادفی انتخاب شوند. بنابراین، ابتدا تعداد زیادی سهم انتخاب کنید و سپس سهامی را که فعالیت کمی دارند از نمونه حذف کنید. اگر



بخواهید از پرتفولیوها در آزمون استفاده کنید، لازم است تعداد بیشتری سهم انتخاب کنید تا تعداد پرتفولیوهای متشکل از سهام، حداقل به ۳۰ عدد برسند و هر پرتفولیو حداقل حاوی ۳۰ سهم باشد. در این صورت حداقل به ۹۰۰ سهم نیاز دارید که بیش از تعدادی است که هم اکنون در بازار بورس تهران دادوستد می شوند. برای رفع مشکل ناچارید تعداد سهام هر پرتفولیو را کاهش دهید که البته به این معنی خواهد بود که پرتفولیوهای تشکیل شده به حدکافی متنوع نیستند. اگر فکر می کنید به جز بتای سهم، عوامل دیگری هم بر بازدهیها اثر می گذارند، سهام را براساس آن عوامل دسته بندی کنید. مثلاً اگر بخواهید عامل اندازه شرکت را در بازدهی بسنجید لازم است سهام شرکتهای بزرگتر را در یک دسته و سهام شرکتهای کوچکتر را در دسته ای دیگر بگنجانید. یا اگر بخواهید اثر عامل **نسبت قیمت به بازده** (P/E) را نیز بیابید، بهتر است سهام با نسبت قیمت به بازده بزرگ را در یک دسته و سهام با نسبت قیمت به بازده کوچکتر را در دسته دیگر بگذارید. از اینجا به بعد فرض می کنیم شما سهام را برای بررسی خود انتخاب کرده اید، ولی اگر در مطالعه خود از پرتفولیوها هم استفاده کنید تفاوتی در مفاهیم ارائه شده ایجاد نمی کند.

پس ازاین مقدمات لازم است بازدهی هر سهم را براساس هر یک از روشهایی که در **پیوست ۲** توضیح داده ایم، در هریک از دوره های t محاسبه کرده و r_{it} بنامید. متوسط بازدهی های هر سهم در دوره های مختلف t را نیز محاسبه کرده و $\bar{r}_i$ بنامید. پس از آن نوبت به محاسبه بازدهی پرتفولیوی بازار در هر دوره t و متوسط بازدهی پرتفولیوی بازار می رسد، که با استفاده از **شاخص قیمت و بازده نقدی بازار** (TEDPIX) محاسبه می شود. نحوه محاسبه شاخص کل قیمت و شاخص قیمت و بازده نقدی در بورس تهران در **پیوست ۱** آمده است. همان روشی را که برای محاسبه بازدهیهای هر سهم به کار برده اید، برای محاسبه بازدهی بازار نیز به کار برید. بازدهی بازار در هر دوره را r_{mt} و متوسط بازدهیهای بازار را $\bar{r}_m$ نامگذاری کنید.

اکنون می توانید مرحله اول از روش دو مرحله ای را اجرا کنید. برای این کار بین r_{it} ها و r_{mt} ها رگرسیون گرفته و **رابطه ۲** را تخمین بزنید. ضریب r_{mt} همان بتای سهم خواهد بود. این کار را برای سایر سهام انتخاب شده تکرار کنید تا بتای همه سهام به دست آیند. به دلیل اینکه رگرسیون **رابطه ۲** بین بازدهی های سهام در یک سری زمانی و بازدهی بازار در همان سری زمانی به دست آمده است، به آن رگرسیون سری زمانی گویند. در این جا مرحله اول که تخمین بتاها بود به اتمام رسیده است.

حال می توانید مرحله دوم را که یک رگرسیون در یک مقطع زمان است، اجرا کنید. برای این کار با استفاده از متوسط بازدهی بازار و بتای هر سهم (β_i)، عبارت $r_f + \beta_i(\bar{r}_m - r_f)$ را به دست آورده و با کسر نمودن آن از متوسط بازدهی واقعی سهم، a_i را در **رابطه ۴** محاسبه کنید. در اینجا نیازمند r_f یعنی نرخ بهره بدون ریسک هستید که می توانید از نرخ بهره اوراق مشارکت دولتی استفاده کنید.

روش دیگر در مرحله دوم آن است که **رابطه ۵** را تخمین بزنید که از لحاظ مفهومی تفاوتی با **رابطه ۴** ندارد. در صورتی که طبق آزمونهای آماری، a_i اختلاف فاحشی با صفر نداشته باشد، بدان معنی است که مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای در بازار تایید شده است.

دو کاربرد این مدل می تواند «مطالعه وقایع» و «ارزیابی عملکرد» یک سهم یا پرتفولیو باشد. هر دوی این کاربردها در این مقاله توضیح داده شده اند.

پیوست ۱- روش محاسبه «شاخص کل قیمت» و «شاخص قیمت و بازده نقدی» در بورس تهران

فرمول محاسبه شاخص کل قیمت در بورس تهران که به **تپیکس** (TEPIX) معروف است در هر زمان t به قرار زیر است:

$$TEPIX_t = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_{it} q_{it}}{\sum_{i=1}^{n} p_{io} q_{io}} \times 100$$

که در آن:

P_{it} : قیمت سهام شرکت iام در زمان t،

q_{it} : تعداد سهام منتشره شرکت iام در زمان t،

P_{io} : قیمت سهام شرکت iام در زمان مبدأ،

q_{io} : تعداد سهام منتشره شرکت iام در زمان مبدأ،

n: تعداد شرکتهای پذیرفته شده در تابلوهای اصلی و فرعی بورس.

مخرج کسر فوق، ارزش بازاری کل شرکتهای پذیرفته شده در تابلوهای اصلی و فرعی بورس را در زمان مبدأ محاسبه می کند؛ که به آن عدد پایه نیز گفته می شود. چون عدد پایه بنابه دلایلی که بعداً می آوریم تغییر می کند آن را با D_t نمایش می دهند و عدد پایه در زمان t می خوانند.

شاخص کل قیمت در بورس تهران به صورت روزانه محاسبه می شود باید تغییرات ارزش بازاری کل سهام پذیرفته شده در بورس را نشان دهد. برای اینکه شاخص فقط این تغییرات را گزارش کند، لازم است با توجه به اتفاقاتی که در بازار می افتد، عدد پایه D_t به تناسب تعدیل شود. برای این منظور تعدیلات زیر در شاخص کل قیمت بورس تهران صورت می گیرد.

تعدیل پایه به دلیل افزایش سرمایه از محل آورده نقدی و مطالبات

با توجه به اینکه در اثر افزایش سرمایه از محل آورده نقدی و مطالبات سهامداران، ارزش جاری بازار (صورت کسر فوق) افزایش می یابد و این افزایش در اثر تغییرات قیمت نبوده است، لذا مخرج کسر (عدد پایه) باید به گونه ای تغییر کند که اثرات افزایش صورت کسر خنثی شود و در نهایت در عدد شاخص تغییری ایجاد نشود.

پذیرش شرکتهای جدید در بورس یا حذف شرکت(هایی) از تابلوهای بورس

در این صورت نیز ارزش جاری بازار (صورت کسر فوق) تغییر می کند؛ و اگر مخرج کسر (عدد پایه) به تناسب تعدیل نشود، باعث تغییر در شاخص قیمت کل خواهد شد. چون پذیرش یا حذف شرکتها، تغییرات قیمتی سهام قلمداد نمی شود، بنابراین نباید در شاخص قیمت کل تغییری ایجاد کند و بدین ترتیب عدد پایه باید به تناسب تعدیل شود.

همان طور که دیده می شود عدد پایه مورد استفاده در محاسبه شاخص کل قیمت در بورس تهران به علت اعلان سود تقسیمی توسط شرکتها تعدیل نمی شود و چون پرداخت سود باعث خارج شدن سرمایه از بازار می شود و در نتیجه صورت کسر فوق را متاثر می کند، لذا اعلان سود تقسیمی باعث کاهش شاخص کل قیمت در بورس تهران می گردد. سازمان بورس اوراق بهادار شاخص دیگری تحت عنوان «شاخص قیمت و بازده نقدی» معرفی کرده که تحت تاثیر اعلان سود تقسیمی قرار نمی گیرد. به عبارت دیگر این شاخص مشابه شاخص قیمت کل است با این تفاوت که عدد پایه بابت اعلان سود تقسیمی توسط شرکت به تناسب تعدیل می شود. این شاخص به صورت اختصاری (TEDPIX) نامیده می شود. علاقه مندان می توانند از آدرس اینترنتی www.irbourserd.com این شاخصها را دریافت کنند.

اعلان سود تقسیمی در بازدهی سرمایه گذار اثری ندارد. برای توضیح این مطلب فرض کنید فردی دارای یک سهم با ارزش بازاری ۱۰۰۰ ریال باشد. اگر شرکت تصمیم به تقسیم سود به مبلغ ۲۰۰ ریال بگیرد، ارزش بازاری سهم به ۸۰۰ ریال کاهش می یابد، در حالی که ثروت سهامدار همان ۱۰۰۰ ریال (۸۰۰ ریال قیمت سهم به علاوه ۲۰۰ ریال سودتقسیمی) ثابت مانده است. بنابراین، بازدهی سهامدار پس از تقسیم سود برابر صفر بوده است. چون تپیکس تحت تاثیر سودتقسیمی قرار می گیرد، معیار خوبی برای تعیین بازدهی پرتفولیوی بازار محسوب نمی شود و بهتر است از شاخص تدپیکس برای این منظور استفاده شود.

پیوست ۲- نحوه محاسبه بازدهی دارائیهای سرمایه ای

بازدهی یک دارایی سرمایه‌ای در طول یک دوره زمانی تعریف می شود. بنابه تعریف، درصد تغییر ثروت دارنده دارایی در طول یک دوره مشخص را بازدهی دارنده دارایی می گویند. در مورد یک سهامدار، افزایش قیمت سهم در بازار، ثروت وی را افزایش می دهد. با توجه به این که تقسیم سود اثرکاهنده در قیمت سهم دارد. بنابراین یک سهم i در دوره t به صورت زیر محاسبه می شود:

$$R_{it} = \frac{W_t - W_{t-1}}{W_{t-1}}$$ (رابطه الف)

در آن R_{it} بازدهی سهامدار در دوره t، و W_t ثروت سهامدار در انتخاب دوره t است. باتوجه به اینکه تقسیم سود اثرکاهنده در قیمت سهم دارد، بنابراین، می باید برای محاسبه ثروت سهامدار در انتهای دوره، سود تقسیمی به قیمت سهم اضافه شود. پس W_t در فرمول فوق، قیمت تعدیل شده سهم در انتهای دوره است. در صورت وقوع اتفاقات زیر در خلال دوره مورد بررسی، لازم است قیمت سهم در انتهای دوره، به تناسب تعدیل شود:

۱- اعطای سهام جایزه از محل اندوخته ها یا سود تقسیم نشده: که در این صورت قیمت بازاری سهام جایزه تعلق گرفته به هر سهم در پایان دوره t، به قیمت سهام در پایان دوره اضافه می شود. مثلاً اگر به هر دو سهم یک سهم جایزه تعلق گیرد، ۵۰درصد قیمت سهام به قیمت سهام در پایان دوره اضافه می شود؛ به عبارت دیگر قیمت سهام در پایان دوره در عدد ۱/۵ ضرب می شود.

۲- افزایش سرمایه از محل آورده نقدی یا مطالبات: در این صورت مبلغ آورده نقدی یا مطالبات تبدیل شده بابت هر سهم، از قیمت سهام در پایان دوره کسر شده، قیمت بازار سهام تعلق گرفته به هر سهم به آن اضافه می شود. مثلاً اگر هر سهم، حق دریافت دو سهم جدید را به قیمت پذیره نویسی ۸۰۰ ریال برای هر سهم داشته باشد و قیمت بازاری سهم قبل از افزایش سرمایه ۲۰۰۰ ریال و پس از افزایش سرمایه ۱۲۰۰ ریال باشد بازدهی برابر است با:

$$\frac{[۱۲۰۰+(۲\times۱۲۰۰)]-[(۲\times۸۰۰)+۲۰۰۰]}{۲۰۰۰} = 0$$

این بازدهی صفر، به معنی آن است که قیمت ۱۲۰۰ ریال برای سهم پس از افزایش سرمایه، قیمتی تعادلی است و به عبارت دیگر افزایش سرمایه به خودی خود، بازدهی سهامدار را افزایش نداده است. اگر قیمت سهم پس از افزایش سرمایه در اثر عوامل دیگر، با ۱۲۰۰ ریال متفاوت شود، بازدهی سهامدار نیز با صفر اختلاف پیدا می کند.

سایر رویدادها مثل **تقسیم یک سهم به دو یا چند سهم**[۷] در بورس تهران تاکنون موضوعیت نداشته، بنابراین از ذکر آنها خودداری می کنیم. به این ترتیب W_t و W_{t-1} در **رابطه (الف)** را می توان به شکل زیر تعریف کرد:

$$W_t = (1+x_t)P_t + DPS_t - C_t$$

$$W_{t-1} = P_{t-1}$$

که در آن:

P_t: قیمت سهام در انتهای دوره t،

X_t: درصد افزایش سرمایه در دوره t فارغ از اینکه سرمایه جدید از چه محلی تامین شده باشد،

DPS_t: سود تقسیمی در دوره t،و

C_t: مبلغ آورده نقدی یا مطالبات دارنده یک سهم است که به سهام جدید تبدیل شده است.

در ضمن دقت کنید که در اینجا همواره مسئله اعلان تقسیم را به عنوان رویداد اثرگذار درنظر گرفتیم نه پرداخت سود را. علت این است که تصمیم به تقسیم سود در مجامع شرکت گرفته شده و خریداران سهام پس از تاریخ مجمع مستحق دریافت سود نیستند و بنابراین پس از تصمیم به تقسیم سود و بدون توجه به زمان پرداخت آن، قیمت سهم به تناسب کاهش می یابد.

رابطه (الف) روش محاسبه بازدهی ساده یک دارایی را نشان می دهد. این رابطه را می توانیم به صورت زیر نیز بنویسیم:

$$R_{it} = \frac{W_t}{W_{t-1}} - 1$$ (رابطه ب)

$$1 + R_{it} = \frac{W_t}{W_{t-1}}$$ (رابطه پ)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

که به $(1+R_{it})$ بازدهی ناخالص دارایی i در دوره t گفته می شود. اگر از طرفین **(رابطه پ)** لگاریتم طبیعی بگیریم، خواهیم داشت:

$$Ln(1+R_{it}) = Ln(\frac{W_t}{W_{t-1}}) = Ln(W_t) - Ln(W_{t-1})$$

به $Ln(1+R_{it})$، **بازدهی مرکب مداوم**[۸] گفته می شود و آن را با r_{it} نشان می دهیم. خاصیت این بازدهی آن است که اگر یک دوره بزرگ T را به n دوره کوچکتر تقسیم کنیم، آنگاه خواهیم داشت:

$$r_{it} = r_{i1} + r_{i2} + ... + r_{in}$$

در حالی که این خاصیت برای بازدهی ساده (R_{it}) وجود ندارد. در عوض بازدهی ساده یک پرتفولیو برابر است با میانگین وزنی بازدهیهای داراییهای تشکیل دهنده آن پرتفولیو، در حالی که این خاصیت برای بازدهی مرکب مداوم یک پرتفولیو وجود ندارد. یعنی اگر پرتفولیوی P مرکب از n دارایی و سهم هر دارایی iام معادل W_i باشد، آنگاه داریم:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_{it}$$

در حالی که این رابطه برای r_{pt} و r_{it} ها برقرار نیست یعنی:

$$r_{pt} \neq \sum_{i=1}^{n} w_i r_{it}$$

در یک بازار کارا، فرض می شود که قیمتهای داراییها تصادفی هستند. یعنی قیمت دارایی در زمان t ارتباطی با قیمت دارایی قبل از زمان t ندارد. بنابراین حرکت قیمت داراییها یک **حرکت هندسی برونینی**[۹] خواهد بود. به همین دلیل در تحلیلهای مالی اغلب از r_{it} به جای R_{it} استفاده می کنند.

پیوست ۳- روش محاسبه پرتفولیوی بدون بتا

در اقتصاد ایران در اغلب مواقع نرخ بهره بدون ریسک مشخص نیست یا دستیابی به آن مشکل است. بنابراین محققان در عمل برای آزمون مدل ارزشیابی داراییهای سرمایه ای با مشکل مواجه می شوند. برای غلبه بر این مشکل می توان نوع بدون بتای مدل را مورد آزمون قرارداد. این مدل را **بلک** (Black, 1972) به صورت زیر پیشنهاد کرد:

$$\mu_i = \mu_o + \beta_i(\mu_m - \mu_o)$$

که مشابه رابطهٔ ۱ است، با این تفاوت که به جای نرخ بهره بدون ریسک (r_f)، گذاشته شده که نماینده بازدهی مورد انتظار از پرتفولیویی است که بتای صفر دارد، یعنی نسبت به پرتفولیوی بازار حساسیت ندارد. در مدل یادشده فرض می شود که پرتفولیوی بازار می تواند همه ریسکهای موجود در بازار را منعکس کند و بنابراین بتای دارایی که از این طریق به دست می آید، توضیح دهنده کل ریسکهای موجود خواهد بود. بنابراین پرتفولیویی که بتایی برابر صفر دارد، یعنی دارای هیچ نوع ریسکی نیست و بازدهی آن باید برابر بازدهی دارایی بدون ریسک باشد. البته از بین همه پرتفولیوهایی که بتای صفر دارند باید کاراترین آنها، یعنی پرتفولیویی که کمترین واریانس را دارد، انتخاب کرد.

ما نیز از همین مفهوم استفاده می کنیم و پرتفولیویی تشکیل می دهیم که بتای صفر و کمترین واریانس بازدهی را داشته باشد. برای این کار می توانیم از یک مدل برنامه ریزی خطی به صورت زیر بهره جوییم:

$$\text{Min} \quad \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_{i,j}$$

$$\text{S.t.} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

که در آن:

σ_p^2: واریانس پرتفولیو متشکل از n دارایی

w_i: نسبتی از کل سرمایه که به دارایی i اختصاص داده شده است و بنابراین مجموع همه w_i ها باید برابر یک باشد.

$\sigma_{i.j}$: کوواریانس بین دو دارایی i و j (کوواریانس یک دارایی با خودش، برابر واریانس آن دارایی است)

β_i: بتای دارایی i

n: تعداد داراییهای تشکیل دهنده پرتفولیو که با تعداد کل سهام موجود در بازار برابر است.

هدف از اجرای برنامه ریزی خطی پیشگفته یافتن w_i ها، یعنی وزن هر یک از سهام موجود در پرتفولیوی با بتای صفر است. وقتی که این اوزان به دست آمدند، بسته به اینکه از بازدهی ساده (R_{it}) یا از بازدهی مرکب مداوم (r_{it}) استفاده کنیم[10]، فرمول های زیر را برای محاسبه پرتفولیو (R_{pt} یا r_{pt}) به کار می بریم:

$$R_{pt} = \sum_{i=1}^{n} w_i R_{it}$$

$$r_{pt} \approx \sum_{i=1}^{n} w_i r_{it}$$

رابطه دوم یک رابطه تقریبی است و بنابراین از علامت $\approx$ به جای مساوی استفاده کرده ایم. هر چه دوره انتخاب شده برای محاسبه بازدهی کوچکتر باشد، این رابطه تقریب دقیقتری را به دست می دهد. از r_{pt} که به شکل بالا محاسبه می شوند، می توان به جای بهره بدون ریسک استفاده کرد و نوع بتای مدل ارزشیابی دارایی سرمایه ای را آزمود.

R_{pt}

پانوشتها:

1- Capital Assets Pricing Model (CAPM)
2- Tow-pass Method
3- Market Model
4- Risk Premium
5- TEPIX
6- Event Study
7- Stock Split
8- Continously Compounded Return
9- Geometric Brownian Motion

۱۰- مفاهیم بازدهی ساده و بازدهی مرکب مداوم در پیوست ۲ آمده اند.

منابع:

- Black, Fischer, **Capital Market Equilibrium with Restricted Borrowing**, Journal of Business 45(3), July: 444-455, 1972
- Black, Fischer, Michael C. Jensen and Myron S. Scholes, **The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests**, in M. Jensen, 1972
- Breeden, Douglas T., **An Intertemporal Asset Pricing Model with Stochastic Consumption and Investment Opportunities**, Journal of Financial Economics, 7: 265-296, 1979
- Cvitanic, Jaksa, and Fernando Zapatero, **Introduction to the Economics and Mathematics of Financial Markets**, Massachusetts Institute of Technology, 2004
- Fama, Eugene F. and James D. MacBeth, **Risk, Return and Equilibrium: Empirical Tests**, Journal of Political Economy, 81(3): 607-636, 1973
- Gibbons, Michael R., **Multivariate Test of Financial Models: A New Approach**, Journal of Financial Economics, 10: 3-27, 1982
- Kandel Shmuel and Robert F. Stambaugh, **On Correlations and Inferences About Meanvariance Efficiency**, Journal of Financial Economics, 18(1): 61-90, 1987
- Merton, Robert C., **An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, Econometrica,** 41: 867-887, 1973
- Roll, Richard, **A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part 1: On Past and Potential Testability of the Theory**, Journal of Financial Economics, 4: 129-176, 1977
- Ross, Sheldon M., **An Introdution to Mathematical Finance: Options and other Topics**, Cambrige University Press, 1999
- Ross, Stephen A., **The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing**, Journal of Economic Theory, 13: 341-360, 1976
- Shanken, Jay, **Multivariate Proxies and Asset Pricing Relations: Living with the Roll Critique**, Journal of Financial Economics, 18 (1): 91-110, 1987
- Stambaugh, Robert F., **On the Exclusion of Assets from Tests of the Two-parameter Model: A Sensitivity Analysis**, Journal of Financial Economics, 10(3): 237-268, 1982
- Teall, John, and Iftekhar Hasan, **Quantitative Methods for Finance and Investments**, Blackwell Publishing Ltd., 2002