معرفت فلسفی سال ششم، شماره اول، پاییز ۱۳۸۷، ۱۳۵-۱۷۹

پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت

مجتبی مصباح*

چکیده

در برخی تفاسیر فلسفی از احتمال، مانند تفسیر کلاسیک، تفسیر منطقی و تفسیر معرفت‌شناختی، رجوع به مجموعه‌ای به نام فضای نمونه یا فضای وصفی برای محاسبه احتمال لازم است. در این محاسبات، بر اساس اصل عدم تفاوت، احتمال عناصر اولیه یکسان فرض می‌شود. اما دربارهٔ خود این اصل، که اساس حساب احتمالات در تفاسیر مزبور است، دو مسئلهٔ اساسی وجود دارد که در مباحث فلسفی احتمال قابل طرح است. اول، اعتبار معرفت‌شناختی خود این اصل است، و دوم، پارادوکس‌هایی است که از به کارگیری این اصل ناشی می‌شوند. اما تاکنون پاسخی درخور به هیچ‌یک از این دو مسئله داده نشده است.

در این مقاله، ابتدا با اشاره به تفاسیر مختلف احتمال، نشان داده می‌شود که کدام تفاسیر نیازمند این اصل هستند. همچنین اصل عدم تفاوت به طور کلی و نیز در احتمال معرفت‌شناختی، بر اساس اصل علیت و با ارجاع به علم حضوری توجیه می‌شود. مهم‌ترین بخش این مقاله، طرح هشت پارادوکس همراه با پاسخ‌هایی است که برای حل آنها ارائه شده و با ناتمام دانستن این پاسخ‌ها، راه‌حل جدیدی بر اساس تفسیر احتمال معرفت‌شناختی ارائه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: احتمال معرفت‌شناختی، اصل عدم تفاوت، پارادوکس‌های احتمال، پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت.

---

* استادیار مؤسسهٔ آموزشی و پژوهشی امام خمینی (ره) ـ تاریخ دریافت: ۸۷/۷/۱۹ـ تاریخ پذیرش: ۸۷/۱۰/۲۵.

مقدّمه

در بسیاری از روش‌های محاسبه احتمال، باید به مجموعه‌ای رجوع کنیم و با این پیش‌فرض که احتمال وقوع هریک از اعضا یا احتمال صدق هر یک از گزاره‌های عضو این مجموعه با بقیه مساوی است، به محاسبه احتمال وقوع پدیدهٔ موردنظر یا احتمال صدق گزاره‌ای خاص بپردازیم. اما در اینجا دو مسئله وجود دارد: اول آنکه خود این اصل به چه دلیل معتبر است؟ دوم آنکه مساوی دانستن احتمال اعضای مجموعه مزبور، بسته به اینکه اعضای این مجموعه چگونه انتخاب شوند، گاه به نتایج متفاوتی می‌انجامد که از نقطه‌نظر حساب احتمالات غیرقابل قبول است؛ زیرا احتمال وقوع هر پدیده یا احتمال صدق هر گزاره در هر شرایط ویژه، مقدار واحدی است. این امر از دیرباز تفاسیری از احتمال را که مبتنی بر اصل عدم تفاوت هستند، با پارادوکس‌هایی مواجه ساخته است که تاکنون پاسخی قاطع نیافته‌اند.

برای پاسخ به دو مسئله مزبور، ابتدا نظری اجمالی به تفاسیر مختلف احتمال می‌اندازیم، و تفسیرهایی را که به این اصل نیاز دارند معرفی می‌کنیم. سپس توضیحی اجمالی دربارهٔ اعتبار معرفت‌شناختی خود این اصل می‌آوریم. آنگاه اصول حساب احتمالات را به اجمال معرفی می‌کنیم و سپس به طرح پارادوکس‌ها می‌پردازیم، و راه‌حل‌هایی که تاکنون برای آنها ارائه شده از نظر می‌گذرانیم و در پایان دیدگاه خود را دربارهٔ حل این پارادوکس‌ها بیان می‌کنیم.

تفاسیر ناظر به باور و ناظر به واقع دربارهٔ احتمال

فرض کنید سکّه‌ای در اختیار داریم که می‌دانیم کاملاً همگن نیست و به یک طرف متمایل‌تر است؛ اما دربارهٔ اینکه سکّه به کدام طرف متمایل‌تر است چیزی نمی‌دانیم. احتمال اینکه این سکّه شیر بیاید بیشتر است یا احتمال آنکه خط بیاید، یا احتمال هر دو مساوی است؟

نظریه‌های فلسفی احتمال که برای تبیین مبانی محاسبه احتمال پدید آمدند درصدد آن بودند که نشان دهند در محاسبات ریاضی احتمال، دقیقاً چه چیزی را اندازه می‌گیریم و این اندازه‌گیری

چه اعتباری دارد. برخی، همچون لاپلاس (P. S. Laplace)، با توجه به این حقیقت که جهان عینی، جهانی است که روابط ضروری علّی ـ معلولی بر آن حاکم است و هر پدیده‌ای با وجود تمام شرایط خود ضرورتاً اتفاق می‌افتد و بدون حتی یکی از آنها ضرورتاً اتفاق نمی‌افتد، احتمال را مربوط به باور و معرفت ما دانستند. برخی نیز، همچون ون میزز (R. Von Mises)، بر این اعتقاد بودند که محاسبه احتمالْ محاسبه امری عینی است، و بدین جهت به باورها و معرفت‌های ما وابسته نیست، و محاسبات احتمال درصددند میزان وقوع عینی یک پدیده را اندازه‌گیری کنند، نه صرفاً انتظارات ما را از وقوع پدیده‌ها.

برخی دیگر از گروه نخست، همچون رمزی (F.P. Ramsey) و دفینتی (B. de Finetti)، باور را امری روان‌شناختی و شخصی، و برخی، مانند گیلیس (D. Gillies)، بین‌الاذهانی و گروهی تلقّی کردند و برخی دیگر، نظیر شهید صدر، کینس (J.M. Keynes)، جانسون (W.F. Johnson) و جفریز (H. Jeffreys)، کوشیدند نشان دهند که درجه باور به یک قضیه در صورتی معقول است که آن درجه از باور، نتیجه منطقی باور به قضایای دیگر باشد. به عقیدهٔ ما، تفسیر دیگری از احتمال ناظر به باور برای توجیه درجه باور لازم است. بنابراین تفسیر، احتمال موجّه یک قضیه که آن را «احتمال معرفت‌شناختی» آن قضیه می‌نامیم احتمالی است که بر پایهٔ قضایایی که فرد بدانها باور موجّه دارد و درجه باور موجّه به آنها نهایتاً بر اساس علم حضوری تعیین می‌شود محاسبه‌پذیر است.[۱]

برخی از گروه دوم، یعنی برخی از کسانی که تفسیری ناظر به واقع را برای احتمال برگزیده بودند، همچون الیس (L. Ellis)، ون (J. Venn)، رایشنباخ (H. Reichenbach) و ون میزز، فراوانی نسبی وقوع یک پدیده را از میان پدیده‌های بدیل ممکن، ملاک احتمال وقوع عینی آن پدیده قرار دادند و برخی، مانند پوپر (K.R. Popper)، میلر (Miller) و فتزر (Fetzer)، به وجود نوعی میل و گرایش درونی در پدیده‌ها معتقد شدند که شرایط تولید آن پدیده را تأمین می‌کنند.

بدین صورت، می‌توان نظریه‌ها و تفاسیر فلسفی در باب احتمال را به دو گروه ناظر به باور و ناظر به واقع تقسیم کرد؛ یعنی تفسیرهایی که احتمال را به باور نسبت می‌دهند، و تفاسیری که آن را به امری عینی و واقعی تفسیر می‌کنند. اما باید توجه داشته باشیم که ممکن است احتمال ناظر به باور نیز با واقع، و احتمال ناظر به واقع نیز با باور، ارتباط داشته باشند. برای مثال، کسانی که به تفسیری از احتمال که ناظر به باور است معتقدند ممکن است بپذیرند که احتمال، گرچه نشان‌دهندهٔ درجه باور ذهنی فرد یا باور معقول و مانند آن است، منشأ این درجه باور می‌تواند خودْ دانش و معرفتی دربارهٔ امور عینی باشد. برای مثال، ممکن است بگوییم این سخن که احتمال شیر آمدن این سکه ۰/۵ است بدان معناست که درجه باور ما نسبت به وقوع این پدیدهٔ عینی ۰/۵ است و با این حال، بپذیریم که ممکن است این درجه باور ما خودْ ناشی از معرفت ما به این حقیقت باشد که در نیمی از موارد پرتاب قبلیِ همین سکّه، نتیجه شیر آمده است. همچنین کسانی که به تفسیری ناظر به واقع معتقدند ممکن است بپذیرند که احتمال، گرچه نشان‌دهندهٔ نسبت یا گرایشی واقعی در پدیده‌هاست، می‌تواند در درجهٔ باور ما تأثیر داشته باشد. برای مثال، ممکن است بگوییم این سخن که احتمال شیر آمدن این سکه ۰/۵ است بدان معناست که در زنجیره‌ای طولانی از پرتاب این سکّه، حدوداً در نیمی از موارد، نتیجه شیر آمده، و با این حال، بپذیریم که به همین سبب است که درجه باور ما نسبت به وقوع این حادثه ۰/۵ است. به هر حال، ممکن است در تفسیر احتمال، رابطهٔ باور و واقع را بپذیریم؛ اما آنچه وجه تمایز این تفاسیر است این است که اصالتاً احتمال را بر باور اطلاق می‌کنیم یا واقع، و در هر صورت، آن را دقیقاً چگونه توصیف می‌کنیم.

همچنین تفاسیر ناظر به باور، ممکن است احتمال را به‌صورت سابجکتیو و روان‌شناختی تفسیر کنند؛ مانند تفسیرهای ذهنی و بین‌الاذهانی، و ممکن است آن را امری منطقی یا موجّه بدانند که دارای ملاک‌های عینی است، مانند تفسیر منطقی و نیز تفسیر معرفت‌شناختی مورد قبول ما.

ممکن است با پذیرفتن ارتباط باور و واقع، اختلاف تفاسیر ناظر به باور و ناظر به واقع، امری

مهم به نظر نیاید، از آن‌روی که گویا مقدار احتمال از هر دو منظر یکسان است؛ اما باید توجه داشت که این امر کلیت ندارد. مثال سکّه نامتعادل لاپلاس که در ابتدای تقسیم‌بندی تفاسیر بدان اشاره کردیم، روشن می‌کند که امر عینی مفروض و درجه باور، در یک مثال می‌توانند متفاوت باشند؛ زیرا احتمال منطقی شیر آمدن سکّه ناهمگنی که گفتیم، همچون سکّهٔ معمولی، ۰/۵ است، در حالی که اگر برای آن، احتمالی واقعی را بپذیریم که قابل اندازه‌گیری نیز باشد، این احتمال یقیناً عددی غیر از ۰/۵ است. نیز درجه باورهای ذهنی افراد ممکن است از هر طریق پدید آید و با امور عینی مطابقت نداشته باشد.

فضای نمونه یا وصفی

بنابر تفاسیر فلسفی ناظر به باور از احتمال، بجز تفاسیر ناظر به باوری که احتمال را سابجکتیو تفسیر می‌کنند؛ یعنی تفسیر ذهنی و بین‌الاذهانی، برای تعیین احتمال، رجوع به یک مجموعه خاص لازم است. این مجموعه که عموماً فضای نمونه[۲] یا فضای وصفی[۳] نامیده می‌شود، متشکل از اعضایی است که احتمال آنها برابر است و احتمال پدیده یا قضیهٔ موردنظر را می‌توان بر اساس آنها محاسبه کرد. مثال ساده برای فضای نمونه یا فضای وصفی، مجموعه دو عضوی شیر و خط است که شامل همهٔ حالات ممکنی است که یک سکّه پس از یک بار پرتاب بدان حالت روی زمین قرار می‌گیرد.

اگر بخواهیم مطابق نظریهٔ کلاسیک احتمال، دربارهٔ احتمال شیر آمدن سکّه‌ای که هنوز پرتاب نشده است قضاوت کنیم، می‌گوییم احتمال حالت مطلوب برابر است با نیمی از احتمال وقوع یک حالت از همهٔ حالات‌ممکن. وقوع یکی از دو حالت‌ممکن (شیر و خط) یقینی است و مقدار آن را عدد «یک» قرارداد می‌کنند. بدین‌ترتیب، احتمال شیر آمدن سکّه مزبور برابر با ۰/۵ است.

نظریهٔ منطقی، احتمال را به قضایا نسبت می‌دهد و بر آن است که احتمال یک قضیه، درجهٔ نسبی استلزام منطقی میان آن قضیه با قضایای دیگر است، یا به عبارت دقیق‌تر، احتمال منطقی

یک قضیه، درجه خاصی از باور به آن قضیه است که لازمهٔ منطقیِ درجهٔ خاصی از باور به مقدّمات است. این درجه نیز بر حسب تعداد اعضای فضای نمونه که شامل همهٔ قضایای ممکن بدیل است تعیین می‌شود.[۴] در مثال سکّه، فضای نمونه عبارت است از مجموعه‌ای شامل دو قضیه «سکّه در پرتاب بعدی شیر می‌آید» و «سکّه در پرتاب بعدی خط می‌آید» و بدین ترتیب احتمال صدق قضیه نخست برابر با ۰/۵ است.

احتمال معرفت‌شناختی نیز احتمال را به قضایا نسبت می‌دهد و آن را با مراجعه به مجموعه‌ای از قضایای موجهی که صاحب معرفت بدانها باور دارد، محاسبه می‌کند. این مجموعه ممکن است یقین معرفت‌شناختی به قضیه «سکّه در پرتاب بعدی یا شیر می‌آید یا خط»، و یقین معرفت‌شناختی به مجموعه همه قواعد منطقی و ریاضی لازم برای استنتاج درجه احتمال قضیه «سکّه در پرتاب بعدی شیر می‌آید» از قضیهٔ مزبور باشد. چنان‌که می‌بینیم قضیه نخست در این مجموعه، قضیه‌ای از نوع منفصله حقیقیه و ناظر به همهٔ حالات ممکن است.

اصل عدم تفاوت

دیدیم که بنابر تفسیر کلاسیک از احتمال و نیز تفسیر منطقی و معرفت‌شناختی، برای محاسبه احتمال، رجوع به مجموعه‌ای به نام فضای نمونه یا وصفی لازم است. محاسبه احتمال یک پدیده یا قضیه، با ارجاع آن به چنین مجموعه‌ای، تنها در صورتی ممکن است که برای همهٔ عناصر این مجموعه، ارزشی یکسان قائل باشیم. برای مثال، باید از پیش پذیرفته باشیم که در پرتاب سکّه، احتمال هر یک از شیر و خط آمدن، دقیقاً مساوی دیگری است. این را اصطلاحاً «اصل عدم تفاوت» می‌نامند.

تعبیر «اصل عدم تفاوت»[۵] را ابتدا کینس در سال ۱۹۲۱ در کتاب خود[۶] به کار برد. البته پیش از وی و در سال ۱۸۷۱، ون کریز (J. Von Kries) تعبیر قدیمی‌تری از همین اصل را با نام «اصل دلیل ناکافی»[۷] در کتاب احتمال خود به کار برده بود، و پیش از هر دو، لایب نیتز (۱۶۴۶ـ۱۷۱۶) از اصل دیگری با نام «اصل دلیل کافی» در متافیزیک خود زیاد استفاده کرده بود.

کینس با این ادعا که همهٔ احتمال‌گرایان[۸] محاسبه عـددی احـتمال را در مـواردی مـمکن می‌دانند که تعدادی جایگزین (مجموعه‌ای از گزینه‌های جامع و مانع) با احتمال برابر در اختیار باشند،[۹] معتقد است برای تعیین احتمال برابر این گزینه‌ها به اصلی پیشینی به نـام اصـل عـدم تفاوت نیاز است. وی این اصل را ابتدائاً چنین بیان می‌کند: «اصل عدم تفاوت می‌گوید اگر دلیل معلومی برای ترجیح حمل یکی از چند محمول جایگزین بر موضوع خاص وجود نداشته باشد، نسبت به چنین علم و معرفتی، بیان هریک از آن امور جایگزین، احتمالی برابر دارد.»[۱۰]

البته روشن است که تعریف دقیق این اصل بسته به رویکرد تفسیری ما از احتمال متفاوت خواهد بود. اما می‌توان گفت در همهٔ تفاسیری که رجوع به مجموعه‌ای مانند فـضای نـمونه را برای محاسبه احتمال لازم می‌دانند، احتمال اعضای خود این مجموعه، یکسان تلقّی می‌شود و اصل عدم تفاوت، بیان‌کنندهٔ یکسان بودن احتمال همین اعضا است.

بدین ترتیب، می‌توان اصل عدم تفاوت را اساس حساب احتمالات دانست. از نظر ما، بدون اعتبار این اصل، هیچ درجه‌ای از معرفت بجز یقین، موجّه نیست.

یکی از مسائلی که دربارهٔ این اصل مطرح است، توجیه معرفت‌شناختی خود این اصل است؛ یعنی این مسئله که با چه توجیهی، احتمال این اعضا (عناصر اولیه) برابر دانسته مـی‌شوند. آیـا صدق اصل عدم تفاوت، یقینی است یـا احـتمالی، و ایـن یـقین یـا احـتمال، صـرفاً ذهـنی یـا بین‌الاذهانی است، یا امری عینی و ناظر به واقع است، یا به لحاظ معرفت‌شناختی در درجهٔ یقین، و موجّه است؟

اصل عدم تفاوت مطابق تفسیر احتمال معرفت‌شناختی

ما اصطلاح «احتمال معرفت‌شناختی» را برای درجه‌ای از معرفت به P که تنها ناشی از دسته‌ای از احتمال‌های معتبر باشد، به کار می‌بریم. در این تفسیر از احتمال، اصل عدم تفاوت به صورت زیر قابل بیان است:

اگر مجموعه احتمال‌های معتبری که احتمال معرفت‌شناختی دو قضیه را نسبت به آنها می‌سنجیم، به طور مساوی موجب احتمالی برای دو قضیه مزبور باشند، احتمال معرفت‌شناختی آن دو قضیه نسبت به آن احتمال‌های معتبر مساوی است.

اعتبار معرفت‌شناختی اصل عدم تفاوت

در این بخش می‌خواهیم نشان دهیم اصل عدم تفاوت به لحاظ معرفت‌شناختی کاملاً موجّه است. از نظر ما، معرفت کاملاً موجّه باید مبتنی بر علم حضوری باشد.[۱۱] بنابراین، باید نشان دهیم که این اصل مبتنی بر علم حضوری است. برای این کار، از اصل علیت آغاز می‌کنیم و نشان می‌دهیم اصل علیت به تقریری که می‌آوریم بدیهی اولی و مبتنی بر علم حضوری به رابطه مفاهیم است. سپس اعتبار اصل کلی عدم تفاوت و پس از آن، اعتبار اصل عدم تفاوت در مبحث احتمال را مطابق تقریری که از آن ارائه دادیم، اثبات می‌کنیم.

اصل علّیت

چیزی که به خودی خود ویژگی خاصی را ندارد، برای داشتن آن ویژگی نیازمند غیر خود (علّت) است.

توضیح: اصل علّیت به تقریر فوق، از جمله قضایای بدیهی اولی است. هرگاه چیزی به خودی خود ویژگی خاصی مانند a را داشته باشد و به عبارت دیگر، a ذاتی یا مقتضای ذات آن باشد، خود آن چیز برای آنکه آن ویژگی را داشته باشد کافی است. اما چنانچه a ذاتی یا مقتضای ذات آن چیز نباشد، بدین معناست که خود آن چیز برای آنکه آن ویژگی را داشته باشد کافی نیست. با توجه به معنای عدم کفایت خود، جملهٔ مزبور دقیقاً بدان معناست که آن چیز برای داشتن آن ویژگی، نیازمند غیر خود است، که آن را «علّت» می‌نامند.

چنان‌که دیده می‌شود علم حضوری به مفاهیم به کار رفته در این اصل، برای تصدیق به آن

کافی است و بنابراین، اصل علّیت به تقریر فوق، بدیهی اولی است.

مقصود از «علّت» در این تقریر از اصل علّیت، چیزی غیر از خود شیء است که برای آنکه آن شیء ویژگی مزبور را داشته باشد لازم و کافی است. علت به معنای مذکور را «علّت تامه» نیز می‌نامند. معلول نیز عبارت است از «اینکه آن شیء ویژگی مزبور را داشته باشد.»

اصل کلی عدم تفاوت

علّت‌های مشابه معلول‌های مشابه دارند. این قضیه را اصل کلی عدم تفاوت می‌نامیم.

توضیح: علّت (علّت تامه) بنابر تعریف، چیزی است که برای تحقق معلول، لازم و کافی است. پس مشابه بودن علت‌ها به معنای مشابه بودن تأثیر آنها در تحقق معلول‌هایشان است. از سوی دیگر، چنان‌که گفتیم، آنچه در تحقق معلول مؤثر است صرفاً علّت است. بدین‌ترتیب، مشابه بودن علّت‌ها مستلزم مشابه بودن معلول‌هاست. ممکن است فرض کنیم چند علّت از وجوهی مشابه یکدیگر باشند و از وجوهی متفاوت. در این صورت، اگر معلول‌های آنها مشابه باشند، در واقع تنها وجوه مشابهی از آنچه علّت نامیده‌ایم در تحقق معلول‌ها مؤثر بوده است و در واقع، همان وجوه مشابه، علّت هستند نه سایر ویژگی‌ها. پس به طور کلی، مشابه بودن علّت‌ها مستلزم مشابه بودن معلول‌ها است. بدین‌ترتیب، معرفت حضوری به استلزام میان صدق مفهوم «مشابه بودن علّت‌ها» و صدق مفهوم «مشابه بودن معلول‌های آنها»، نشان می‌دهد که اصل کلی عدم تفاوت بدیهی است.

اصل عدم تفاوت در احتمال معرفت‌شناختی

همان‌گونه که گفتیم اصل عدم تفاوت در احتمال معرفت‌شناختی به معنای آن است که چنانچه مجموعه احتمال‌های معتبری که احتمال معرفت‌شناختی دو قضیه را نسبت به آنها می‌سنجیم، به طور مساوی موجب احتمالی برای دو قضیه مزبور باشند، احتمال معرفت‌شناختی آن دو قضیه نسبت به آن احتمال‌های معتبر مساوی است.

با توجه به تعریف مزبور، احتمال‌های معتبری که احتمال معرفت‌شناختی P را نسبت به آنها می‌سنجیم، علت احتمال معرفت‌شناختی P هستند. بنابراین، اصل عدم تفاوت در احتمال معرفت‌شناختی، نمونه‌ای است از اصل کلی عدم تفاوت، و بداهت این اصل نیز، به جهت معرفت حضوری است به استلزام صدق مفهوم تساوی ایجاب احتمال‌های معتبر، با صدق مفهوم تساوی احتمال‌های معرفت‌شناختی. به بیان ساده، از آنجا که احتمال معرفت‌شناختی تنها ناشی از معرفت‌های معتبری است که با آن سنجیده می‌شود، هرگاه این معرفت‌ها نسبت به دو قضیه مساوی باشند، احتمال معرفت‌شناختی آن دو قضیه مساوی است.

بدین‌ترتیب، اصل عدم تفاوت در احتمال معرفت‌شناختی با بازگشت به معرفت حضوری، دارای ارزش یقین معرفت‌شناختی و کاملاً موجّه است. اما پارادوکس‌های مطرح شده در برابر این اصل، ناسازگاری ظاهری این اصل را با اصول حساب احتمالات نشان می‌دهند. برای اینکه این پارادوکس‌ها را مطرح کنیم، ابتدا به معرفی اصول حساب احتمالات می‌پردازیم.

اصول حساب احتمالات

چنان‌که گفتیم، همهٔ تفاسیر احتمال، اصول مشترکی را برای محاسبه احتمال به کار می‌برند و همهٔ این تفاسیر، درستی و موجّه بودن این اصول را می‌پذیرند. از آنجا که پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت بر اساس ناسازگاری ظاهری این اصل با اصول حساب احتمالات پدید می‌آیند، در اینجا تنها اشاره‌ای اجمالی به این اصول خواهیم داشت. البته این اصول، در منابع متفاوت، با تعداد و تقریرهای مختلف و در بسیاری موارد به صورت پراکنده آمده است. ما برای رعایت اختصار، از بحث تفصیلی دربارهٔ اختلاف منابع در معرفی این اصول خودداری می‌کنیم و این اصول را بر اساس آنچه گیلیس آورده است[۱۲] بیان می‌کنیم.

فرض می‌کنیم A، B،... A_1،... فرامتغیرهای قضیه‌ای هستند و به جای آنها قضایای دلخواه قرار می‌گیرند که هریک می‌توانند دارای درجه‌ای از احتمال باشند. احتمال معرفت‌شناختی یک

قضیه را که تابعی از آن قضیه است[۱۳] با نماد عمومی ( )P نشان می‌دهیم. در صورتی که به جای نماد قضیه، از فرامتغیر قضیه‌ای استفاده کنیم، احتمال آن به معنای احتمال هر قضیه‌ای است که به جای فرامتغیر قرار گیرد. سه اصل زیر اصول حساب احتمالات نامیده می‌شوند:

اصل اول: $0 \leq P(A) \leq 1,\ P(t)=1$

به بیان دیگر، این اصل می‌گوید هر قضیه، احتمال واحدی میان ۰ و ۱ دارد و احتمال قضیهٔ یقیناً صادق، یک است.

اصل دوم (قانون ضرب): $P(A \leftarrow \wedge B)=P(A|B)P(B)$

این اصل بدین معناست که احتمال صدق هم‌زمان دو قضیه، برابر است با حاصل ضرب احتمال صدق یکی از آنها مشروط به صدق دیگری در احتمال صدق دیگری.

اصل سوم (قانون جمع) $P(A_1)+\ldots+P(A_n)=1$

اگر به جای A_1،...، A_n قضیه‌های مانعة‌الجمع و مانعة‌الخلو قرار گیرند، آن‌گاه با استفاده از نمادهای معروف می‌توان اصل سوم را این‌گونه بیان کرد:

$$\forall n\ n\geq 2\ \{(\forall i\ 1\geq i\geq n\text{-}1\ \sim[A_i\wedge(A_{i+1}\vee\ldots\vee A_n)]\ \wedge\ (A_1\vee\ldots\vee A_n)\}\ \rightarrow\ P(A_1)+\ldots+P(A_n)=\sum_{i=1}^{n} P(A_i)=1\}$$

این اصل بدین معناست که مجموع احتمال همهٔ قضایای مانعة‌الجمع و مانعة‌الخلو (که بیانگر همهٔ حالات ممکن هستند) برابر با یک است.

پارادوکس‌ها

گفتیم دربارهٔ اصل عدم تفاوت دو مسئلهٔ مهم وجود دارد: اولین مسئله، توجیه معرفت‌شناختی خود این اصل بود که توضیح اجمالی آن گذشت. مسئلهٔ دوم، پارادوکس‌هایی است که دربارهٔ این اصل مطرح شده‌اند.

این مسئله عبارت است از اینکه به کارگیری اصل عدم تفاوت، گرچه ممکن است ابتدائاً موجّه به نظر برسد، ما را با تناقض‌هایی مواجه می‌سازد. این تناقض‌ها که آنها را «پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت» نام نهاده‌اند، در قالب مثال‌های مختلف عرضه شده‌اند تا بدین وسیله در برابر درستی یا کارآمدی این اصل قرار گیرند.

از این مثال‌ها ممکن است چنین برداشت شود که پذیرفتن اصل عدم تفاوت منجر به پذیرفتن تناقض می‌شود. این تناقض، از پذیرفتن این اصل همراه با اصول حساب احتمالات ناشی می‌شود که در هر تفسیری از احتمال پذیرفته شده است. بدین ترتیب، این مثال‌ها درصددند نشان دهند که یا اصل عدم تفاوت درست نیست، یا اصول حساب احتمالات، یا دست‌کم در این مثال‌ها تناقض درست و قابل قبول است. اما از آنجا که دو شق اخیر قابل قبول نیستند؛ یعنی نه می‌توان از درستی اصول حساب احتمالات چشم پوشید و نه می‌توان تناقض را ـ هرچند در یک مورد ـ موجّه دانست، ناگزیر باید بپذیریم که اصل عدم تفاوت نادرست است و اعتباری ندارد. از این‌رو، این مثال‌ها، به پارادوکس‌های اصل عدم تفاوت یا پارادوکس‌های نظریهٔ احتمال معروف شده‌اند. البته این مثال‌ها به آنچه بیان خواهیم کرد محدود نیستند و پارادوکس‌های بی‌شماری مشابه آنچه تاکنون مطرح شده نیز قابل طرح هستند. هدف ما آن است که با اشاره به برخی از این پارادوکس‌ها، راه‌حل کلی آنها را بیابیم و نشان دهیم که بر خلاف آنچه این پارادوکس‌ها القا می‌کنند، پذیرفتن اصل عدم تفاوت منجر به تناقض نمی‌شود. البته در برابر برخی از این پارادوکس‌ها پاسخ‌هایی نیز ارائه شده است که هیچ‌کدام تمام به نظر نمی‌رسند. در این مقاله، به طرح چند پارادوکس و راه‌حل‌های ارائه شده و نقد آنها می‌پردازیم و سپس راه‌حل مورد قبول خود را توضیح می‌دهیم.

در ضمن، خاطرنشان می‌کنیم که این پارادوکس‌ها بر اساس تفاسیر مختلف احتمال، به صوری متفاوت قابل طرح هستند و ما در اینجا، این پارادوکس‌ها را بر اساس تفسیر معرفت‌شناختی احتمال به تقریری که اشاره کردیم طرح و بررسی می‌کنیم.

الف. پارادوکس کتاب

فرض کنید کتابی در جای خاصی از کتابخانه است و ما هیچ نسخه‌ای از آن کتاب را تاکنون ندیده‌ایم و بنابراین هیچ چیز دربارهٔ رنگ جلد آن کتاب نمی‌دانیم. پس معرفت‌های موجّه ما دربارهٔ قرمز بودن رنگ جلد آن کتاب با معرفت‌های موجّه ما دربارهٔ قرمز نبودنش یکسان است و مطابق اصل عدم تفاوت، احتمال معرفت‌شناختی قرمز بودن رنگ جلد این کتاب با احتمال معرفت‌شناختی قرمز نبودن آن برابر است و بر این اساس، محاسبات احتمال نشان می‌دهد که احتمال قرمز بودن رنگ جلد کتاب مزبور ۰/۵ است. اما همین امر دربارهٔ رنگ آبی، سبز و زرد و نیز سایر رنگ‌ها صادق است. یعنی اگر اصل عدم تفاوت معتبر باشد، احتمال معرفت‌شناختی آبی بودن رنگ جلد این کتاب نیز با احتمال آبی نبودنش برابر است و محاسبات احتمال، احتمال آبی بودن رنگ جلد کتاب مزبور را نیز مساوی ۰/۵ تعیین می‌کند؛ و... . بنابراین، احتمال معرفت‌شناختی صدق هریک از قضایای ناسازگار «رنگ جلد کتاب مزبور، قرمز است»، «رنگ جلد کتاب مزبور، آبی است» «رنگ جلد کتاب مزبور، سبز است» و... برابر است با ۰/۵. فرض کنیم رنگ جلد کتاب مزبور هریک از n رنگ می‌تواند باشد. از سوی دیگر، بنابر اصل سوم از اصول حساب احتمالات، مجموع همهٔ احتمالات ناسازگار برابر است با ۱، اما اگر n بزرگتر از ۲ باشد، مجموع n تا ۰/۵ از ۱ بیشتر است. بنابراین، اصل عدم تفاوت با اصل سوم از اصول حساب احتمالات که مجموع احتمالات همهٔ قضایای ناسازگار را برابر با ۱ می‌داند در تناقض خواهد بود.

همین پارادوکس را می‌توان به گونه‌ای دیگر نیز تقریر کرد: برای تعیین احتمال صدق این قضیه که «رنگ جلد کتاب مزبور قرمز است»، دو راه‌حل مختلف وجود دارد: از یک‌سو، می‌توان دو قضیهٔ ناسازگار زیر را در نظر گرفت که معرفت ما دربارهٔ صدق آنها یکسان است: «جلد کتاب مزبور قرمز است»، «جلد کتاب مزبور قرمز نیست.» اصل عدم تفاوت می‌گوید احتمال این دو قضیه مساوی است و با توجه به اصل سوم از اصول حساب احتمالات که مجموع احتمال‌های دو قضیه مزبور را برابر با ۱ می‌داند، احتمال قضیه اول برابر خواهد بود با ۰/۵. از سوی دیگر، می‌توان n قضیه ناسازگار زیر را در نظر گرفت که معرفت ما دربارهٔ صدق آنها نیز یکسان است:

«جلد کتاب مزبور قرمز است»، «جلد کتاب مزبور، آبی است»، و... . اصل عدم تفاوت احتمال n قضیه مزبور را نیز مساوی می‌داند و بنابر اصل سوم حساب احتمالات، مجموع احتمالات این قضایا نیز مساوی ۱ است، و بنابراین، احتمال صدق قضیه «جلد کتاب مزبور قرمز است» برابر است با $\frac{1}{n}$. روشن است که اگر n بزرگتر از ۲ باشد، پاسخ مسئله از طریق راه‌حل دوم متفاوت با پاسخ از طریق راه‌حل اول خواهد بود. اما اصل اول از اصول حساب احتمالات می‌گوید هر قضیه نسبت به معرفت‌های موجّه خاص، یک احتمال دارد. بنابراین، به کارگیری اصل عدم تفاوت در تعیین احتمال صدق قضیهٔ مزبور با اصل اول از اصول حساب احتمالات منافات دارد و منجر به تناقض می‌شود.

ب. پارادوکس دسته‌بندی(۱۴)

فرض کنید صرفاً می‌دانیم یکی و فقط یکی از سه نفر با نام‌های محمّد، حسن پسر علی، و حسین پسر علی می‌آیند. احتمال آنکه محمّد بیاید چقدر است؟

این مسئله نیز راه‌حل‌های مختلفی دارد: قضایای ناسازگار را می‌توان این دو قضیه در نظر گرفت: «محمّد می‌آید»، «یکی از دو پسر علی می‌آید». بنابر اصل عدم تفاوت، احتمال صدق این دو قضیه با توجه به آنکه معرفت ما دربارهٔ صدق آنها یکسان است، مساوی است، و در نتیجه، احتمال آنکه محمّد بیاید برابر خواهد بود با ۰/۵. همچنین می‌توان قضایای ناسازگار را چنین در نظر گرفت: «محمّد می‌آید»، «کسی که ابتدای نامش "ح" است می‌آید.» بنابر اصل عدم تفاوت، احتمال این دو قضیه مساوی است و مطابق این راه‌حل، باز هم احتمال آنکه محمّد بیاید برابر است با ۰/۵. از سوی دیگر، قضایای ناسازگار را می‌توان سه قضیه زیر در نظر گرفت: «محمّد می‌آید»، «حسن می‌آید»، «حسین می‌آید.» بنابر اصل عدم تفاوت، احتمال این سه قضیه نیز مساوی است و بنابراین، احتمال آنکه محمّد بیاید مطابق این راه‌حل $\frac{1}{3}$ است. اما پذیرفتن دو احتمال مختلف برای یک قضیه نسبت به معرفت‌های خاص، با اصل اول حساب احتمالات ناسازگار است.

ج. پارادوکس لباس

فرض کنید می‌دانیم محمّد دو لباس دارد، اما حسن و حسین، هریک یک لباس دارند و نیز می‌دانیم یا محمّد با یکی از دو لباسش می‌آید یا حسن با همان یک لباسش، یا حسین با همان یک لباسش. احتمال آنکه محمّد بیاید چقدر است؟

از یک‌سو، ممکن است قضایای ناسازگار را این سه قضیه در نظر بگیریم: «محمّد می‌آید»، «حسن می‌آید»، «حسین می‌آید». بدین‌ترتیب و بنابر اصل عدم تفاوت که احتمال این سه قضیه را مساوی می‌داند، احتمال آنکه محمّد بیاید $1/3$ است. از سوی دیگر، ممکن است قضایای ناسازگار را این چهار قضیه در نظر بگیریم: «محمّد با لباس اول می‌آید»، «محمّد با لباس دوم می‌آید»، «حسن می‌آید»، «حسین می‌آید». بنابر اصل عدم تفاوت، احتمال این چهار قضیه نیز مساوی است و احتمال آنکه محمّد بیاید با احتمال صدق دو قضیه از این چهار قضیه مساوی است و بنابراین، مطابق این راه‌حل، احتمال آنکه محمّد بیاید برابر است با ۰/۵.

د. پارادوکس پرتاب مکرر سکّه[۱۵]

فرض کنید آزمون خاصی، مانند پرتاب سکه را n بار تکرار می‌کنیم. می‌دانیم که در هر بار ممکن است حادثه M (مثلاً شیر آمدن سکّه) اتفاق بیفتد یا نیفتد. احتمال آنکه حادثهٔ M در r بار از n بار آزمون اتفاق بیفتد چیست؟

از سویی، ما هیچ دلیلی نداریم که تکرار حادثه M از میان اعداد ۰ تا n کدام عدد را می‌پذیرد و اصل عدم تفاوت می‌گوید احتمال صدق این قضیه که این عدد، عدد خاص r باشد، نسبت یک عدد به n+1 عدد، یعنی $1/(n+1)$ است. مثلاً در دو بار پرتاب سکّه، سه قضیه ناسازگار داریم که هریک ممکن است صادق باشد و معرفت ما دربارهٔ صدق آنها مساوی است: «هیچ بار شیر نمی‌آید»، «یک بار شیر می‌آید»، «دو بار شیر می‌آید». بنابراین، مطابق این تفسیر و با پذیرفتن اصل عدم تفاوت، احتمال آنکه یک بار شیر بیاید، $1/3$ است.

از سوی دیگر، همین مسئله را می‌توان به گونه‌ای متفاوت تفسیر کرد. مثلاً در دو بار پرتاب

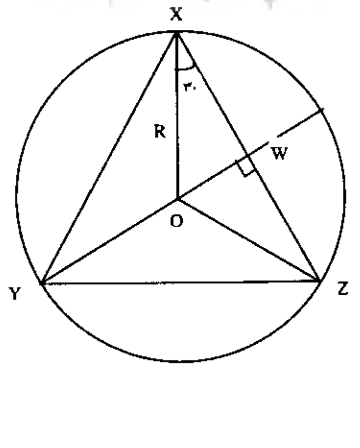
سکّه، قضایای ناسازگار را می‌توان چنین در نظر گرفت: «هر دو شیر می‌آید»، «هر دو خط می‌آید»، «اولی شیر و دومی خط می‌آید»، «اولی خط و دومی شیر می‌آید». بدین ترتیب، چهار قضیه ناسازگار داریم که معرفت ما دربارهٔ صدق آنها مساوی است. اما احتمال صدق قضیه «یک بار شیر می‌آید» با احتمال صدق دو قضیه از چهار قضیه مزبور برابر است. پس احتمال آنکه یک بار شیر بیاید، مطابق این تفسیر و با پذیرفتن اصل عدم تفاوت، ۰/۵ است. چنان‌که می‌بینیم به کارگیری اصل عدم تفاوت در تعیین احتمال معرفت‌شناختی در این مسئله نیز، با اصل اول از اصول حساب احتمالات ناسازگار است.

ه. پارادوکس برتراند

دایرهٔ کاملی فرض کرده، وتری از این دایره را به طور تصادفی در نظر می‌گیریم. مطلوب است محاسبه احتمال آنکه طول این وتر بیش از طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در آن دایره باشد.

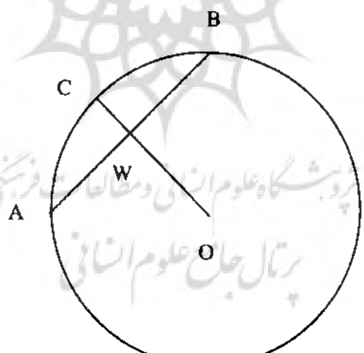
این قضیه را که طول وتر مزبور از طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در دایره بیشتر است، M می‌نامیم. با استفاده از اصل عدم تفاوت سه مقدار مختلف برای P(M) می‌توان یافت که این امر چنان‌که گفتیم با اصل اول از اصول حساب احتمالات در تنافی است.

ابتدا شکل (۱) را در نظر می‌گیریم:



مثلث ZXY متساوی‌الاضلاع و محاط در دایره‌ای است به مرکز O و شعاع R. خط YO را امتداد می‌دهیم تا XZ را در W قطع کند. زاویه OWZ قائمه است و XW=WZ و $OW=R\sin={}^{R}/_{۲}$.

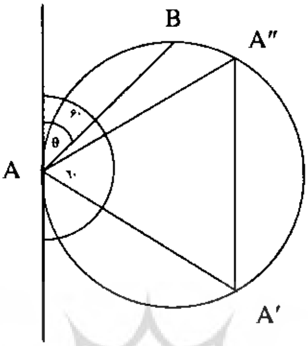
در شکل ۲، AB وتر تصادفی ما و OW خط قائم بر آن است که دایره را در C قطع می‌کند. AB در صورتی بزرگتر از ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در دایره است که $OW<{}^{R}/_{۲}$ باشد. از آنجا که هیچ دلیلی نداریم که W کدام نقطه OC باشد، اصل عدم تفاوت می‌گوید به ازای همهٔ نقاط X_1، X_2، و... روی OC، احتمال صدق قضایای $W=X_1$، $W=X_2$، و... با یکدیگر مساوی است؛ و در نتیجه به ازای همهٔ اعداد Y_1، Y_2، و ... در فاصله ۰ و R، احتمال صدق قضایای $OW=Y_1$، $OW=Y_2$، و... با یکدیگر مساوی است و در نتیجه، فشردگی احتمال صدق قضیه OW=Y در دامنه [۰،R] یکسان است. پس $P(M)=P(OW<{}^{R}/_{۲})={}^{۱}/_{۲}$



اما در شکل ۳، مثلث AA'A" متساوی‌الاضلاع محاط در دایره و AB وتر تصادفی است. خطی را در A بر دایره مماس کرده زاویه میان آن و AB را θ می‌نامیم. AB در صورتی از ضلع مثلث محاط بزرگتر است که θ بین ۶۰ و ۱۲۰ درجه باشد. از آنجا که هیچ دلیلی نداریم که θ کدام مقدار بین ۰ و ۱۸۰ درجه باشد، اصل عدم تفاوت می‌گوید به ازای همه زاویه‌های ω_1، ω_2، و... بین ۰ و ۱۸۰ درجه، احتمال صدق قضایای $\theta=\omega_1$، $\theta=\omega_2$، و... با یکدیگر مساوی است؛ و در

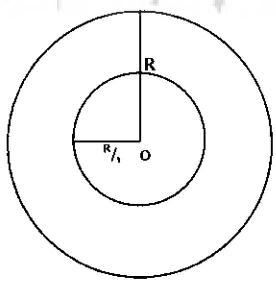
نتیجه فشردگی احتمال صدق قضیه $\theta=\omega$ در فاصله ۰ و ۱۸۰ درجه یکسان است. پس

$P(M)=P(۱۲۰>\theta>۶۰)=۱/۳$



ما در شکل ۴، دایره‌ای به شعاع نصف دایره اصلی و به همان مرکز رسم می‌کنیم. وتر تصادفی AB در صورتی بزرگتر از ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط است که وسط آن وتر (W) درون دایرهٔ کوچک قرار بگیرد. اما چون هیچ دلیلی نداریم که W از میان نقاط دایره بزرگ، کدام نقطه خواهد بود، اصل عدم تفاوت می‌گوید به ازای همه نقاط X_1، X_2، و... از دایره اصلی، احتمال صدق قضایای $W=X_1$، $W=X_2$، و... با یکدیگر مساوی است؛ و در نتیجه، فشردگی احتمال صدق قضیه $W=X$ در دامنه مساحت دایره بزرگ یکسان است. پس

P(M)=P(مساحت دایرهٔ کوچک / مساحت دایرهٔ بزرگ)$=\frac{\pi R^2/4}{\pi R^2}=۱/۴$



بدین ترتیب، اصل عدم تفاوت احتمال مذکور را با سه مقدار مختلف ۱/۲، ۱/۳ و ۱/۴ ارزیابی می‌کند.

و. پارادوکس سرکه و آب(۱۶)

فرض کنید مخلوطی از سرکه و آب در اختیار داریم و تنها می‌دانیم که حداکثر نسبت یکی به دیگری ۳ است. می‌خواهیم بدانیم احتمال آنکه نسبت «آب/سرکه» (سرکه به آب) کمتر یا مساوی ۲ باشد چقدر است. چنانچه برای حل این مسئله، به اصل عدم تفاوت متوسل شویم، ممکن است پاسخ‌های مختلفی بیابیم که به تناقض می‌انجامد.

با توجه به آنچه درباره نسبت اجزای مخلوط می‌دانیم، $3 \geq$ «آب/سرکه» $\geq \frac{1}{3}$ و در نتیجه، به ازای همهٔ اعداد X_1، X_2، و... در دامنه $[\frac{1}{3}, 3]$ احتمال صدق قضایای «X_1=«آب/سرکه»»، «X_2=«آب/سرکه»»، و... با یکدیگر مساوی است. بدین‌ترتیب، بنابر اصل عدم تفاوت، فشردگی احتمال صدق قضیه «X=«آب/سرکه»» در فاصله مزبور یکسان است. بدین‌ترتیب، احتمال آنکه این نسبت، از کل این فاصله به فاصله کمتر از ۲ محدود باشد از تقسیم این محدوده به کل فاصله مزبور به دست می‌آید:

$$P(\text{«آب/سرکه»} \leq 2) = (2-\tfrac{1}{3})/(3-\tfrac{1}{3}) = \tfrac{5}{8}$$

از سوی دیگر، می‌دانیم مطلوب مسئله، یعنی تعیین احتمال آنکه نسبت «آب/سرکه» کمتر یا مساوی ۲ باشد، دقیقاً به معنای تعیین این احتمال است که نسبت «سرکه/آب» بیشتر یا مساوی $\frac{1}{2}$ باشد. با توجه به معرفت‌هایی که دربارهٔ همین مخلوط داریم می‌دانیم که $3 \geq$ «سرکه/آب» $\geq \frac{1}{3}$ و بنابر اصل عدم تفاوت و بنابر همان توضیحاتی که دربارهٔ نسبت «آب/سرکه» گفتیم، احتمال آنکه این نسبت بیشتر یا مساوی $\frac{1}{2}$ باشد از تقسیم این محدوده بر کل فاصله مزبور به دست می‌آید و داریم:

$$P(\text{«سرکه/آب»} \geq \tfrac{1}{2}) = (3-\tfrac{1}{2})/(3-\tfrac{1}{3}) = \tfrac{15}{16}$$

از آنجا که می‌دانیم مفاد جملات «۲≥«آب/سرکه»» و «$\frac{1}{2}$≤«سرکه/آب»» یکی است، و به عبارت دیگر، آنها یک قضیه هستند، نتیجه می‌گیریم که اصل عدم تفاوت موجب می‌شود که یک قضیه نسبت به معرفت‌های موجّه واحد دارای احتمال‌های معرفت‌شناختی مختلف باشد و این امر با اصل اول از اصول حساب احتمالات که هر قضیه را با توجه به معرفت‌های موجّه خاص،

تنها دارای یک احتمال در فاصله ۰ و ۱ می‌داند، منافات دارد.

چنان‌که گفتیم، پارادوکس‌های مربوط به اصل عدم تفاوت بی‌شمارند و پارادوکس‌های بی‌شماری مشابه آنها می‌توان ایجاد کرد. به دو نمونه دیگر از این پارادوکس‌ها که آنها را بر اساس پارادوکس سرکه و آب ساخته‌ایم توجه کنید.

ز. پارادوکس تعیین عدد

عددی حقیقی بین ۲ و ۵ انتخاب شده است. احتمال آنکه این عدد بین ۳ و ۴ باشد، چقدر است؟

از آنجا که معرفت ما دربارهٔ وقوع این عدد که آن را I می‌نامیم، در هیچ محدوده‌ای در فاصله مزبور بر معرفت ما دربارهٔ وقوع آن در محدوده‌ای دیگر ترجیح ندارد، به موجب اصل عدم تفاوت، به ازای همهٔ اعداد حقیقی X_1، X_2، و... بین ۲ و ۵ احتمال صدق قضایای $I=X_1$، $I=X_2$، و... با یکدیگر مساوی است؛ یعنی قضیه $I=X$ در فاصله مزبور فشردگی احتمال یکسانی دارد. بنابراین، احتمال وقوع عدد موردنظر در محدوده اعداد ۳ و ۴، برابر خواهد بود با تقسیم این محدوده بر کل فاصله اعداد ۲ و ۵ که عبارت است از $1/3$.

از سوی دیگر، می‌توان همین مسئله را چنین تفسیر کرد که عکس عدد مزبور در فاصله $1/5$ و $1/2$ است و مطلوب است احتمال آنکه عکس این عدد در فاصله $1/4$ و $1/3$ باشد. اما به دلیل آنکه معرفت ما دربارهٔ وقوع عکس عدد مزبور در هر محدوده‌ای در فاصله $1/5$ و $1/2$ نیز یکسان است، اصل عدم تفاوت، فشردگی یکسانی را برای احتمال صدق قضیه $1/X=1/I$ در همان دامنه تعیین می‌کند و در نتیجه، احتمال مزبور برابر خواهد بود با $15/18$ که با پاسخ نخست متفاوت، و در نتیجه با اصل اول از اصول حساب احتمالات در تناقض است.

ح. پارادوکس نسبت سرعت

سرعت متحرک اول بین ۱ تا ۳ m/s است و سرعت متحرک دوم بین ۲ تا ۴ m/s. احتمال آنکه نسبت سرعت متحرک دوم به سرعت متحرک اول، بین ۱ و ۲ باشد، چقدر است؟

در این مسئله نسبت مزبور می‌تواند از $\frac{2}{3}$ تا ۴ تغییر کند. اما با توجه به معرفت ما و با پذیرفتن اصل عدم تفاوت، فشردگی احتمال صدق قضیه‌ای که این نسبت را عدد معینی می‌داند، در دامنه اعداد بین $\frac{2}{3}$ تا ۴ یکسان است، و در نتیجه، احتمال مزبور برابر است با ۰/۳.

از سوی دیگر، می‌توان همین مسئله را چنین تفسیر کرد که نسبت سرعت متحرک اول به سرعت متحرک دوم در فاصله $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{5}$ تغییر می‌کند و مطلوب است احتمال اینکه این نسبت میان ۰/۵ و ۱ باشد. اما اصل عدم تفاوت، با تعیین فشردگی احتمال یکسان برای صدق قضیه‌ای که عکس این نسبت را عدد معینی در این فاصله می‌داند، این احتمال را برابر با ۰/۴ تعیین می‌کند، و این یعنی تعیین دو مقدار متفاوت برای احتمال یک قضیه نسبت به معرفت‌های یکسان، که با اصل اول حساب احتمالات ناسازگار است.

پاسخ مدافعان به پارادوکس‌ها

برخی مدافعان اصل عدم تفاوت و کسانی که از نظریهٔ کلاسیک یا منطقی احتمال دفاع می‌کنند، کوشیده‌اند به برخی از این پارادوکس‌ها پاسخ گویند. گرچه در اینجا درصدد نقل و نقد همهٔ این پاسخ‌ها نیستیم تنها برای نمونه به برخی از آنها اشاره می‌کنیم. قابل ذکر است که هیچ‌یک از این پاسخ‌ها به فرض درست بودن، نمی‌تواند همهٔ این پارادوکس‌ها را حل کند. همچنین باید متذکر شویم که اصل عدم تفاوت در دیدگاه دیگران گرچه معنایی نزدیک به آنچه گفتیم دارد، دقیقاً با آن یکسان نیست و بنابراین، در پاسخ‌های ارائه شده، عموماً این اصل بر روی قضایا اعمال نشده است.

الف. پارادوکس‌های اول تا چهارم

کینس معتقد است اصل عدم تفاوت در صورتی جاری است که بدیل‌های ممکن تعدادشان محدود بوده، خودشان تقسیم‌ناپذیر باشند.[۱۷] بنابر دیدگاه کینس، در پارادوکس کتاب، از آنجا

که «غیر قرمز»، به رنگ‌های دیگری نظیر آبی، سبز، زرد و... قابل تقسیم است، اصل عدم تفاوت در «قرمز و غیر قرمز» جاری نیست، و همین‌طور در «آبی و غیر آبی»، و... . اگر تعداد رنگ‌های جلد کتاب محدود باشد، باید «غیر قرمز» یا «غیر آبی» به بقیه رنگ‌ها تقسیم شود و سپس اصل مزبور میان همهٔ آن رنگ‌ها جاری شود. در نتیجه، پاسخ درست برابر خواهد بود با عدد یک تقسیم بر تعداد رنگ‌های حاصل پس از تقسیم مزبور.

بر این اساس، باید گفت در پارادوکس دسته‌بندی نیز از آنجاکه «پسر علی» و نیز «اسمی که با "ح" شروع می‌شود» به «حسن» و «حسین» قابل تقسیم هستند، باید این تقسیم صورت گیرد و سپس اصل عدم تفاوت دربارهٔ سه بدیل حاصل، جاری گردد. در نتیجه، پاسخ درست مسئله تنها $1/3$ خواهد بود.

با پذیرفتن شرط کینس برای اجرای اصل عدم تفاوت، به نظر می‌رسد پاسخ مسئله لباس، $1/4$ خواهد بود؛ زیرا «آمدن محمّد» به دو صورت «آمدن وی با لباس اول» و «آمدن وی با لباس دوم» قابل تقسیم است؛ پاسخی که به نظر نادرست می‌آید.

همچنین در پارادوکس پرتاب مکرر سکّه، از طرفی ممکن است بگوییم «یک شیر»، به دو حالت مختلف «اولی شیر، دومی خط» و «اولی خط، دومی شیر» قابل تقسیم است، و بنابراین، اصل عدم تفاوت تنها پس از این تقسیم قابل اجراست و در نتیجه در این مسئله، پاسخ ۰/۵ درست است؛ اما از سوی دیگر، ممکن است بگوییم تعداد شیر آمدن یا صفر است، یا یک، یا دو، و این تعداد به چیز دیگری قابل تقسیم نیست، و بنابراین، پاسخ درست $1/3$ است. بدین‌ترتیب، معلوم نیست تقسیم‌پذیری و تقسیم‌ناپذیری در این مثال چگونه باید تشخیص داده شود و با وجود این ابهام، پارادوکس در این مسئله حل نخواهد شد.

به علاوه، کینس خود کوشیده است از اصل عدم تفاوت در مقادیر پیوسته که تعداد حالت‌هایشان نامحدود است نیز استفاده کند، در حالی که شرط اجرای این اصل را محدود بودن تعداد حالت‌ها قرار داده است. همچنین این پاسخ به فرض درستی، نمی‌تواند سایر پارادوکس‌ها

را حل کند؛ علاوه بر آنکه وی دلیلی برای اثبات درستی شرط تقسیم‌ناپذیری در اجرای اصل عدم تفاوت نیز ارائه نکرده است.

شهید صدر نیز در یکی از دو پاسخ خود به این نوع پارادوکس‌ها، شبیه این راه‌حل را ارائه نموده، اما دربارهٔ مواردی که در آنها باید تقسیم صورت گیرد تفصیل داده است.(۱۸) وی در این راه‌حل پیشنهاد می‌کند که:

۱. اگر یک طرف قابل تقسیم است و تقسیم مشابه را می‌توان در سایر اطراف اجرا کرد، یا باید آن را در اطراف دیگر نیز اجرا کرد یا در هیچ طرف اجرا نکرد.

۲. اگر یکی از اطراف قابل تقسیم است و تقسیم مشابه در سایر اطراف ممکن نیست، باید تقسیم را در طرفی که قابل تقسیم است اجرا کرد.

بر اساس دیدگاه وی، پارادوکس کتاب را بدین صورت می‌توان حل کرد: از آنجا که «غیر قرمز» به رنگ‌های دیگر بجز قرمز قابل تقسیم است و نیز «غیر آبی» به رنگ‌های دیگر بجز آبی، و...، ابتدا باید تقسیم‌های مزبور صورت گیرد و در نتیجه مسئله یک پاسخ درست دارد و آن عبارت است از تقسیم یک بر مجموع تعداد رنگ‌های حاصل پس از تقسیم‌های مزبور.

شهید صدر بر همین اساس، پارادوکس دسته‌بندی را پاسخ می‌گوید. در این پارادوکس، براساس شرط دوم در راه‌حلی که بیان شد، «پسر علی» قابل تقسیم به «حسن» و «حسین» است و نیز «اسمی که با "ح" شروع می‌شود» قابل تقسیم است به «حسن» و «حسین». پس این مسئله نیز یک راه‌حل درست دارد و آن $^1/_3$ است.

همچنین ایشان بر اساس همین راه‌حل، پارادوکس لباس را پاسخ می‌دهد. همان‌گونه که «آمدن بالفعل محمّد» به دو صورت قابل تقسیم است، «آمدن بالقوّه او» نیز به دو صورت قابل تقسیم است و در نتیجه، هر یک از آمدن حسن و حسین نیز به تقسیم مشابه قابل تقسیم‌اند و بنابر شرط اول راه‌حل، یا باید همهٔ اطراف را تقسیم کرد یا هیچ‌یک را: (آمدن محمّد با لباس اول، آمدن محمّد با لباس دوم، آمدن حسن با این قضیه شرطیه که اگر محمّد می‌آمد با لباس اول می‌آمد،

آمدن حسین با این قضیه شرطیه که اگر محمّد می‌آمد با لباس اول می‌آمد، آمدن حسن با این قضیه شرطیه که اگر محمّد می‌آمد با لباس دوم می‌آمد، آمدن حسین با این قضیه شرطیه که اگر محمّد می‌آمد با لباس دوم می‌آمد) یا (آمدن محمّد، آمدن حسن، آمدن حسین). بنابراین، پاسخ درست این مسئله نیز تنها ۱/۳ است.

اما اولاً در پارادوکس لباس، تقسیم «آمدن حسن» و «آمدن حسین» درست به نظر نمی‌رسد؛ چه اگر این‌گونه تقسیم را بپذیریم در پارادوکس کتاب نیز ممکن است «قرمز» را بدین صورت تقسیم کنیم: «قرمز با این قضیه شرطیه که اگر غیر قرمز بود، آبی بود»، «قرمز با این قضیه شرطیه که اگر غیر قرمز بود، سبز بود»، و... . روشن است که نتیجه این تقسیمات فرضی این است که احتمال قرمز بودن ۰/۵ باشد که با پاسخ اول متفاوت است. ثانیاً، چنان‌که گفتیم، بر این اساس، پارادوکس پرتاب مکرر سکّه پاسخ روشنی نمی‌یابد؛ و مهم‌تر آنکه دلیلی بر درستی این شرایط ذکر نشده است.

شهید صدر برای حل این‌گونه پارادوکس‌ها راه‌حل دیگری نیز ارائه کرده است.[۱۹] وی می‌گوید: اگر تقسیم یکی از اطراف ممکن باشد و اطراف دیگر قابل تقسیم مشابه نباشند، چنانچه این اقسام اصلی باشند، هر قسم عضوی از مجموعه اطراف است، و اگر فرعی باشند، تقسیم معتبر نیست و کل آن طرف یک عضو از مجموعه اطراف است. اما تقسیم اصلی، از دیدگاه ایشان، تقسیمی است که اقسامْ حالت‌هایی هستند که در تقریر وجود و تحقق یافتنِ آن طرفی که تقسیم می‌شود تأثیر دارند و تقسیم فرعی تقسیمی است که اقسامْ حالت‌هایی هستند که متفرع بر وجود آن طرف هستند و در وجود و تحقق یافتن آن تأثیری ندارند.

با تطبیق این شرایط در پارادوکس کتاب، باید گفت تقسیم «غیر قرمز» به رنگ‌های دیگر اصلی است، چون کتاب بدان رنگ‌ها تحقق می‌یابد و از آنجا که «قرمز» به آنها تقسیم نمی‌شود باید تقسیم مزبور صورت گیرد. بنابراین، تنها پاسخ درست همان است که از تقسیم عدد یک بر تعداد رنگ‌های حاصل پس از تقسیم به دست می‌آید. در پارادوکس دسته‌بندی نیز، هریک از

حسن و حسین، انگیزه خاص خود را برای آمدن دارند و هریک در تحققِ آمدن «پسر علی» تأثیر دارند. پس این تقسیم اصلی است و چون این تقسیم در طرف دیگر مشابه ندارد لزوماً باید تقسیم صورت گیرد و بنابراین، تنها پاسخ ۱/۳ درست است. اما در پارادوکس لباس، لباس‌های محمّد در تحققِ آمدن وی تأثیری ندارند. پس این تقسیم فرعی است و محمّد یکی از اطراف است و تنها پاسخ ۱/۲ درست است. بر همین اساس، ممکن است در پارادوکس پرتاب مکرر سکّه بگوییم چون «یک شیر» قابل تقسیم است به «اولی شیر، دومی خط» و «اولی خط، دومی شیر» و این تقسیم در تحقق اینکه کدام وجه سکّه رو می‌آید مؤثر است، این تقسیم اصلی است و باید صورت گیرد و بنابراین، تنها پاسخ ۰/۵ برای این مسئله درست است. شهید صدر شرط مذکور در این راه‌حل را بدیهی در نظر گرفته است.

اما این پاسخ نیز قابل قبول نیست؛ زیرا، علاوه بر آنکه نمی‌توان بدون ارجاع این شرط به علم حضوری، بداهت معرفت‌شناختی آن را پذیرفت، با مثال‌هایی می‌توان نشان داد که این شرط درست نیست: به دو مثال زیر توجه کنید:

مثال اول. فرض کنید می‌دانیم آنچه از دور می‌بینیم یا انسان است یا اسب یا درخت و هیچ چیزی که موجب ترجیح یکی از آنها بر دیگری باشد نمی‌دانیم؛ اما می‌دانیم اگر آنچه می‌بینیم انسان باشد، یا محمّد است یا علی. روشن است که احتمال آنچه می‌بینیم انسان باشد ۱/۳ است، با اینکه محمّد یا علی بودن در تحقق و وجود انسان مؤثرند و مطابق شرط مزبور باید این تقسیم صورت گیرد و در این صورت، احتمال آنکه آنچه می‌بینیم انسان باشد ۰/۵ خواهد بود.

مثال دوم. در حالی که می‌دانیم قاتل «الف»، یکی از دو فرد «ب» و «ج» است، هیچ چیز در این‌باره نمی‌دانیم جز اینکه دو نفر از سه نفری که مدعی حضور در صحنه قتل هستند و معرفت ما دربارهٔ صادق بودن آنها کاملاً مساوی است، «ب» را و یک نفر «ج» را قاتل معرفی می‌کند. با اینکه شهادت این سه نفر در قاتل بودن «ب» یا «ج» و تحقق قتل به دست آنها تأثیری ندارد، روشن است که باید «قاتل بودن "ب"» را به «قاتل بودن "ب" به شهادت نفر اول» و «قاتل بودن

"ب" به شهادت نفر دوم» تقسیم کرد، و بر این اساس، احتمال قاتل بودن «ب» به واسطهٔ شهادت دو نفر از سه نفر، برابر است با $\frac{2}{3}$.

ب. پارادوکس برتراند

جینس دربارهٔ پارادوکس *برتراند* مقاله‌ای نگاشت[۲۰] و گفت تنها راه‌حل اول و پاسخ $\frac{1}{2}$ برای آن درست است. دلیل وی این بود که راه‌حل مسئله باید اصول یکنواختی[۲۱] را تأمین کند، و یکنواختی از جهات مختلف، مقتضی آن است که تنها راه‌حل اول را معتبر بدانیم. وی بر این اساس، توزیع احتمال مطلق طول‌های وتر دایره را محاسبه کرد. سپس وی و دکتر *چارلز تایلر* (Charles E. Tyler) آزمونی ترتیب دادند که در آن پوشال‌های جارو از جایگاه خاصی روی دایره‌ای به قطر ۵ اینچ که در کف ترسیم شده بود پرتاب می‌شدند. نتایج ۱۲۹ پرتاب، محاسبه توزیع وی را تا حدود زیادی تأیید کرد.

اما آیا اصل یکنواختی اگر قابل قبول باشد، می‌تواند همهٔ پارادوکس‌ها را حل کند؟ خود جینس معتقد است[۲۲] در پارادوکس سرکه و آب، این اصل ترجیحی برای هیچ‌یک از دو نسبت «آب/سرکه» و «سرکه/آب» قائل نمی‌شود و بنابراین، این پارادوکس را نمی‌توان از این راه، حل کرد.

ج. پارادوکس سرکه و آب

اشلسینگر از جانب لاپلاسی‌ها که مدافع اصل عدم تفاوت‌اند، پاسخ‌های متفاوت مسئله سرکه و آب را نشانه آن می‌گیرد که اطلاعات ما در فاصله نسبت‌های قابل فرض برای «آب/سرکه» و نیز «سرکه/آب» یکسان نیست و نتیجه می‌گیرد که برای پاسخ به این مسئله به اطلاعات بیشتری نیاز است.[۲۳]

ممکن است سخن وی را بدین معنا بگیریم که صورت مسئله گویای آن نیست که اطلاعات

ما در فاصله تغییرات کدام نسبت یکسان است و برای اجرای اصل عدم تفاوت، به اطلاعاتی در این‌باره نیازمندیم. اما این پرسش در سخن وی بی‌پاسخ می‌ماند که آیا با اطلاعات موجود، نمی‌توان هیچ مقداری برای احتمال مورد سؤال یافت؟ به عبارت دیگر، آیا قضیه «نسبت "آب/سرکه" کمتر یا مساوی ۲ است» با توجه به معرفت‌های موجود، هیچ مقداری از احتمال صدق ندارد؟

میکلسون اخیراً در مقاله‌ای کوشیده است به این پارادوکس پاسخ گوید.[۲۴] وی پیشنهاد می‌کند به جای آنکه نسبت سرکه و آب به یکدیگر را بسنجیم، مقدار آنها را در مخلوط در نظر بگیریم. با توجه به اینکه مقدار هر کدام از سرکه و آب در مخلوط بین $\frac{1}{4}$ و $\frac{3}{4}$ مخلوط است، مطلوب مسئله برابر است با تعیین احتمال آنکه نسبت سرکه به مخلوط کمتر یا مساوی با $\frac{2}{3}$ باشد یا نسبت آب به مخلوط بیشتر یا مساوی با $\frac{1}{3}$ باشد که در نتیجه احتمال مزبور برابر خواهد بود با $\frac{5}{6}$.

وی این راه‌حل را «روش تقارن» می‌نامد و معتقد است در این روش، اصل عدم تفاوت به جای نسب بر روی مقادیر اجرا می‌شود و دلایل زیر را برای دفاع از این پاسخ ذکر می‌کند:

۱. پاسخی که از این راه‌حل به دست می‌آید، به نحوهٔ طرح سؤال بستگی ندارد، در حالی که پاسخ‌های دو راه‌حلی که منجر به پارادوکس می‌شوند بستگی به نحوهٔ طرح سؤال دارند.

۲. دو راه‌حلی که منجر به پارادوکس می‌شوند، برخلاف راه‌حل روش تقارن، نیازمند پیش‌فرض‌هایی غیرموجّه هستند. برای مثال، راه‌حل اول مبتنی بر این پیش‌فرض است که احتمال آنکه سرکه از آب بیشتر باشد بیشتر است، و راه‌حل دوم بر این پیش‌فرض مبتنی است که احتمال آنکه آب از سرکه بیشتر باشد بیشتر است. نیز اگر محدوده نسبت سرکه به آب (یا بر عکس) را به جای ۳ و $\frac{1}{3}$ به صفر و بی‌نهایت افزایش دهیم به این نتیجه نامعقول می‌رسیم که مخلوط تنها حاوی سرکه (یا تنها حاوی آب) است! (زیرا، در این فرض که بدانیم نسبت یکی به دیگری از صفر تا بی‌نهایت است، دامنهٔ تغییر نسبت‌ها از عدد صفر تا بی‌نهایت است و بنابر اصل

عدم تفاوت در نسبت سرکه به آب، که احتمال وقوع هریک از این نسبت‌ها را مساوی می‌داند، احتمال آنکه این نسبت، عدد بسیار بزرگی باشد بسیار بیشتر است و بنابراین باید بپذیریم که مخلوط تنها حاوی سرکه است، و چنانچه این اصل را در نسبت آب به سرکه جاری کنیم، باید نتیجه بگیریم که مخلوط تنها حاوی آب است).

۳. به جای این راه‌حل، راه‌حل دیگری نیز می‌توان در نظر گرفت و آن استفاده مجدد از اصل عدم تفاوت در نتایج حاصل از دو راه‌حل منجر به پارادوکس است. اما باید توجه داشت که اگر بخواهیم این راه‌حل را به کار ببریم، باید مقدار انحراف‌های توزیع احتمال را هم متعادل کنیم و از آنجاکه تعداد و نوع انحراف‌های قابل فرض، بی‌نهایت است، باید معدل همهٔ آنها را محاسبه کنیم که اگر چنین کاری انجام شود، پاسخ همان خواهد بود که با روش تقارن به دست می‌آید. اما روش تقارن عملی‌تر است.

۴. علاوه بر دلایل «سطحی» فوق، دلیل «عمیقی» که موجب ترجیح روش تقارن می‌شود این است که در این روش، بر «واقعیت‌های اولیه» برای اجرای اصل عدم تفاوت تکیه شده است، نه بر «واقعیت‌های استنتاجی»؛ زیرا، آنچه مستقیماً از واقعیت به دست می‌آید، مقدار خاص سرکه و آب در ترکیب است؛ اما نسبت خاص میان این دو مقدار، واقعیتی استنتاجی است که بر حسب آن مقادیر تعیین می‌شود. بدین‌ترتیب، این راه‌حل، شکلی عادی و متعادل از واقع‌گرایی است.

اما در پاسخ میکلسون مواردی قابل مناقشه به نظر می‌رسد:

۱. در روش وی (روش تقارن) نیز اصل عدم تفاوت بر روی نسب جاری شده است، نه مقادیر. این نسب یا نسب «مخلوط/سرکه» است یا نسب «مخلوط/آب».

۲. پاسخ وی با ظاهر صورت مسئله ناسازگار است؛ زیرا ظاهر صورت مسئله این است که معرفت ما دربارهٔ نحوه تغییرات نسب «آب/سرکه» یا بالعکس یکسان است. اما وی این تغییرات را در نسب دیگری یکسان انگاشته است که لازمهٔ آن، هم یکسان نبودن تغییرات نسب «آب/سرکه» است، هم یکسان نبودن تغییرات «سرکه/آب»، و چنان‌که در پاسخ خود به این

پارادوکس نشان خواهیم داد، پاسخ وی با پاسخ مبتنی بر یکسان کردن تغییرات نسبت‌های مزبور نسبت به هم (یعنی اجرای اصل عدم تفاوت بر روی تغییرات هم‌زمان دو نسبت مزبور) نیز هماهنگ نیست. بنابراین، نه تنها پاسخ وی نیز به نحوهٔ طرح سؤال بستگی دارد، بلکه با ظاهر سؤال نیز ناسازگار است. به علاوه، به فرض آنکه این پاسخ به نحوهٔ طرح سؤال بستگی نداشته باشد، آیا ممکن نیست پاسخ یا پاسخ‌های دیگری برای مسئله یافت که آنها نیز به نحوهٔ طرح سؤال بستگی نداشته باشند؟

۳. گرچه دو راه‌حلی که منجر به پارادوکس می‌شوند مبتنی بر برخی پیش‌فرض‌هایی هستند که ممکن است بنابر ظاهر، صورت مسئله درصدد بیان آنها نباشد، و بنابراین، این پیش‌فرض‌ها غیرموجّه باشند، روش تقارن نیز مبتنی بر این پیش‌فرض به ظاهر غیرموجّه است که دربارهٔ نسبت هریک از سرکه و آب به مخلوط در تمام فاصله بین ۱/۴ و ۳/۴ معرفت ما کاملاً یکسان است.

۴. در صورتی که مفروضات مسئله این امکان را بدهد که از اصل عدم تفاوت در نسبت «آب/سرکه» استفاده کنیم، حتی با توسعهٔ دامنه تغییرات این نسبت به صفر و بی‌نهایت، نتیجه‌ای نامعقول به دست نمی‌آید. فرض کنید ابتدا عددی از بین اعداد صفر تا بی‌نهایت را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم و عدد مزبور را n می‌نامیم. آنگاه به نسبت n و ۱، سرکه را با آب مخلوط می‌کنیم. در این صورت، می‌پذیریم که احتمال آنکه n عدد بسیار بزرگی باشد بیشتر است و بنابراین، احتمال آنکه تقریباً تمامی مخلوط حاوی سرکه باشد بیشتر است.

۵. چنان‌که در پاسخ خود به این پارادوکس توضیح خواهیم داد، با فرض آنکه صورت مسئله به گونه‌ای باشد که از آن بتوان یکسان بودن تغییرات هم‌زمان نسبت‌های «آب/سرکه» و بر عکس را فهمید، متعادل کردن نحوهٔ توزیع این تغییرات، نیازمند فرض گرفتن بی‌نهایت نحوهٔ توزیع تغییرات برای هر یک نیست، و پاسخ حاصل نیز با پاسخ میکلسون متفاوت است.

۶. اشکال دیگری که در این پاسخ وجود دارد مربوط به دلیل عمیقی است که وی بر درستی این راه‌حل ارائه کرده است. در این راه‌حل، مقصود از واقعیت‌های اولیه روشن نیست. میکلسون

در ابتدای مقالهٔ خود تأکید می‌کند که احتمال مورد بحث در این مسئله احتمال معرفتی است، نه احتمال عینی. بدین‌ترتیب، مناسب بود خود وی از این نکته نتیجه بگیرد که واقعیت‌های اولیه‌ای که احتمال باید بر مبنای آنها محاسبه شود بستگی به معرفت‌های مستقیمی دارند که از صورت مسئله برداشت می‌شوند؛ زیرا آنچه ما در این مسئله با آن مواجه هستیم، معرفت‌هایی مفروض است، نه واقعیتی عینی. تعبیرهای «واقعیت اولیه» و «واقعیت استنتاجی» در راه‌حل میکلسون، شبیه به تعابیر «تقسیم اصلی» و «تقسیم فرعی» در راه‌حل شهید صدر است که بررسی آن گذشت.

حل پارادوکس‌ها

الف. راه‌حل پارادوکس کتاب

در پارادوکس کتاب، ظاهراً حالتی فرض شده است که ما هیچ معرفت دیگری دربارهٔ رنگ جلد کتاب و نوع انتخاب آن نداریم و نیز گویا فرض شده است که می‌دانیم جلد کتاب تنها به یک رنگ است، و مثلاً چنین نیست که بخشی به رنگ آبی و بخشی به رنگ قرمز باشد. در این صورت، ممکن است پرسش مسئله، پرسشی باشد که هر کس از خود می‌پرسد. برای مثال، من با توجه به مفاهیمی که از رنگ‌ها در ذهن دارم و انواع رنگی که برای استفاده در جلد کتاب ممکن می‌دانم از خود می‌پرسم: «احتمال آنکه رنگ جلد این کتاب قرمز باشد چقدر است.» در این حالت، به تعداد افرادی که پرسش برایشان مطرح است، سؤال وجود دارد و ممکن است به همان تعداد نیز جواب‌های متفاوت داشته باشیم. راه یافتن پاسخ در هر مورد این است که پرسش‌کننده به مفاهیمی که از رنگ‌ها مدّنظر دارد و انواع رنگی که برای استفاده در جلد کتاب ممکن می‌داند مراجعه کند و بر اساس آن مسئله خود را حل کند. برای مثال، ممکن است مقصود من از «قرمز»، طیف پیوسته‌ای از رنگ‌ها باشد که در طیف همه رنگ‌ها، پس از صورتی پررنگ و پیش از قهوه‌ای کم‌رنگ قرار می‌گیرد. نیز تعداد انواع رنگ‌هایی را که ممکن است برای جلد کتاب استفاده شوند با توجه به مفاهیمی که از رنگ‌ها مدّنظر دارم، ۱۰ نوع بدانم. در این حالت، احتمال

آنکه رنگ جلد کتاب به یکی از این انواع باشد، برابر است با ۰/۱؛ زیرا اصل عدم تفاوت تنها دربارهٔ قضایایی جاری است که رنگ جلد کتاب را به یکی از انواع ۱۰گانه مزبور می‌دانند. اما اگر مقصود من از هر رنگ، دقیقاً یک مقطع از طیف پیوسته رنگ‌ها باشد، احتمال آنکه رنگ جلد کتاب مزبور یکی از این رنگ‌ها باشد عبارت است از $1/\infty$ که بی‌نهایت به صفر نزدیک است، و البته دقیقاً مساوی صفر نیست؛ زیرا در طیف پیوسته رنگ‌ها بی‌نهایت مقطع می‌توان فرض کرد که رنگ جلد کتاب دقیقاً یکی از آنهاست و معرفت من دربارهٔ اینکه رنگ جلد کتاب مزبور کدام‌یک از آنهاست کاملاً مساوی است.

اما چنانچه مقصود از پرسش مسئله، پرسشی باشد که طراح مسئله از ما می‌پرسد، در این صورت، باید با استفاده از استظهارات کلامی، مقصود از «قرمز» و تعداد انواع رنگ را بر اساس تلقّی عرفی از انواع رنگ تعیین کرد و سپس به مسئله پاسخ داد. این کار، گرچه واقعاً بسیار دشوار است، نه اصولاً به لحاظ عقلی غیرممکن است، و نه منجر به پارادوکس می‌شود.

چنان‌که گفتیم پاسخ‌های مزبور، مطابق ظاهر صورت مسئله، بر این اساس است که دربارهٔ نحوهٔ انتخاب رنگ برای جلد کتاب هیچ معرفت دیگری نداریم. اما اگر مفروضات دیگری به این مسئله بیافزاییم، پاسخ متفاوت خواهد بود. برای مثال، فرض کنید می‌دانیم رنگ جلد کتاب بدین وسیله تعیین می‌شود که با پرتاب یک سکّه، چنانچه شیر بیاید رنگ آن را قرمز و در صورتی که خط بیاید رنگ آن را رنگی غیر از قرمز انتخاب می‌کنند. روشن است که در صورت اخیر، احتمال آنکه رنگ جلد کتاب مزبور قرمز باشد برابر است با آنکه رنگ آن غیرقرمز باشد و هریک برابر است با ۰/۵؛ زیرا در این صورت، معرفت‌های ما دربارهٔ صدق هریک از این دو قضیه کاملاً با دیگری مساوی است. نیز می‌توان برای نحوهٔ انتخاب رنگ جلد کتاب یا مقصود از «رنگ» یا تعداد انواع رنگ، مفروضات دیگری در نظر گرفت. اما باید توجه داشت که مفروضاتی مانند آنچه گفتیم با یکدیگر ناسازگارند و ممکن نیست با هم صادق باشند و بنابراین، ممکن نیست اصل عدم تفاوت هم دربارهٔ ۱۰ قضیه جاری شود، هم دربارهٔ بی‌نهایت قضیه، و هم دو قضیه، به

طوری که در هر حال، یکی از قضایا این باشد که «رنگ جلد کتاب مزبور قرمز است». بنابراین، مسئله در هر فرض تنها یک پاسخ درست دارد، نه چند پاسخ. بلکه باید گفت مسئله مزبور با احتساب مفروضات مزبور، در واقع یک مسئله نیست؛ بلکه مسائل مختلفی است که هریک، تنها یک پاسخ درست دارد.

از حل این پارادوکس نتیجه می‌گیریم که یک مسئله، در صورتی یک مسئله است، که سؤال آن کاملاً روشن باشد؛ زیرا ابهام در سؤال موجب تردید میان چند سؤال می‌شود. اما آیا برای آنکه یک مسئله، یک مسئله باشد لازم است معرفت‌های ما دربارهٔ آن سؤال نیز کاملاً روشن باشد؟ در این‌باره، در حل پارادوکس‌های بعد نکاتی خواهیم یافت.

ب. راه‌حل پارادوکس دسته‌بندی

در پارادوکس دسته‌بندی، چنان‌که از صورت مسئله ظاهر است، معرفت ما درباره آمدن هریک از سه نفر با معرفت‌های ما درباره آمدن هریک از دو نفر دیگر مساوی است، و بنابراین، اصل عدم تفاوت تنها درباره سه قضیه که هریک، از آمدن یکی از این سه نفر خبر می‌دهند جاری است. البته ممکن است معرفت‌های دیگری در این‌باره داشته باشیم که به تبع، پاسخ مسئله را تغییر دهند. برای مثال، فرض کنید با معرفت معتبری می‌دانیم که یا محمّد می‌آید یا علی و نیز با معرفت معتبری می‌دانیم که اگر علی بیاید یکی از دو پسر خود ـ حسن و حسین ـ را با خود می‌آورد. در این صورت نیز ما نمی‌دانیم کدام‌یک از محمّد، حسن و حسین می‌آیند؛ اما معرفت ما دربارهٔ آمدن این سه نفر مساوی نیست، و با توجه به معرفت‌های مفروض، تنها پاسخ درست برای احتمال آمدن محمّد ۰/۵ است. نیز ممکن است بدانیم که این سه نفر برای آمدن به این صورت عمل می‌کنند: با پرتاب سکّه، اگر شیر بیاید کسی می‌آید که حرف اول نامش «م» باشد و اگر خط بیاید کسی می‌آید که حرف اول نامش «ح» باشد. اما دربارهٔ اینکه اگر خط بیاید چگونه تعیین می‌کنند که حسن بیاید یا حسین هیچ نمی‌دانیم، یا می‌دانیم که بار دیگر با پرتاب سکّه اگر شیر بیاید، حسن می‌آید و اگر خط بیاید، حسین. در این صورت نیز پاسخ مسئله ۰/۵ است.

ج. راه‌حل پارادوکس لباس

پاسخ پارادوکس لباس نیز شبیه به پاسخ پارادوکس دسته‌بندی است. ظاهر صورت مسئله این است که معرفت ما دربارهٔ آمدن هریک از محمّد، حسن و حسین با معرفت‌های ما دربارهٔ آمدن دو نفر دیگر مساوی است. در این صورت، اصل عدم تفاوت تنها دربارهٔ سه قضیه‌ای که از آمدن یکی از آنها خبر می‌دهد جاری است و احتمال ۱/۳ برای آمدن محمّد درست است. قابل تقسیم بودن «آمدن محمّد» به «آمدن وی با لباس اول» و «آمدن وی با لباس دوم» ارتباطی با حل مسئله ندارد؛ زیرا پس از تقسیم، معرفت ما دربارهٔ قضایای حاصل مساوی نیست تا اصل عدم تفاوت دربارهٔ آنها جاری شود.

اما در همین مسئله، اگر بدانیم ابتدا یکی از لباس‌های چهارگانه این سه نفر را انتخاب می‌کنند ـ به گونه‌ای که معرفت ما دربارهٔ اینکه کدام‌یک از این چهار لباس ابتدائاً انتخاب می‌شوند دقیقاً با آنچه دربارهٔ انتخاب سایر لباس‌ها می‌دانیم مساوی باشد ـ و سپس صاحب لباس با پوشیدن لباس خود می‌آید، تنها پاسخ ۰/۵ درست است.

د. راه‌حل پارادوکس پرتاب مکرر سکّه

با توجه به آنچه گفتیم پارادوکس پرتاب مکرر سکّه نیز راه‌حل درست خود را می‌یابد. با توجه به آنچه ظاهر صورت مسئله نشان می‌دهد مقصود آن است که ما هیچ معرفتی دربارهٔ شیر یا خط آمدن سکّه در هیچ پرتابی نداریم، جز آنکه می‌دانیم در هر پرتاب یا شیر می‌آید یا خط. در این صورت، تنها پاسخ ۰/۵ درست است.

ه. راه‌حل پارادوکس برتراند

در پارادوکس *برتراند*، پارادوکس ناشی از این است که سه نحوه مختلف برای انتخاب تصادفی وتر، یکسان انگاشته شده‌اند. پاسخ اول مبتنی بر این است که از نقاط شعاع مفروضی از دایره،

نقطه‌ای به طور تصادفی انتخاب شده، وتر عمود بر آن را در نظر می‌گیریم، یا از میان خطوطی از صفحه که از دایره می‌گذرند، یکی از آنها را به طور تصادفی انتخاب کرده، قسمتی از آن را که محدود به دایره است در نظر می‌گیریم، یا نقطه‌ای در درون یا روی محیط دایره و نقطه‌ای بیرون دایره به طور تصادفی انتخاب کرده با وصل کردن آنها خطی را تشکیل می‌دهیم و قسمتی از آن را که محدود به دایره است در نظر می‌گیریم. راه‌حل دوم مبتنی بر این است، که با تعیین تصادفی یک نقطه از محیط دایره، یکی از خطوطی را که از آن می‌گذرد به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. راه‌حل سوم مبتنی بر این است که از نقاط سطح دایره نقطه‌ای را به طور تصادفی در نظر گرفته وتری را که این نقطه وسط آن است در نظر می‌گیریم. طبیعی است که در این صورت، مسائل مختلف با پاسخ‌های احیاناً متفاوت داریم؛ زیرا معرفت‌های ما در همهٔ این فرض‌ها یکسان نیست. این اختلاف ناشی از این است که تغییرات فاصله روی خط مستقیم شعاع و خط منحنی محیط دایره نمی‌توانند یکسان باشند.

برای روشن شدن این مطلب، فرض کنید متحرکی با سرعت ثابت روی شعاع دایره حرکت کند و سایه آن روی دایره بیفتد. با اینکه سرعت خود متحرک، ثابت است، سرعت حرکت سایه متحرک مفروض روی دایره متغیر است، چون شعاع، خط مستقیم است و دایره منحنی است.

بنابراین، اگر نحوهٔ انتخاب وتر به صورت انتخاب نقطه‌ای روی شعاعی دلخواه از دایره و در نظر گرفتن خط عمود بر آن باشد، قضایای مزبور در دامنه شعاع دایره، فشردگی احتمال صدق یکسانی دارند، اما فشردگی صدق آنها، در دامنه نقاط محیط دایره یکسان نیست. بنابراین، ممکن نیست اصل عدم تفاوت را درباره این دو دسته قضیه با هم جاری کنیم.

بدین ترتیب، اگر مفروضات مسئله، نحوهٔ انتخاب تصادفی وتر را نشان دهند، پاسخ معین مسئله معلوم می‌شود. در غیر این صورت، یعنی چنانچه همهٔ احتمالات مذکور دربارهٔ نحوهٔ انتخاب تصادفی وتر وجود داشته باشد، بنابر اصل عدم تفاوت، احتمال مزبور برابر با میانگین احتمال‌های حاصل از راه‌های مختلف ممکن برای انتخاب وتر خواهد بود. مثلاً اگر سه راه منجر

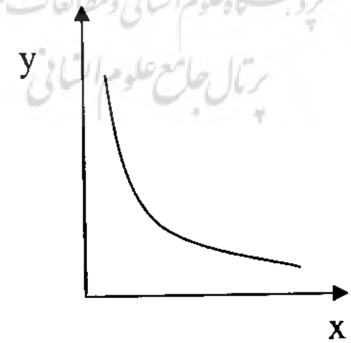
به احتمال $\frac{1}{2}$ و یک راه منجر به احتمال $\frac{1}{3}$ و یک راه منجر به احتمال $\frac{1}{4}$ می‌شوند و درباره اینکه انتخاب وتر به کدام‌یک از این پنج راه انجام می‌شود هیچ نمی‌دانیم، اصل عدم تفاوت می‌گوید احتمال آنکه وتر به هریک از این پنج راه انتخاب شود مساوی است، و در نتیجه، احتمال انتخاب وتری با ویژگی مزبور برابر خواهد بود با $\left(\frac{3}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)/5=\frac{5}{12}$.

اما به نظر می‌رسد ظاهر صورت مسئله با برخی از این نحوه‌های انتخاب وتر سازگار نیست. آنچه از ظاهر صورت مسئله استفاده می‌شود آن است که مستقیماً انتخاب خود وتر تصادفی است، نه آنکه انتخاب نقطه‌ای از محیط دایره تصادفی است و به تبع آن، وتری از میان وترهایی که از آن نقطه می‌گذرند به طور تصادفی انتخاب می‌شود، یا انتخاب نقطه وسط وتر تصادفی است، و انتخاب وتر به تبع آن صورت می‌گیرد. به علاوه، پارادوکس اصلی در این مسئله مربوط به احتمال نیست، بلکه مربوط به نحوهٔ دسته‌بندی بی‌نهایت‌هاست. برای آنکه مطلب روشن‌تر شود، ممکن است مسئله را به گونه‌ای دیگر طرح کنیم: فرض می‌کنیم همه وترهای بی‌شمار یک دایره را به طور کاملاً تصادفی، و نه به ترتیبی خاص، شماره‌گذاری کرده‌ایم. یک شماره را به طور تصادفی انتخاب می‌کنیم. احتمال آنکه طول وتری که شماره آن به طور تصادفی انتخاب شده است، بیش از طول ضلع مثلث محاط در آن دایره باشد چقدر است؟ روشن است که نسبت مذکور، نسبت دو بی‌نهایت است و با دسته‌بندی این دو بی‌نهایت می‌توان مقدار نسبت را محاسبه کرد. اما دسته‌بندی این دو بی‌نهایت به صور مختلفی ممکن است که پاسخ آنها می‌تواند متفاوت باشد. بنابراین، پارادوکس اصلی مربوط به این است که نحوهٔ دسته‌بندی‌های متفاوت این دو بی‌نهایت، منجر به پاسخ‌های متفاوت برای نسبت آنها می‌شود. به عبارت دیگر، پارادوکس این است که تعیین نسبت وترهایی از یک دایره که طول آنها بیش از طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در آن است به کل وترهای آن دایره به شیوه‌های مختلف، پاسخ‌های متفاوت دارد. برای پاسخ به این مسئله، کافی است به تعریف دقیق وتر مراجعه کنیم و بر اساس آن، آنها را به طور کاملاً یکسان دسته‌بندی کنیم. اگر این تعریف را برای وتر بپذیریم که «وتر

پاره‌خطی از صفحه دایره است که دو سر آن، دو نقط روی محیط دایره است»، بنابر آنچه در نحوهٔ انتخاب تصادفی وتر گفتیم، نیمی از خطوطی که از صفحه دایره می‌گذرند دارای این ویژگی هستند. در نتیجه، با این تعریف از وتر، نسبت وترهایی از یک دایره که طول آنها بیش از طول ضلع مثلث متساوی‌الاضلاع محاط در آن است به کل وترهای آن دایره، برابر است با ۱/۲. شاید بتوان پاسخ جینس را نیز ناظر به مسئله اخیر دانست.

و. راه‌حل پارادوکس سرکه و آب

در پارادوکس سرکه و آب نیز مشابه همان خطایی که در پارادوکس *برتراند* اتفاق افتاده، رخ داده است. خطای اساسی این است که اصل عدم تفاوت در یک مسئله برای دو دسته قضیه متفاوت به کار برده شده است که تغییرات احتمال صدقشان نمی‌تواند یکسان باشد. برای مثال، ما می‌دانیم اگر تغییرات X یکسان باشد، تغییرات $1/x$ نمی‌تواند یکسان باشد؛ یعنی تغییرات یک نسبت و تغییرات عکس آن نسبت ممکن نیست یکسان باشند. این امر به سادگی از روی نمودار تابع $y=1/x$ که تابعی منحنی است، معلوم می‌شود.



بنابراین، مطابق فرض مسئله که می‌دانیم ۳≥ «آب/سرکه» ≥ ۱/۳ و ۳ ≥ «سرکه/آب» ≥ ۱/۳،

نمی‌توانیم معرفتمان را دربارهٔ تغییرات نسبت «آب/سرکه» و «سرکه/آب» از ۱/۳ تا ۳ هم‌زمان یکسان فرض کنیم؛ زیرا، یکسان فرض کردن معرفت ما دربارهٔ تغییرات یکی مستلزم آن است که بدانیم معرفت ما دربارهٔ تغییرات نسبت عکس یکسان نیست.

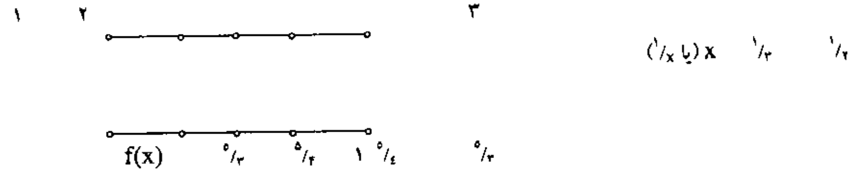
اکنون دربارهٔ مسئلهٔ سرکه و آب چند فرض قابل تصور است:

۱. دربارهٔ اینکه تغییرات یکی از دو نسبت معین «آب/سرکه» و «سرکه/آب» در فاصلهٔ ۳ و ۱/۳ یکسان است، به طور معین، معرفتی موجّه داریم. برای مثال، ممکن است این معرفت موجّه ناشی از آن باشد که بدانیم ابتدا عددی را به طور تصادفی در فاصله اعداد ۳ و ۱/۳ انتخاب کرده‌اند و سپس، به نسبت همان عدد و یک، سرکه را با آب مخلوط کرده‌اند. در این صورت، اصل عدم تفاوت تنها دربارهٔ قضایای همان دسته معین جاری است؛ یعنی در این مثال، اصل عدم تفاوت تنها درباره قضایای مربوط به نسبت «آب/سرکه» جاری است، و به دلیلی که گفتیم، در نسبت «سرکه/آب» جاری نیست و تنها پاسخ نخست درست است. همچنین اگر با معرفتی موجّه بدانیم که تغییرات نسبت «سرکه/آب» یکسان است، اصل عدم تفاوت تنها دربارهٔ قضایای مربوط به این نسبت جاری است و نه دربارهٔ قضایای مربوط به نسبت «آب/سرکه». پس در هر صورت، مسئله تنها یک پاسخ معین درست دارد.

۲. فرض دوم آن است که بدانیم تغییرات یکی از دو نسبت معین فوق یکسان است؛ اما به طور معین ندانیم تغییرات کدام نسبت. دانستن این امر، ممکن است ناشی از آن باشد که می‌دانیم ابتدا عددی را در فاصله اعداد ۳ و ۱/۳ انتخاب کرده‌اند و سپس، به نسبت همان عدد و یک، یکی از دو مایع را با دیگری مخلوط کرده‌اند، اما ندانیم سرکه را با آب به این نسبت مخلوط کرده‌اند، یا آب را با سرکه. در این صورت، اصل عدم تفاوت جداگانه درباره هریک جاری می‌شود و آن‌گاه با استفاده مجدد از اصل عدم تفاوت در ترجیح پاسخ‌ها، معدل پاسخ‌ها را محاسبه می‌کنیم. پاسخ درست در این فرض عبارت است از ۲۵/۳۲.

۳. فرض سوم این است که درباره تغییرات هیچ‌یک از دو نسبت مزبور هیچ معرفتی بیش از

دیگری نداشته باشیم. به عبارت دیگر، آنچه دربارهٔ تغییرات نسبت «آب/سرکه» می‌دانیم با آنچه دربارهٔ تغییرات نسبت «سرکه/آب» می‌دانیم مساوی باشد و هیچ معرفت دیگری نیز بجز آنچه در صورت مسئله آمده است، درباره این مخلوط نداشته باشیم. در این صورت، اصل عدم تفاوت می‌گوید هر احتمالی درباره یکی از دو نسبت دقیقاً برای دیگری نیز وجود دارد. اگر یکی از دو نسبت مذکور را X بنامیم، نسبت دیگر $\frac{1}{x}$، خواهد بود. بدین جهت، صرف‌نظر از اینکه هریک از دو نسبت چگونه تغییر می‌کنند، باید نحوهٔ تغییرات این دو نسبت را یکسان فرض کنیم. برای این کار کافی است به ازای هر نقطه از نقاط فاصله اعداد ۳ و $\frac{1}{3}$، بجای آنکه عدد خاصی را برای یکی از دو نسبت مزبور به طور معین، فرض کنیم، معدل دو نسبت مزبور را به ازای آن نقطه محاسبه کنیم و تغییرات را در فاصله این نقاط یکسان فرض کنیم. برای مثال، اگر نسبت «آب/سرکه» برابر با ۳ باشد، نسبت «سرکه/آب» برابر با $\frac{1}{3}$ است و معدل این دو نسبت برابر است با $\frac{5}{3}=(\frac{1}{3}+3)/2$. پس بجای آنکه تغییرات یکی از دو نسبت را به طور معین با X و تغییرات دیگری را با $\frac{1}{x}$ نشان دهیم باید میانگین این دو، یعنی $(\frac{1}{x}+x)/2$ را برای تغییرات هر دو به کار ببریم. هنگامی که هریک از دو نسبت مزبور در فاصله اعداد ۳ و $\frac{1}{3}$ تغییر می‌کنند، معدل این دو نسبت در فاصله اعداد $\frac{5}{3}$ و ۱ دو بار تغییر می‌کند. اگر تغییرات معدل دو نسبت را که بر حسب تغییرات دو نسب مزبور تغییر می‌کند با f(x) نشان دهیم می‌توانیم تغییرات f(x) را متناظر با تغییرات X (یا $\frac{1}{x}$) به صورت زیر نشان دهیم:



اکنون می‌توانیم احتمال آنکه نسبت «آب/سرکه» کمتر یا مساوی ۲ باشد، را برحسب تابع جدید که تغییرات یکسان دارد، محاسبه کنیم. از آنجا که به ازای x=۲ $f(x)=\frac{5}{4}$ این احتمال

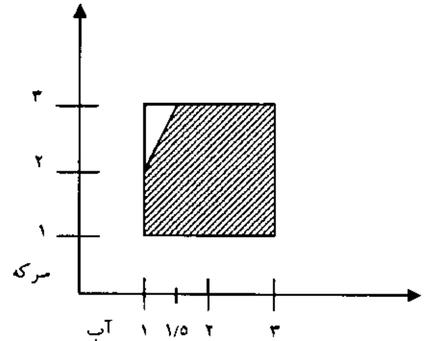
برحسب تابع جدید برابر است با $[(\frac{5}{3}-1)+(\frac{5}{4}-1)]/(\frac{4}{3})=\frac{11}{16}$.

این احتمال را می‌توان از این طریق نیز به دست آورد: احتمال آنکه نسبت «آب/سرکه» بیشتر یا مساوی ۲ باشد، برحسب تابع جدید برابر است با $(\frac{5}{3}-\frac{5}{4})/(\frac{4}{3})=\frac{5}{16}$. در نتیجه، احتمال آنکه این نسبت کمتر یا مساوی با ۲ باشد برابر است با $1-\frac{5}{16}=\frac{11}{16}$.

همچنین می‌توان از همین راه، احتمال آنکه نسبت «سرکه/آب» بیشتر یا مساوی $\frac{1}{2}$ باشد را نیز محاسبه کرد که پاسخ همین مقدار خواهد بود.

۴. فرض دیگر این است که بدانیم تغییرات نسبت «مخلوط/سرکه» یا «مخلوط/آب» یکسان است. در این صورت، اصل عدم تفاوت تنها دربارهٔ قضایای مربوط به این نسبت‌ها جاری است. این همان فرضی است که *میکلسون* پاسخ مسئله را بر آن مبتنی ساخته است و پاسخ وی در این فرض درست است.

۵. فرض دیگری که می‌توان در نظر گرفت این است که این احتمال خود ناشی از احتمال دیگری دربارهٔ مقدار آب و سرکه باشد. مثلاً می‌دانیم مقداری آب و مقداری سرکه، هریک بین ۱ تا ۳ لیتر داشته‌ایم. می‌خواهیم بدانیم پس از مخلوط کردن آنها احتمال آنکه نسبت «آب/سرکه» کمتر یا مساوی ۲ باشد چقدر است. فرض اخیر با تمام فرض‌های پیشین متفاوت است؛ زیرا در این صورت، اصل عدم تفاوت در مقادیر سرکه و آب جاری است و تغییر احتمال، دربارهٔ نسبت «آب/سرکه»، «سرکه/آب»، «مخلوط/سرکه» و «مخلوط/آب» در این فرض، تابع تغییرات یکسان احتمال دربارهٔ دو متغیر دیگر است. برای تعیین احتمال مزبور از نمودار زیر کمک می‌گیریم:



چنان‌که مشاهده می‌شود هریک از نقاط سطح مربع، نشان‌دهندهٔ یکی از فرض‌های محتملی است که تابع تغییرات یکسان مقدار آب روی یک خط مستقیم، و تغییرات یکسان مقدار سرکه روی خط مستقیم دیگر است. مجموعه همه این فرض‌ها که به طور مساوی محتمل هستند، مساحت مربع را تشکیل می‌دهند. اما مجموعهٔ همه فرض‌هایی که در آنها نسبت «آب/سرکه» کمتر یا مساوی با ۲ است، مساحت قسمت هاشور خورده را تشکیل می‌دهند. در نتیجه، احتمال مزبور برابر است با نسبت مساحت قسمت هاشور خورده به مساحت کل مربع و برابر است با ۱۵/۱۶.[۲۵]

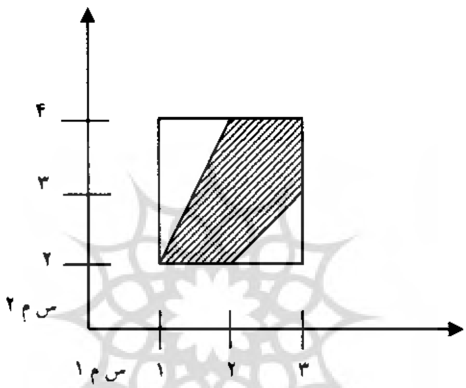
اما از میان پنج فرضی که بیان کردیم، به نظر می‌رسد فرض سوم با ظاهر صورت مسئله سازگارتر است. به عبارت دیگر، ممکن است از نحوهٔ طرح سؤال چنین استظهار شود که مفروضات مسئله همان است که در فرض سوم آوردیم و بنابراین، پاسخ صحیح مسئله مزبور به صورتی که طرح کردیم، ۱۱/۱۶ است. اما چنانچه دربارهٔ اینکه صورت مسئله کدام فرض را بیان می‌کند معرفت ما میان چند فرض یکسان باشد، بنابر اصل عدم تفاوت باید معدل پاسخ آن فرض‌ها را محاسبه و به عنوان پاسخ مسئله در نظر بگیریم.

ز. راه‌حل پارادوکس تعیین عدد

در این پارادوکس، ظاهر صورت مسئله این است که معرفت‌های ما دربارهٔ اینکه خود عدد مزبور به کدام عدد در فاصله مزبور نزدیک‌تر است یکسان است و بنابراین، تغییر احتمال قضایا دربارهٔ فاصله اعداد ۲ تا ۵ یکسان است. در این صورت، تنها پاسخ ۱/۳ درست است؛ هرچند از آن به گونه‌ای دیگر تعبیر کنیم. اما پاسخ دیگر مربوط به مسئله دیگری است که مفروض آن یکسانی تغییر احتمال قضایا دربارهٔ فاصله ۱/۵ و ۱/۲ است، و همان‌گونه که گفتیم تغییر در هر دو فاصله نمی‌تواند هم زمان یکسان باشد و بنابراین، مقدار این دو احتمال مساوی نیستند.

ح. راه‌حل پارادوکس نسبت سرعت

ظاهر صورت مسئله در این پارادوکس، مشابه فرض پنجم در پارادوکس سرکه و آب است و براساس نمودار، مقدار احتمال آنکه نسبت سرعت متحرک دوم به سرعت متحرک اول، بین ۱ و ۲ باشد، برابر است با $\frac{5}{8}$.



نتیجه‌گیری

چنان‌که دیدیم، در همهٔ پارادوکس‌های مزبور، مسائلی طرح شده‌اند که در حل هر یک، باید پاسخ را نسبت به مفروضات مسئله به دست آوریم. بدین‌ترتیب، بنابر تفسیر منطقی احتمال، حل هریک از این مسائل، عبارت است از به دست آوردن یک احتمال منطقی نسبت به مفروضات خاص آن مسئله به عنوان قضایایی که معرفت بدانها یقینی فرض شده است. و بنابر احتمال معرفت‌شناختی، حل هریک از این مسائل عبارت است از به دست آوردن یک احتمال معرفت‌شناختی نسبت به مفروضات خاص آن مسئله به عنوان معرفت‌هایی که به صورت معرفت یقینی معتبر فرض شده‌اند و نسبت به معرفت‌های معتبر لازم دیگر. در نتیجه، برای حل این مسائل، تحلیل مفروضات مسئله و یافتن اینکه بنابراین مفروضات، معرفت‌های ما دربارهٔ کدام قضایا دقیقاً با یکدیگر مساوی فرض شده‌اند، بخش مهمی از کار محاسبه‌گر است.

اما اگر مفروضات خاص مسئله نتوانند نشان دهند که معرفت‌های ما دربارهٔ کدام قضایا با یکدیگر مساوی فرض شده‌اند، با فرض‌های مختلف می‌توان به پاسخ‌های مختلف دست یافت. این دقیقاً مانند آن است که در سایر مسائل، مفروضات مسئله برای تعیین یک پاسخ یقینی کافی نباشند. به مثال زیر توجه کنید: فرض کنید متحرکی در هر ثانیه یک متر راه می‌پیماید. مطلوب است تعیین مسافت پیموده شده توسط این متحرک.

روشن است که به این مسئله نمی‌توان یک پاسخ معین داد. ممکن است کسی در پاسخ این مسئله بگوید فرض می‌کنیم متحرک مزبور یک ثانیه راه رفته است و بنابراین، نتیجه بگیرد که مسافت پیموده شده توسط او یک متر است؛ بار دیگر فرض بگیرد که او دو ثانیه راه پیموده و نتیجه بگیرد که مسافت پیموده شده توسط او دو متر است و... . اما نمی‌توان نتیجه گرفت که به کارگیری اصول ریاضی برای حل مسئله، با این اصل که هر مسئله یک پاسخ درست دارد، منافات دارد و بنابراین، اصول ریاضی نادرست و غیرقابل قبول‌اند.

به همین صورت هستند، پارادوکس‌هایی که به ظاهر یک مسئله هستند؛ اما مفروضات کاملی برای حل آن ارائه نمی‌دهند و با افزودن مفروضات مختلف می‌توان پاسخ‌های متفاوتی برای مسئله یافت. با یافتن پاسخ‌های متفاوت بر اساس افزودن مفروضات مختلف و غیرقابل جمع، نمی‌توان نتیجه گرفت که اصل عدم تفاوت منجر به تناقض می‌شود. بنابراین، پارادوکس‌های مزبور نمی‌توانند در اعتبار اصل عدم تفاوت خللی وارد کنند، و این اصل، همچنان دارای اعتبار یقین معرفت‌شناختی است.

اما نکتهٔ مهمی که در حل این پارادوکس‌ها به آن اشاره شد این است که چنانچه فرض‌های مختلفی بر اساس داده‌های مسئله به طور یکسان قابل قبول باشند، از اصل عدم تفاوت در این معرفت‌ها نیز باید استفاده شود. بنابراین، اگر معرفت‌هایی که صورت مسئله ارائه می‌دهد به طوری مبهم باشد که بتوان چند قضیه معین را به طور موجّه دارای احتمال یکسان دانست، مسئله قابل حل است، البته با این شرط واضح که باید قضیه‌ای که محاسبه احتمال معرفت‌شناختی آن مطلوب است کاملاً معین باشد.

پی‌نوشت‌ها

۱ـ ر.ک. مجتبی مصباح، «درآمدی بر احتمال معرفت‌شناختی»، **معرفت فلسفی ۱۵** (بهار ۱۳۸۶)، ص ۱۶۶ـ۱۲۷.

2. Sample Space.

3. Attribute Space.

۴ـ کارناپ از جمله کسانی است که علاوه بر تفسیر فراوانی نسبی از احتمال، به تفسیر منطقی از احتمال نیز معتقد است. وی با گمان اینکه اصل عدم تفاوت منجر به تناقض می‌شود، بر این گمان است که در تفسیر منطقی از احتمال، احتمال فرضیه یا نتیجه صرفاً از شواهد و بدون مراجعه به فضای نمونه، استنتاج می‌شود. اما استنتاج وقوع یک پدیده از معرفت به قضیه‌ای که وقوع یکی از حالات را با احتمالی برابر ممکن می‌داند، احتمالی منطقی است و بنابراین، با پذیرفتن تفسیر منطقی احتمال، چاره‌ای از پذیرفتن دست‌کم امکان مراجعه به فضای نمونه و استفاده از اصل عدم تفاوت نیست. علاوه بر اینکه پذیرفتن اصل امتناع ارتفاع نقیضین که مبنای هر نوع یقین منطقی به هر قضیه‌ای است، خود بیانگر معرفت به مجموعه‌ای متشکل از دو عنصر با احتمال برابر است و بنابراین، پذیرفتن تفسیر منطقی احتمال بدون پذیرفتن هرگونه فضای نمونه و بدون رجوع به اصل عدم تفاوت اساساً نامعقول است.

See. Rudolf Carnap, ***Logical Foundations of Probability*** (Chicago, The University of Chicago Press, 1967), p. 343.

5. The Principle of Indifference.

6. John Maynard Keynes, ***A Treatise on Probability*** (London, Macmillan & Co., 1943).

7. The Principle of Insufficient Reason.

8. John Maynard Keynes, ***A Treatise on Probability***, p. 65.

9. Ibid, p. 41.

10. Ibid, p. 42.

۱۱ـ برای مطالعهٔ توضیح بیشتر در این‌باره، ر.ک. محمّدتقی مصباح، ***آموزش فلسفه*** (تهران، شرکت چاپ و نشر بین‌الملل، ۱۳۷۹)، چ دوم، ج ۱، ص ۲۴۹ـ۲۵۲.

12. See. Donald Gillies, ***Philosophical Theories of Probability*** (London & New York, Routledge, 2003), p. 59.

۱۳ـ البته برخی نظریات در باب احتمال، احتمال را تابعی از قضیه نمی‌دانند، اما اصولی مشابه اصرل مزبور را

برای محاسبه احتمال به کار می‌گیرند.

۱۴- این پارادوکس و پارادوکس بعدی (پارادوکس لباس)، از مثال‌های شهید صدر گرفته شده‌اند. ر.ک. سید محمّدباقر صدر، ***الأسس المنطقیه للاستقراء*** (بیروت، دارالفکر، ۱۳۹۱ق)، ص ۲۰۰-۲۰۲.

۱۵- این پارادوکس از بیز اقتباس شده است.

۱۶- اصل این پارادوکس از ون میزز است و به پارادوکس شراب و آب (wine-water paradox) معروف است.

17. J. M. Keynes, ***A Treatise on Probability***, p. 60.

۱۸- سید محمّدباقر صدر، ***الأسس المنطقیة للاستقراء*** (بیروت، دارالفکر، ۱۳۹۱ق)، ص ۲۰۲-۲۰۵.

۱۹- ر.ک. همان، ص ۲۰۵-۲۰۷.

20. E. T. Jaynes, "The Well-Posed Problem", ***Foundations of Physics 4*** (1973), pp. 477-92, quoted in Donald Gillies, ***Philosophical Theories of Probability***, p. 46-7.

21. invariance principles (اصول توزیع یکنواخت یا عدم واریانس).

22. Ibid, p. 490.

23. See. George N. Schlesinger, ***The Sweep of Probability*** (University of Notre Dame Press, 1991), p. 191.

24. See: Jeffery M. Mikkelson, "Dissloving Wine/Water Paradox", ***British Journal for the Philosophy of Science 55*** (2004), pp. 137-145.

۲۵- برابر بودن احتمال حاصل در این فرض، با پاسخ راه‌حل دومی که در خود پارادوکس مطرح شده است و حاصل یکسان دانستن تغییرات نسبت «سرکه/آب» است، تنها به جهت مقادیر خاص مسئله است. با تغییر دادن این مقادیر، می‌توان مشاهده کرد که پاسخ در این حالت، ممکن است با همهٔ پاسخ‌های گذشته متفاوت باشد.

منابع

- صدر، سید محمّدباقر، **الاسس المنطقية للاستقراء**، بیروت، دارالفکر، ۱۳۹۱ق.
- مصباح، محمّدتقی، **آموزش فلسفه**، تهران، شرکت چاپ و نشر بین‌الملل، ۱۳۷۹، چ دوم.
- مصباح، مجتبی، «درآمدی بر احتمال معرفت‌شناختی» **معرفت فلسفی ۱۵** (بهار ۱۳۸۶)،ص ۱۲۷-۱۶۶.
- Carnap, Rudolf, ***Logical Foundations of Probability***, Chicago, The University of Chicago Press, 1967.
- Gillies, Donald, ***Philosophical Theories of Probability***, London & New York, Routledge, 2003.
- Jaynes, E. T., "The Well-Posed Problem", ***Foundations of Physics 4*** (1973), pp. 477-492.
- Keynes, John Maynard, ***A Treatise on Probability***, London, Macmillan & Co., Limited, 1943.
- Mikkelson, Jeffery M., "Dissloving Wine/Water Paradox", ***British Journal for the Philosophy of Science 55*** (2004), pp. 137-145.
- Schlesinger, George N., ***The Sweep of Probability***, University of Notre Dame Press, 1991.