

رهیافت اصول موضوعی به نظریه اعداد شاخص

محمود چلویان^۱

چکیده

اعداد شاخص (شاخص قیمت، مقدار و ...) کاربردهای فراوانی در مسایل اقتصادی و تحلیل سری‌های زمانی تغییر قیمت‌ها دارند. همانگونه که در استنباط آماری خواصی مانند ناریبی، سازگاری و ناوردایی^۲ را برای برآوردها و آزمون‌های فرضیه در نظر می‌گیریم تا تکیه بر نتایج آنها با اطمینان بیشتری همراه باشد، در خصوص اعداد شاخص نیز خواصی را در نظر می‌گیریم تا در استفاده از نتایج آن تردیدی به وجود نیاید. بررسی این خواص را «آزمون» یا همان «رهیافت اصول موضوعی به نظریه اعداد شاخص» گوئیم. در این رهیافت ویژگی‌های مطلوبی برای فرم تابعی شاخص پیشنهاد و سپس می‌کوشیم تا تعیین کنیم آیا شاخص‌های مورد استفاده با این خصوصیات سازگارند یا خیر؟ و در آخر به ارایه شاخص بهتر می‌پردازیم.

مروری بر نظریه اعداد شاخص

تعداد کالاها و خدمات مختلفی که مجموعه‌ای از مصرف‌کننده‌ها خریداری می‌کنند به هزاران قلم می‌رسد. این کالاها و خدمات تنها شامل مصارف نهایی مصرف‌کننده‌ها نبوده بلکه شامل کالاهای میانی است که توسط تولیدکننده‌های دیگر نیز به کار برده

۱- محقق دایره شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی اداره آمار اقتصادی بانک مرکزی جمهوری اسلامی ایران.

می‌شود. در دیدگاه وسیع‌تر (در یک اقتصاد پیشرفته) این حجم از کالاها و خدمات با در نظر گرفتن مکان‌های جغرافیایی، فصول و ماه‌های مختلف ممکن است به میلیون‌ها دادوستد برسد. بنیادی‌ترین مسئله در نظریه اعداد شاخص پاسخ به این سوال است که «چه مقدار از اطلاعات قیمت و مقادیر میلیون‌ها کالا و خدمت داد و ستد شده بین مصرف‌کننده‌ها و بنگاه‌های اقتصادی در تعداد کمی از آنها که مورد بررسی قرار می‌گیرند، نهفته است؟» پس از تعیین مجموعه‌ای کوچکتر از کالاها و خدمات (سبد مصرف) و بررسی تغییرات قیمت یا مقدار آنها اعداد شاخص به‌عنوان یک مقایسه، یک نسبت و یا یک مقدار نسبی، اندازه‌ها و بزرگی‌ها^۱ را در دو موقعیت مختلف مقایسه می‌کنند. موقعیت‌های مقایسه ممکن است دو دوره زمانی (دو سال)، دو موقعیت جغرافیایی (دو ناحیه در یک کشور) و یا دو گروه مجزا (خانوارهای یک نفره و دو نفره) باشند. چنانچه مقایسه تغییرات قیمت‌ها مورد بررسی باشد آنرا شاخص قیمت و در مواردی که مقایسه تغییرات مقدارها (مصرف کالاها و خدمات) مورد نظر باشد آن را شاخص مقدار می‌نامیم. با توجه به اهمیت شاخص‌های قیمت بحث را با بررسی این شاخص‌ها ادامه می‌دهیم. روش‌های مختلف مقایسه بزرگی تغییرات قیمت‌ها منجر به ارزیابی شاخص‌های قیمت متعددی در بحث اعداد شاخص شده است که از جمله می‌توان شاخص قیمت لاسپیرز^۲، پاشه^۳، مارشال - اجوورث^۴، والش^۵، درویخ - باولی^۶ و شاخص ایده‌آل فیشر^۷ را نام برد. جدول (۱) چند روش مقایسه و به تبع آن انواع

1- Magnitudes

2- Laspeyeres

3- Paasche

4- Marshall-Edgeworth

5- Walsh

6- Drobisch-Bowley

7- Fisher

شاخص‌های قیمت را به‌طور خلاصه شرح می‌دهد. نمادهای به کار رفته در جدول (۱) به شرح زیر است:

نمادها

	بردار قیمت‌های n کالا و خدمت مورد بررسی در دوره زمانی $t = 0, 1, t$
$(p_1^t, p_2^t, \dots, p_n^t) = p^t$	
	بردار مقادیر (مصرف) n کالا و خدمت مورد بررسی در دوره زمانی $t = 0, 1, t$
$(q_1^t, q_2^t, \dots, q_n^t) = q^t$	
$p_j^t q_j^t$	ارزش کالای j ام ($j = 1, 2, \dots, n$) در دوره زمانی $t = 0, 1, t$
$\sum_{i=1}^n p_i^t q_i^t$	هم‌فزونی ^۱ (انبوهه) ارزش n کالا و خدمت در زمان $t = 0, 1, t$
P_L	شاخص قیمت لاسپیرز
Q_L	شاخص مقدار لاسپیرز
P_P	شاخص قیمت پاشه
Q_P	شاخص مقدار پاشه
P_{ME}	شاخص قیمت مارشال - اجوورث
P_F	شاخص قیمت ایده‌آل فیشر
P_W	شاخص قیمت والش
P_{DB}	شاخص قیمت دروبیخ - باولی

1- Aggrigate

جدول (۱) روش های مقایسه و شاخص های مختلف

روش مقایسه		نام شاخص و فرم تابعی آن
نسبت هم‌فرونی ارزش π کالا و خدمت در دوره یک به دوره صفر (مقدار مصرف در دوره یک همان مقدار مصرف در دوره صفر است)	شاخص مقدار لاسپیرز $Q_t = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0}$	شاخص قیمت لاسپیرز $P_t = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^0}{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}$
نسبت هم‌فرونی ارزش π کالا و خدمت در دوره یک به دوره صفر (مقدار مصرف در دوره یک به جای مقدار مصرف دوره صفر قرار می‌گیرد)	شاخص مقدار یاشه $P_L = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^0}$	شاخص قیمت یاشه $P_P = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0}$
نسبت هم‌فرونی ارزش π کالا و خدمت در دوره یک به دوره صفر (مقدار مصرف در دو دوره میانگین حسابی مصرف در دوره صفر (پایه) و در دوره یک (جاری) در نظر گرفته می‌شود)	شاخص قیمت مارشال - ایچورث	$P_{ME} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 (q_i^0 + q_i^1)}{\sum_{i=1}^n p_i^0 (q_i^0 + q_i^1)}$
نسبت هم‌فرونی ارزش π کالا و خدمت در دوره یک به دوره صفر (مقدار مصرف در دو دوره میانگین هندسی مصرف در دوره صفر (پایه) و در دوره یک (جاری) در نظر گرفته می‌شود)	شاخص قیمت والش	$P_w = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 \sqrt{q_i^0 q_i^1}}{\sum_{i=1}^n p_i^0 \sqrt{q_i^0 q_i^1}}$
میانگین حسابی شاخص قیمت لاسپیرز و یاشه (تلفیق شاخص‌ها)	شاخص قیمت درویخ - بالو	$P_{DB} = \frac{P_L + P_P}{2}$
میانگین هندسی شاخص قیمت لاسپیرز و یاشه (تنقیح شاخص‌ها)	شاخص قیمت افده ال فینر	$P_F = \sqrt[3]{P_L P_P}$

تجزیه هم‌فرونی^۱ ارزش به هم‌فرونی قیمت و مقدار

ایده تجزیه هم‌فرونی ارزش به هم‌فرونی قیمت و مقدار یا همان تجزیه اثر قیمت در افزایش ارزش یک کالا یا خدمت و اثر مقدار (مصرف) از مباحث حساب‌های ملی گرفته شده است، در محاسبه تولید ناخالص ملی (GDP) اثر تورمی (افزایش قیمت) را از اثر ارزش تولید جدا می‌کنیم تا مشخص شود که چه سهم از افزایش تولید ناخالص ملی مربوط به افزایش تولید و چه سهم از آن کاذب و فقط بر اثر افزایش قیمت‌ها است. با

توجه به نمادهای به کار رفته در جدول (۱) ارزش کالای (یا خدمت) i ام در زمان t برابرست با

$$v_i^t = p_i^t q_i^t \quad (1)$$

به این ترتیب ارزش کل n کالا و خدمت (سبد مصرفی) از رابطه زیر به دست می آید:

$$V^t = \sum_{i=1}^n v_i^t = \sum_{i=1}^n p_i^t q_i^t \quad (2)$$

اگر P_t و Q_t را به ترتیب هم‌فزونی قیمت و مقدار در نظر بگیریم، هدف از تجزیه هم‌فزونی ارزش بررسی درستی رابطه زیر است:

$$V^t = P^t Q^t \quad (3)$$

توجه داشته باشیم که هم‌فزونی قیمت تابعی از بردار قیمت‌ها p^t و هم‌فزونی مقدار تابعی از بردار مقادیر q^t است

$$P^t = c(p^t) , \quad Q^t = f(q^t) \quad (4)$$

توابع c و f مستقل از زمان بوده چرا که مفهوم هم‌فزونی به زمان بستگی ندارد. با جایگذاری رابطه (۴) و (۳) در رابطه (۲) و حذف اندیس t داریم:

$$c(p)f(q) = \sum_{i=1}^n p_i q_i , \quad \forall p_i > 0, \forall q_i > 0 \quad (5)$$

طبیعی است که توابع $c(p)$ و $f(p)$ مثبت هستند چرا که همه قیمت‌ها و مقادیر مثبت هستند؛

$$c(p_1, \dots, p_n) > 0 , \quad \forall p_i > 0 , \quad f(q_1, \dots, q_n) > 0 , \quad \forall q_i > 0 \quad (6)$$

فرض کنیم 1_n بردار n تایی از عدد ۱ باشد. از رابطه (۶) نتیجه می‌گیریم که وقتی $P=1_n$ آنگاه $c(1_n)$ یک عدد مثبت مانند a است و وقتی $q=1_n$ آنگاه $f(1_n)$ عدد مثبتی مانند b خواهد شد؛

$$c(1_n) = a > 0, \quad f(1_n) = b > 0 \quad (۷)$$

با جایگذاری رابطه (۷) در (۵) روابط زیر را خواهیم داشت:

$$f(q) = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{a} \quad (۸)$$

$$c(p) = \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{b} \quad (۹)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (۸) و (۹) در رابطه (۵) به رابطه زیر دست می‌یابیم:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{p_i}{b}\right) \left(\sum_{i=1}^n \frac{q_i}{a}\right) = \sum_{i=1}^n p_i q_i \quad (۱۰)$$

رابطه (۱۰) برای $n \geq 2$ برقرار نیست؛ به عبارت دیگر، چنانچه تعداد ارقام سبب مصرفی بیش از ۲ باشد، توابع $c(p)$ و $f(p)$ به‌طوریکه در رابطه (۱۰) صدق کند، وجود ندارد (برای اثبات و جزئیات بیشتر نگاه کنید به مرجع [۵]). شاید دلیل این مسئله این است که $c(p)$ و $f(p)$ به ترتیب فقط تابعی از p و تابعی از q است. در قسمت بعدی این توابع را به صورت $2n$ متغیره از بردارهای p و q در نظر می‌گیریم.

تجزیه هم‌فزونی ارزش با توابع $2n$ متغیره

فرض کنیم تابع‌های c و f توابعی $2n$ متغیره از بردارهای p و q باشند به طوری که در رابطه (۵) صدق کنند

$$c(p, q) f(p, q) = \sum_{i=1}^n p_i q_i, \quad \forall p_i > 0, \quad \forall q_i > 0 \quad (۱۱)$$

طبیعی است که $c(p, q)$ و $f(p, q)$ توابع مثبتی هستند

$$c(p, q) > 0, f(p, q) > 0, \forall p_i > 0, \forall q_i > 0 \quad (12)$$

این توابع با توجه به ماهیت آنها بایستی دارای خواص معقولی باشند؛ مثلا تابع c (هم‌فزونی قیمت) دارای خاصیت همگنی^۱ از درجه ۱ نسبت به متغیر p (قیمت) است.

$$c(\lambda p, q) = \lambda c(p, q) \quad (13)$$

به این معنی که اگر تمامی قیمت‌ها در عدد مثبت λ ضرب شود، شاخص قیمت

در λ ضرب می‌شود. مشابه همین خاصیت برای تابع f و متغیر q بیان می‌شود:

$$f(p, \lambda q) = \lambda f(p, q) \quad (14)$$

توجه داشته باشیم که رابطه‌های (۱۱)، (۱۲) و (۱۴) ایجاب می‌کند که

نسبت به q همگن از درجه صفر باشد. زیرا:

$$c(p, \lambda q) = \sum_{i=1}^n \frac{p_i \lambda q_i}{f(p, \lambda q)} = \sum_{i=1}^n \frac{p_i \lambda q_i}{\lambda f(p, q)} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i q_i}{f(p, q)} = c(p, q) \quad (15)$$

خاصیت دیگری که برای تابع $c(p, q)$ در نظر می‌گیریم ناوردایی نسبت به تغییر

واحدهای اندازه‌گیری کالا و خدمات است؛ یعنی اگر d_i عدد مثبتی باشد آنگاه

$$c(d_1 p_1, \dots, d_n p_n; \frac{q_1}{d_1}, \dots, \frac{q_n}{d_n}) = c(p_1, \dots, p_n; q_1, \dots, q_n) \quad (16)$$

می‌توان نشان داد که روابط (۱۱)، (۱۲)، (۱۳)، (۱۵) و (۱۶) با هم ناسازگارند و

درستی هم‌زمان آنها غیر ممکن است (برای اثبات و جزئیات بیشتر نگاه کنید به

مرجع [۴]). نتایج منفی به بار آمده در این قسمت و قسمت قبل این نتیجه را القاء

۱- تابع $m(a, b)$ را همگن از درجه n گوئیم اگر $m(\lambda a, \lambda b) = \lambda^n m(a, b)$

می‌کند که فرض تجزیه هم‌فزونی ارزش به دو تابع مستقل $c(p, q)$ و $f(p, q)$ امکان‌پذیر نیست از این رو در قسمت بعد فرض استقلال را در نظر نمی‌گیریم.

شاخص‌های دوطرفه و تجزیه هم‌فزونی ارزش

منظور از اصطلاح "شاخص‌های دوطرفه" شاخص‌هایی است که تغییرات قیمتی یا مقداری را در موقعیت مقایسه می‌کنند (زمان یا مکان). دلیل استفاده از لفظ دو طرفه این است که در قسمت‌های قبلی تنها به بحث تجزیه هم‌فزونی ارزش در زمان t (یعنی پرداختیم. این گونه شاخص‌ها را شاخص‌های "یک طرفه" می‌نامیم، چرا که فقط اندازه و بزرگی ارزش را در زمان t بیان کرده و با زمان دیگری مقایسه نمی‌کند. با تکیه بر نمادهای بکار برده شده، هم‌فزونی ارزش در زمان صفر و یک برابر است با:

$$V^0 = \sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0, \quad V^1 = \sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1$$

هدف، تجزیه نسبت V^1 به V^0 به شاخص قیمت و شاخص مقدار به صورت زیر است.

$$\frac{V^1}{V^0} = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^0 q_i^0} = P(p^0, p^1, q^0, q^1) Q(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (17)$$

که در آن $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ شاخص قیمت و $Q(p^0, p^1, q^0, q^1)$ شاخص مقدار است. رابطه (۱۷) را "آزمون ضرب" می‌نامند. عدم استقلال بین شاخص قیمت و مقدار در رابطه (۱۷) مشهود است؛ به این معنی که فرم تابعی $Q(p^0, p^1, q^0, q^1)$ با معلوم بودن فرم تابعی $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ مشخص می‌شود.

$$Q(p^0, p^1, q^0, q^1) = \frac{V^1}{V^0} P(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (18)$$

برای مثال چنانچه از شاخص قیمت لاسپیرز (استفاده از مقدار مصرف دوره پایه برای دوره جاری) استفاده کنیم، شاخص مقدار متناظر با آن که در آزمون ضرب (۱۷) صدق کند، شاخص مقدار پاشه است. یعنی:

$$\frac{V^1}{V^0} = P_L(p^0, p^1, q^0, q^1) Q_P(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (۱۹)$$

و در صورتی که شاخص قیمت پاشه را در نظر بگیریم، مقدار متناظر آن که در آزمون ضرب صدق کند، شاخص مقدار لاسپیرز است. یعنی:

$$\frac{V^1}{V^0} = P_P(p^0, p^1, q^0, q^1) Q_L(p^0, p^1, q^0, q^1) \quad (۲۰)$$

در قسمت بعدی به بررسی آزمون‌هایی برای فرم تابعی شاخص قیمت $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ می‌پردازیم.

شاخص‌های دوطرفه و آزمون‌ها

فرم تابعی شاخص‌های قیمت بایستی دارای خواص معقولی باشند. برای آنکه این خاصیت‌ها را به طور مختصر و مفید بررسی کنیم، جدول (۲) به معرفی ۲۰ آزمون (خاصیت) معروف می‌پردازد که با توجه به آزمون ضرب که قبلاً آنرا بیان کردیم، آزمون‌های بررسی شده در جدول (۲) برای فرم تابعی شاخص مقدار Q نیز برقرار است. قبل از ارایه جدول این نکته را متذکر می‌شویم که p^t و q^t برای $t = 1, 2$ در فرم تابعی شاخص قیمت $P(p^0, p^1, q^0, q^1)$ بردارهایی مثبت هستند. همچنین اگر در مواردی $q^0 = q^1$ باشد، مقدار مشترک آنها را با q و اگر $p^0 = p^1$ باشد، مقدار مشترک آنها را با p نمایش می‌دهیم.

جدول (۲) آزمون‌هایی برای فرم تابعی شاخص‌های قیمت دو طرفه	
$P(p^1, p^2, q^1, q^2) > 0$ شاخص قیمت تابعی مثبت مقدار است	۱ مثبت بودن Positivity
p^1, p^2, q^1, q^2 شاخص قیمت نسبت به شناسه‌های پیوسته است	۲ پیوستگی
$P(p, p, q^1, q^1) = 1$ در قیمت اقلام در دوره صفر و یک باهم برابر باشد عدد شاخص قیمت برابر ۱ است	۳ آزمون یکتایی یا قیمت ثابت Identity or Constant Prices Test
$P(p^1, p^2, q, q) = \frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i}{\sum_{i=1}^n p_i^2 q_i}$ در طول دو دوره مقادیر ثابت باشد شاخص قیمت از تقسیم ارزش سید ثابت در دوره ۱ به دوره صفر بدست می‌آید	۴ آزمون یکتایی یا قیمت ثابت Fixed Basket or Constant Quantities Test
$P(p^1, \lambda p^1, q^1, q^1) = \lambda P(p^1, p^1, q^1, q^1), \lambda > 0$ تمامی قیمت‌های دوره جاری در عدد مثبتی ضرب شود عدد شاخص در آن عدد ضرب می‌شود	۵ تناسب در قیمت‌های جاری Proportionality in Current Prices
$P(\lambda p^1, p^1, q^1, q^1) = \lambda^{-1} P(p^1, p^1, q^1, q^1)$ اگر تمامی قیمت‌های دوره پایه در عدد مثبتی ضرب شود عدد شاخص بر آن عدد تقسیم می‌شود	۶ تناسب معکوس در قیمت‌های پایه Inverse Proportionality in Base Prices
$P(p^1, p^2, q^1, \lambda q^1) = P(p^1, p^2, q^1, q^1)$ اگر مقادیر مصرف در دوره جاری در عدد مثبتی ضرب شود شاخص تغییری نمی‌کند	۷ ناوردایی نسبت به تغییر متناسب در مقادیرهای جاری Invariance in Proportional Changes in Current Quantities
$P(p^1, p^2, \lambda q^1, q^1) = P(p^1, p^2, q^1, q^1)$ اگر مقادیر مصرف در دوره پایه در عدد مثبتی ضرب شود شاخص تغییری نمی‌کند	۸ ناوردایی نسبت به در تغییر متناسب در مقادیرهای پایه Invariance in Proportional Changes in case quantities
$P(p^{1x}, p^{2x}, q^1, q^{1x}) = P(p^1, p^2, q^1, q^1)$ p^{1x} ترتیبی متفاوت از بردار قیمت p^1 q^{1x} ترتیبی متفاوت از بردار مقدار q^1	۹ آزمون برگشت کالاها (ناوردایی نسبت به ترتیب کالاها)

ادامه جدول (۲)		
$R\alpha p_1 \dots \alpha p_n \alpha q_1 \dots \alpha q_n \alpha q_1 \dots \alpha q_n$ $= R\tilde{p}_1 \dots \tilde{p}_n \tilde{q}_1 \dots \tilde{q}_n \tilde{q}_1 \dots \tilde{q}_n$ <p>تغییر واحدهای اندازه گیری کالا و خدمات عدد شاخص تغییر نمی کند</p>	<p>۱۰</p> <p>ناوردایی نسبت به تغییر در واحدهای اندازه گیری (آزمون هم پیمانی)</p> <p>Invariance to Changes in the Units of Measurement (Commensurability)</p>	
$P(p^*, p^1, q^1, q^1) = [P(p^1, p^1, q^1, q^1)]^{-1}$ <p>اگر داده های دوره صفر و یک با هم جابه جا شوند عدد شاخص معکوس می شود</p>	<p>۱۱</p> <p>آزمون برگشت زمانی</p> <p>Time Reversal Test</p>	
$P(p^*, p^1, q^1, q^1) = P(p^1, p^1, q^1, q^1)$ <p>با جابجایی مقادیر مصرف در دوره صفر و یک شاخص قیمت تغییر نمی کند</p>	<p>۱۲</p> <p>آزمون برگشت مقدار</p> <p>Quantity Reversal test</p>	
$\left(\frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^* q_i^1} \right) / P(p^*, p^1, q^1, q^1) = \left(\frac{\sum_{i=1}^n p_i^1 q_i^1}{\sum_{i=1}^n p_i^* q_i^1} \right) / P(p^1, p^1, q^1, q^1)$	<p>۱۳</p> <p>آزمون برگشت قیمت</p> <p>Price Reversal Test</p>	
$\min\left(\frac{p_i^1}{p_i^*}, i = 1, \dots, n\right) \leq P(p^*, p^1, q^1, q^1) \leq \max\left(\frac{p_i^1}{p_i^*}, i = 1, \dots, n\right)$	<p>۱۴</p> <p>آزمون مقدار میانگین برای قیمت ها</p> <p>Mean Value Test For Prices</p>	
$\min\left(\frac{q_i^1}{q_i^*}, i = 1, \dots, n\right) \leq \frac{(V^1/V^*)}{P(p^*, p^1, q^1, q^1)} \leq \max\left(\frac{q_i^1}{q_i^*}, i = 1, \dots, n\right)$	<p>۱۵</p> <p>آزمون مقدار میانگین برای مقادیر</p> <p>Mean Value Test For Quantities</p>	
$P_p(p^*, p^1, q^1, q^1) \leq P(p^*, p^1, q^1, q^1) \leq P_L(p^*, p^1, q^1, q^1)$	<p>۱۶</p> <p>آزمون کران لاسپیرز و پاشه</p> <p>Passhe and Laspeyers Bounding Test</p>	
$P(p^*, p^1, q^1, q^1) < P(p^1, p^1, q^1, q^1)$ $\forall p^1 < p^*$	<p>۱۷</p> <p>یک نوایی در قیمت های جاری</p> <p>Monotonicity in base Price</p>	

ادامه جدول (۲)		
$P(p^i, p^j, q^i, q^j) > P(p^i, p^j, q^j, q^i)$ $\forall p^i < p^j$	یک نوایی در قیمت‌های پایه Monotonicity in Current Quantities	۱۸
$\left(\frac{\sum_{i=1}^n p^i q^i}{\sum_{i=1}^n p^i q^j} \right) / P(p^i, p^j, q^i, q^j) < \left(\frac{\sum_{i=1}^n p^i q^j}{\sum_{i=1}^n p^i q^i} \right) / P(p^i, p^j, q^j, q^i)$ $\forall q^i < q^j$	یک نوایی در مقدارهای جاری Monotonicity in Current Quantities	۱۹
$\left(\frac{\sum_{i=1}^n p^i q^i}{\sum_{i=1}^n p^i q^j} \right) / P(p^i, p^j, q^i, q^j) < \left(\frac{\sum_{i=1}^n p^i q^j}{\sum_{i=1}^n p^i q^i} \right) / P(p^i, p^j, q^j, q^i)$ $\forall q^i < q^j$	یک نوایی در مقدارهای پایه Monotonicity in Base Quantities	۲۰

مقایسه شاخص‌ها و نتیجه‌گیری

پس از معرفی آزمون‌ها در جدول (۲) چهار شاخص قیمت مهمتر را از لحاظ دارا بودن این خواص بررسی می‌کنیم. توجه داشته باشیم که آزمون‌های ۱۱، ۱۲ و ۱۳ از درجه اهمیت خاصی برخوردارند. جدول (۳) شاخص‌های فیشر، لاسپیرز، پاشه و والش را مقایسه می‌کند.

جدول (۳) مقایسه شاخص‌ها

شاخص قیمت	آزمون‌هایی که معتبر نیستند	تعداد آزمون معتبر
فیشر	-----	۲۰
لاسپیرز	۱۱-۱۲-۱۳	۱۷
پاشه	۱۱-۱۲-۱۳	۱۷
والش	۱۳-۱۶-۱۹-۲۰	۱۶

با توجه به مقایسه شاخص‌ها در جدول (۳) شاخص ایده‌آل فیشر تمامی ۲۰ خاصیت را داراست. پس از آن شاخص لاسپیرز و پاشه و سپس شاخص والش قرار می‌گیرد. ذکر این نکته لازم است که در محاسبه شاخص فیشر از شاخص لاسپیرز و پاشه استفاده می‌شود که با توجه به نحوه محاسبه شاخص پاشه (جدول (۱)) و نیاز به اطلاع از مقادیر مصرف در دوره جاری استفاده از این شاخص و به تبع آن استفاده از شاخص ایده‌آل فیشر برای مراکز و آژانس‌های آماری کشورهای مختلف با اشکال مواجه می‌شود.



فهرست منابع و مآخذ

- 1- Auer, L. von(2001), "An Axiomatic Chekup For Price Index", working paper No. 1/2001, Faculty of Economics and Management, Otto von Guericke University Magdeburg, Germany.
- 2- Balk, B.M. (1995), "Axiomatic Price Index Theory : A Survey" , Intenational Statistical Review 63, PP 69- 93.
- 3- Diewert, W.E. (1992), "Fisher Ideal Output, Input Productivity Indexes Revisited", Jornal of productivity Analysis 3, PP 211-248.
- 4- Diewert, W.E (1993d), "Overview of Volume 1", pp 1-31 in Essayes in Index Number Theory, Volume 1, W.E Diewetr and A.O. Nakamura (eds.), Amesterdam: North-Holland.
- 5- Eichhorn,W.(1978), Functional Equation in Economics, Reading, MA:Addison – Wesley Publishing Company.
- 6- Fisher, I. (1921), "The Best Form of Index Number", Journal of the American Statistical Association 17, PP 533-537.
- 7- Fisher, I.(1992), The Making of Index Number , Houghton-Mifflin, Boston.
- 8- Voget, A. (1980), "Der zeit und der Faktorkehrtest als Finder of Test", Statistical Hefte 21, PP 66-71.
- 9- Walsh, C.M.(1901), The Measurement of General Exchange Value, New York: Macmillan and Co.