



Research Article

Investigation and Analysis of Single-Parameter and Multi-Parameter Criteria of Head Injury in Collision Sports

Neda Boroushak¹, Hasan Khoshnoodi*²

1. Sport Science Research Institute of IRAN (SSRII), Sports Biomechanics Department, Tehran, Iran

2. Department of Mechanical Engineering, Shoushtar Branch, Islamic Azad University, Shoushtar, Iran

Received: 27/04/2024, Accepted: 01/09/2024, Online Published: 11/09/2024

* Corresponding Author: Hasan Khoshnoodi, E-mail: H.khoshnoodi@iau.ir

How to Cite: Boroushak, N; Khoshnoodi, H. Investigation and Analysis of Single-Parameter and Multi-Parameter Criteria of Head Injury in Collision Sports. *Sport Medicin Studies*, (2025); 17(44): 33-48. In Persian. DOI: [10.22089/smj.2024.16683.1745](https://doi.org/10.22089/smj.2024.16683.1745)

Extended Abstract

Background and Purpose

The risk of brain injuries, especially in competitive and championship sports, is an undeniable fact. In order to reduce the risk of brain injury, much research has been conducted on the biomechanics of brain injury, in which various injury assessment criteria have been proposed for different types of head injuries.

In contact sports, most head injury criteria are evaluated based on the kinematic response of the head to impact. In impact sports such as taekwondo, boxing and other impact sports, when a blow is made to the head, both linear acceleration and rotational acceleration are produced simultaneously in the head, and this can possibly change the threshold of head injury compared to the case where each of these criteria is considered separately. As mentioned earlier, this issue has not been considered in previous studies. Therefore, this study intends to examine combined criteria in addition to examining injury from the perspective of single-parameter criteria such as linear acceleration and rotational acceleration. The purpose of this study is to investigate and analyze the single-parameter criteria of linear acceleration and rotational acceleration and the GAMBIT multi-parameter criterion in head injury in impact sports.

Methods

In this study, in order to evaluate GAMBIT in contact sports, first, information from previous studies (linear acceleration and rotational acceleration) in the field of head injuries in boxing, taekwondo, wrestling, judo and MMA was collected. For this purpose, there was a need to first model a blow to the head in martial arts, so modeling from previous research was used.

After collecting the information, those parameters that were not included in previous studies were simulated and calculated using Adams software.



With an appropriate and reliable model, it is possible to examine and complete the results of other research in this field. In order to ensure the accuracy and precision of the modeling of this study, a direct punch in boxing and a rotational leg kick in taekwondo were simulated in accordance with previous studies and their results were compared with each other. After comparing the results of previous experiments with the simulation method in this study and ensuring its accuracy, this model was used to continue the work and simulate the parameters required in this study. After collecting and obtaining the accelerations from previous studies, the GAMBIT criterion was also obtained in the MATLAB program. Finally, the linear acceleration, rotational acceleration, and GAMBIT criteria and their injury threshold values in impact sports were examined and analyzed.

Results

The results of the modeling validation of the present study, with an error range of 2.9% to 4.8%, indicate the validity of the modeling of this study, which can be relied on for simulation. Since each study was conducted with a different method and unique materials and computational techniques were used, it is obvious that there is a percentage difference between different methods and studies.

According to the results of this study, the most research conducted in the field of head impact in martial arts is in boxing, taekwondo, judo, and MMA, respectively. The results also showed that the rotational acceleration produced in the head has its highest value in taekwondo (5251.78 rad/s²), MMA (5172.70 rad/s²), boxing (4951.53 rad/s²), and judo (1889.66 rad/s²), respectively. The rotational acceleration generated in different martial arts with the injury thresholds given in the references was compared and the occurrence of injury in these cases was examined.

A review of previous research showed that the highest linear acceleration produced in the head due to impact in martial arts is in taekwondo (142/42 g). After that, boxing (86/66 g), judo (61/35 g), and MMA (50/55 g) showed the highest value, respectively. By simultaneously considering linear and rotational accelerations in the GAMBIT equation, a new criterion for the threshold of brain injury in each sport was obtained. In the study, the highest GAMBIT values were determined for taekwondo (0.57), boxing (0.38), MMA (0.27), and judo (0.25), respectively. And the damage threshold was also plotted from the point of view of the GAMBIT composite criterion.

Conclusion

In the study of the mechanism of head injury, it was shown that two types of impact and non-impact loading can be distinguished, each of which leads to different responses in the head. In impact loading, the impact force is considered the cause of the injury. In non-impact situations, the head is loaded only as a result of the force resulting from inertia, i.e. acceleration. This acceleration can be linear or rotational, with linear acceleration leading to local damage and rotational acceleration leading to diffuse and extensive brain damage.

In comparing the gambit achieved in each discipline with its tolerance criterion, the red line shows the gambit injury threshold, according to which the gambits achieved in combat sports are lower than the head injury threshold. In general, the closer the gambit value is to unity, the greater the risk of injury to the athlete's head. In general, in the comparison of the four disciplines, the amount of gambit in taekwondo was higher but it was not exposed to the threshold of head injury, which is probably due to the fact that the time parameter was not taken into account in the calculations and the criteria and threshold of injury. However, in determining the threshold of injury by a criterion such as HIC, time is also taken into account and calculated, and this duration of contact in the impact is very important from the perspective of momentum and impact severity.

The comparisons made with the thresholds of injury have several points. First, the threshold of injury in the study using single-parameter criteria is much lower than the threshold of injury in multi-parameter criteria, and this could be due to the occurrence of injury through a secondary parameter during the determination of the threshold of injury by the main parameter that was

outside the calculations of the researchers. Another point in observing the difference in response to injury in the study using different parameters could be different definitions of the type and nature of head injury, the use of different measuring devices for these injuries, or errors in recording this information, which indicates the need to review and conduct more detailed medical and clinical studies in recording these criteria and thresholds. Because the accuracy in defining these thresholds, along with strict considerations, can change the boundaries of the definition of injury and, consequently, sports standards, performance techniques in contact sports, and materials used in protective sports clothing. Finally, it can be suggested that a more comprehensive and complete multi-parameter criterion be considered and injury thresholds be determined according to it.

Keywords: Martial Arts, Head Injury, Linear Acceleration, Rotational Acceleration, Multi-Parameter Criteria.

Article Message

The results of this study showed that considering each of the linear and rotational accelerations alone, in the assessment of head injury in martial arts, the rotational acceleration is higher than the threshold for head injury, which was higher in taekwondo. However, considering the Gambit criterion in examining the threshold for head injury, it was found that blows to the head in martial arts do not expose athletes to head injury. To obtain more information about the Gambit criterion, more research is needed, such as laboratory studies and the use of subjects, which is suggested to be considered by researchers in the future.

Ethical Considerations

Since no subjects were used in this study and the data and results were based on previous studies, computer simulations, and programming outputs, there was no need to obtain a code of ethics from the competent authorities.

Authors' Contributions

Conceptualization: Boroushak and Khoshnoodi

Data Collection: Khoshnoodi and Boroushak

Data Analysis: Khoshnoodi and Boroushak

Manuscript Writing: Boroushak and Khoshnoodi

Review and Editing: Khoshnoodi

Responsible for funding: Boroushak

Literature Review: Boroushak and Khoshnoodi

Project Manager: Boroushak

Any other contributions: Computer simulation and programming were performed by Dr. Khoshnoodi.

Conflict of Interest

No conflict of Interest.

Acknowledgments

This article is an extract from the research project of Dr. Neda Broshak at the Institute of Physical Education and Sport Sciences of Iran. The authors of this article are grateful for the material and moral support of the Institute.



بررسی و تحلیل معیارهای تک‌پارامتری و چندپارامتری آسیب سر در ورزش‌های برخوردی

ندا بروشک^۱ ID، حسن خوشنودی^۲ ID*

۱. استادیار، گروه بیومکانیک ورزشی، پژوهشگاه تربیت‌بدنی و علوم ورزشی، تهران، ایران
۲. استادیار، گروه مهندسی مکانیک، واحد شوشتر، دانشگاه آزاد اسلامی، شوشتر، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۰۸، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۱۱، تاریخ انتشار: ۱۴۰۳/۰۶/۲۱

*نویسنده مسئول: حسن خوشنودی، آدرس ایمیل: H.khoshnoodi@iau.ir

How to Cite: Boroushak, N; Khoshnoodi, H. Investigation and Analysis of Single-Parameter and Multi-Parameter Criteria of Head Injury in Collision Sports. *Sport Medicin Studies*, (2025); 17(44): 33-48. In Persian. DOI: 10.22089/smj.2024.16683.1745

چکیده

در مطالعات گذشته شناسایی آسیب‌های سر براساس معیارهای تک‌پارامتری بود؛ در حالی که با در نظر گرفتن چند پارامتر در ارزیابی آسیب سر می‌توان اطلاعات دقیق‌تری به دست آورد؛ از این‌رو هدف مطالعه حاضر، بررسی و تحلیل معیارهای تک‌پارامتری و چندپارامتری آسیب سر در ورزش‌های برخوردی بود. با استفاده از مطالعات پیشین و شبیه‌سازی با نرم‌افزار آدامز معیارهای تک‌پارامتری (شتاب‌های خطی و چرخشی) به دست آمد. همچنین با استفاده از معادله‌ای ترکیبی از شتاب‌های خطی و چرخشی، معیار چندپارامتری محاسبه شد. نتایج نشان داد، شتاب‌های چرخشی سر در ورزش‌های برخوردی بالاتر از آستانه شتاب چرخشی مرتبط با ضربه مغزی بود. در میان ورزش‌های بررسی شده، تنها در تکواندو شتاب خطی بالاتر از آستانه آسیب سر بود؛ این در حالی است که در بررسی معیار چندپارامتری، هیچ کدام از ورزش‌های مطالعه شده در معرض آستانه آسیب سر قرار نداشتند. به طور کلی، نتایج حاکی از بالا بودن معیارهای آسیب سر در تکواندو نسبت به سایر ورزش‌های رزمی بود. از طرفی معیار ترکیبی آسیب سر برخلاف معیارهای تک‌پارامتری نمی‌تواند منجر به آسیب‌های سر در ورزش‌های برخوردی شود.

واژگان کلیدی: ورزش‌های رزمی، آسیب سر، شتاب خطی، شتاب چرخشی، معیار چندپارامتری.



مقدمه

آسیب‌های مغزی به دلیل میزان زیاد مرگ‌ومیر و ناتوانی مربوط به آن، مشکل بهداشت جهانی شده است (۱). آمارها نشان می‌دهد که سالانه حدود ۱۰ میلیون نفر در سراسر جهان از آسیب‌های تروماتیک مغزی^۱ (TBI) رنج می‌برند (۲). مرگ‌ومیر ناشی از TBI سالانه ۴۰ درصد از کل مرگ‌ومیرها را تشکیل می‌دهد و TBI دلیل اصلی مرگ‌ومیر کمتر از ۴۵ سال در ایالات متحده است. TBI به طور معمول ناشی از یک ضربه یا تکان شدید به سر یا بدن است که بر اثر تصادف، افتادن یا ضربه سر در ورزش روی می‌دهد (۳). خطر بروز آسیب به خصوص در ورزش‌های رقابتی و قهرمانی واقعی و انکارناپذیر است. در این میان، یکی از جذاب‌ترین رشته‌های ورزشی که رشد چشمگیری به‌ویژه در میان نوجوانان و جوانان دارد، ورزش‌های رزمی است که به دلیل ماهیت برخوردی آن، شیوع آسیب در بین ورزشکاران، زیاد گزارش شده است (۴).

به‌منظور کاهش خطر آسیب مغزی، تحقیقات زیادی در مورد بیومکانیک آسیب مغزی انجام شده است که در آن معیارهای ارزیابی آسیب‌های مختلف برای انواع آسیب‌های سر نیز پیشنهاد شده است. برای عملی‌تر، قوی‌تر و مقرون‌به‌صرفه‌تر کردن روش‌های آزمایش، چندین روش ساده‌سازی معرفی شده‌اند. ابتدا از یک نیمکره به جای یک فرم سر کامل استفاده شد که به‌رغم مطالعات قبلی، نشان داد که پاسخ سر برای سینماتیک خطی و چرخشی، وابسته به جهت‌های بارگذاری و اعمال ضربه است (۷-۵). همچنین لی و کلیون تفاوت بین سه مکان مختلف ضربه سر (جلو، پشت و کناری) را در زمین بازی با مدل المان محدود^۲ (FE) بدن انسان مقیاس‌پذیر نشان دادند (۸). در نظر نگرفتن سینماتیک چرخشی در آسیب‌های غیربرخوردی، ساده‌سازی دیگری با استانداردهای آزمون است؛ زیرا تنها شتاب خطی بیشینه و HIC^3 در هر سه استاندارد اندازه‌گیری می‌شوند و علاوه بر این، در استاندارد استرالیا فاصله زمانی HIC گنجانده شده است (۹). جنرالی و همکاران (۱۰) و هولبورن (۱۱) نشان دادند، آسیب مغزی با سینماتیک زاویه‌ای در مقایسه با سینماتیک خطی ارتباط بهتری دارد؛ در حالی که شکستگی جمجمه در برخورد به‌خوبی با شتاب خطی ارتباط دارد. سومین ساده‌سازی استاندارد تست این است که فقط سر به‌استثنای بدن ارائه و بررسی می‌شود. برخی از مطالعات قبلی تأثیر حذف بدن را در مقایسه با گنجاندن بدن در تصادفات مختلف ارزیابی کرده‌اند (۱۸-۱۲). این مطالعات نشان داده‌اند، بدن در برخی شرایط بارگذاری، بیشتر و در شرایط دیگر، کمتر بر سینماتیک تأثیر می‌گذارد. ساده‌سازی بعدی را می‌توان جداسازی تأثیر هم‌زمان پارامترهای خطی و چرخشی سینماتیکی سر در بررسی آسیب واردشده به سر در نظر گرفت. با خطی‌سازی و محاسبه جداگانه تأثیر عوامل آسیب بر غیاب دیگر پارامترها، آستانه آسیب هر پارامتر در غیاب دیگر عوامل مؤثر حاصل می‌شود که این مقادیر غیردقیق و تخمینی خواهد بود؛ زیرا در تلاش برای یافتن آستانه آسیب ناشی از افزایش یک پارامتر سینماتیکی، اغلب تأثیر افزایش دیگر پارامترهای مرتبط با آسیب در نظر گرفته نمی‌شود و خطای زیادی حاصل می‌شود.

آسیب‌های تروماتیک مغزی به دلیل نبود روش‌های تشخیصی ساده و نبود علائم شناسایی قابل‌رؤیت به‌وسیله فرایند پاتوفیزیولوژیک پیچیده، تشخیص داده می‌شوند که در اثر بارگذاری مکانیکی مغز ایجاد می‌شود (۱۹). با مروری بر ادبیات موضوع مشخص می‌شود که مطالعات گوناگونی با هدف بررسی بارگذاری سر انجام شده‌اند که در آن‌ها معیارهای متفاوتی برای آسیب‌دیدگی و آستانه‌های تکان مغزی و آسیب تروماتیک مغزی مدنظر قرار گرفته‌اند.

1. Traumatic Brain Injury (TBI)
2. Finite Element (FE)
3. Head Injury Criteria (HIC)

در حال حاضر، معیارهای ارزیابی آسیب سر به طور عمده به دو دسته تقسیم می‌شوند: یکی براساس واکنش سینماتیک سر و دیگری که بر پاسخ تغییر شکل بافت مغز متکی است. در ورزش‌های برخوردی، غالباً معیارهای آسیب سر براساس پاسخ سینماتیکی سر به ضربه ارزیابی می‌شوند. روسون و همکاران تعداد زیادی از ضربه‌های سر، تکانی (ضربه‌های وارد به سر که منجر به تکان خوردن مغز می‌شوند) یا زیرتکانی (ضربه‌های وارد به سر که منجر به تکان مغزی نمی‌شوند) را ارزیابی کردند. آن‌ها به این نتیجه دست یافتند که یک ضربه زیرتکانی متوسط از شتاب چرخشی ۱۲۳۰ رادیان بر مجذور ثانیه (سرعت زاویه‌ای: ۵/۵ رادیان بر ثانیه) برخوردار است؛ در حالی که یک ضربه تکانی متوسط از شتاب چرخشی ۵۰۲۲ رادیان بر مجذور ثانیه (سرعت زاویه‌ای: ۲۲/۳ رادیان بر ثانیه) برخوردار است (۲۰). والیلکو و همکاران آزمایش‌هایی را انجام دادند که بوکسورهای المپیک با رده‌های وزنی مختلف، مشت‌هایی را به سمت صورت یک آدمک مصنوعی روانه می‌کردند. نتایج نشان داد، خطر آسیب تروماتیک مغزی از ضربه‌های مستقیم مشتی که باعث شتاب انتقالی می‌شوند، کم است (کمتر از ۲ درصد) (۲۱). کورنویر و همکاران شتاب چرخشی ناشی از ضربه هوک به یک سر مصنوعی دربوکسورها را ۶۱۴۵ رادیان بر مجذور ثانیه ذکر کردند (۲۲). ویانو و همکاران آستانه آسیب شتاب تکان مغزی فوتبالیست‌ها را ۹۸g (شتاب خطی) و ۶۴۳۲ رادیان بر مجذور ثانیه (شتاب چرخشی) بیان کردند (۲۳). از نتایج تحقیقات گذشته می‌توان نتیجه گرفت که شتاب خطی و شتاب چرخشی دو معیار بیومکانیکی مهم برای بررسی آسیب‌های تروماتیک مغزی هستند. علاوه بر این، در برخی از مطالعات از معیار HIC در ورزش‌های برخوردی استفاده شده است که درواقع این معیار تنها شتاب خطی و مدت‌زمان اعمال آن را در نظر می‌گیرد (۲۱، ۱۹).

وقتی نیرویی به مرکز ثقل یک جسم وارد شود، تنها باعث ایجاد شتاب خطی در آن می‌شود. درمقابل، اگر دو نیروی ناهم‌راستا و مخالف به جسم وارد شوند، جسم دچار شتاب چرخشی خواهد شد، اما وارد شدن نیرو به یک سمت جسم منجر به تولید هر دو شتاب خطی و چرخشی می‌شود (۲۴). در ورزش‌های برخوردی مانند تکواندو، بوکس و... زمانی که یک ضربه به سر وارد می‌شود، هم‌زمان هر دو شتاب خطی و شتاب چرخشی در سر تولید می‌شود و این امر احتمالاً می‌تواند آستانه آسیب سر را نسبت به حالتی که هریک از این معیارها جداگانه در نظر گرفته می‌شود، تغییر دهد. همان طور که عنوان شد، این موضوع نیز در مطالعات گذشته مدنظر قرار نگرفته است؛ بنابراین این مطالعه قصد دارد علاوه بر بررسی آسیب از منظر معیارهای تک‌پارامتری از جمله شتاب خطی و شتاب چرخشی، معیارهای ترکیبی را نیز بررسی کند. نیومن و همکاران معیاری را به‌عنوان مدل شتاب کلی برای آستانه آسیب مغزی^۱ مطرح کردند که به شکل اختصاری به صورت GAMBIT نوشته می‌شود (۲۵). این معیار ترکیبی از شتاب خطی و شتاب چرخشی است که تا کنون در عمده مطالعات گذشته به آن توجه نشده است، بنابراین هدف این مطالعه، بررسی و تحلیل معیارهای تک‌پارامتری شتاب خطی و شتاب چرخشی و معیار چندپارامتری GAMBIT در آسیب سر در ورزش‌های برخوردی بود.

روش پژوهش

روش جمع‌آوری داده‌ها

در این مطالعه به‌منظور ارزیابی GAMBIT در ورزش‌های برخوردی، ابتدا اطلاعات مطالعات پیشین (شتاب خطی و شتاب چرخشی) در حوزه آسیب‌های سر در ورزش‌های بوکس، تکواندو، کشتی، جودو و MMA^۲ جمع‌آوری شد. پس از جمع‌آوری اطلاعات، آن دسته از پارامترهایی که در مطالعات قبلی لحاظ نشده بود، با استفاده از نرم‌افزار آدامز نسخه

1. Generalized Acceleration Model for Brain Injury Threshold (GAMBIT)

2. Mixed Martial Arts (MMA)

۲۰۱۸ ساخت شرکت نرم افزاری مکنیل- شوندر^۱ کالیفورنیای ایالات متحده امریکا، شبیه سازی و محاسبه شد؛ بر این اساس، ابتدا به مدل سازی اصابت یک ضربه به سر در ورزش های رزمی نیاز بود؛ از این رو از مدل سازی بروشک و همکاران استفاده شد (۲۶).

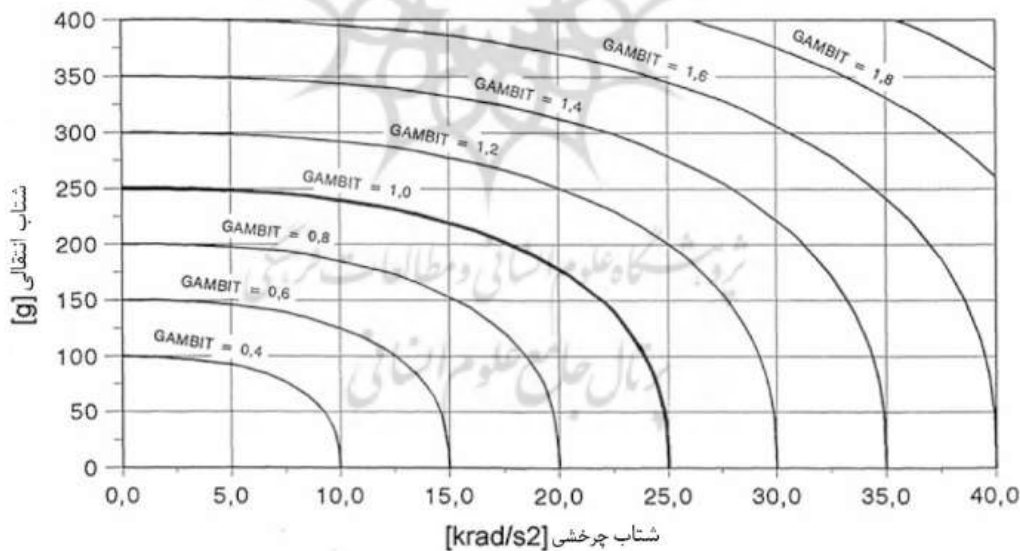
با داشتن مدل مناسب و قابل اطمینان می توان به بررسی و تکمیل نتایج دیگر تحقیقات در این زمینه پرداخت. به منظور اطمینان از صحت و دقت مدل سازی در این پژوهش، ضربه مشت مستقیم در بوکس و ضربه چرخشی پا در تکواندو مطابق با مطالعات گذشته (۲۷، ۲۸) شبیه سازی شد و نتایج آن با یکدیگر مقایسه شد (جدول ۱). پس از مقایسه نتایج آزمایش های گذشته با روش شبیه سازی در این تحقیق و اطمینان از صحت آن، از این مدل برای ادامه کار و شبیه سازی پارامترهای مورد نیاز استفاده شد.

روش محاسباتی

این مطالعه، پژوهش توصیفی-تحلیلی است که پس از جمع آوری و به دست آمدن شتابها از مطالعات گذشته، معیار GAMBIT از معادله زیر در برنامه متلب به دست آمد:

$$GAMBIT = \left[\left(\frac{a}{250} \right)^{2.5} + \left(\frac{\alpha}{25} \right)^{2.5} \right]^{\frac{1}{2.5}}$$

در این معادله، a شتاب خطی برحسب g و α شتاب چرخشی برحسب $krad/s^2$ است. تعیین شد که منحنی برای یک GAMBIT با مقدار ۱، احتمال ۵۰ درصدی را برای آسیب سر بازگشتناپذیر نشان می دهد. ضربه سر غیربرخوردی، مقادیر کمتر از ۰/۶۲ را برای GAMBIT شامل می شود. در نهایت، معیارهای شتاب خطی، شتاب چرخشی و GAMBIT و مقادیر آستانه های آسیب آن ها در ورزش های برخوردی تحلیل شد.



شکل ۱- منحنی های GAMBIT برای مقادیر ثابت GAMBIT (۲۵)
 Figure 1- GAMBIT curves for constant GAMBIT values (25)

1. MacNeal-Schwendler Corporation (MSC)

نتایج

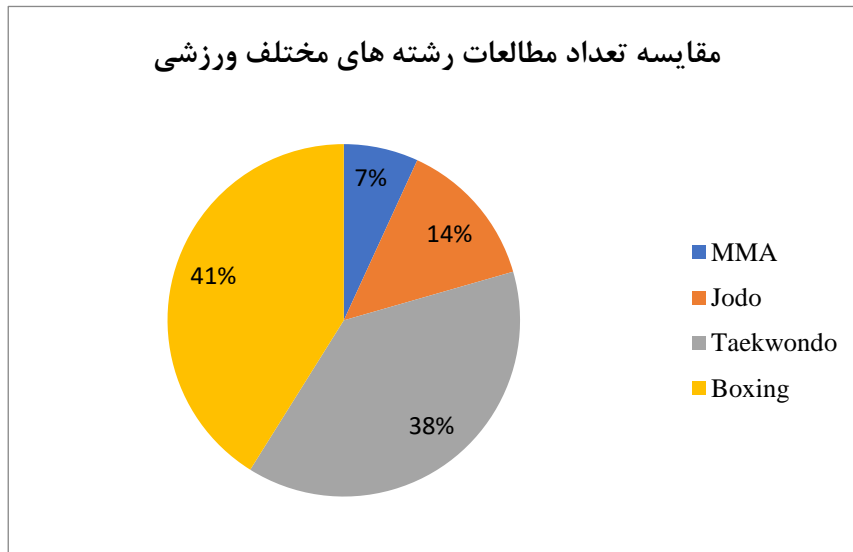
نتایج صحت‌سنجی مدل‌سازی تحقیق حاضر با دامنه خطای بین ۲/۹ درصد تا ۴/۸ درصد، حاکی از درست‌سنجی مدل‌سازی این مطالعه بود که می‌توان برای شبیه‌سازی به آن اطمینان کرد (جدول ۱). از آنجاکه هر مطالعه با روش متفاوتی انجام شده و مواد و تکنیک محاسباتی منحصر به فردی به کار رفته است، وجود درصدی تفاوت میان روش‌ها و مطالعات مختلف بدیهی است که در جدول (۱) مشاهده می‌شود.

جدول ۱- مقایسه برخی مطالعات پیشین با مدل شبیه‌سازی استفاده‌شده در این مطالعه

Table 1- Comparison of some previous studies with the simulation model used in this study

درصد خطای نسبی Relative error percentage	خروج‌های شبیه‌سازی Outputs of simulation		خروجی‌های مطالعه پیشین (۲۶) Outputs of previous studies (26)		ورودی‌های ضربه Impact inputs				نوع ضربه Type of impact	
	شتاب خطی Lin. Acc.	شتاب چرخشی Lin. Acc.	شتاب خطی Lin. Acc.	شتاب چرخشی Rot. Acc.	زمان ضربه Impact time s	جرم ضربه Impact mass kg	سرعت ضربه Impact velocity m/s	نیروی ضربه Impact force N		
3.9%	2.9%	1470	29.8	1530	30.7	40	2.9	3	2500	مشت مستقیم Straight punch
4.8%	3.1%	10400	73	10.927	70.8	30	12.5	15	6500	چرخشی پا Spinning leg kick

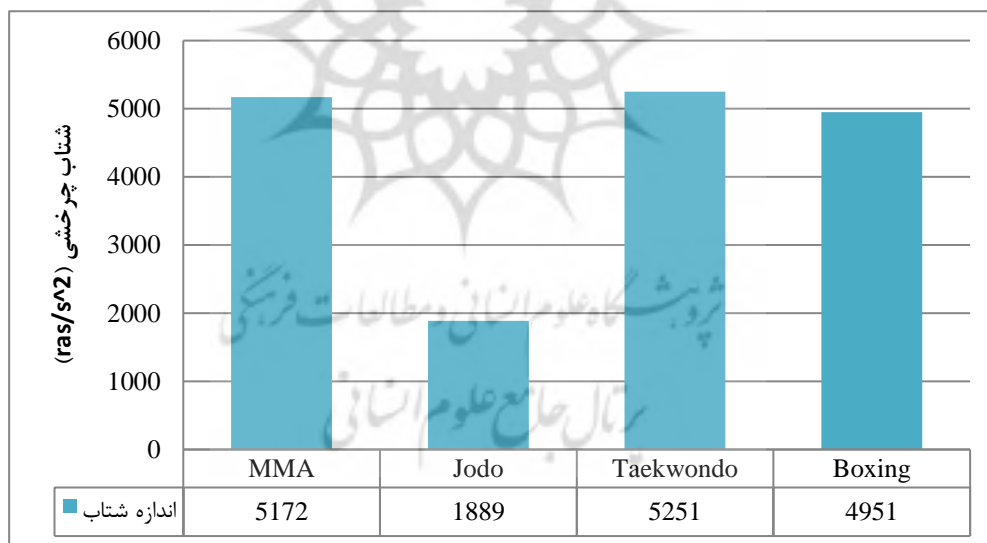
با توجه به نتایج این مطالعه، بیشترین تحقیقات در حوزه ضربه به سر در ورزش‌های رزمی به ترتیب در رشته‌های بوکس، تکواندو، جودو و MMA است (شکل ۲).



شکل ۲- نمودار مقایسه فراوانی مطالعات حوزه آسیب سر مورد مطالعه در رشته های مختلف ورزشی

Figure 2- Comparison of abundance of studies on head injuries in different sport fields

نتایج نشان داد، شتاب چرخشی تولیدشده در سر به ترتیب در رشته های تکواندو ($5251/78 \text{ rad/s}^2$)، MMA (5172 rad/s^2)، بوکس ($4951/53 \text{ rad/s}^2$) و جودو ($1889/66 \text{ rad/s}^2$) بیشترین مقدار را دارد (شکل ۳).



شکل ۳- نمودار مقایسه شتاب چرخشی میانگین ناشی از ضربه در رشته های ورزشی مطالعه شده

Figure 3- Comparison of average of rotational acceleration in studied sports impact

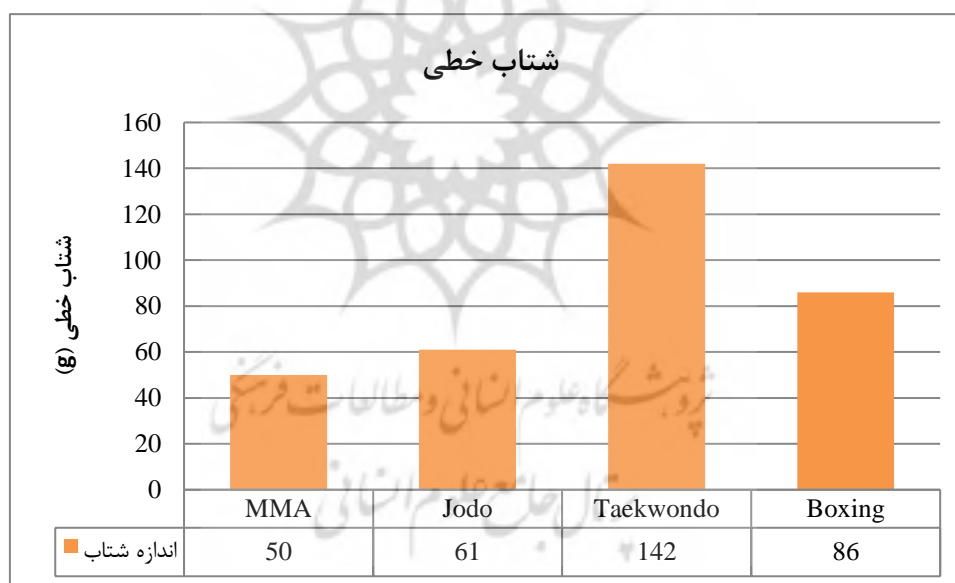
در جدول (۲) شتاب چرخشی به وجود آمده در ورزش های رزمی مختلف با آستانه های آسیب ذکر شده در مراجع، مقایسه و بروز آسیب در این حالت ها بررسی شد.

جدول ۲- مقایسه شتاب چرخشی در چهار رشته رزمی با آستانه آسیب

Table 2- Comparison of Rotational acceleration in four martial arts with injury threshold

رشته ورزشی Sport field	شتاب چرخشی Rot. Acc. (rad/s ²)	آستانه آسیب مغزی Threshold concussion	بروز آسیب بله / خیر Injury (Yes/No)	آستانه آسیب (۲۹) Bridging veins in the brain (29)	بروز آسیب بله / خیر Injury (Yes/No)
MMA	5172.70		بله Yes		بله Yes
جودو Judo	1889.66		بله Yes		بله Yes
تکواندو Taekwondo	5251.78	1800	بله Yes	4500	بله Yes
بوکس Boxing	4951.53		بله Yes		بله Yes

بررسی تحقیقات گذشته نشان داد، بیشترین مقدار شتاب خطی تولیدشده در سر ناشی از ضربه در ورزش‌های رزمی، در تکواندو (۱۴۲/۴۲g) است. بعد از آن، بوکس (۸۶/۶۶g)، جودو (۶۱/۳۵g) و MMA (۵۰/۵۵g) به ترتیب بیشترین مقدار را نشان دادند (شکل ۴).



شکل ۴- نمودار مقایسه شتاب خطی میانگین ناشی از ضربه در رشته‌های مطالعه‌شده

Figure 4- Comparison of average of linear acceleration in studied sports impact

طبق نتایج به‌دست‌آمده در مقایسه شتاب خطی با آستانه تحمل آسیب وین-استیت^۱ (۳۰)، تنها رشته تکواندو در معرض خطر آسیب قرار دارد (جدول ۳).

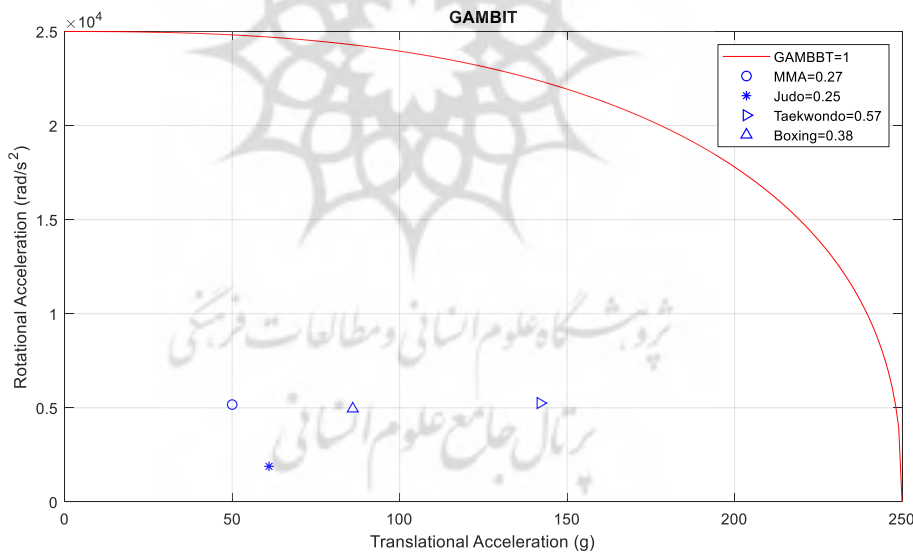
1. Wayne State Tolerance Curve (WSTC)

جدول ۳- مقایسه شتاب خطی در چهار رشته رزمی با آستانه آسیب وین- استیت (۳۰)

Table 2- Comparison of linear acceleration in four martial arts with Wane-State damage threshold (30)

بروز آسیب بله/خیر Injury (Yes/No)	آستانه آسیب (وین استیت) Threshold injury (Wayne State)	شتاب خطی Lin. Acc. (g)	زمان برخورد Impact time (ms)	رشته ورزشی Sport field
خیر No	130	50	2	MMA
خیر No	130	61	2	جودو Judo
بله Yes	100	142	3	تکواندو Taekwondo
خیر No	90	67	4	بوکس Boxing

با در نظر گرفتن همزمان شتاب‌های خطی و چرخشی در معادله GAMBIT، معیار جدید آستانه آسیب مغزی در هر ورزش به دست آمد. در بررسی بیشترین مقدار GAMBIT به ترتیب رشته‌های تکواندو (۰/۵۷)، بوکس (۰/۳۸)، MMA (۰/۲۷) و جودو (۰/۲۵)، مشخص شدند (شکل ۵). در این شکل، نمودار آستانه آسیب از نقطه نظر معیار ترکیبی GAMBIT نیز ترسیم شده است.



شکل ۵- نمودار مقایسه معیار GAMBIT در ورزش‌های برخوردی
Figure 5- Comparison of GAMBIT criteria in collision sports

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش علاوه بر بررسی آسیب سر از نظر معیارهای تک پارامتری از جمله شتاب خطی و شتاب چرخشی، معیار ترکیبی GAMBIT نیز بررسی شد. طبق بررسی‌ها در این مطالعه، تحقیقات انجام شده در حوزه آسیب سر در رشته بوکس و پس از آن تکواندو، بیشترین تعداد را در ورزش‌های رزمی داشتند که این یافته می‌تواند به دلیل محبوبیت این

دو رشته در دنیا و همچنین خطر بیشتر آسیب سر در آن‌ها باشد. همچنین نتایج نشان داد، بزرگی پارامترهای شتاب خطی، شتاب چرخشی و گمبیت در تکواندو بیشتر از سایر رشته‌های رزمی است. در بین رشته‌های رزمی، استفاده از ضربات پا در ورزش تکواندو بیشتر است. ۸۰ درصد کسب امتیاز در تکواندو از طریق ضربات پا به خصوص ضربات چرخشی است؛ بنابراین با توجه به زیاد بودن نیروی ضربه پا به سر نسبت به ضربات مشت و همچنین با توجه به ماهیت ضربات چرخشی در تولید سرعت زاویه‌ای بیشتر در سر، انتظار می‌رود که مقادیر معیارهای آسیب سر در تکواندو بیشتر از سایر ورزش‌های رزمی باشد.

در بررسی مکانیسم آسیب سر نشان داده شد که دو نوع بارگذاری برخوردی و غیربرخوردی قابل تشخیص هستند که هر یک از آن‌ها منجر به پاسخ‌های متفاوتی در سر می‌شوند. در بارگذاری برخوردی نیروی برخورد عامل آسیب محسوب می‌شود. در وضعیت‌های غیربرخوردی، سر فقط در نتیجه نیروی ناشی از اینرسی شتاب، بارگذاری می‌شود. این شتاب می‌تواند خطی یا چرخشی باشد که شتاب خطی به آسیب موضعی و شتاب چرخشی به آسیب‌های انتشاری و گسترده مغز نیز منجر می‌شود (۲۹). استفاده از شتاب خطی در بهبود طراحی و عملکرد کلاه ایمنی رزمی کاران استفاده شده است، اما همبستگی اندکی میان این متغیر و پیش‌بینی آسیب مغز گزارش شده است (۲۹). بیشتر ضربه‌های وارد به سر در ورزش‌های رزمی، علاوه بر تولید حرکت خطی، سبب ایجاد چرخش در سر نیز می‌شوند. شتاب خطی اغلب توسط قدرت عضلات گردن تحمل یا خنثی می‌شود؛ بنابراین محققان اظهار کردند که با تقویت عضلات گردنی آسیب‌های ناشی از این متغیر کاهش خواهد یافت (۲۹)؛ اما چرخش سر حاصل از ضربه، با تولید شتاب چرخشی ممکن است سبب استرین برشی بین مغز و بافت همبند مجامه شده و در نتیجه منجر به انتشار آسیب‌های آکسونی و خونریزی ساختارهای عروقی شود (۷)؛ بنابراین یکی از دلایل کمتر بودن شتاب خطی در MMA در مقایسه با رشته بوکس احتمالاً می‌تواند قوی‌تر بودن عضلات گردن MMA کاران باشد. اما نوع ضربه در این رشته به گونه‌ای است که شاهد تولید شتاب چرخشی بیشتری در آن نسبت به بوکس هستیم؛ زیرا در ورزش MMA علاوه بر ضربات مشت مستقیم از ضربات چرخشی پا نیز استفاده می‌شود.

با مقایسه شتاب‌های خطی و چرخشی و گمبیت با آستانه آسیب سر می‌توان ورزشکاران رشته‌های مختلف ورزشی را که در معرض آسیب قرار دارند مشخص کرد. در مقایسه شتاب چرخشی با آستانه آسیب تکان مغزی (۳۱) رشته تکواندو، MMA، بوکس و جودو به ترتیب در معرض احتمال آسیب بیشتری هستند (جدول ۳). همچنین در مقایسه شتاب چرخشی با آستانه آسیب رگ‌های فوقانی مغزی^۲ (۳۲)، رشته تکواندو، MMA و بوکس به ترتیب در معرض خطر آسیب بیشتری قرار دارند (جدول ۲)، اما در ورزش جودو احتمال آسیب رگ‌های فوقانی مغزی وجود ندارد. همان طور که در جدول (۲) ملاحظه می‌شود، تقریباً هر چهار رشته در معرض آسیب تکان مغزی هستند. همچنین تکواندو با بیشترین شتاب چرخشی، بیشتر از سایر رشته‌ها در معرض آسیب‌های تکان مغزی و آسیب رگ‌های فوقانی مغزی قرار دارد.

در مقایسه شتاب چرخشی سر با آستانه‌های آسیب تکان مغزی و آسیب رگ‌های فوقانی مغزی، ورزش تکواندو نسبت به سایر رشته‌ها در معرض خطر آسیب بیشتر، است. بعد از آن رشته MMA در رتبه دوم خطر آسیب‌های مغزی قرار دارد. در بررسی مکانیسم آسیب‌های تکان مغزی و آسیب رگ‌های فوقانی مغزی می‌توان گفت، زمانی که یک ضربه سریع و با قدرت مانند ضربه پا در تکواندو به سر برخورد می‌کند، موج‌های فشاری به درون مجامه یا مغز انتشار می‌یابند که این امواج تنش، در مغز می‌تواند منجر به شیب فشاری شود؛ به گونه‌ای که همراه با فشار مثبت در محل برخورد و فشار منفی

1. Concussion

2. Bridging Veins in the Brain

در سمت مخالف برخورد خواهد کرد. شیب فشاری ایجاد شده می‌تواند باعث تنش برشی در ساختارهای عمقی مغز شود که محل برش با افزایش شتاب چرخشی عمیق‌تر می‌شود. علاوه بر این، برخورد ضربه به سر می‌تواند منجر به حرکت نسبی سطح مغز نسبت به سطح داخلی قاعده جمجمه شود. این حرکت می‌تواند منجر به کوفتگی‌ها سطحی روی مغز و پارگی عروق ارتباطی و سیاهرگ‌های اتصال‌دهنده شود که از سطح فوقانی-جانبی بخش خلفی لب پیشانی لب آهیانه و لب پس‌سری شروع می‌شوند و رو به جلو در محدوده‌ای با زوایای ۱۰ تا ۸۵ درجه نسبت به سینوس ساجیتال فوقانی امتداد می‌یابند (۴)؛ در نتیجه هنگامی که در اثر یک ضربه، مغز نسبت به جمجمه با تأخیر حرکت می‌کند، این تأخیر باعث تنش طولی سیاهرگ‌ها خواهد شد که می‌تواند منجر به پارگی آن‌ها شود. دامنه حرکت نسبی مغز-جمجمه در چرخش سر، بیشتر از حرکت انتقالی سر است؛ بنابراین انتظار می‌رود که بین پاره شدن اتصال سیاهرگ‌ها و شتاب چرخشی سر ارتباطی وجود داشته باشد.

در بررسی آسیب ناشی از شتاب خطی، منحنی تحمل وین استیت که نشان‌دهنده رابطه بین مدت‌زمان قرارگیری در معرض شتاب و مرز شتاب انتقالی سر برای آسیب‌های برگشت‌پذیر و برگشت‌ناپذیر است، به‌عنوان آستانه تحمل شتاب خطی سر معرفی شده است. اگر ترکیب مقدار شتاب و مدت‌زمان پالس در قسمت بالای منحنی قرار گیرد، فراتر از تحمل انسانی است؛ یعنی باعث آسیب‌های شدید و بازگشت‌ناپذیر می‌شود. ترکیبات قرار گرفته در پایین منحنی، فراتر از تحمل انسان نیست، اما می‌تواند منجر به آسیب‌های برگشت‌پذیر شود (۳۰).

نتایج مطالعه حاضر نشان می‌دهد، ترکیب مقدار بیشینه شتاب خطی و مدت‌زمان شتاب‌گیری یا مدت‌زمان برخورد متناسب با آن در همه رشته‌ها به‌جز تکواندو در پایین منحنی تحمل وین استیت قرار می‌گیرد (جدول ۳)؛ بنابراین نمی‌تواند منجر به آسیب‌های برگشت‌ناپذیر شود، اما در رشته تکواندو این احتمال وجود دارد که فرد در معرض آسیب‌های برگشت‌ناپذیر مغزی قرار گیرد؛ بنابراین در رشته‌های رزمی که شتاب چرخشی سر افزایش می‌یابد، ورزشکاران بیشتر در معرض آسیب‌های مغزی نسبت به زمانی قرار می‌گیرند که شتاب خطی افزایش می‌یابد؛ البته برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر به انجام تحقیقات بیشتری در حوزه ارزیابی‌های بالینی و بررسی تنش‌های ایجاد شده در مغز نیاز است. در مقایسه گمبیت به‌دست‌آمده در هر رشته با معیار تحمل آن، طبق شکل (۳)، خط قرمز آستانه آسیب گمبیت را نشان می‌دهد که طبق آن گمبیت‌های به‌دست‌آمده در ورزش‌های رزمی پایین‌تر از آستانه آسیب سر قرار دارد. به‌طور کلی، هرچقدر گمبیت به ۱ نزدیک‌تر باشد، سر ورزشکار در معرض خطر بیشتر آسیب قرار دارد. در مقایسه چهار رشته، مقدار گمبیت در تکواندو بیشتر بود، اما در معرض آستانه آسیب سر قرار نداشت که احتمالاً به دلیل در نظر نگرفتن پارامتر زمان در تعیین محاسبات و معیار و آستانه آسیب است. در تعیین آستانه آسیب به‌وسیله معیاری همچون HIC، زمان نیز لحاظ و محاسبه می‌شود که این مدت‌زمان تماس در ضربه از دیدگاه مومنتوم و شدت ضربه بسیار اهمیت دارد.

مقایسه‌های انجام‌شده با آستانه‌های آسیب دارای چند نکته است: اول اینکه آستانه آسیب در بررسی با استفاده از معیارهای تک پارامتری، بسیار کمتر از آستانه آسیب در معیارهای چند پارامتری است که می‌تواند به دلیل بروز آسیب از طریق پارامتری ثانوی در حین تعیین آستانه آسیب به‌وسیله پارامتر اصلی باشد که از محاسبات محققان خارج بوده است؛ نکته دیگر در مشاهده اختلاف در پاسخ به بروز آسیب در بررسی به‌وسیله پارامترهای مختلف، می‌تواند تعریف‌های متفاوت نوع و ماهیت آسیب در سر، استفاده از دستگاه‌های اندازه‌گیری مختلف این آسیب‌ها یا خطا در ثبت این اطلاعات باشد که ضرورت بازبینی و انجام مطالعات دقیق‌تر پزشکی و بالینی را در ثبت این معیارها و آستانه‌ها نشان می‌دهد؛ چراکه دقت در تعریف این آستانه‌ها ضمن ملاحظات سختگیرانه، می‌تواند حدود تعریف آسیب و به دنبال آن استانداردهای ورزشی، تکنیک‌های اجرا در ورزش‌های برخوردی و مواد استفاده‌شده در پوشاک محافظتی ورزشی را متحول کند؛ بر این

اساس، پیشنهاد می‌شود که معیار چندپارامتری جامع و کامل‌تری در نظر گرفته شود و آستانه‌های آسیب با توجه به آن تعیین شود.

پیام مقاله

نتایج این مطالعه نشان داد، با در نظر گرفتن هریک از شتاب‌های خطی و چرخشی به‌تنهایی، در ارزیابی آسیب سر در ورزش‌های رزمی، شتاب چرخشی بالاتر از آستانه آسیب سر است که این مقدار در ورزش تکواندو بیشتر بود؛ اما با در نظر گرفتن معیار گمبیت در بررسی آستانه آسیب سر، مشخص شد ضربات وارد به سر در ورزش‌های رزمی، ورزشکاران را در معرض آسیب سر قرار نمی‌دهد. برای به دست آوردن اطلاعات بیشتر درباره معیار گمبیت به انجام تحقیقات بیشتری همچون مطالعات آزمایشگاهی و استفاده از آزمودنی نیاز است؛ از این رو پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آینده مدنظر محققان قرار گیرد.

ملاحظات اخلاقی

از آنجاکه در این مطالعه از آزمودنی استفاده نشد و داده‌ها و نتایج براساس مطالعات پیشین، شبیه‌سازی رایانه‌ای و خروجی‌های برنامه‌نویسی بود، نیازی به اخذ کد اخلاق از مراجع ذی‌صلاح نبود.

مشارکت نویسندگان

ایده‌پردازی: ندا بروشک و حسن خوشنودی

جمع‌آوری داده‌ها: حسن خوشنودی و ندا بروشک

تحلیل داده‌ها: حسن خوشنودی و ندا بروشک

نوشتن مقاله: ندا بروشک و حسن خوشنودی

بازبینی و ویرایش: حسن خوشنودی

مرور ادبیات: ندا بروشک و حسن خوشنودی

مدیر پروژه: ندا بروشک

هرگونه مشارکت دیگر: دکتر خوشنودی شبیه‌سازی رایانه‌ای و برنامه‌نویسی را انجام داد.

تعارض منافع

این مقاله تعارض منافع ندارد.

تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از طرح پژوهشی خانم دکتر ندا بروشک در پژوهشگاه تربیت‌بدنی و علوم ورزشی ایران است. نویسندگان این مقاله از حمایت‌های مادی و معنوی پژوهشگاه کمال تشکر و قدردانی را دارند.

منابع

1. Corrigan JD, Selassie AW, Orman JAL. The epidemiology of traumatic brain injury. *J Head Trauma Rehabil.* 2010; 25:72-80. <https://doi.org/10.1097/HTR.0b013e3181ccc8b4>
2. Fahlstedt M, Halldin P, Alvarez V, Kleiven S. Influence of the body and neck on head kinematics and brain injury risk in bicycle accident situations. *IRCOBI.* 2016, Zurich.
3. Popescu C, Angheliescu A, Daia C, Onose G. Actual data on epidemiological evolution and prevention endeavours regarding traumatic brain injury. *J Med Life.* 2015; 8:272-7.

4. Boroushak N, Rahimi MR. Rotational acceleration in traumatic brain injuries (TBI) related to combat sports: a review study: Rotational acceleration in traumatic brain injuries. *J Clin Physio Re.* 2024;7(4):e70. <https://doi.org/10.22037/jcpr.v7i4.44688>
5. Gennarelli TA, Thibault L, Tomei G, Wisner R, Graham D, Adams J. Directional dependence of axonal brain injury due to centroidal and non-centroidal acceleration. SAE Technical Paper 872197. 1987. <https://doi.org/10.1007/s00701-020-04594-1>
6. Zhu XL, Poon WS, Chan CCH, Chan SSH. Does intensive rehabilitation improve the functional outcome of patients with traumatic brain injury (TBI)? A randomized controlled trial. *Brain Inj.* 2007;21(7):681–90. <https://doi.org/10.1080/02699050701468941>
7. Han X, et al. The relationship between brain injury criteria and brain strain across different types of head impacts can be different. *J R Soc Interface.* 2021;18(179):20210260. <https://doi.org/10.1098/rsif.2021.0260>
8. Lee H, Ting K, Nelson M, Sun N, Sung SJ. Maxillary expansion in customized finite element method models. *Am J Orthod Dentofacial Orthop.* 2009;136(3):367–74. <https://doi.org/10.1016/j.ajodo.2008.08.023>
9. Li X, Kleivin S. Improved safety standards are needed to better protect younger children at playgrounds. *Scientific Reports.* 2018; 8:10561. <https://doi.org/10.1016/j.ajodo.2008.08.023>
10. Gennarelli T, Thibault L, Ommaya A. Pathophysiologic responses to rotational and translational accelerations of the head. SAE Technical Paper 720970. 1972. <https://doi.org/10.4271/720970>
11. Holbourn AHS, Edin MA, Phil OxfD D. Mechanics of head injuries. *The Lancet.* 1943;242(6267):438–441. [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(00\)87453-X](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(00)87453-X)
12. Alvarez VS, Halldin P, Kleiven S. The influence of neck muscle tonus and posture on brain tissue strain in pedestrian head impacts. In: 58th Stapp Car Crash Conference. 2014. <https://doi.org/10.4271/2014-22-0003>
13. Beusenbergh M, Shewchenko N, Newman JA, Lange R. Head, neck and body coupling in reconstructions of helmeted head impacts. Proceedings of the International Research Council on Biomechanics of Injury (IRCOBI) Conference, Isle of Man, UK. 2001;295–310.
14. Fahlstedt M, Halldin P, Alvarez VS, Kleiven S. Influence of the body and neck on head kinematics and brain injury risk in bicycle accident situations. International Research Council on the Biomechanics of Injury (IRCOBI), Malaga (Spain). 2016.
15. Feist F, Klug C. A numerical study on the influence of the upper body and neck on head kinematics in tangential bicycle helmet impact. International Research Council on the Biomechanics of Injury (IRCOBI), Malaga (Spain). 2016. <https://doi.org/10.1007/S10439-020-02703-W>
16. Forero Rueda MA. Equestrian helmet design: a computational and head impact biomechanics simulation approach. University College Dublin; 2009.
17. Ghajari M, Peldschus S, Galvanetto U, Iannucci L. Effects of the presence of the body in helmet oblique impacts. *Accid Anal Prev.* 2013; 50:263–71. <https://doi.org/10.1016/j.aap.2012.04.016>
18. Verschueren P. Biomechanical analysis of head injuries related to bicycle accidents and a new bicycle helmet concept [Thesis of PhD]; 2009.
19. Pieter W, Fife GP, O'Sullivan DM. Competition injuries in taekwondo: a literature review and suggestions for prevention and surveillance. *Br J Sports Med.* 2012;46(7):485–91. <https://doi.org/10.1136/bjsports-2012-091011>
20. Rowson S, Brolinson G, Goforth M, Dietter D, Duma S. Linear and angular head acceleration measurements in collegiate football. *J Biomech Eng.* 2009;131(6):061016. <https://doi.org/10.1115/1.3130454>
21. Walilko T, Viano D, Bir C. Biomechanics of the head for Olympic boxer punches to the face. *Br J Sports Med.* 2005; 39:710–9. <https://doi.org/10.1136/bjism.2004.014126>
22. Cournoyer J, Hoshizaki TB. Head dynamic response and brain tissue deformation for boxing punches with and without loss of consciousness. *Clin Biomech (Bristol, Avon).* 2019; 67:96–101. <https://doi.org/10.1016/j.clinbiomech.2019.05.003>
23. Viano DC, Casson IR, Pellman EJ, Bir CA, Zhang L, Sherman DC, Boitano MA. Concussion in professional football: Comparison with boxing head impacts—Part 10. *Neurosurgery.* 2005;57(6):1154–72. <https://doi.org/10.1227/01.neu.0000187541.87937.d9>
24. Meriam JL, Kraige LG. Engineering mechanics dynamics. 7th ed. John Wiley & Sons, Inc; 2010.

25. Newman J. A generalized acceleration model for brain injury threshold (GAMBIT). Proceedings of IRCOBI Conference. 1986;121–31.
26. Boroushak N, Eslami M, Kazemi M, Daneshmandy H, Johnson JA. The dynamic response of the taekwondo roundhouse kick to head using computer simulation. *Ido Mov Culture J Martial Arts Anthropol*. 2018;18(2):54–60. <https://doi.org/10.23829/TSS.2020.27.2-4>
27. Beckwith JG, Chu JJ, Greenwald RM. Validation of a noninvasive system for measuring head acceleration for use during boxing competition. *J Appl Biomech*. 2007;23:238–44. <https://doi.org/10.1123/jab.23.3.238>
28. Fife GP, O'Sullivan DM, Lee SY. Rotational and linear head accelerations from taekwondo kicks and punches. *J Sports Sci*. 2018;36:1461–4. <https://doi.org/10.1080/02640414.2017.1398406>
29. Schmitt KU, Niederer PF, Muser MH, Walz F. *Trauma biomechanics: accidental injury in traffic and sports*. 4th rev ed. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York City. 2014;243. <https://doi.org/10.1007/978-3-540-73873-2>
30. Hodgson V, Thomas L. Breaking strength of the human skull versus impact surface curvature. Wayne State University School of Medicine, Department of Neurosurgery. Report. 1971;217–31.
31. Ommaya A, Goldsmith W, Thibault L. Biomechanics and neuropathology of adult and paediatric head injury. *Br J Neurosurg*. 2012;16(3):220–42. <https://doi.org/10.1080/02688690220148824>
32. Löwenhielm P. Mathematical simulation of gliding contusions. *J Biomech*. 1976;8:351–6. [https://doi.org/10.1016/0021-9290\(75\)90069-x](https://doi.org/10.1016/0021-9290(75)90069-x)

