

ارسطو و منطق جمله‌ها

تاریخ یک اشتباه

نوشته ضیاء موحد

اغلب کاری دشوارتر از پاسخ دادن به پرسش‌های آسان نیست: اگر سنگی را از ارتفاع هزارمتری رها کنیم پس از چند ثانیه به زمین می‌رسد؟ می‌بایست دو اتفاق عظیم یکی در فیزیک (کشف قانون جاذبه) و دیگری در ریاضیات (کشف حساب مشتق و انتگرال) رخ می‌داد تا به پرسشی چنین ساده و روشن پاسخ داده می‌شد. دشواری تعریف هم در همین است. به راحتی می‌توان پرسید: ذهن چیست؟ و ذهن پاسخگو را عمری مشغول نگاه داشت.

در پاسخ به این‌که تفاوت منطق قدیم و جدید چیست هم باید یک کتاب نوشت. به شرطی که سؤال‌کننده چندان کنجکاو باشد که آن را نیمه خواننده زمین نگذارد. البته در اینجا ما نمی‌خواهیم یک کتاب بنویسیم، بلکه می‌خواهیم از میان پاسخ‌های متعدد به یک پاسخ بسنده کنیم. به همین دلیل هم به جای کتاب مقاله کوتاهی می‌نویسیم. هدف از این مقاله هم این است که نشان دهیم چگونه منطق ارسطویی با محدود کردن خود در نظریه قیاس از نظریه اساسی‌تری که مبنای نظریه قیاس است غافل ماند و خود را ناقص کرد.

با سؤالی آغاز کنیم. آیا جمله «اگر امروز سه‌شنبه باشد امروز سه‌شنبه نیست.» یک تناقض

است؟ اگر چنین فکر می‌کنید اجازه دهید یک کلمه، که هیچ تغییر منطقی در این جمله نمی‌دهد به آن اضافه کنیم:

«اگر امروز سه‌شنبه هم باشد امروز سه‌شنبه نیست.»

در اینجا مثل اینکه با گوینده‌ای روبه‌رو هستیم که چنان از سه‌شنبه نبودن امروز مطمئن است که می‌گوید امروز حتماً سه‌شنبه نیست، یا حتی اگر امروز سه‌شنبه هم باشد سه‌شنبه نیست. واقع هم این است که در اینجا تناقضی در کار نیست. اگر گوینده می‌گفت: «امروز سه‌شنبه است و امروز سه‌شنبه نیست.» تناقض‌گویی کرده بود. تصدیق همزمان یک جمله و نقیض آن تناقض است، یعنی ترکیب عطفی یک جمله، P و نقیض آن، $\sim P$ -:

$$P \ \& \ \sim P$$

اما صورت منطقی جمله مورد بحث یک ترکیب عطفی نیست بلکه ترکیب شرطی زیر است:

$$P \rightarrow \sim P$$

و این از لحاظ منطقی مستلزم $\sim P$ است. به آدمی که هیچ وقت حرف راست نمی‌زند می‌توان گفت: «اگر تو راست هم بگویی راست نمی‌گویی.»

و این همان است که به تأکید بگوییم: تو راست نمی‌گویی. به زبان صوری منطوق، صورت برهان استنتاج بالا چنین نمایش داده می‌شود:

$$P \rightarrow \sim P \quad | \quad \sim P$$

به عکس اگر بخواهیم بر راست‌گویی کسی تأکید کنیم می‌توانیم بگوییم:

اگر او راست هم نگوید راست می‌گوید.

صورت برهان این استنتاج چنین است:

$$\sim P \rightarrow P \quad | \quad P$$

این شکل دیگری از همان صورت برهان قبلی است.

این‌که ناآشنایان با منطوق، ترکیبی شرطی را، که مقدم و تالی آن متناقضند، تناقض پندارند چندان عجیب نیست اما این‌که ارسطو در تحلیل اول دچار چنین لغزشی شده باشد، در واقع جای تعجب است.

خلاصه استدلال ارسطو این است: فرض کنید دو ترکیب شرطی زیر را داشته باشیم:

۱. اگر Q آن‌گاه P

۲. اگر $\sim Q$ - آن‌گاه P

اما از (۱) با عکس نقیض داریم:

۳. اگر $\sim P$ - آن‌گاه $\sim Q$

و از (۳) و (۲) با تعدی ترکیب‌های شرطی داریم:

۴. اگر $\sim P$ - آن‌گاه P

در اینجا ارسطو گمان برده است که (۴) تناقض و امری محال است و نتیجه گرفته است که (۱) و (۲) هر دو نمی‌توانند صادق باشند. اما (۴) همان صورت برهانی است که در بالا ذکر کردیم. (۴) نه تنها تناقض نیست بلکه تأکیدی بر صادق بودن P است. یعنی P را می‌توان از (۱) و (۲) نتیجه گرفت. صورت برهان این استنتاج چنین است:

$$Q \rightarrow P, \sim Q \rightarrow P \vdash P$$

برای مثال از دو مقدمه

اگر امروز سه‌شنبه باشد مسافرت می‌کنم.

و

اگر امروز سه‌شنبه نباشد مسافرت می‌کنم.

به وضوح می‌توان نتیجه گرفت که: امروز مسافرت می‌کنم (چه سه‌شنبه باشد چه نباشد). و این نمونه‌ای از صورت برهان بالاست که ارسطو آن را نادرست پنداشته بود. جالب این است که ارسطو در جای دیگر در اثبات ضرورت تفکر فلسفی چنین استدلال کرده است:

یا باید فلسفه داشته باشیم یا نباید. اگر باید فلسفه داشته باشیم باید فلسفه داشته باشیم. و اگر نباید فلسفه داشته باشیم باز هم باید فلسفه داشته باشیم (زیرا برای توجیه آن باید دلیل فلسفی آورد). پس در هر صورت باید فلسفه داشته باشیم.

درستی این استدلال بر این اساس است که ارسطو از جمله

اگر نباید فلسفه داشته باشیم باید فلسفه داشته باشیم.

جمله

باید فلسفه داشته باشیم.

را استنتاج کرده است. یعنی از مقدمه $P \rightarrow \neg P$ ، P را نتیجه گرفته است. در صورتی که در تحلیل اول این مقدمه را تناقض و محال پنداشته بود. البته صورت برهان استدلال ارسطو این است:

$$PV \neg P, P \rightarrow P, \neg P \rightarrow P \vdash P$$

که دو مقدمه اول صدق منطقی دارند و بدون آن دو نیز می توان نتیجه را با برهان خلف از مقدمه مورد بحث به دست آورد.

در آثار منطقی ارسطو از این گونه لغزش ها کم نیست و علت آن را هم یکی این دانسته اند که مجموعه معروف به ارغنون، یادداشت های ارسطو و یادداشت برداری های شاگردان اوست که پس از او گردآوری شده است و از این رو بخش های ناهماهنگ و ایجاز های مخمل و موارد مبهم در این نوشته ها راه یافته است.^۳

اما پاره ای از لغزش های بزرگان، گذشته از پیامدهای زیانبار، ریشه های عمیقی دارد. تناقض دانستن " $P \rightarrow \neg P$ " یا " $\neg P \rightarrow P$ " یکی از این گونه لغزش هاست و کشف ریشه آن برای تاریخ منطقی بسیار آموزنده بوده است.

رای ارسطو در تناقض دانستن شرطی مورد بحث، در کتاب تحلیل اول آمده که به اعتقاد مورخان از آخرین آثار منطقی ارسطو و محصول دوران پختگی و بلوغ فکری اوست.^۴ در این دوره است که ارسطو نظریه قیاس را که شاهکار منطقی او می دانند ابداع و تدوین کرده است. اما جذبه این نظریه برای ارسطو و پیروانش به اندازه ای بود که به بخش دیگر منطقی، که امروز به نام منطقی جمله ها یا منطقی گزاره ها معروف است، بی اعتنا بمانند و به کلی از آن غفلت کنند.

توضیح آنکه استنتاج های منطقی بر دو نوعند: نوعی که کوچکترین واحد در استنتاج جمله است و استنتاج بدون تحلیل جمله به موضوع و محمول صورت می گیرد و نوعی که بدون این تحلیل استنتاجی نمی توان کرد. نوع اخیر در منطقی سنتی همان استنتاج های نظریه قیاس است. اما نوع اول همان است که امروز به منطقی جمله ها معروف است و تمام مثال هایی که تاکنون در این مقاله آورده ایم از همین نوعند. مثال معروف آن در منطقی سنتی قیاس استثنایی است که در دو صورت برهان زیر خلاصه می شود:

$$P \rightarrow Q, P \vdash Q$$

$$P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$$

اینها همان استنتاج‌هایی هستند که ارسطو اگرچه متوجه اهمیت آنها شده اما به آنها نپرداخته است. پیامد زیانبار این امر باعث شده است که پیروان ارسطو یا این بخش بنیادی منطق را دست‌کم بگیرند و به اختصار به ذکر چند قاعدهٔ آن اکتفا کنند یا در پی آن برآیند که این نوع راه‌ها با شگردهای تصنعی و پیچیده تحویل به شکل‌های قیاس کنند.

تلاش اخیر از نظر روش‌شناسی در بنیاد نادرست و محکوم به شکست است. زیرا بخش منطق جمله‌ها نه تنها هیچ نیازی به نظریهٔ قیاس ندارد و بخشی است مستقل، بلکه از لحاظ نظری بنیاد و اساس نظریهٔ قیاس است. بدین معنی که اگر این بخش را از منطق حذف کنیم تبدیل اشکال به یکدیگر ممکن نخواهد شد. ارسطو خود در این تبدیل و تحویل‌ها بارها به ناچار از منطق جمله‌ها استفاده کرده است بدون آنکه بدان تصریح کرده باشد. اجازه دهید مطلب را با مثالی روشن کنیم.

کارآمدترین برهان در تبدیل اشکال، برهان خلف است. شکل صوری برهان خلف این است که اگر از فرض P دو نتیجهٔ متناقض Q و $\neg Q$ به دست آید باید نتیجه بگیریم که P صادق نبوده است و بنابراین نقیض آن یعنی $\neg P$ صادق است. صورت برهان این استنتاج این است:

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$$

اما این صورت برهانی است از منطق جمله‌ها. آیا شگفتی‌آور نیست که بخشی از منطق که نظریهٔ قیاس بدون آن ناقص خواهد ماند نادیده گرفته شود؟ ارسطو در هر کاربرد برهان خلف به ناچار از این صورت برهان استفاده کرده است. اگر در این صورت برهان، به جای هر مقدمه، عکس نقیض آن را، که معادل با آن است، قرار دهیم، صورت برهان زیر به دست می‌آید:

$$\neg Q \rightarrow \neg P, Q \rightarrow \neg P \vdash \neg P$$

نکتهٔ جالب این است که این نمونه همان صورت برهانی است که ارسطو در تحلیل اول، به شرحی که در این مقاله دیدیم، آن را نادرست پنداشته بود.

برای مثال، در اثبات درستی ضرب زیر از شکل دوم:

۱. هر ایرانی آسیایی است.

۲. هیچ آمریکایی آسیایی نیست.

بنابراین:

۳. هیچ ایرانی آمریکایی نیست.
- مراحل کاربرد برهان خلف چنین نوشته می‌شوند:
۴. بعضی ایرانی‌ها آمریکایی هستند. (نقیض نتیجه)
۵. بعضی ایرانی‌ها آسیایی نیستند. (از ۲ و ۴ و ضرب چهارم شکل اول)

اما (۵) نقیض (۱) (صغری) است، پس فرض (۴) به نقیض صغری می‌رسد. تا اینجا همه چیز طبق نظریهٔ قیاس پیش می‌رود. اما این قاعده که چون فرض (۴) نتیجهٔ متناقض با (۱) به دست داده باید آن را رد کرد و (۳) را که نقیض آن است نتیجه دانست از کجا آمده است؟ این قاعده از محدودهٔ نظریهٔ قیاس بیرون است و کار صرفاً با منطق جمله‌ها به پایان می‌رسد.

اگر همین استنتاج را به زبان منطق جدید ترجمه کنیم و مرحله‌های اثبات آن را بنویسیم مرحله‌های برهان به وضوح نشان می‌دهد که در کجای برهان قاعده‌های منطق محمول‌ها و در کجای آن قاعده‌های منطق جمله‌ها اعمال می‌شوند.

ما از منطق مقدماتی همین دقت‌ها را می‌خواهیم.

واقع این است که غفلت از منطق جمله‌ها در سنت ارسطویی هیچ دلیلی جز مرعوبیت در برابر ارسطو نداشته است. یعنی نمی‌توان گفت به این بخش از منطق نیاز چنداتی نبوده است. در فرهنگ ما این سینا به اهمیت این بخش و قوف تمام داشته و در شفا چنین نوشته است:

فان كثيرا من الدعاوى التى فى الرياضيات والطبيعات وفيها بعد الطبيعة شرطية متصلة او منفصلة.^۵

مکالمه‌های افلاطون پر از استدلال‌های منطق جمله‌هاست. این استدلال‌ها را اغلب به عنوان تمرین در کتاب‌های درسی منطق جدید می‌آورند و منطق‌آموزان پس از مدت بسیار کوتاهی می‌توانند آنها را به زبان صوری ترجمه و نتیجه‌ها را استنتاج کنند. دو نمونه از این استدلال‌ها را در اینجا می‌آوریم:

۱ - «اگر قوانین آتن به والدین سقراط امکان داده است که ازدواج کنند و سقراط را

آموزش و پرورش دهند آن‌گاه قوانین آتن را باید بیش از والدین سقراط محترم داشت. اگر قوانین آتن چنینند آن‌گاه اگر سقراط در نابودی آن تلاش کند به همان اندازه زشت است که نابود کردن والدین خود. قوانین آتن به والدین سقراط امکان داده است که ازدواج کنند و سقراط را آموزش و پرورش دهند. اگر سقراط تلاش برای فرار کند تلاش برای سرپیچی از قانون کرده است. بنابراین اگر سرپیچی از قانون همان نابود کردن قانون باشد آن‌گاه اگر سقراط تلاش برای فرار کند این به همان اندازه زشت است که تلاش برای نابود کردن والدین خود.»

۲ - «سقراط کار نادرست نمی‌کند. اگر بدی را با بدی جواب دهد کار نادرست کرده است. اگر پیمان خود را با دولت به دلیل به ناحق محکوم شدن خود بشکند بدی را با بدی جواب داده است. بنابراین اگر فرار کردن سقراط به دلیل به ناحق محکوم شدن شکستن پیمان سقراط با دولت باشد فرار نخواهد کرد.»

از لحاظ روش‌شناسی در اینجا نکتهٔ دقیقی نهفته است. اگر اصل را نظریهٔ قیاس و قضیه‌های معتبر را قضیه‌های سوردار فرض کنیم، در درون نظام حاصل حتی نمی‌توان از منطق جمله‌ها به عنوان نظامی مستقل و به معنای امروز آن سخن گفت. همچنان‌که در نظریهٔ اعداد طبیعی اعداد منفی جایی ندارند و در نظام عددهای حقیقی، عددهای مختلط مفهومی چنان بیگانه‌اند که آنها را گروهی اعداد موهومی می‌نامیدند. اما این اعداد در نظام وسیع‌تر به همان اندازه معتبرند که اعداد طبیعی. منظور اینکه طرح پاره‌ای پرسش‌ها تنها با پیدا شدن نظریه‌های دقیق‌تر و جامع‌تر ممکن می‌شود.

منطق دانانی چون ابن‌سینا که متوجه اهمیت منطق جمله‌ها شده بودند چگونه و با چه تلاش جانفرسایی می‌خواستند این بخش را در چارچوب نظریهٔ قیاس‌های حملی مندرج کنند. این منطق‌دانان اگر می‌خواستند استدلال‌های افلاطون را، که در بالا دو نمونه از آنها را آوردیم، به نتیجه برسانند، نخست می‌بایست تمام آنها را مسور کنند و بعد دنبال حد وسط‌ها و ضرب‌ها و شکل‌های مناسب برای آنها بگردند. کاری زیاد و دشوار که اغلب نتیجه درست هم نمی‌دهد.

به همین دلیل روش‌شناختی است که می‌گوییم اهمیت کار رواقیان و به خصوص خریسیپوس را در واقع امروز می‌توان فهمید. کار این منطق‌دانان از لحاظ نظری و روش‌شناسی مقدم و مکمل کار ارسطو بود و اگر ارسطویان این نکته را دریافته بودند منطق ارسطویی چنین ناقص نمی‌ماند. اما آنان خود را اسیر نظریه‌ای کرده بودند که منطق جمله‌ها تسلیم آن نمی‌شد و

حتی مجال طرح صحیح آن را نمی‌داد.

مورخان منطق، منطق ارسطو را به دلیل نقشی که موضوع و محمول در استنتاج‌های آن دارند، منطق حدود^۱ و منطق رواقیان را منطق جمله‌ها^۲ یا منطق گزاره‌ها^۳ می‌نامند. منطق حدود در اساس، اصل موضوعی است، یعنی ارسطو ضرب‌ها را به شکل جمله‌های شرطی که صدق منطقی دارند، بیان کرده است. اگر دو مقدمه و نتیجه را به p و q و r نشان دهیم، ضرب‌های منتج را به شکل زیر می‌نویسد:

اگر p و q آن‌گاه r

اما منطق جمله‌ها به شکل قاعده بیان شده است. خریسیوس، مهم‌ترین نماینده مکتب رواقیان پنج قاعده^۴ زیر را که به اثبات‌ناپذیرها^۵ معروفند برای منطق جمله‌ها به دست داده است. این قاعده‌ها را به شکل صورت برهان‌های زیر می‌توان نوشت.

- 1- $P \rightarrow Q, P \vdash Q$
- 2- $P \rightarrow Q, \neg Q \vdash \neg P$
- 3- $\neg(P \& Q), P \vdash \neg Q$
- 4- $P \vee Q, P \vdash \neg Q$
- 5- $P \vee Q, \neg Q \vdash P$

معلوم است که در ترکیب فصلی قاعده^۶ چهارم «بای مانعة‌الجمع به کار رفته است که برای مانعة‌الخلو معتبر نیست». ^{۱۰} اثبات صورت برهان‌های متعدد دیگر به کمک این پنج قاعده از شاهکارهای رواقیان است. یکی از مثال‌های تاریخی و جالب آنها این است:

اگر بدانی مرده‌ای، مرده‌ای (زیرا بنا به تعریف علم، متعلق آن جمله کاذب نمی‌تواند باشد).
اگر بدانی مرده‌ای، نمرده‌ای (زیرا مرده هیچ چیز نمی‌داند).

بنابراین:

نمی‌دانی مرده‌ای.

صورت برهان این استدلال این است:

$$P \rightarrow Q, P \rightarrow \neg Q \vdash \neg P$$

این همان برهان خلف است که در باره^{۱۱} آن به تفصیل سخن گفتیم.

به گفته لوکاسیویچ، منطق‌دان برجسته مکتب لهستان:

اهمیت منطق جمله‌ها بسیار بیشتر از بخش لاغر منطق حدود است که در قیاس‌های ارسطو مندرج است. منطق جمله‌ها اساس تمام نظام‌های منطقی و ریاضی است.^{۱۱}

اما این‌که چه کسی حق منطق جمله‌ها را به جای آورد و این اشتباه دیرپای تاریخ منطق را تصحیح کرد مطلبی است که بهتر است از زبان لوکاسیویچ، که در این بخش از منطق کارهای تازه و ماندگاری کرده است، بشنویم:

در اینجا (در منطق جدید) یکباره با پدیده‌ای روبه‌رو می‌شویم که در تاریخ منطق بی‌نظیر است. ناگهان و بدون اینکه هیچ توضیح تاریخی برای آن داشته باشیم، منطق جدید جمله‌ها، تقریباً تمام و کمال، از ذهن خداداد گونل بفرگه، بزرگترین منطقدان زمان ما بیرون تراوید.^{۱۲}

گمان می‌کنم در این مقاله پاسخی به پرسش آغاز مقاله داده باشیم.

پی‌نوشت‌ها:

1. *Prior Analytics*, 57^a 36-57^b 17.
2. *Fragments of Aristotle*, trans, W. D. Ross, Oxford, 1952, p.27.
3. Kneal and Kneal, *The Development of logic*, clarendon Press, Oxford, 1984, p.23.
4. *Ibid*. P. 24.
۵. الشفاء، المنطق، قیاس، تحقیق سعید زاید، قاهره ۱۳۸۳ هـ. ص ۲۳۱.
6. Term logic.
7. Sentential logic.
8. Propositional logic.
9. Indemonstrables.
10. Kneal & Kneal, p. 163.
11. 'On the History of the logic of Proposition' in *Polish Logic*, ed. Storrs Mc Call, Oxford, 1967, p. 79.
12. *Ibid*, p. 84.



پڙهه ښکاري څانګه علوم انساني او مطالعات فرهنگي
پر تال جامع علوم انساني