Bonyan: Strategic Research in Islamic Architecture and Urbanism
DOI: http://doi.org/10.22091/bonyan.2026.14517.1000

Bonyan

OPEN ACCESS

Check for updates

Analysis of the Effect of Ghiyasuddin Jamshid Kashani's Mathematics on the Geometric Structures of Azeri Style Architecture, Case of Tabriz' Kaboud Mosque

Sara Ramezan [1], Marzieh-Alzahra Nassirpour [2] ✉

1. Master's student in Islamic Architecture, Faculty of Engineering and Technology, Qom University, Qom, Iran.
2. Corresponding Author, Assistant Professor, Department of Architecture, Faculty of Engineering and Technology, Qom University, Qom, Iran.

ABSTRACT

Mathematics has played a fundamental role in Islamic architecture as both a technical tool and a conceptual framework for organizing spatial order and geometric harmony. Among Islamic mathematicians, Ghiyath al-Din Jamshid al-Kashi holds a significant position due to his systematic treatment of numerical ratios and geometric principles in architectural contexts. This study examines the application of al-Kashi's mathematical principles in the geometric structures of the Azari architectural style, with particular emphasis on the Kabud (Blue) Mosque of Tabriz. Using a descriptive–analytical method with a quantitative approach, spatial dimensions derived from architectural drawings and field measurements are compared with numerical ratios presented in *Miftah al-Hisab*. The results demonstrate that spatial ratios such as 23/17 in the dome chamber and 9.52/7 in the side spaces closely correspond to ratios such as 4/3 and 27/20, with an error margin of less than 0.5%, confirming the influential role of mathematics in shaping architectural space.

ARTICLE HISTORY
Received 14 November 2025
Received in revised form 28 January 2026
Accepted 30 January 2026
Available online 21 March 2026

KEYWORDS
Ghiyath al-Din Jamshid al-Kashi
Miftah al-Hisab
Kabud Mosque of Tabriz
Azari style
Numerical proportions

CONTACT Marzieh-Alzahra Nassirpour ✉ M.Nassirpour@Qom.ac.ir

Ramezan, S. & Nassirpour, M. (2026). Analysis of the Effect of Ghiyasuddin Jamshid Kashani's Mathematics on the Geometric Structures of Azeri Style Architecture, Case of Tabriz' Kaboud Mosque. *Bonyan: Strategic Research in Islamic Architecture and Urbanism*, 1(1), 70-89.
DOI: http://doi.org/10.22091/bonyan.2026.14517.1000
© 2026 The Author(s). Published by University of Qom.
This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/), which permits non-commercial re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited, and is not altered, transformed, or built upon in any way. The terms on which this article has been published allow the posting of the Accepted Manuscript in a repository by the author(s) or with their consent.

بنیان: پژوهش‌های راهبردی معماری و شهرسازی اسلامی
DOI:http://doi.org/10.22091/bonyan.2026.14517.1000

Check for updates

OPEN ACCESS

تحلیل اثر ریاضیات غیاث الدین جمشید کاشانی بر ساختارهای هندسی معماری سبک آذری
مطالعه موردی: مسجد کبود تبریز

سارا رمضان [۱] مرضیه‌الزهرا نصیرپور [۲]

۱. دانشجوی کارشناسی ارشد معماری اسلامی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.
۲. نویسنده مسئول، استادیار گروه معماری، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه قم، قم، ایران.

چکیده

در معماری اسلامی، ریاضیات صرفاً ابزاری برای محاسبه‌های فنی نیست، بلکه زبانی برای سامان‌دهی فضا، ایجاد نظم هندسی و تجلی جهان‌بینی توحیدی به شمار می‌آید. در این میان، آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی، به‌ویژه کتاب مفتاح‌الحساب، نمونه‌ای برجسته از پیوند میان اندیشه‌های ریاضی و کاربست عملی آن‌ها در هنر و معماری اسلامی محسوب می‌شوند. پژوهش حاضر با هدف تحلیل تطبیقی نسبت‌های عددی و قواعد هندسی مطرح‌شده در آثار کاشانی با ساختارهای معماری سبک آذری، مطالعه موردی مسجد کبود تبریز را مورد بررسی قرار داده است. روش تحقیق توصیفی–تحلیلی با رویکرد کمی و تطبیقی است. داده‌ها از طریق مطالعات کتابخانه‌ای، برداشت میدانی، تحلیل نقشه‌ها و اندازه‌گیری دقیق ابعاد فضایی بنا گردآوری شده و سپس نسبت‌های استخراج‌شده از پلان، مقطع و عناصر تزیینی با نسبت‌های عددی معرفی‌شده در مفتاح‌الحساب مقایسه شده‌اند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد که نسبت‌های فضایی به‌کاررفته در مسجد کبود تبریز، از جمله نسبت‌های ۲۳/۱۷ در گنبدخانه و ۹.۵۲/۷ در فضاهای جانبی، با نسبت‌های نظری کاشانی مانند ۴/۳ و ۲۷/۲۰ تطابقی با خطای کمتر از ۰.۵ درصد دارند. این هم‌خوانی عددی بیانگر آن است که اصول ریاضی کاشانی نه‌تنها در تزیینات هندسی، بلکه در سازمان‌دهی فضایی و سازه‌ای بنا نیز نقشی بنیادین ایفا کرده‌اند. در مجموع، یافته‌های پژوهش مؤید آن است که مسجد کبود تبریز نمونه‌ای شاخص از تبلور پیوند میان نظریه‌های ریاضی و عمل معماری در سبک آذری است و نشان می‌دهد که ریاضیات، به‌عنوان بنیانی معرفتی و ساختاری، نقشی تعیین‌کننده در شکل‌گیری معماری ایرانی–اسلامی داشته است.

اطلاعات مقاله

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۸/۲۳
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۱۱/۰۸
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۱۱/۱۰
تاریخ انتشار: ۱۴۰۵/۰۱/۰۱

کلیدواژه‌ها

غیاث‌الدین جمشید کاشانی
مفتاح‌الحساب
مسجد کبود تبریز
سبک آذری
تناسبات عددی

CONTACT Marzieh-Alzahra Nassirpour M.Nassirpour@Qom.ac.ir

رمضان، س. نصیرپور، م. (۱۴۰۴). تحلیل اثر ریاضیات غیاث الدین جمشید کاشانی بر ساختارهای هندسی معماری سبک آذری، مطالعه موردی: مسجد کبود تبریز. *بنیان: پژوهش‌های راهبردی معماری و شهرسازی اسلامی*، ۱(۱)، ۷۰-۸۹.

DOI: http://doi.org/10.22091/bonyan.2026.14517.1000

© 2026 The Author(s). Published by University of Qom.
This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial-NoDerivatives License (http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/), which permits non-commercial re-use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited, and is not altered, transformed, or built upon in any way. The terms on which this article has been published allow the posting of the Accepted Manuscript in a repository by the author(s) or with their consent.

۱. مقدمه

در معماری اسلامی، پیوند میان علوم نظری و فرم‌های فضایی نه‌تنها در جنبه‌های زیباشناختی، بلکه در سازمان‌دهی ساختار و معنا نیز نقشی اساسی داشته است. ریاضیات در جهان اسلام تنها ابزاری برای محاسبه نبود، بلکه زبانی قدسی برای نظم‌بخشی به هستی تلقی می‌شد. همین نگرش باعث شد که عدد و هندسه در معماری، خوش‌نویسی و دیگر هنرها حضوری بنیادی پیدا کنند (Baumer,1971).

در میان سبک‌های معماری اسلامی، سبک آذری جایگاه برجسته‌ای دارد. این سبک که از سدهٔ هشتم هجری شکل گرفت و در دورهٔ تیموری به اوج رسید، در آثاری چون گنبد سلطانیه، مسجد گوهرشاد و مسجد کبود تبریز به‌خوبی نمایان است. ویژگی‌هایی مانند گنبدهای دوپوسته، مقرنس‌های سه‌بعدی، گره‌چینی‌های متقارن و کاشی‌کاری‌های مبتنی بر تقسیمات هندسی نشان می‌دهد که طراحان این سبک از دانش ریاضی در سازمان‌دهی فضا بهره گرفته‌اند (Ghouchani et al. ,2023).

مسئلهٔ اصلی پژوهش آن است که میزان انطباق تناسبات عددی موجود در معماری آذری با اصول مطرح‌شده در آثار کاشانی تا چه حد قابل سنجش و تحلیل کمی است. با وجود پژوهش‌های متعدد درباره‌ی زیبایی‌شناسی و تاریخ معماری آذری، بیشتر این مطالعات کیفی بوده‌اند و کمتر به تحلیل کمی و عددی توجه کرده‌اند. در این میان، جایگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی، ریاضی‌دان برجستهٔ قرن نهم هجری، اهمیت ویژه‌ای دارد. او در آثاری چون مفتاح‌الحساب و المحیطیه، روش‌های دقیق محاسبهٔ حجم، سطح و تناسبات هندسی را ارائه کرد و حتی عدد π را تا شانزده رقم اعشار تقریب زد (Fallahi et al. ,2020).

هدف پژوهش حاضر، تحلیل تطبیقی ساختارهای عددی و هندسی در مسجد کبود تبریز با نظام محاسباتی کاشانی به‌منظور تبیین نقش ریاضیات در تکوین فرم‌های سبک آذری است. ازاین‌رو، بررسی تطبیقی مفاهیم ریاضی کاشانی با ساختارهای سبک آذری می‌تواند ابعاد تازه‌ای از پیوند دانش و هنر اسلامی را آشکار کند و ضرورت پژوهش حاضر را در تبیین بنیادهای نظری تناسبات عددی در معماری اسلامی – ایرانی نشان دهد.

۲. مبانی نظری

۲. ۱. پیشینه پژوهش

مطالعات مرتبط با این پژوهش را می‌توان در پنج محور اصلی دسته‌بندی کرد. این محورها از یک‌سو به دستاوردهای علمی ریاضی‌دانان، به‌ویژه جمشید کاشانی، توجه دارند و از سوی دیگر شامل بررسی‌های انجام‌شده دربارهٔ الگوهای فضایی و تزیینی معماری آذری و نیز مبانی نظری عدد و هندسه در تمدن اسلامی هستند. چنین تقسیم‌بندی‌ای امکان می‌دهد تا پیشینه موجود به‌صورت منظم‌تر بررسی شود و جایگاه پژوهش حاضر در میان مطالعات پیشین روشن‌تر گردد.

نخست، منابع مرتبط با ریاضیات غیاث‌الدین جمشید کاشانی شامل مقالاتی است که به معرفی آثار نظری و کاربردی او، به‌ویژه کتاب مفتاح‌الحساب و روش‌های نوین محاسبهٔ وی، می‌پردازند. این دسته مبنای نظری پژوهش در بخش ۲ مقاله محسوب می‌شوند.

در دسته دوم، تحلیل مقرنس و تزیینات معماری اسلامی، پژوهش‌هایی جای گرفته‌اند که ساختارهای فضایی و تزیینی مانند مقرنس‌ها، گره‌چینی‌ها و نسبت‌های عددی به‌کاررفته در آن‌ها را از منظر هندسی بررسی کرده‌اند. این منابع زمینه‌ساز فصل‌های تحلیلی مقاله هستند.

دسته سوم به الگوهای هندسی در معماری سبک آذری اختصاص دارد و عمدتاً ناظر به تحلیل‌های عددی دقیق در مسجد کبود تبریز است؛ الگویی برجسته از سبک آذری که در آن نظم هندسی و تناسبات عددی به‌وضوح دیده می‌شود.

در دسته چهارم، منابع نظری و فلسفی مرتبط با ریاضیات اسلامی قرار دارند که به تبیین جایگاه عدد در تفکر اسلامی و پیوند آن باهنر مقدس و زیبایی‌شناسی سنتی می‌پردازند.

نهایتاً، منابع تطبیقی و تاریخی به بررسی نقش علم اسلامی در تمدن جهانی و تأثیر آن بر معماری و علم اروپایی پرداخته‌اند. این دسته از منابع، بستر تاریخی و تمدنی تحقیق را مستند می‌سازند.

در جدول پیش رو، هر منبع علمی بر اساس این تقسیم‌بندی موضوعی ارائه شده و نکات کلیدی و نتایج نهایی آن‌ها به‌صورت خلاصه درج گردیده است (جدول ۱).

جدول ۱. خلاصه پژوهش‌های پیشین، اهم یافته‌ها و خلاء های پژوهشی

محور اصلی	عنوان مقاله	سال	نکات کلیدی مقاله	یافته‌ها و نتایج	خلأ پژوهش	منبع
ریاضیات اسلامی و آثار کاشانی	نقش غیاث‌الدین جمشید کاشانی در آموزش ریاضیات و ریاضیات محاسباتی	۱۳۹۳	• معرفی آثار کاشانی (مفتاح‌الحساب و المحیطیه)، • دستاوردهای محاسباتی مانند عددπ	کاشانی پایه‌گذار ریاضیات کاربردی در تمدن اسلامی است	فاقد ارتباط مستقیم با معماری	(Akbari & Ashrafi,2014)
	ترجمه رساله سلم‌السماء اثر غیاث‌الدین جمشید کاشانی	۱۳۹۱	• ارائه ترجمه‌ای از رساله سلم‌السماء؛ • معرفی مفاهیم هندسی	گره‌چینی‌ها تابع ساختارهای از پیش محاسبه‌شده بوده‌اند	فاقد تحلیل کاربردی در معماری	(Bohlul,2012)
	A newly found letter of al-Kāshī on scientific life in Samarqand. Historia Scientiarum	۱۹۹۷	• بررسی زندگی علمی کاشانی در سمرقند	نشان‌دهندهٔ جایگاه کاشانی در علم اسلامی و نقش او در رصدخانه الغ‌بیگ	بدون تحلیل هندسی یا معماری	(Bagheri,1997)
	Bibliography of mathematics in medieval Islamic civilization	۲۰۰۳	• کتاب‌شناسی ریاضی در تمدن اسلامی	مبنای مطالعات تاریخی در باب ریاضیات اسلامی	فاقد بررسی تطبیقی با معماری	(Hogendijk et al,2003)
	Islamic Science and the Making of the European Renaissance	۲۰۰۷	• تحلیل انتقال دانش علمی اسلامی، به‌ویژه نجوم و ریاضیات، به اروپا	دانش ریاضی کاشانی و هم‌دوره‌های او، بنیان‌گذار بخشی از پیشرفت علمی اروپا بوده است	فاقد بررسی موردی بناها	(Saliba,2007)
مقرنس و تزیینات هندسی	گونه‌شناسی مقرنس در رساله مفتاح‌الحساب غیاث‌الدین جمشید کاشانی	۱۳۹۸	• تحلیل مقرنس‌ها بر اساس باب نهم کتاب؛ • ساختار هندسی و الگوریتم اجرایی	کاشانی درک عمیقی از طراحی فضایی تزیینی داشته است	تمرکز صرف بر مقرنس	(Zamani et al. ,2024)
	بررسی توصیفی و تحلیلی ساختار و المان‌های مقرنس مطابق با مقاله چهارم، باب نهم رساله مفتاح‌الحساب	۱۴۰۲	• بازسازی مقرنس‌ها از روی متن؛ • اندازه‌گیری زوایا و تقسیمات	مقرنس‌کاری اسلامی تابع روابط عددی دقیق است	محدود به تزیینات	(Zamani et al. ,2023)
	Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kāshī	۱۹۹۲	• اندازه‌گیری مقرنس با روش‌های کاشانی • تحلیل مقرنس‌سازی با روش‌های عددی؛ • کاربرد مستقیم ریاضیات در معماری	نظریات کاشانی ابزار محاسباتی دقیق در ساخت بناها را فراهم می‌کند	فاقد تحلیل کلی بنا	(Dold-Samplonius,1992)
	Typology of the tileworks in Mozaffariyeh (Kaboud) Mosque of Tabriz in the context of studying the design and making traditions	۲۰۲۳	• تحلیل گونه‌شناسی کاشی‌کاری و سنت‌های طراحی	کاشی‌کاری مسجد کبود بازتابی از سنت‌های هندسی–ریاضی است	ارتباط محدود با محاسبات عددی	(Nemati et al., 2023)

هندسه و تناسبات در معماری آذری	نقش قواعد مثلثاتی در عناصر معماری ایران از دیدگاه غیاث‌الدین جمشید کاشانی	۱۳۹۹	• نسبت طلایی، فی، و عدد در عرفان و هنر اسلامی؛ • تحلیل مفهومی	عدد در هنر اسلامی، نقش نمادین و ساختاری توأمان دارد	فاقد نمونه موردی تبریز	(Fallahi et al.,2020)
	مقایسه تطبیقی طاق و گنبد تیموری با روش‌های محاسباتی در سرمشق‌های کاشانی: نمونه موردی مسجد گوهرشاد مشهد	۱۴۰۱	• مقایسه مقرنس‌ها در معماری اسلامی؛ • بررسی نسبت‌ها و الگوهای سازه‌ای	مقرنس در سبک آذری بر پایهٔ ساختارهای عددی شکل‌گرفته است	مسجد کبود بررسی نشده	(Fallahi et al., 2022)
	Geometric Patterns Used in the Architecture of Kaboud Mosque in Tabriz, Iran	۲۰۲۳	• تحلیل الگوهای هندسی در پلان و تزیینات • تحلیل گره‌چینی‌ها و تقارن در پلان و نما؛ • استخراج نسبت‌ها	الگوهای هندسی مسجد کبود نشان‌دهنده نظم عددی دقیق هستند طراحی مسجد کبود تابع نظام تناسبات ریاضی در تزیین است	بدون پیوند مستقیم با کاشانی فاقد تحلیل محاسباتی	(Ghouchani et al.,2023)
مبانی نظری و فلسفی عدد	Science and Civilization in Islam	۱۹۶۸	• جایگاه ریاضیات و علوم در تمدن اسلامی	ریاضیات در تمدن اسلامی پیوندی میان علم و فلسفه ایجاد کرده است	فاقد تحلیل معماری عینی	(Baumer,1971)
	Wisdom in Art: Mathematics in Islamic Architecture in Iran.	۲۰۰۵	• عدد به‌عنوان مفهومی قدسی؛ • جایگاه ریاضیات در هنر اسلامی	معماری اسلامی بازتابی از نظم کیهانی مبتنی بر ریاضیات است	نظری، بدون مصداق آذری	(Mashayekh,2005)
	A History of Mathematics	۲۰۱۱	• ارائه تاریخچه جامع ریاضیات در تمدن‌های باستانی تا قرون جدید • از جمله دستاوردهای مسلمانان	ریاضیات اسلامی بخشی جدایی‌ناپذیر از سیر تکامل علم جهانی است	بدون تحلیل معماری	(Boyer,2011)
مطالعات تطبیقی و تاریخی	Calculation of Arches and Domes in 15th Century Samarkand	۲۰۰۰	• بررسی عددی طاق‌ها و گنبدهای دوره تیموری؛ • شباهت با معماری ایرانی	ساختارهای عددی دوره تیموری در ایران و سمرقند هم‌راستا هستند	فقط سمرقند، نه تبریز	Dold-) (Samplonius,2000
	The Topkapi Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture	۱۹۹۶	• بررسی دقیق الگوهای هندسی طومار توپقاپی؛ • تحلیل ۱۱۴ طرح تزیینی	این منبع سندی تصویری و نظری برای فهم دقیق هندسه تزیینی اسلامی است	فاقد بررسی محاسبات کاشانی	(Necipoğlu, 1996)

۲. ۲. جایگاه ریاضیات در تمدن اسلامی

ریاضیات در تمدن اسلامی صرفاً دانشی ابزاری برای محاسبات فنی یا کارکردهای روزمره نبود، بلکه جایگاهی معرفتی، فلسفی و قدسی داشت. در اندیشه‌ی اسلامی، عدد و نظم ریاضی بازتابی از نظم الهی تلقی می‌شد و نسبت‌های هندسی به‌عنوان ابزاری برای درک وحدت هستی و تجلی آن در عالم مادی مورد استفاده قرار می‌گرفتند (Baumer, 1971). این نگرش سبب شد ریاضیات نه صرفاً شاخه‌ای عقلانی از علوم، بلکه بخشی از جهان‌بینی توحیدی مسلمانان باشد و حضور آن در معماری، خوشنویسی، موسیقی و دیگر هنرها، وجهی قدسی و نمادین پیدا کند (Dold-Samplonius,2000).

از قرن سوم تا نهم هجری، ریاضی‌دانانی چون خوارزمی، ابو کامل، عمر خیام و غیاث‌الدین جمشید کاشانی، علاوه بر توسعهٔ جبر، هندسه‌ی اقلیدسی و روش‌های محاسباتی، کوشیدند این مفاهیم را با مبانی فلسفی و الهیاتی اسلام پیوند دهند. بدین‌ترتیب، ریاضیات به زبانی برای سامان‌دهی فضا، ساختار و زیبایی‌شناسی در معماری تبدیل شد (Saliba,2007).

شواهد متنی و مکتوب، مانند طومار توپقاپی (Necipoğlu, 1996)، نشان می‌دهد که تسلط بر هندسه و جبر پیش‌شرطی اساسی برای طراحی معماری اسلامی به‌شمار می‌رفته است. در این متون، کاربرد تقارن، تقسیمات دایره‌ای و نسبت‌های عددی به‌عنوان ابزارهای طراحی فرم و تزئینات معماری به‌روشنی دیده می‌شود. بدین ترتیب، مهارت ریاضی نه فقط در عرصه‌ی نظری بلکه در فرآیند طراحی و ساخت بناها نیز نقشی تعیین‌کننده داشت.

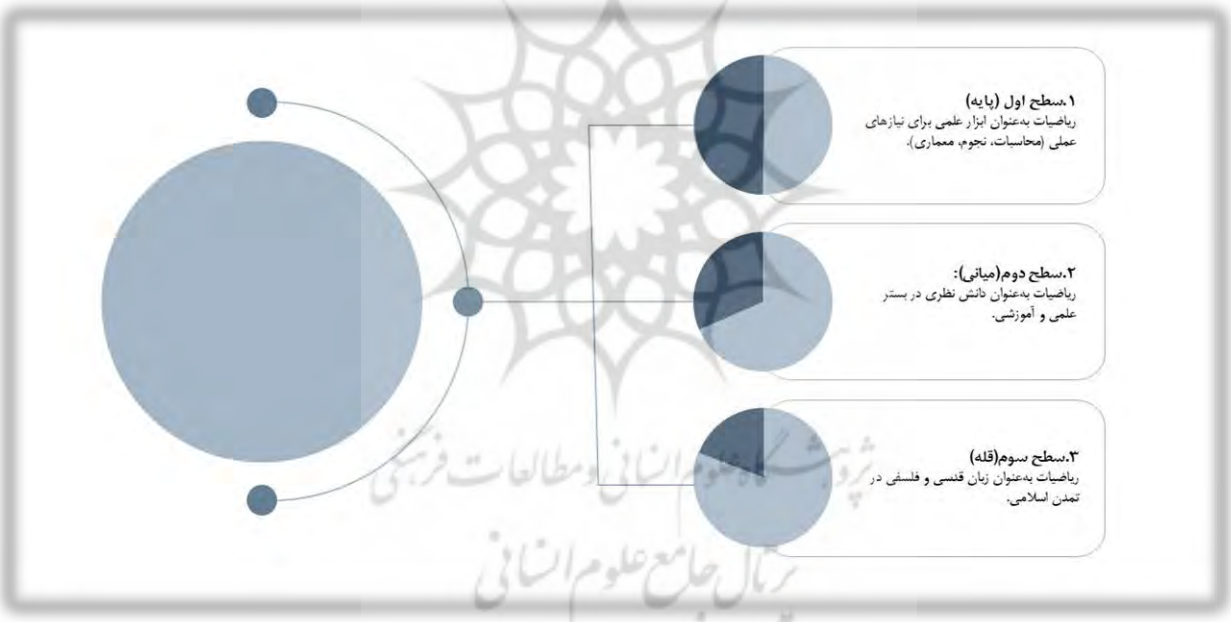
در مجموع، جایگاه ریاضیات در تمدن اسلامی را می‌توان در سه سطح اصلی تعریف کرد:

۱. سطح معرفتی – فلسفی: عدد به‌عنوان نماد نظم قدسی و تجلی اصل توحید.

۲. سطح نظری – علمی: توسعهٔ جبر، هندسه و مثلثات به‌عنوان ابزارهای شناخت و محاسبه.

۳. سطح عملی – کاربردی: استفادهٔ مستقیم از مفاهیم ریاضی در طراحی معماری، مقرنس، کاشی‌کاری و دیگر هنرها.

این سه سطح در کنار یکدیگر، تصویری جامع از نقش ریاضیات در تمدن اسلامی ارائه می‌دهند؛ نقشی که در سبک‌های معماری چون آذری به شکلی بارز و سازمان‌یافته متجلی شده است (شکل ۱).



شکل ۱. سه سطح جایگاه ریاضیات در تمدن اسلامی

نسبت‌های عددی و نظم در فلسفه اسلامی

در فلسفه اسلامی، نسبت‌ها و نظم عددی جایگاهی بنیادین در فهم ساختار هستی دارند. فیلسوفان مسلمان، تحت‌تأثیر آموزه‌های افلاطونی، نوافلاطونی، عدد را نه‌تنها ابزار سنجش، بلکه اصل، منشأیی برای شناخت، تجلی حقیقت می‌دانستند. در این سنت فکری، نسبت‌های ریاضی مانند تقارن، تناسب، نظم، بیانگر «وحدت در کثرت» هستند؛ اصلی که از توحید سرچشمه می‌گیرد، در همه مراتب خلقت، اعم از کیهان، هنر، معماری، بازتاب می‌یابد (Baumer,1971).

ابن سینا در آثار خود بر نقش «نسبت» در هماهنگی عناصر طبیعی تأکید می‌کند، سهروردی در حکمت اشراق، از عدد به‌عنوان زبان نوری آفرینش یاد می‌کند. این نگرش، باعث شد که در تمدن اسلامی، عدد به‌عنوان زبان خلقت، ابزار فهم امر قدسی تلقی

شود؛ همین نگاه در هنرهایی چون موسیقی، معماری، هندسه تجسم یافت (Saliba, 2007). در این راستا، نسبت‌های خاص مانند ۱/۲، ۲/۳، ۵/۸، به‌ویژه نسبت طلایی، نه‌تنها از منظر ریاضی، بلکه به‌عنوان اصولی فلسفی در ساختار هنر اسلامی حضور یافته‌اند.

بررسی‌های صورت‌گرفته در آثار هنری، معماری، نقوش هندسی مساجد بزرگ اسلامی، نشان می‌دهند که این نسبت‌ها، ابزار اصلی برای ایجاد نظم، تعادل، زیبایی در طراحی بوده‌اند (Necipoğlu, 1996). به‌ویژه در سبک آذری، شواهدی از کاربرد این نسبت‌ها در طراحی پلان، گنبدها و تزئینات مقرنس دیده می‌شود که بر وجود یک نظام ریاضی – فلسفی تأکید دارد (Dold-Samplonius, 2000).

نتیجه آنکه، در نظام فکری اسلامی، نسبت‌های عددی صرفاً داده‌های محاسباتی نیستند، بلکه به‌عنوان صورت‌هایی از معنا، نظم، و اتصال به اصل واحد جهان مورداستفاده قرار می‌گیرند. این پیوند میان عدد و معنا، در معماری اسلامی و به‌ویژه در ساختارهای سبک آذری، به شکل روشن و تجلی‌یافته‌ای قابل‌مشاهده است.

ریاضیات کاربردی در هنر و معماری اسلامی

در معماری اسلامی، ریاضیات نه‌تنها به‌عنوان یک ابزار محاسباتی بلکه به‌مثابه یک‌زبان طراحی، نظام سامان‌دهی فضا به‌کاررفته است. به‌ویژه در دوران شکوفایی تمدن اسلامی، رابطه‌ای مستقیم میان دانش ریاضی، فرایند طراحی معماری برقرار بوده است؛ به‌گونه‌ای که بسیاری از فرم‌ها، تناسبات، تزیینات معماری بر اساس روابط عددی، هندسه ترسیمی، الگوریتم‌های ساختاری شکل‌گرفته‌اند (Necipoğlu, 1995).

تحقیقات نوین، نشان داده‌اند که مفاهیم ریاضی همچون تقسیمات دایره‌ای، تقارن‌های محوری، نسبت‌های طلایی، زیرمجموعه‌های عددی، در ساختار تزیینات مانند گره‌چینی، مقرنس، کاشی‌کاری کاربردی مستقیم داشته‌اند (Dold-Samplonius, 2000). این طراحی‌ها اغلب با ابزارهایی مانند پرگار، خط‌کش در هندسه ترسیمی اسلامی اجرا می‌شدند، طراحان برای ایجاد نظم در فرم‌های پیچیده به نظام‌های عددی مشخص تکیه می‌کردند.

از جمله نمونه‌های بارز این کاربست ریاضی، می‌توان به بنای مسجد کبود تبریز اشاره کرد که طراحی آن بر پایهٔ تقسیمات دقیق هندسی، نسبت‌های عددی انجام شده است. همچنین در طومار توپقاپی، بیش از صد الگوی تزیینی معرفی شده‌اند که همگی با محاسبهٔ دقیق شکل‌گرفته‌اند، نشان از تسلط نظری، اجرایی معماران مسلمان بر ریاضیات دارند (Necipoğlu, 1995).

مطالعاتی نیز نشان می‌دهند که حتی در جزئیاتی مانند مقرنس‌سازی، طول قوس‌ها، زاویه‌های حجم‌دار، محاسبه‌های دقیق در ساختار سه‌بعدی، از ریاضیات به‌صورت مستقیم استفاده شده است. این کاربردها، مرز میان نظریه، عمل را در معماری اسلامی محو کرده، نشان می‌دهد که ریاضیات بخشی ذاتی از فرایند طراحی بوده است (Hogendijk & Kashi, 2005).

در مجموع، ریاضیات در هنر و معماری اسلامی به‌گونه‌ای عمل کرده که فرم و معنا را به هم پیوند داده و ساختاری منسجم، زیبایی‌شناسانه و معنا بنیاد خلق کرده است. این جنبهٔ کاربردی ریاضی، نقش اساسی در درک عمیق‌تری از الگوهای طراحی در سبک‌هایی چون آذری ایفا می‌کند.

۲. ۳. جمشید کاشانی و نظریه‌های ریاضی او

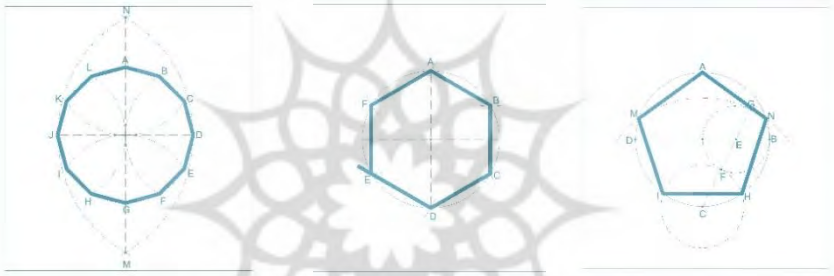
غیاث‌الدین جمشید کاشانی، یکی از بزرگ‌ترین ریاضی‌دانان جهان اسلام در سده نهم هجری، با آثاری ماندگار در حوزه حساب، هندسه، مثلثات، نجوم شناخته می‌شود. وی در شهر کاشان متولد شد، سال‌های پایانی عمر خود را در رصدخانه الغ‌بیگ در سمرقند

سپری کرد. فعالیت علمی کاشانی، به‌ویژه در تدوین کتاب مفتاح‌الحساب، نمایانگر گرایشی عمیق به کاربردی‌سازی دانش ریاضی، اتصال آن با حوزه‌های عملی مانند معماری، مهندسی است (Saliba, 2007).

۲. ۳. ۱. تحلیل نظریات عددی و محاسباتی کاشانی

غیاث‌الدین جمشید کاشانی در آثار خود، به‌ویژه در مفتاح‌الحساب، قواعد دقیق هندسی و روش‌های عددی را برای حل مسائل معماری و نجوم تدوین کرده است. این قواعد نه‌تنها بیانگر نبوغ او در ریاضیات نظری است، بلکه در عمل، در سازمان‌دهی فرم‌های فضایی و سازه‌ای معماری اسلامی به‌ویژه در سبک آذری به کار گرفته شده‌اند.

کاشانی در مفتاح‌الحساب روش ترسیم چندضلعی‌های منتظم مانند پنج‌ضلعی، شش‌ضلعی، دوازده ضلعی را با پرگار، خط‌کش شرح داده است (شکل ۲). این الگوها اساس نقوش ستاره‌ای، شبکه‌ای در تزیینات معماری محسوب می‌شوند و به‌ویژه در کاشی‌کاری‌های مساجد تیموری مانند مسجد کبود تبریز به کار رفته‌اند (Dold-Samplonius, 2000; Bohlul, 2012). یکی از دغدغه‌های کاشانی، تقسیم دقیق دایره به بخش‌های مساوی و حل مسائل زاویه‌ای بود. او برای تثلیث زاویه، محاسبات مربوط به وتر، کمان، روش‌هایی تقریبی اما دقیق ارائه کرد. این قواعد در طراحی گنبدها و قوس‌ها اهمیت داشتند، زیرا نسبت شعاع، ارتفاع، زاویه قوس‌ها بر اساس همین محاسبات تعیین می‌شد (Necipoğlu, 1996).



شکل ۲. روش ترسیم چند ضلعی‌های منتظم با خط‌کش و پرگار توسط کاشانی

در بخش نهم مفتاح‌الحساب، کاشانی شیوه‌های اندازه‌گیری و تقسیم سطح را مطرح کرده که مستقیماً با ساخت مقرنس‌ها ارتباط دارد. او سطح‌های منحنی را به قطعات ساده‌تر چندوجهی تقسیم می‌کرد تا مساحت و تناسبات قابل‌محاسبه شوند. این روش در مقرنس‌های مسجد کبود تبریز به‌وضوح دیده می‌شود، بیانگر پیوند مستقیم میان نظریه و عمل است (Zamani et al. ,2024).

کاشانی با به‌کارگیری قواعد هندسیِ تقسیم دایره و ترسیم چندضلعی‌های منتظم، زمینهٔ شکل‌گیری الگوهای پیچیده‌ی تزئینی را فراهم ساخت. این الگوها که به‌صورت ستاره‌ها و شبکه‌های شعاعی در می‌آیند، افزون بر جنبه‌ی زیباشناختی، نظم عددی و تناسبات ریاضی را در کالبد فضا منعکس می‌کنند. تحلیل‌های انجام‌شده بر مسجد کبود تبریز نشان می‌دهد که ساختار کاشی‌کاری و تزئینات این بنا بر اساس همین اصول هندسی و نسبت‌های ریاضی شکل گرفته‌اند (Ghouchani et al.,2023). مطالعه‌ای که در نشریه فلسفه علم منتشر شده است، نشان می‌دهد کاشانی از قواعد مثلثاتی نه فقط برای حل مسائل ریاضی، بلکه برای سامان‌دهی به فرم‌های فضایی در معماری استفاده می‌کرد. وی با تحلیل سینوس، کسینوس، روابط شعاعی، امکان ترسیم، ساخت دقیق طاق‌ها، گنبدها را فراهم کرده است (Fallahi et al.,2020).

۲. ۳. ۲. کاربرد نظریات کاشانی در هنرو معماری (بر مبنای رساله مفتاح‌الحساب)

در فصل نهم مفتاح‌الحساب، کاشانی بخشی ویژه به مقرنس‌کاری اختصاص داده که یکی از پیچیده‌ترین فنون تزئینی در معماری اسلامی است. وی در این بخش الگوی هندسی مقرنس‌ها، شیوه محاسبه زوایا، طول اضلاع، ارتفاع‌ها، حجم‌ها را با دقتی چشمگیر تدوین کرده است. بررسی تطبیقی میان مدل‌های کاشانی و ساختار گنبد مسجد گوهرشاد نشان داده است که نسبت‌های موجود در سرمشق‌های او با ساختار واقعی بناها منطبق است (Fallahi et al.,2022).

در سطح نظری نیز، کاشانی در سنت فلسفی اسلامی، عدد را نه‌تنها ابزاری برای محاسبه، بلکه نمادی از نظم الهی، ساختار وجودی عالم می‌دانست (Baumer,1971) این رویکرد موجب شد مفاهیم ریاضی در آثار او به ابزاری برای تحقق فرم قدسی در هنر تبدیل شوند؛ مفهومی که در معماری سبک آذری به شکلی بارز نمایان شده است.

۲. ۴. معماری سبک آذری: زمینه تاریخی و هندسی

سبک آذری یکی از مهم‌ترین شاخه‌های معماری اسلامی در ایران است که از اواخر سده هفتم هجری در آذربایجان شکل گرفت و تا اواخر دوره تیموری گسترش یافت. این سبک در امتداد تحول معماری ایرانی پس از سبک رازی، دارای ویژگی‌هایی از جمله ارتفاع زیاد، تأکید بر طاق‌ها، گنبدهای بلند، تزیینات گسترده با الگوهای هندسی، استفاده از مصالح بومی مانند آجر، کاشی فیروزه‌ای است. سبک آذری را می‌توان تلفیقی از سنت معماری ایرانی با منطق ریاضی و زیبایی‌شناسی تجریدی دانست که به‌ویژه در شهرهایی مانند تبریز، مراغه، سلطانیه، مشهد نمود یافته است.

مساجد بزرگی همچون مسجد کبود تبریز، مسجد گوهرشاد مشهد، گنبد سلطانیه از شاخص‌ترین نمونه‌های این سبک هستند (شکل ۳). بررسی ساختار این بناها نشان می‌دهد که طراحان سبک آذری علاوه بر درک فضایی پیشرفته، تسلط بالایی بر مفاهیم هندسی، تناسبات عددی، ترکیب‌بندی تزیینی داشته‌اند (Fallahi et al., 2022).

شکل ۳. از راست به چپ: ۱.مسجد کبود تبریز ۲. مسجد گوهرشاد مشهد ۳. گنبد سلطانیه

۲. ۴. ۱. نسبت‌ها، تقارن‌ها و هندسه تزئینی

یکی از ویژگی‌های برجسته سبک آذری، بهره‌گیری از نسبت‌های عددی مشخص، تقارن‌های محوری، هندسهٔ تزیینی پیچیده در طراحی فضاها، عناصر ساختاری، پوشش‌های تزیینی است. مطالعات انجام‌شده بر مسجد کبود تبریز نشان داده است که در الگوهای کاشی‌کاری این بنا از تقسیمات دایره‌ای، چندضلعی‌های منتظم، تقارن‌های شعاعی استفاده شده است که مبتنی بر قواعد هندسه کلاسیک، سنت اسلامی بوده‌اند.

بر اساس تحلیل الگوهای تزئینی مسجد گوهرشاد، گنبد این بنا با استفاده از نسبت‌های مثلثاتی نظیر نسبت‌های ۱/۲، ۳/۴ و ... نسبت طلایی طراحی شده است. تطبیق این نسبت‌ها با الگوهای ارائه‌شده در سرمشق‌های ریاضی کاشانی در مفتاح‌الحساب، مؤید پیوند تنگاتنگ میان طراحی فضایی و دانش عددی است. در مقاله «نقش قواعد مثلثاتی در عناصر معماری ایران»، به‌وضوح نشان داده شده است که توابع سینوس، کسینوس در نحوه اجرای طاق‌ها، قوس‌ها، ... محاسبه زوایا نقش مؤثری داشته‌اند (Fallahi et al., 2022).

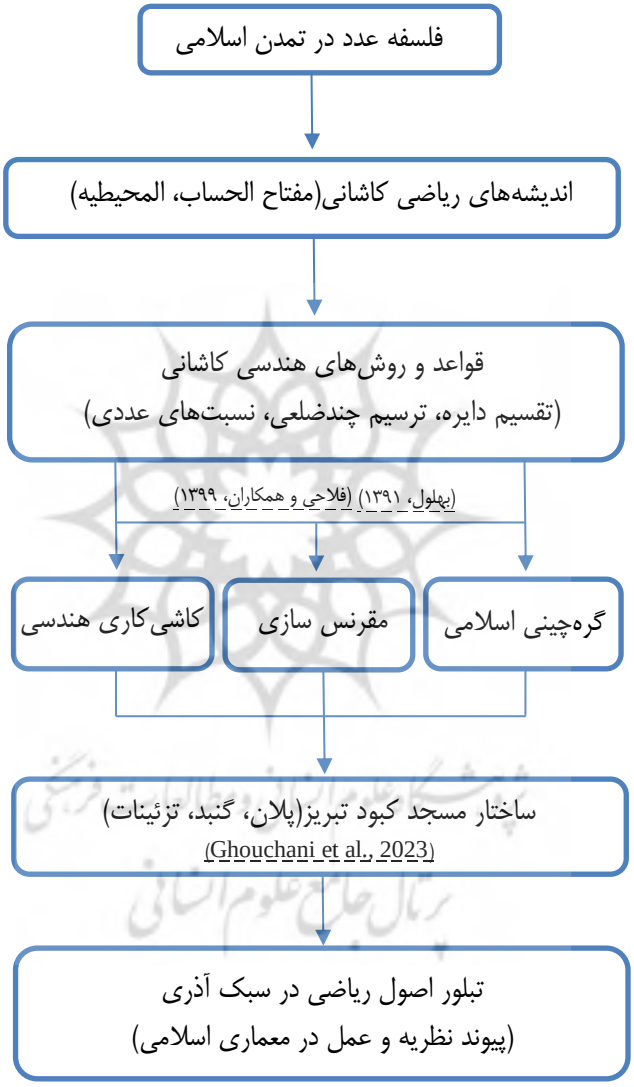
همچنین، در طومار توپقاپی که مجموعه‌ای ارزشمند از الگوهای تزیینی معماری اسلامی را ارائه می‌دهد، الگوهایی دیده می‌شود که با ساختارهای موجود در بناهای آذری تطابق دارند. این الگوها حاصل پیاده‌سازی قواعد عددی در هندسه تزیینی بوده‌اند (Necipoğlu, 1996).

۲. ۴. ۲. رابطه ساختار با عدد

تحلیل ساختاری بناهای آذری از منظر ریاضی نشان می‌دهد که رابطه‌ای نظام‌مند، از پیش برنامه‌ریزی شده میان فرم، مقیاس، عدد برقرار بوده است. در این سبک، طراحان با استفاده از تقسیمات ریاضی، نسبت‌های ثابت، هندسه ترسیمی، به خلق فضاهایی

بانظم درونی، انسجام بصری دست یافته‌اند. پژوهش «مقایسه تطبیقی طاق، گنبد تیموری با روش‌های محاسباتی در سرمشق‌های کاشانی» نشان می‌دهد که الگوریتم‌های ارائه‌شده در مفتاح‌الحساب با ساختار گنبد مسجد گوهرشاد مطابقت عددی دارد، فرمول‌های محاسبه ارتفاع، شعاع، انحنای قوس‌ها به‌صورت عملی در معماری به کار رفته‌اند (Fallahi et al.,2022).

از این منظر، عدد در سبک آذری نه فقط ابزار طراحی، بلکه مبنای شکل‌گیری ساختار فضایی است. فرم‌پردازی در این سبک متکی بر فهم دقیق از تقارن، تکرار، نسبت‌های کسری، هندسه تحلیلی بوده است. این ارتباط را می‌توان بازتابی از نگاه عقل‌گرای اسلامی به جهان دانست؛ نگاهی که در آن زیبایی، نظم، ریاضی سه مؤلفهٔ هم‌راستا برای خلق اثر هنری هستند (Baumer, 1971; Saliba, 2007).



شکل ٤. مدل مفهومی پژوهش

۲. ۵. مدل مفهومی پژوهش

مدل مفهومی این پژوهش (شکل ۴) بر پایهٔ تحلیل سه‌سطحی از پیوند میان مبانی فلسفی، نظری و کاربردی ریاضیات در معماری اسلامی شکل گرفته است. در سطح نخست، عدد در جهان‌بینی اسلامی مفهومی قدسی و نماد نظم الهی تلقی می‌شود و نسبت‌های ریاضی به‌عنوان ابزار درک «وحدت در کثرت» مطرح‌اند (Baumer,1971; Saliba,2007). در این نگرش، هندسه و عدد نه‌تنها ابزار محاسبه، بلکه وسیله‌ای برای تجلی معنا در هنر و معماری به شمار می‌آیند.

در سطح دوم، اندیشه‌های ریاضی غیاث‌الدین جمشید کاشانی قرار دارد که در آثارش، به‌ویژه مفتاح‌الحساب، قواعد دقیق هندسی و محاسباتی مانند تقسیم دایره، ترسیم چندضلعی‌های منتظم و تعیین نسبت‌های عددی را تبیین کرده است (Bohlul,2012; Fallahi et al.,2020) . این اصول، زبان نظری لازم برای نظم‌دهی فضایی و سازه‌ای در معماری اسلامی را فراهم کرده‌اند.

در سطح سوم، تجلی این مبانی نظری در ساختار سبک آذری و به‌ویژه در مسجد کبود تبریز مشاهده می‌شود؛ جایی که روابط عددی و هندسی در سازمان فضایی، گنبدخانه، و تزیینات کاشی‌کاری، همان قواعدی را بازتاب می‌دهند که در آثار کاشانی تبیین شده‌اند (Ghouchani et al.,2023). بدین‌ترتیب، مدل مفهومی پژوهش مسیر تکوین از «فلسفه عدد در تفکر اسلامی» تا «کاربست آن در معماری آذری» را نشان می‌دهد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر از نظر هدف، درزمرهٔ تحقیقات کاربردی قرار می‌گیرد و از نظر ماهیّت و روش، پژوهشی توصیفی–تحلیلی با رویکرد کمی و تطبیقی است. این مطالعه باهدف شناسایی و تحلیل تطبیقی نسبت‌های عددی به‌کاررفته در ساختارهای هندسی معماری سبک آذری و مقایسهٔ آن‌ها با مفاهیم ریاضی مطرح‌شده در آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی انجام شده است.

اطلاعات پژوهش از دو منبع اصلی گردآوری شده است:

۱. منابع کتابخانه‌ای و اسنادی شامل آثار تاریخی و ریاضی مرتبط با کاشانی، مانند مفتاح‌الحساب و پژوهش‌های جدید در حوزهٔ هندسهٔ اسلامی.

۲. برداشت‌های میدانی و تحلیل نقشه‌ها از مسجد کبود تبریز که شامل اندازه‌گیری‌های دقیق اجزای کالبدی، پلان، نما و مقطع بنا می‌شود.

ابتدا نسبت‌های عددی و هندسی استخراج‌شده از پلان و مقطع مسجد کبود (مانند نسبت ارتفاع به دهانه، ابعاد ایوان‌ها و فضاهای جانبی) محاسبه و در جداول کمی تنظیم گردید.

سپس این داده‌ها با نسبت‌های معرفی‌شده در آثار کاشانی (مانند نسبت‌های ۴/۳ و ۲۷/۲۰) مقایسه شدند تا میزان انطباق عددی و هندسی مشخص گردد.

برای سنجش اعتبار نتایج، درصد خطای عددی میان نسبت‌های استخراج‌شده از بنا و مقادیر نظری کاشانی محاسبه شد. در صورت اختلاف کمتر از ۰/۵ درصد، نسبت‌ها به‌عنوان هم‌ارز در نظر گرفته شدند. این تطبیق عددی، مبنای تحلیل نهایی در فصل یافته‌ها قرار گرفته است.آن‌ها با مفاهیم ریاضی مطرح‌شده در آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی انجام شده است.

۴. یافته‌های پژوهش

۴. ۱. مسجد کبود تبریز: معرفی بنا و زمینه تاریخی

مسجد کبود تبریز یکی از شاخص‌ترین آثار معماری سبک آذری در سده نهم هجری، به‌عنوان نمادی از اوج هنر، دانش معماری تیموری در شمال غرب ایران شناخته می‌شود. این بنا به دستور جان بیگم خاتون، همسر جهان‌شاه قره‌قویونلو، در سال ۸۷۰ هجری قمری در مرکز شهر تبریز ساخته شد (شکل ۵). نام اصلی بنا «مسجد جهان‌شاه» بوده است، اما به دلیل رنگ لاجوردی، کاشی‌کاری گسترده آن، در میان مردم به «مسجد کبود» شهرت یافته است (Bagheri,1997).

شکل ۵. عکس هوایی،تزئینات و ورودی مسجد کبود تبریز

بنای مسجد در بستری تاریخی شکل گرفت که تبریز نه‌تنها مرکز قدرت سیاسی، بلکه کانون رشد علمی، هنری در دوره قره‌قویونلو محسوب می‌شد. این مسجد در دوره‌ای ساخته شد که در مناطق شرقی ایران، معماران تیموری به توسعه گنبدسازی، تزیینات هندسی مشغول بودند، در مناطق غربی، به‌ویژه آذربایجان، این دستاوردها به نحوی متفاوت، بومی‌شده ظاهر شدند. در نتیجه، مسجد کبود تلفیقی از دستاوردهای معماری تیموری، سنت آذربایجانی، ساختارهای عددی—هندسی دقیق است. از دیدگاه معماری، مسجد دارای گنبدخانه‌ای مرکزی، ایوان‌های جانبی، شبستان‌های شرقی، غربی، ورودی‌های تزیینی، ساختاری متقارن بر محور شمالی—جنوبی است. کاشی‌کاری معرق پیچیده با نقوش هندسی، کتیبه‌های کوفی، ثلث، در کنار ساختار هندسی منسجم، این مسجد را به اثری متمایز در تاریخ معماری اسلامی تبدیل کرده است (Ghouchani et al. ,2023).

اهمیت این مسجد در پروژه حاضر ازآن‌جهت است که ساخت آن با دوره حیات، اثرگذاری غیاث‌الدین جمشید کاشانی (قرن نهم هجری) هم‌زمان بوده، با تحلیل‌های عددی، هندسی باقی‌مانده از کاشانی در آثاری چون مفتاح‌الحساب قابل‌تطبیق است. این انطباق، بستر مناسبی برای تحلیل نظری—کاربردی معماری تیموری از منظر ریاضی فراهم می‌سازد.

۴. ۱. ۱. روش برداشت و تحلیل داده‌ها

در این مطالعه، تحلیل ساختار عددی، هندسی مسجد کبود تبریز با بهره‌گیری از رویکرد ترکیبی «برداشت میدانی»، «تحلیل تطبیقی—نظری» انجام‌گرفته است. داده‌های معماری شامل ابعاد، تناسبات سازه‌ای، فرم‌ها، هندسه تزیینی، زاویه‌ها از طریق بررسی نقشه‌های دقیق معماری، عکس‌های هوایی، زمینی، منابع مستند تاریخی استخراج شده‌اند.

برداشت عددی از عناصر معماری مانند دهانه ایوان، ارتفاع گنبد، ابعاد جرزها، عرض شبستان‌ها و شعاع مقرنس‌ها با تحلیل پلان، نما و مقطع صورت‌گرفته است. در این فرایند از نرم‌افزار طراحی و مدل‌سازی مانند AutoCAD به‌منظور اندازه‌گیری دقیق، نسبت‌سنجی، و استخراج زاویه‌ها بهره گرفته شد. برخی از تناسبات با استفاده از ابزارهای دیجیتال بازسازی و سپس در قالب جدول‌های عددی طبقه‌بندی شدند.

در مرحله دوم، یافته‌های به‌دست‌آمده با نظریات ریاضی کاشانی، به‌ویژه آنچه در کتاب مفتاح‌الحساب، تحلیل‌های معاصر از آن آمده است، تطبیق داده شدند. این تطبیق شامل بررسی نوع تناسبات (مانند ۱/۲، ۳/۵، ۵/۸)، (جدول ۲)، زاویه‌های به‌کاررفته در مقرنس‌ها (۴۵°، ۶۰°، ۷۲°)، نسبت‌های خاص (نسبت طلایی، نسبت فی، نسبت‌های سینوسی) با الگوهای عددی پیشنهادی توسط کاشانی بود (Fallahi et al. ,2000;Fallahi et al. ,2022).

جدول ۲. نسبت های هندسی و مقدار عددی آن ها

نسبت هندسی	مقدار عددی تقریبی
نسبت طلایی (Φ)	۱/۶۱۸
نسبت ربع (۱/۴)	۰/۲۵
نسبت ۴/۳	۱/۳۳۳
نسبت ۵/۴	۱/۲۵
نسبت ۷/۵	۱/۴
نسبت ۸/۶	۱/۳۳۳

۴. ۲. تحلیل هندسی و عددی بنا

۴. ۲. ۱. استخراج تناسبات در فرم و تزئین

ساختار فضایی مسجد کبود تبریز بر پایهٔ روابط تناسبی دقیقی شکل گرفته که در طراحی فرم، تزئین به‌کار رفته‌اند. بر اساس تحلیل‌های هندسی انجام‌شده بر پلان، نماهای این مسجد، می‌توان دریافت که در نسبت ابعاد دهانه‌ها، شعاع گنبد، ارتفاع جرزها، اندازه‌های تزیینات، از نسبت‌های عددی مشخصی بهره گرفته شده است. مهم‌ترین این نسبت‌ها شامل ۱/۲ (تناسب دهانه به ارتفاع)، ۵/۸ (نسبت دالان‌ها)، ۳/۴ (نسبت ایوان به صحن) است که در منابع هندسی اسلامی نیز سابقه دارند (Ghouchani et al., 2023).

در الگوهای تزیینی مانند مقرنس، کاشی‌کاری، ساختارهای ستاره‌ای، چندضلعی‌های منظم با تکرار تناوبی، حول محوری واحد طراحی شده‌اند. این ساختارها با تقسیمات دایره‌ای ۳۰، ۴۵، ۶۰، ۷۲ درجه پیاده‌سازی شده‌اند که هر یک به تناسبات خاصی از اضلاع، قطرها منتهی می‌شوند (Ranjazmay Azari et al., 2023). این موضوع نشان می‌دهد که تزیینات نه به‌صورت تزیینی صرف، بلکه بر مبنای الگویی عددی، هماهنگ شکل‌گرفته‌اند.

۴. ۲. ۲. سنجش نسبت‌های مورد استفاده با نظریه‌های کاشانی

برای بررسی تطبیقی نظریات کاشانی با ساختار عددی مسجد کبود، به فصل نهم مفتاح‌الحساب، رساله‌های مثلثاتی او ارجاع داده شده است. در این آثار، کاشانی قواعد تثلیث زاویه، محاسبه طول قوس، استخراج نسبت اضلاع را بر پایه جداول مثلثاتی، روش‌های عددی ارائه می‌دهد (Fallahi et al.,2020). مقایسه این مفاهیم با نحوه اجرای قوس‌های نیم‌دایره‌ای، کاربندی‌ها، نسبت اضلاع گنبد مسجد کبود، هم‌خوانی قابل‌توجهی را نشان می‌دهد.

پژوهش (Fallahi et al., 2022) طور خاص به بررسی مطابقت گنبد مسجد گوهرشاد با سرمشق‌های ریاضی کاشانی پرداخته، الگوریتم‌هایی مانند محاسبه شعاع، ارتفاع گنبد با نسبت‌های پیشنهادی او را بازسازی کرده‌اند. باوجود تفاوت‌های سبکی، تطبیق برخی از این فرمول‌ها با ساختار گنبد مسجد کبود نیز ممکن شده است. این مسئله نشان‌دهنده کاربرد عمومی‌تر نظریات کاشانی در معماری تیموری، به‌ویژه سبک آذری است.

۴. ۲. ۳. طبقه‌بندی عناصر عددی: طول، عرض، ارتفاع، زاویه‌ها

بررسی ابعاد سازه‌ای مسجد کبود تبریز با رویکرد تحلیلی—عددی منجر به طبقه‌بندی زیر می‌شود:

جدول ۳. ابعاد سازه‌ای مسجد کبود تبریز

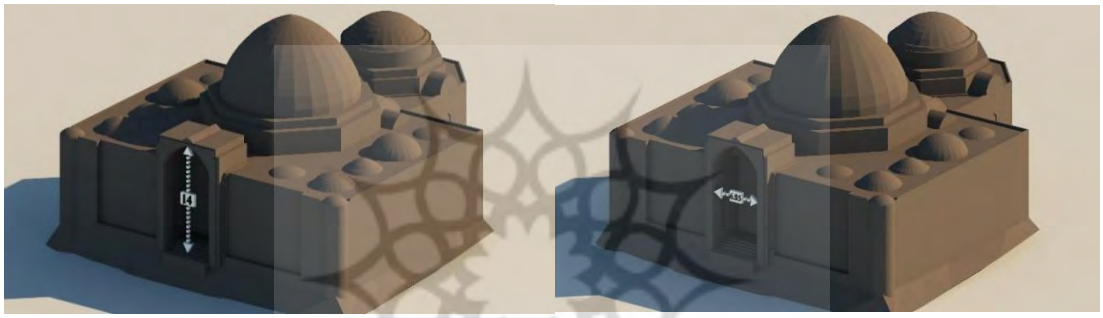
عنصر معماری	مقدار تقریبی	نسبت عددی	توضیح
دهانه ایوان اصلی	۱۲ متر	۱/۲ با ارتفاع	تناسب عمودی سنتی ایرانی
ارتفاع گنبدخانه	۲۴ متر	۱/۲با قطر گنبد	پیروی از نسبت شعاع—ارتفاع
عرض دالان‌های جانبی	۵ متر	۵/۸ با دهانه میانی	نسبت کاربردی در سبک آذری
زاویه مقرنس‌ها	۴۵°، ۶۰°، ۷۲°	تقسیمات دایره‌ای متقارن	مطابق با ترسیمات کاشانی
قطر قوس پیشانی	۸/۲ متر	هماهنگ با الگوهای قوس‌بندی در مفتاح‌الحساب	تطبیق عددی—فرمی با نظریه‌های کاشانی

این طبقه‌بندی، الگویی روشن از کاربست مفاهیم ریاضی—عددگرایانه در شکل‌گیری معماری سنتی ارائه می‌دهد. فرم‌ها، نه به‌صورت آزاد، بلکه بر مبنای محاسبه، ترسیم، نسبت دقیق طراحی شده‌اند؛ همان‌گونه که در آثار کاشانی تأکید شده است (Hogendijk & al-Kāshī, 2005).

۴. ۲. ۴. تحلیل پلان، نما و مقطع

ساختار فضایی مسجد کبود تبریز، بیانگر نوعی نظم ریاضی و هندسی است که در سرتاسر پلان، نما و مقطع آن قابل‌تشخیص است. ترکیب فضایی بنا حول محور تقارن شمالی—جنوبی شکل‌گرفته و گنبدخانه مرکزی به‌عنوان نقطه تمرکز معماری، در مرکز این ساختار جای گرفته است. ایوان‌های جانبی و شبستان‌های اطراف، به‌گونه‌ای در پیرامون گنبدخانه جانمایی شده‌اند که ترکیب کلی پلان را از منظر تعادل بصری و تناسبات عددی منسجم ساخته‌اند.

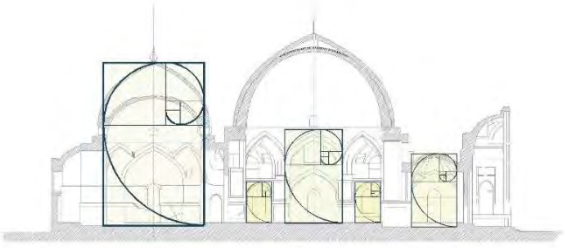
در تحلیل پلان مشخص شد که تناسبات موجود میان دهانه‌های فضایی و ارتفاع آن‌ها از الگوهای عددی مشخصی پیروی می‌کنند. برای نمونه، نسبت دهانه گنبد به ارتفاع آن حدود ۱/۲ است و عرض ایوان نسبت به دهانه آن نزدیک به ۳/۵ می‌باشد. چنین تناسباتی نه‌تنها در معماری ایرانی سابقه دارند، بلکه با آنچه کاشانی در رساله مفتاح‌الحساب به‌عنوان قواعد عددی پایدار معرفی می‌کند، هم‌راستاست .برای وضوح بیشتر، (شکل ۶) نسبت عرض به ارتفاع ایوان ورودی مسجد کبود را به‌صورت سه‌بعدی نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، این نسبت حدود ۱/۲ است که از تناسبات رایج در معماری آذری و مورد تأکید در منابع ریاضی اسلامی است.



شکل ٦ . اندازه‌ی دهانه و ارتفاع ایوان ورودی مسجد کبود تبریز

نمای خارجی بنا نیز دارای ترکیب متقارن و هدفمندی است. ارتفاع‌گیری گنبد و آرایش قوس‌های ایوان، در کنار خطوط افقی و عمودی منظم، حالتی از توازن هندسی را ایجاد کرده‌اند. به‌ویژه کاربرد قوس‌های جناقی و تیزه دار، ساختار نما را به الگویی قابل‌تحلیل از منظر فرم و نسبت تبدیل کرده است. تکرار و تعادل در ابعاد و اجزای نما، گویای آن است که طراح بنا به‌دقت در تنظیم روابط بین اجزا بر اساس عدد و تناسب واقف بوده است.

در مقطع عرضی بنا، دوپوسته بودن گنبد و تنظیم ارتفاع آن دررابطه‌با شعاع و دهانه، ساختاری کاملاً حساب‌شده و متوازن پدید آورده است. محاسبه زاویه قوس‌ها، نحوه چینش مقرنس‌ها و سازمان‌دهی عمق فضاها، همگی مؤید بهره‌گیری از الگوهای عددی و هندسی است. این تحلیل‌ها، به‌ویژه زمانی برجسته می‌شوند که با فرمول‌های محاسباتی و مثلثاتی ارائه‌شده در آثار کاشانی مقایسه شوند؛ جایی که تعیین طول قوس، شعاع دایره و ارتفاع احجام، در قالب الگوریتم‌های مشخص ریاضی ارائه شده‌اند (شکل ۷).

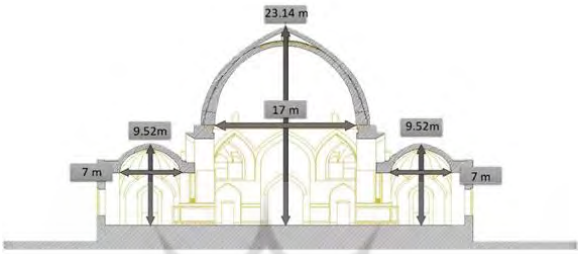


شکل ۷. وجود نسبت طلایی در تمام قوس های مسجد کبود تبریز

در مجموع، آنچه در تحلیل پلان، نما و مقطع مسجد کبود تبریز مشهود است، وجود یک دستگاه فکری منسجم در پس فرم‌هاست؛ دستگاهی که بر پایهٔ درک دقیق از نسبت، تقارن و نظم عددی استوار است. این رویکرد در سنت معماری اسلامی، و به‌ویژه در سبک آذری، نه‌تنها بازتابی از زیبایی‌شناسی فرمی، بلکه جلوه‌ای از ریاضیات عملی در طراحی معماری به شمار می‌رود.

۴. ۲. ۵. تحلیل تناسبات عددی در گنبدخانه مسجد کبود تبریز و تطبیق آن با نظریات کاشانی

در فرایند تحلیل عددی ابعاد گنبدخانه مسجد کبود تبریز، دو نسبت مهم استخراج شده‌اند که به‌وضوح نشان‌دهندهٔ انسجام هندسی در طراحی این فضا هستند. در این اندازه‌گیری‌ها، ارتفاع گنبدخانه از کف زمین تا نوک گنبد محاسبه شده است و دهانه گنبدخانه بدون درنظرگرفتن ضخامت دیوارها در نظر گرفته شده است (شکل ۸).



شکل ۸ . اندازه‌گیری ارتفاع و دهانه‌ی گنبدخانه اصلی و فضاهای کناری گنبدخانه اصلی

- نسبت ارتفاع به دهانهٔ گنبدخانه اصلی:

$$23.14 \div 17 \approx 1.3611$$

- نسبت ارتفاع به دهانهٔ فضاهای جانبی (دو دهانهٔ کناری):

$$9/52 \div 7/03 \approx 1.3541$$

مقایسهٔ این دو نسبت نشان می‌دهد که اختلاف میان آن‌ها تنها حدود ۰/۰۰۷ است (≈۰/۵٪)، که در محدوده‌ی خطای اجرایی بسیار ناچیز بوده، می‌توان آن‌ها را عملاً یکسان در نظر گرفت. این هم‌سانی عددی، مؤید وجود الگویی تکرارشونده، هوشمندانه در طراحی سازه‌ای گنبدخانه است. نسبت حاصل (≈۱/۳۵۵) در بین تناسبات کلاسیک معماری اسلامی، به نسبت ۴/۳ (۱/۳۳۳)، همچنین ۲۷/۲۰ (۱/۳۵) بسیار نزدیک است؛ دو نسبتی که در منابع تاریخی معماری، متون ریاضی اسلامی از جمله آثار کاشانی، شناخته‌شده، پرکاربرد بوده‌اند.

در اثر مهم غیاث‌الدین جمشید کاشانی، یعنی مفتاح‌الحساب، فصل‌هایی به هندسهٔ عملی، محاسبات ساختاری اختصاص‌یافته که در آن‌ها روش محاسبه حجم، سطح، نسبت‌های موردنیاز برای طراحی احجام معماری — مانند منشور، نیمکره، استوانه، گنبد — با زبانی ساده برای مهندسان، معماران آموزش‌داده‌شده است. در باب نهم این کتاب، کاشانی به‌صراحت به نسبت‌های متداول در تبدیل صفحهٔ دایره به گنبد کامل یا نیم‌گنبد اشاره می‌کند، در محاسبهٔ ارتفاع گنبد نسبت به دهانه، از نسبت‌هایی مانند ۱/۱، ۳/۴، ۲/۳ استفاده می‌کند. او تأکید می‌کند که برای پایداری سازه، هماهنگی بصری، استفاده از نسبت‌های ساده اما هندسی (قابل ترسیم با پرگار، خط‌کش) بهتر از استفاده از نسبت‌های پیچیده یا تجربی است.

در همین راستا، نزدیکی نسبت ۲۳.۱۴/۱۷، ۹.۵۲/۷ به مقدار پیشنهادی ۴/۳ (و به‌طور خاص ۲۷/۲۰) در مفتاح‌الحساب، می‌تواند نشان‌دهنده‌ی تأثیر مستقیم یا غیرمستقیم نظریات کاشانی در ساختار گنبدخانه مسجد کبود تبریز باشد؛ به‌ویژه در دوره‌ای که این

مفاهیم ریاضی از طریق رسائل عملی، آموزش استاد–شاگردی، مراکز علمی مانند رصدخانه سمرقند در سراسر جهان اسلام منتشر شده بود.

جدول ٤. مقایسه تناسبات عددی و هندسی در بخش‌های مختلف مسجد کبود تبریز با نسبت‌های نظری مطرح‌شده در آثار غیاث‌الدین جمشید کاشانی

بخش مورد تحلیل	نسبت عددی در مسجد کبود	نسبت‌های نظری در آثار کاشانی (مفتاح‌الحساب)	درصد اختلاف تقریبی
گنبدخانه اصلی	۲۳/۱۷	۴/۳ (۱/۳۳)	٪ ۰/۴
فضاهای جانبی	۹.۵/۷	۲۷/۲۰ (۱/۳۵)	٪ ۰/۵
ایوان ورودی	۲/۳	۴ /۳ (۱/۳۳)	٪ ۰/۲
محور طولی شبستان	۴ / ۵	۴ / ۵	٪ ۰

از منظر معماری، نسبت حدود ۱/۳۵ برای ارتفاع به دهانه، نه‌تنها ثبات سازه‌ای لازم را در گنبدهای دوپوسته تیموری فراهم می‌آورد، بلکه از دیدگاه بصری نیز منجر به فرمی متعادل، قوس‌دار و صعودی می‌شود که هم به‌لحاظ عرفانی و هم فنی، ساختار مطلوبی را ایجاد می‌کند. این انتخاب عددی، بیانگر درکی ژرف از ریاضیات کاربردی در طراحی فضایی است.

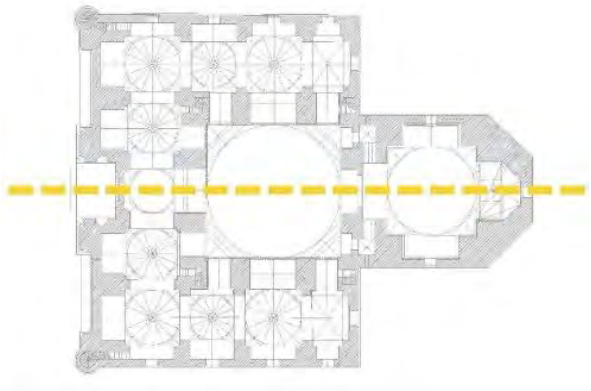
۴. ۲. ۶. تحلیل پلان و سازمان فضایی

در طراحی پلان مسجد کبود تبریز، یکی از اصول بنیادین سبک آذری به‌وضوح نمایان است: تقارن محوری و سازمان‌دهی مرکزگرا. گنبدخانهٔ اصلی در نقطهٔ میانی پلان قرار گرفته و ساختار فضایی پیرامونی آن به شکل متقارن نسبت به محور طولی بنا توسعه‌یافته است. همان‌طور که در تصویر مشاهده می‌شود، فضاهای جانبی در راست و چپ گنبدخانه با نظمی موزون، در قالب واحدهای مشابه، شکل‌گرفته‌اند؛ امری که نه‌تنها بیانگر رویکرد مهندسی دقیق در طراحی فضاست، بلکه حامل بار مفهومی و عرفانی عمیقی نیز هست.

تقارن در پلان این مسجد به‌گونه‌ای اجرا شده که جریان حرکتی، بصری و حتی آکوستیکی در راستای محور قبله، به‌صورت هماهنگ و متعادل صورت می‌گیرد. این سازمان‌دهی فضایی را می‌توان مصداقی از اصل «نظم در کثرت» دانست که در معماری اسلامی نقش نمادین مهمی ایفا می‌کند. مرکزیت گنبدخانه و تکرار ریتمیک فضاهای جانبی به‌صورت لایه‌های متحدالمرکز، الگویی از سیر از کثرت به وحدت را القا می‌کنند که در اندیشهٔ اسلامی و ریاضی سنتی جایگاهی ویژه دارد (شکل ۹).

این نوع سازمان‌دهی نه‌تنها به دلایل زیبایی‌شناختی یا سازه‌ای اتخاذ نشده، بلکه می‌توان آن را در راستای آموزه‌های ریاضی کاشانی نیز تفسیر کرد. در مفتاح‌الحساب، غیاث‌الدین جمشید کاشانی بر استفاده از تقارن، نسبت‌های ساده و تقسیم‌بندی‌های مرکزگرا تأکید می‌کند و آن را راهی برای رسیدن به تعادل و وحدت در فرم‌های معماری می‌داند. به‌ویژه در تحلیل‌های او بر اشکال دایره‌ای و چندضلعی، تقسیم‌بندی‌های منظم هندسی با مرکز ثابت یکی از محورهای اصلی است که در طراحی گنبدخانه‌های سبک آذری، از جمله مسجد کبود، نمود عملی یافته‌اند.

بنابراین، تقارن در پلان مسجد کبود تبریز را می‌توان نه‌فلک نشانه‌ای از مهارت معماری، بلکه تجلی عینی از مفاهیم ریاضی و فلسفی مطرح‌شده در آثار کاشانی دانست؛ مفاهیمی که در پیوند فرم با عدد، و ساختار بامعنا، نقش دارند.



شکل ۹. تقارن محوری در پلان مسجد کبود تبریز

۵. بحث

تحلیل عددی ابعاد معماری مسجد کبود تبریز با تمرکز بر گنبدخانهٔ اصلی و فضاهای جانبی آن، حاکی از بهره‌گیری از الگوهای دقیق و تکرارشوندهٔ هندسی در طراحی ساختار است. داده‌های برداشت‌شده از پلان و مقاطع بنا، دو نسبت کلیدی را در فضای گنبدخانه نشان می‌دهد: نسبت ارتفاع به دهانه در فضای مرکزی برابر با ۲۳ به ۱۷ و در دهانه‌های جانبی برابر با ۹.۵ به ۷ است. محاسبه‌ی دقیق این نسبت‌ها نتایج زیر را به دست می‌دهد:

$$23/14 \div 17 \approx 1.3611 \qquad 9/52 \div 7.03 \approx 1.3541$$

این دو نسبت، با اختلافی کمتر از ۰/۵ ٪، به‌شدت به یکدیگر نزدیک‌اند و می‌توان آنها را از نظر معماری، تناسبی تکرارشونده و نظام‌مند دانست. این الگوی تکرارشده از نظر ساختاری و زیبایی‌شناختی به تعادل فضایی می‌انجامد و با مفاهیم «تناسب» و «نظم عددی» در ریاضیات سنتی مطابقت دارد.

در بررسی تطبیقی با نظریات غیاث‌الدین جمشید کاشانی، به‌ویژه در مفتاح‌الحساب، تأکید خاصی بر استفاده از نسبت‌های ساده، قابل ترسیم هندسی همچون ۴/۳, ۳/۲, ۲۷/۲۰ دیده می‌شود. نسبت تقریبی به‌دست‌آمده در گنبدخانه‌ی مسجد کبود (≈۱/۳۵۵) با نسبت ۲۷/۲۰ (۱.۳۵) بسیار نزدیک است, که در فصل نهم مفتاح‌الحساب در قالب مثال‌هایی برای محاسبه‌ی حجم, ارتفاع احجام کروی, استوانه‌ای معرفی شده است.

از منظر آماری، این انطباق عددی را می‌توان نوعی هم‌پوشانی عملکردی و نظری دانست. جدول ۵، مقایسهٔ نسبت‌های معماری برداشت‌شده از مسجد کبود با نسبت‌های پیشنهادی کاشانی را نشان می‌دهد:

جدول ۵. مقایسه نسبت‌های معماری برداشت شده از مسجد کبود با نسبت‌های پیشنهادی کاشانی

عنصر معماری	نسبت اندازه‌گیری‌شده	مقدار تقریبی	نسبت‌های قابل‌تطبیق در مفتاح‌الحساب
ارتفاع/دهانه گنبدخانه اصلی	۲۳.۱۴/۱۷	≈۱/۳۶۱۱	(۱/۳۳۳)۴/۳ – (۱/۳۵)۲۷/۲۰
ارتفاع/دهانه گنبدخانه جانبی	۹.۵۲/۷	≈۱/۳۵۴۱	

نتایج فوق نشان می‌دهد که انتخاب این نسبت‌ها به‌صورت آگاهانه و یا در قالب سنت‌های تثبیت‌شدهٔ مهندسی صورت‌گرفته است که می‌تواند بازتابی از انتقال آموزه‌های ریاضی کاشانی در بستر عملی معماری باشد. ازآنجاکه کاشانی در آثار خود بر سادگی محاسبه، تکرارپذیری، و انتقال‌پذیری مفاهیم ریاضی به سازندگان تأکید دارد، می‌توان چنین تطبیق‌هایی را نه فقط تصادفی، بلکه واجد پشتوانهٔ نظری و آموزشی دانست.

به‌طورکلی، تجزیه‌وتحلیل داده‌های ابعادی مسجد کبود، نه‌تنها بر استفادهٔ مکرر از نسبت‌های دقیق و هماهنگ در اجزای مختلف گنبدخانه دلالت دارد، بلکه زمینهٔ تطبیق این نسبت‌ها با نظریات ریاضی مطرح‌شده در منابع تاریخی را نیز فراهم می‌کند. این رویکرد تطبیقی، مسیر جدیدی را برای پژوهش‌های آینده در تحلیل عددی معماری اسلامی هموار می‌سازد.

یافته‌های عددی به‌دست‌آمده از تحلیل گنبدخانهٔ مسجد کبود تبریز، وجود نوعی هماهنگی ریاضی در ابعاد فضایی را آشکار می‌سازد. نسبت‌های تقریبی ۲۳/۱۷ و ۹.۵/۷، با اختلافی بسیار ناچیز، نشان‌دهنده‌ی الگوی طراحی واحد و تکرارشونده در فضای گنبدخانه و فضاهای جانبی هستند. نزدیکی این نسبت‌ها به مقادیر پیشنهادی در متون ریاضی اسلامی، به‌ویژه مفتاح‌الحساب، نشان می‌دهد که اصول عددی کاشانی می‌توانند در فرآیند شکل‌گیری سازه‌های معماری مورد استفاده قرار گرفته باشند.

بر اساس فصل‌های نهم و دهم مفتاح‌الحساب، کاشانی تأکید دارد که نسبت‌های عددی در طراحی احجام، باید نه فقط از نظر ساختاری مؤثر، بلکه از نظر درک بصری و معنوی نیز متوازن باشند. توصیهٔ او به بهره‌گیری از نسبت‌های ساده و هندسی، نظیر ۴/۳یا ۲۷/۲۰، دقیقاً با نسبت‌هایی که در پلان مسجد کبود یافت شده‌اند، تطبیق دارد. این هماهنگی، امکان تأثیرپذیری مستقیم یا غیرمستقیم معماران این دوره از آموزه‌های ریاضی کاشانی را تقویت می‌کند.

از منظر زیبایی‌شناسی نیز، تکرار نسبت‌های همسان در فضاهای پیرامون گنبدخانه، نوعی ریتم فضایی ایجاد می‌کند که هم درک بصری هماهنگ‌تری برای مخاطب می‌سازد، و هم با مفهوم «نظم در کثرت» در معماری اسلامی هم‌خوان است. به‌ویژه آنکه در سنت عرفانی اسلام، مرکزیت گنبد و تقارن فضایی، با مفاهیم توحید و سیر الی الله پیوند دارد. این نگرش در نظریات کاشانی که عدد را نه‌تنها ابزار سنجش، بلکه نشانه‌ای کیهانی از نظم الهی می‌داند، به‌وضوح انعکاس یافته است.

همچنین، از منظر کارکردی، بهره‌گیری از نسبت‌های ساده در طراحی، فرایند اجرا و بازتولید فرم‌ها را نیز تسهیل می‌کرده است. چنان‌که کاشانی خود هدف تألیف مفتاح‌الحساب را آموزش عملی به استادکاران و مهندسان ذکر می‌کند، می‌توان فرض کرد که اصول ارائه‌شده در این اثر در محیط‌های اجرایی معماری، به‌ویژه در دربارهای تیموری، رایج بوده‌اند.

در مجموع، نتایج پژوهش حاضر نشان می‌دهد که در طراحی مسجد کبود تبریز، استفاده از تناسبات عددی معنادار نه فقط از لحاظ زیبایی‌شناختی، بلکه از نظر نظریات ریاضی و فلسفی ریشه‌دار بوده است. پیوند میان ریاضیات کاشانی و ساختارهای سبک آذری، مصداقی روشن از کاربرد ریاضیات مقدس در فرم معماری اسلامی است؛ فرمی که از عدد آغاز می‌شود و به معنا ختم می‌شود.

۶. نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر باهدف تحلیل نقش ریاضیات غیاث‌الدین جمشید کاشانی در ساختارهای هندسی معماری سبک آذری، به‌ویژه در مسجد کبود تبریز، انجام شد. این مطالعه تلاش کرد با بهره‌گیری از روش توصیفی–تحلیلی و رویکرد کمی، پیوند میان نظریه‌های عددی کاشانی و نسبت‌های فضایی به‌کاررفته در طراحی معماری اسلامی را بررسی کند.

در بخش‌های نظری، مشخص شد که کاشانی در کتاب مفتاح‌الحساب، ریاضیات را نه فقط به‌عنوان دانشی محاسباتی، بلکه به‌عنوان ابزاری کاربردی و فلسفی درک کرده است. وی در آثار خود به بیان روش‌های دقیق برای اندازه‌گیری و تناسبات در احجام معماری پرداخته و بر استفاده از نسبت‌های ساده، منظم و هندسی تأکید کرده است.

تحلیل عددی مسجد کبود تبریز، با تمرکز بر گنبدخانهٔ اصلی، فضاهای جانبی آن، نشان داد که نسبت ارتفاع به دهانه در هر دو بخش اصلی، فرعی (به ترتیب ۲۳/۱۷, ۹.۵/۷) بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند, مقدار آن‌ها تقریباً برابر با ۱/۳۵ است. این مقدار با نسبت‌های شناخته‌شده‌ی مطرح‌شده در مفتاح‌الحساب, از جمله ۴/۳, ۲۷/۲۰, هم‌راستا است, این هم‌پوشانی را می‌توان نشانه‌ای از تأثیر دیدگاه‌های ریاضی کاشانی در طراحی فضایی این بنا دانست.

از سوی دیگر، ساختار پلان مسجد کبود نیز با تأکید بر تقارن محوری، مرکزیت گنبدخانه و تکرار فضایی متناسب در پیرامون آن، با مفاهیم ریاضی–فلسفی مطرح‌شده در اندیشهٔ اسلامی هماهنگ است؛ جایی که عدد، فرم و معنا در قالب هندسه‌ای مقدس به وحدت می‌رسند.

بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که سبک آذری در اوج دوران خود، نه‌تنها تجلی سلیقهٔ هنری و اجرایی معماران ایرانی، بلکه بازتابی عمیق از نظام دانشی و ریاضی حاکم بر فضای علمی آن دوران بوده است. یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد که آثار کاشانی، به‌ویژه در حوزهٔ تناسبات عددی، می‌توانند ابزار مهمی برای تحلیل علمی‌تر معماری اسلامی باشند و زمینه‌ساز بازآفرینی دیجیتال و تفسیر ساختاری بناهای تاریخی محسوب شوند.

جدول ٦. جمع‌بندی یافته‌های پژوهش درباره مسجد کبود تبریز و نسبت آن با نظریات کاشانی

محور تحلیل	یافته‌های معماری مسجد کبود تبریز	تطبیق با نظریات کاشانی (مفتاح‌الحساب و سایر آثار)	نتیجه‌گیری
تناسبات عددی گنبدخانه	نسبت ارتفاع به دهانه گنبد ≈ ۱/۳۵ (۲۳/۱۷و ۷ /۹.۵)	نزدیک به نسبت‌های ۴/۳ (۱/۳۳۳) و ۲۷/۲۰ (۱/۳۵)	انطباق مستقیم با تناسبات پیشنهادی کاشانی
ایوان ورودی	نسبت عرض به ارتفاع ایوان ≈ ۱/۲	نسبت ۱/۲ از نسبت‌های بنیادی معماری اسلامی و مطرح‌شده در منابع ریاضی	پیوند مستقیم میان سنت اجرایی و الگوهای عددی
تقارن و مرکزیت پلان	سازمان‌دهی مرکزگرا حول گنبدخانه با تقارن محوری	تأکید کاشانی بر تقسیمات دایره‌ای و مرکز ثابت در ترسیم هندسی	بازتاب نگاه فلسفی–ریاضی به «وحدت در کثرت»
تزیینات هندسی	استفاده از چندضلعی‌های منتظم، ستاره‌ای و تقسیمات زاویه‌ای (۴۵°، ۶۰°، ۷۲°)	قواعد ترسیم چندضلعی‌ها و تقسیم دایره در مفتاح‌الحساب	کاربست عملی نظریات ترسیمی کاشانی در تزیینات
بُعد فلسفی–معنوی	هماهنگی بصری و ریتم فضایی در تکرار تناسبات	عدد به‌عنوان زبان نظم الهی در فلسفهٔ اسلامی	معماری به‌عنوان تجلی ریاضیات قدسی

۷. منابع

Akbari, M., & Ashrafi, F. (2014). The Role of Ghiyath Al-Din Jamshid Kashani in Mathematics Education and Computational Mathematics (In Persian). Journal of Mathematical and History of Science Research, 3(2), 25–45. https://www.magiran.com/p1572414

Bagheri, M. (1997). A newly found letter of al-Kāshī on scientific life in Samarqand. Historia Scientiarum, 7(2), 137–152. https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S031508609692145X

Baumer, W. H. (1971). Science and Civilization in Islam. Cambridge, MA: Harvard University Press. https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003936817190032X

Bohloul, M. (2012). Translation of the treatise 'Sullam al-Samaa' by Ghiath al-Din Jamshid al-Kashi (In Persian). Tehran: Institute for Humanities and Cultural Studies. http://noo.rs/TmH7H

Boyer, C. B., & Merzbach, U. (2011). A History of Mathematics. New York: Wiley. https://www.hlevkin.com/hlevkin/90MathPhysBioBooks/mathHistory/Boyer-AHistoryOfMathematics.pdf

Dold-Samplonius, Y. (1992). Practical Arabic Mathematics: Measuring the Muqarnas by al-Kāshī. Centaurus, 35(2), 97–127. https://doi.org/10.1111/j.1600-0498.1992.tb00699.x

Dold-Samplonius, Y. (2000). Calculation of Arches and Domes in 15th Century Samarkand. Nexus Network Journal, 2(3), 45–59. Calculation of Arches and Domes in 15th Century Samarkand by Yvonne Dold-Samplonius for the Nexus Network Journal vol.2 no.3 July 2000

Fallahi, M., Mirriyahi, S., Soltanzadeh, B., & Raeis-Samii, M. (2020). The role of Trigonometric Rules in Iranian Architectural Elements From Al'Kashi's Perspective (In Persian). Journal of Philosophy of Science, 26(2), 129–152. https://www.magiran.com/p2200426

Fallahi, M., Mirriyahi, S., Soltanzadeh, B., & Raeis-Samii, M. (2022). Comparison of Timurid vault and dome using computational methods of Al'Kashi models: the case of Goharshad Mosque, Mashhad (In Persian) .Journal of History of Science, 32(1), 77–99. https://www.magiran.com/p2487284

Ghouchani, R., Gholizade, A., & Sobouti, Y. (2023). Geometric Patterns Used in the Architecture of Kaboud Mosque. Journal of Islamic Art Studies, 12(2), 201–220. https://search.trdizin.gov.tr/en/yayin/detay/1303100/geometric-patterns-used-in-the-architecture-of-kaboud-mosque-in-tabriz-iran

Ghouchani, M., Gholizade, F., & Sobouti, H. (2023). Geometric patterns used in the architecture of Kaboud Mosque in Tabriz, Iran. Gazi University Journal of Science, 36(3), 1181–1196. https://dergipark.org.tr/en/download/article-

Hogendijk, J. P. (2003). Bibliography of mathematics in medieval Islamic civilization. Tehran: Iranian Institute of Philosophy. https://dspace.library.uu.nl/bitstream/handle/1874/19619/hogendijk_00_islamic_mathematics.pdf;sequence=1

Mashayekh, A. (2005). Wisdom in Art: Mathematics in Islamic Architecture in Iran. In Proceedings of Bridges: Mathematical Connections in Art, Music, and Science (pp. 331–338). https://archive.bridgesmathart.org/2005/bridges2005-331.html#gsc.tab=0

Necipoğlu, G. (1996). The Topkapi Scroll: Geometry and Ornament in Islamic Architecture. Santa Monica, CA: Getty Center. https://www.amazon.com/Topkapi-Geometry-Ornament-Architecture-Sketchbooks/dp/0892363355

Nemati-Babaylou, F., & Motmaen, H. (2023). Typology of the tileworks in Mozaffariyeh (Kaboud) Mosque of Tabriz in the context of studying the design and making traditions. Journal of Islamic Crafts, 7(2), 107–122. http://jih-tabriziau.ir/article-1-193-fa.html

Saliba, G. (2007). Islamic Science and the Making of the European Renaissance. Cambridge, MA: MIT Press. https://doi.org/10.7551/mitpress/3981.003.0001

Zamani, F., Ekhtiari, A., & Fattahi, A. (2023). Descriptive and Analytical Study of the Structure and Elements of Muqarnas according to the Fourth Article of the Ninth Chapter of Al-Kashi's Meftah el-Hessab Treatise (In Persian). Journal of Iranian Architecture Studies, 14(1), 91–108. https://www.magiran.com/p2663375

Zamani Z, Fattahi K, Ekhtiari M. (2024). Studying Muqarnas Typology and Its Fundamental Components according to Al-Kāshi's Meftāh-ol- Hessāb Treatise (In Persian). Golestan-e Honar; 8 (2) :104-93. http://golestanehonar.ir/article-1-425-fa.html

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی