

Determination of Obliquity of the Ecliptic by Observing Solstices in Medieval Islam

Younes Karamati¹ 

1. Institute for the History of Science, University of Tehran, E-mail: ykaramati@ut.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received: 13 March 2025
Revised: 8 September 2025
Accepted: 13 September 2025
Published online: 16 September 2025

Keywords:
The Obliquity of the Ecliptic, Trepidation, The Accession and Recession, Biruni, Khujandi, Fakhri Sextant, Abu al-Fazhl Hirawi

ABSTRACT

The Obliquity of the Ecliptic (in the terms of Islamic astronomy: *Meyl a'zam / Kolli*, literally: the greatest / total declination [of the sun]) is one of the important astronomical parameters for which numerous observations have been made in Medieval Islam to determine it. The most reliable method for this task, according to ancient scholars, was to find the maximum and minimum annual meridian solar altitudes (by observing meridian solar altitudes on a few days close to the summer and winter solstices) and to calculate half the difference between the two. Most of these observations were made with a large brick quadrant known as a *libna*, in some cases with metal graduated rings of various sizes, and in at least two cases with a very large brick sextant, known as the *Fakhri Sextant*. Some Islamic astronomers, such as Khujandi, considered the obliquity to have a decreasing trend, and some others (mostly in Andalusia) considered its changes to be oscillating, following the incorrect assumption known as Trepidation / “The Accession (Iqbal) and Recession (Idbar).” But some, such as Biruni and Ibn al-Shatir, attributed the difference in the results of the observations to the error of the observational instruments and / or the observer (especially about Khujandi and Abu al-Fazhl Hirawi). Hence, many astronomers have pointed out different values obtained for the Obliquity, and Biruni has provided a more or less chronological list of the Obliquity observations up to his time. The present survey presents, for the first time, an analytical and chronological list of these observations with numerous considerations on some details and points related to these observations.

Cite this article: Karamati, Y. (2025). Determination of Obliquity of the Ecliptic by Observing Solstices in Medieval Islam. *Journal for the History of Science*. 23 (1), 173-202. (in Persian)



DOI: <https://doi.org/10.22059/jihs.2025.392094.371822>

© The Author(s).

Publisher: University of Tehran Press

اندازه‌گیری میل اعظم (میل دایرة البروج) با رصد انقلابین در دوره اسلامی

یونس کرامتی^۱۱. پژوهشکده تاریخ علم دانشگاه تهران، رایانامه: ykaramati@ut.ac.ir

چکیده

اطلاعات مقاله

میل اعظم یا میل کَلّی (برابر با میل دایرة البروج) یکی از پارامترهای مهم نجومی است که در دوره اسلامی رصدهایی پرشمار برای اندازه‌گیری آن به انجام رسیده است. معتبرترین روش برای این کار از نظر دانشوران کهن، یافتن بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی سالانه خورشید (با رصد ارتفاع نیم‌روزی خورشید در چند روز نزدیک به انقلاب تابستانی و زمستانی) و محاسبه نصف تفاضل این دو بود. رصدهایی پرشمار بدین شیوه انجام شده است. بیشتر این رصدها با ربعی خشتی و بزرگ مشهور به لینه، در شماری از موارد با حلقه‌های مدرج فلزی در اندازه‌های مختلف، و دست‌کم در دو مورد با سدسی بسیار بزرگ از خشت، مشهور به سدس فخری انجام شده است. شماری از اخترشناسان دوره اسلامی، همچون خجندی، میل را دارای روندی کاهشی می‌دانستند و شماری دیگر (بیشتر در اندلس) با پیروی از فرض نادرست نامور به «اقبال و ادبار فلک» تغییرات آن را نوسانی می‌پنداشتند. اما شماری نیز، همچون ابوریحان بیرونی و ابن شاطر تفاوت در نتایج رصدها را به خطای ابزارهای رصدی و رصدگر (به ویژه درباره خجندی و ابوالفضل هروی) نسبت می‌دادند. از این رو بسیاری از اخترشناسان به مقدرهای متفاوت یافته‌شده برای میل اعظم اشاره کرده‌اند و بیرونی میل اعظم، میل کَلّی، اقبال و سیاهه‌ای کمابیش گاه‌نگارانه از رصدهای میل اعظم تا روزگار خود فراهم آورده است. جستار حاضر برای ادبار، ابوریحان بیرونی، خجندی، نخستین بار فهرستی تحلیلی و گاه‌نگارانه از این رصدها را با ملاحظاتی پرشمار درباره برخی دقیق و نکات سدس فخری، ابوالفضل هروی مرتبط با این رصدها عرضه می‌کند.

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۲۳

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۶/۱۷

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۲۲

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۶/۲۵

کلیدواژه‌ها:

استناد: کرامتی، یونس (۱۴۰۴). اندازه‌گیری میل اعظم (میل دایرة البروج) با رصد انقلابین در دوره اسلامی. تاریخ علم، ۲۳ (۱)، ۱۷۳-۲۰۲.

DOI: <https://doi.org/10.22059/jihs.2025.392094.371822>

ناشر: مؤسسه انتشارات دانشگاه تهران. © نویسندگان.

میل^۱ (نشان امروزی آن: δ) یکی از دو مختصه^۲ مشخص کننده جایگاه اجرام آسمانی در دستگاه مختصات استوایی^۳ و برابر با فاصله زاویه‌ای جرم آسمانی با استوای سماوی (= صفحه دایره استوای کره زمین) و در واقع معادل آسمانی عرض جغرافیایی است. «میل اعظم» یا «میل کلی» (نشان امروزی آن: ε) نیز بیشینه [قدر مطلق] میل خورشید در حرکت ظاهری سالانه خود (یعنی میل آن در لحظه دو انقلاب تابستانی و زمستانی) و برابر با زاویه میان استوای سماوی و دایره البروج است (بیرونی، تحدید، ۸۸؛ همو، القانون، ۳۶۱). امروزه این زاویه را میل دایره البروج^۴ (در واقع «انحراف محوری»^۴ / «زاویه میان محورهای چرخش زمین گرد محور خود و گردش آن گرد خورشید») نامند.

با توجه به تنظیم جدول میل خورشید در زیج‌ها بر پایه مقدار میل اعظم، رصدگرانی که می‌خواستند برنامه‌ای رصدی، دست‌کم برای خورشید در پیش گیرند، کار را با اندازه‌گیری میل اعظم آغاز می‌کردند. نسوی بر آن بود که هر که خواهد به رصد پردازد کار را با ساخت ابزاری برای اندازه‌گیری میل اعظم آغاز می‌کند (الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۰۹ پ؛ همان، دست‌نویس لایدن، ۵۰ پ؛ see also: Schirmer, 43) و ابن یونس نیز بر آن بود که نخست باید میل اعظم و پس از آن تعدیل شمس (و از جمله حرکت وسط خورشید) را اندازه گرفت (گ ۲ پ؛ see also: Sayılı, 78).

برای اندازه‌گیری میل اعظم بی‌نیاز از عرض جغرافیایی رصدگاه، دو روش به کار می‌رفت:

الف) اندازه‌گیری بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی سالانه خورشید در رصدگاهی با عرض جغرافیایی کمتر از $66;30^\circ$ شمالی / جنوبی^۵، با رصد ارتفاع نیم‌روزی خورشید در چند روز نزدیک به انقلاب تابستانی و زمستانی^۶. اگر خورشید در این دو روز در یک سوی سمت الرأس باشد (رصدگاهی در مناطق معتدل با عرض جغرافیایی میان $23;30^\circ$ و $66;30^\circ$ شمالی / جنوبی)؛ میل اعظم برابر با نصف اختلاف دو ارتفاع است (نک شکل ۱ و روابط مربوط به آن). اما اگر خورشید در این دو روز در دو سوی سمت الرأس باشد (مناطق گرم‌سیر با عرض جغرافیایی کمتر از $23;30^\circ$ شمالی / جنوبی)؛ میل اعظم نصف مجموع متمم‌های دو ارتفاع است. با این روش عرض رصدگاه نیز پیدا می‌شود.

ب) اندازه‌گیری ارتفاع نیم‌روزی خورشید در یکی از دو انقلاب و ارتفاعی دیگر از خورشید با سمت معلوم در همان روز (درباره بهره‌گیری بیرونی از این روش نک: بیرونی، تحدید، ۷۹-۸۰، ۱۰۹-۱۱۰؛ نیز همو، بیرونی، القانون، ۳۶۴-۳۶۵؛ همو، افراد، ۱۱۳-۱۱۴).

¹. Declination

². Equatorial coordinate system

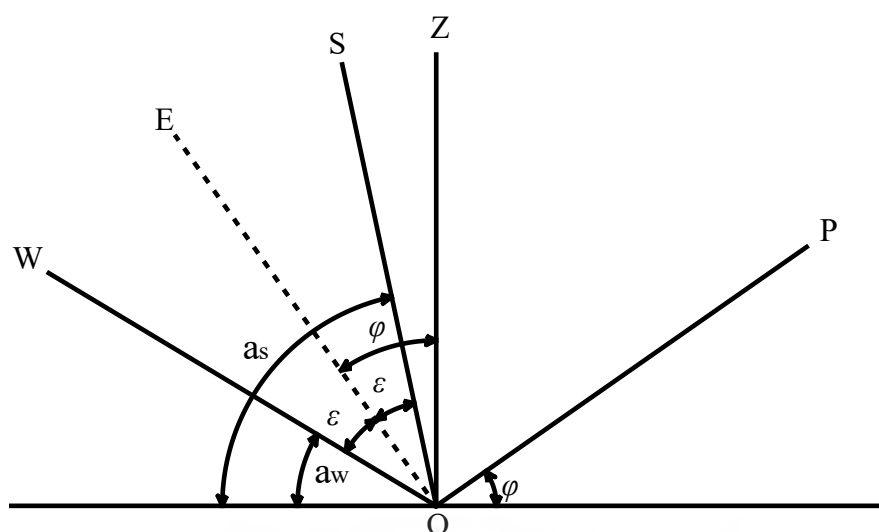
³. obliquity of the ecliptic

⁴. Axial tilt

^۵. زیرا در عرض‌های شمالی‌تر / جنوبی‌تر خورشید در انقلاب زمستانی / تابستانی زیر افق و غیر قابل رصد خواهد بود؛ و البته فراموش

نشود که همه رصد‌های یونانی / هندی / دوره اسلامی در نیم‌کره شمالی و عرض‌های جغرافیایی کمتر از $66;30^\circ$ انجام شده‌اند.

^۶. دست‌کم یکی از این کمینه و بیشینه، یا هر مقدار، با ارتفاع نیم‌روزی خورشید در لحظه انقلاب نزدیک به آن متفاوت خواهد بود.



شکل ۱- یافتن میل اعظم (ε) و عرض جغرافیایی (φ) از ارتفاع‌های نیم‌روزی انقلاب تابستانی و زمستانی

رصدگاه	O
افق رصدگاه	H
سمت الرأس	Z
قطب معدل النهار	P
ارتفاع رأس السرطان ~ ارتفاع نیم‌روزی خورشید در انقلاب تابستانی	a_s
ارتفاع رأس الحمل ~ ارتفاع نیم‌روزی خورشید در اعتدال بهاری / پاییزی	$\angle EOH$
ارتفاع رأس الجدی ~ ارتفاع نیم‌روزی خورشید در انقلاب زمستانی	a_w
میل اعظم	ε
عرض جغرافیایی رصدگر / عرض بلد ($OE \perp OP$)	φ

$$\begin{cases} \varphi + \varepsilon + a_w = 90^\circ \\ \varphi - \varepsilon + a_s = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \varepsilon = \frac{a_w - a_s}{2} \\ \varphi = 90^\circ - \frac{a_w + a_s}{2} \end{cases}$$

در روش دوم، به کارگیری توابع مثلثاتی، خطای محاسباتی و کاهش دقت نتیجه را در پی دارد (درباره افزایش خطای نتیجه رصد در پی به کارگیری توابع مثلثاتی و ریشه n ام نک: بیرونی، تحدید، ۸۸، ۸۰-۸۱) اما در روش نخست چیزی از حساب وارد نمی‌شود [مگر جمع و تفریق و تنصیف (بخش بر ۲)]. از این رو بیشتر اخترشناسان روش نخست را برتر از روش‌های دیگر می‌انگاشتند و آن را به کار می‌بستند (همان، ۸۸؛ خازمی، گ ۳ ر). روش‌هایی دیگر نیز برای اندازه‌گیری میل اعظم به کار می‌رفت که در

آن‌ها کاربرد توابع مثلثاتی و در پی آن خطای محاسباتی از روش دوم نیز بیشتر بود (برای کاربرد این روش‌ها نک: بیرونی، تحدید، ۱۱۷-۱۳۳، ۱۴۶-۱۵۵؛ نیز همو، القانون، ۳۶۶-۳۶۸).
ابن یونس، انتقاد نیریزی از اصحاب ممتحن (اخترشناسان دربار مأمون)، را چنین آورده است:

میل [اعظمی] یافته آنان همان است که تا روزگار ما یافته‌اند و آنان در رصد آن بسیار کوشیده‌اند. گرچه در دیگر رصدهای خود، به دلیل آگاهی اندک از کار، کوتاهی کرده‌اند؛ اما در این رصد به دلیل خوبی ابزار و بزرگی آن و نیز به سبب آسانی کار و امکان یاری گرفتن، کار را به خوبی انجام داده‌اند و این میل $23;35^{\circ}$ است (ابن یونس، گ ۵۰ ر).

بدین سان نیریزی رصد میل اعظم (قاعدتاً با روش نخست) را یکی از آسان‌ترین رصدها و داشتن ابزاری بزرگ و البته دقیق را مهم‌ترین لازمه دقت نتیجه انگاشته است.

دیدگاه دانشوران دوره اسلامی درباره تغییر میل اعظم

کاستی مقدار یافت‌شده برای میل اعظم در رصدهای دوره اسلامی نسبت به رصدهای کهن توجه بسیاری از اخترشناسان دوره اسلامی را به خود جلب کرده بود (برای نمونه نک: خجندی، ۶۷؛ ابن سینا، ۶۵۲؛ و به پیروی از این دو و البته با شواهدی افزوده: نسوی، الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۰ پ-۲۱۱ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، گ ۵۲ ر-۵۲ پ؛ نیز: نصیرالدین طوسی، التذکره، ۱۲۱؛ قطب‌الدین شیرازی، نه‌ایة الادراک، گ ۳۵ ر؛ همو، اختیارات، ۱۸۹؛ همو، التذکره الشاهیه، گ ۱۸ ر؛ خفری، گ ۶۵ پ-۶۵ ر: دربردارنده نکاتی از نسوی) و از این رو شماری از آنان، گویا به امید دستیابی به آهنگ این تغییرات، گزارشی کوتاه یا بلند از رصدهای میل اعظم تا روزگار خود فراهم آورده بودند (برای سیاهه‌ای گاه‌نگارانه از گزارشگران این رصدها نک: کرامتی، «رصد»، ۱۲۸). در پایان شماری از این گزارش‌ها از علت یا علت‌های محتمل تفاوت نتایج رصدها سخن به میان آمده است (نمونه‌هایی خواهد آمد). درازدامن‌ترین این گزارش‌ها از آن بیرونی (در تحدید، ۸۹-۱۰۹، ۱۱۱؛ چکیده و گزیده آن در القانون، ۳۶۳-۳۶۶) است. خازمی^۷، اندکی پس از درگذشت بیرونی، چکیده‌ای از این گزارش فراهم آورده است (گ ۳ پ-۵ ر)^۸. خازمی در این چکیده، جدولی از این رصدها آورده (همان، گ ۴ پ) که «جدول اختلاف میل اعظم» نامیده شده است (همان، گ ۳۸ پ) و به گمان نزدیک به درست، باید همان جدولی باشد که بیرونی در پایان گزارش خود، وعده آن را داده (تحدید، ۱۱۶)^۹ اما در یگانه دست‌نویس شناخته‌شده تحدید نه‌ایات الاماکن نیامده است.

^۷ ابو عبدالله محمد بن احمد سعیدی، اخترشناس سده ۵ ق (درباره وی نک دائرة المعارف بزرگ اسلامی، ذیل «خازمی»)
^۸ از این رو باید خازمی را نخستین بهره‌گیرنده از تحدید نه‌ایات الاماکن و یکی از نخستین پیروان بیرونی در دوره اسلامی انگاشت.
^۹ «و ما سخنان پیش‌گفته را در جدولی یاد می‌کنیم تا با این تکرار از تصحیف هنگام استتساخ برکنار ماند و در یک‌جا گردآید و چشم به یک‌نگاه آن را دریابد».

از روزگار باستان شماری از اخترشناسان و به‌ویژه اخترشماران، برای فلک البروج حرکتی تناوبی در نظر می‌گرفتند که در دوره اسلامی «اقبال و ادبار» نامیده می‌شد. بر پایه این فرض البته نادرست از دیدگاه علم امروز، جایگاه نقاط اعتدال روی دایرة البروج باید حرکتی نوسانی می‌داشت و برخی گمان داشتند که میل اعظم نیز هم‌نوا با آن نوسان می‌کند. در شرق جهان اسلام، ابراهیم بن سنان و ابوجعفر خازن از پیروان نامدار این دیدگاه بودند (خازمی، گ ۳ ر؛ نیز: بیرونی، تحدید، ۱۰۱؛ برای گزارشی تحلیلی از دیدگاه ابراهیم بن سنان نک: خازمی، گ ۳۸-۴۴ ر)؛ هرچند شمار مخالفان آن، به‌ویژه در میان اخترشناسان نامدار، بسیار بیشتر بود. گمان باورمندان به «اقبال و ادبار» آن بود که همه رصد‌های شناخته‌شده در دوره روند کاهشی میل (و افزایش طول دایرة البروجی ثوابت) انجام شده و هنوز نوبت به روند واژگونه نرسیده است (الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۱ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، ۵۲ پ). این دیدگاه در مغرب و اندلس، به‌ویژه پس از ارائه مدل‌های زرقالی برای این حرکت مفروض، رواج بسیار داشت (درباره مدل زرقالی برای نوسان میل دایرة البروج نک: کرامتی، «زرقالی»، ۳۵۲-۳۵۳؛ درباره اقبال و ادبار نک: همان، ۳۵۰-۳۵۱). به گمان ابن سینا پذیرش چنین حرکتی نیازمند افزودن فلکی دیگر میان فلک ثوابت و فلک کل است (ص ۶۵۲-۶۵۳). البته نسوی پس از یادکرد این سخن ابن سینا افزوده است: «همچنین شنیده‌ام که ابن سینا ناممکن نمی‌شمرد که فلک البروج بر دایرة معدل النهار منطبق شود و حتی از آن در گذرد...» (الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۰ پ-۲۱۱ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، گ ۵۲ ر-۵۲ پ؛ نیز نک: نصیرالدین طوسی، التذکره، ۱۲۱، ۱۲۳). شماری از اخترشناسان نیز یادآور شده‌اند که با چنین فرضی آهنگ کاهش میل باید «منظم» (سرعت کاهش آن ثابت) باشد، حال آنکه نتایج رصدها چنین گواهی نمی‌داد (برای نمونه نک: خازمی، گ ۳-۳ پ؛ و به پیروی از او: قطب‌الدین شیرازی، نهایة الادراک، گ ۳۵-۳۵ پ؛ همو، اختیارات، ۱۸۹-۱۹۰؛ همو، التحفة الشاهیة، گ ۱۸-۱۸ پ؛ خفری، گ ۶۶ پ).

شماری از دانشوران دوره اسلامی با توجه به کاهش آشکار اندازه‌های رصدشده میل اعظم در دوره اسلامی نسبت به نتایج رصدهای کهن، میل اعظم را دارای روندی «پیوسته کاهشی» می‌دانستند، بی‌آنکه بخواهند به مدلی همچون اقبال و ادبار بپردازند. برای نمونه، خجندی با یادکرد نتایج رصدهای مفروض هندی (که کهن‌تر از رصدهای یونانی انگاشته می‌شد) و رصدهای اراتوستنس / هیپارخوس و بطلمیوس و اصحاب ممتحن و مقایسه آن با نتیجه کار خود و با اشاره به «نزدیک به نیم درجه کاهش میل» در این بازه زمانی، بر آن بود که این کاهش را نمی‌توان به تفاوت در [دقت] ابزارها نسبت داد، چه اگر چنین بود نتایج باید به‌جای کاهش پیوسته، گاه کم و گاه بیش می‌شد. او سرانجام آورده است که این زاویه تغییر می‌کند و «گروهی روند آن را کاهشی می‌دانند» (خجندی، ۶۷؛ و به پیروی از او: نسوی، الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۰ پ-۲۱۱ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، ۵۲ ر). شماری دیگر، اندازه میل را ثابت و تفاوت در نتایج رصدها را پیامد خطاهای گوناگون در کار رصد / رصدگر می‌انگاشتند. بیرونی، پس از یادکرد سیاهه اندازه‌گیری‌های میل اعظم آورده است:

همه آنچه یاد شد گواه بر آن است که اندازه میل اعظم [همواره] $23;30^\circ$ است و اگر در شماری از گزارش‌ها اندک فزونی یا کاستی به چشم می‌آید، پیامد [خطای] ابزار است. به‌ویژه آن کاستی که ابومحمود [خجندی] یافت (نک شمه ۱۶) یا آن فزونی که نظیف [بن یمن] از رصد ابوسهل [کوهی] روایت کرده است^{۱۰}؛ که هردو به‌ناچار پیامد [خطای] ابزار است. چه من در همان سال رصد خجندی کسر میل اعظم را ۳۵ دقیقه یافتم^{۱۱} نه کم و نه بیش (تحدید، ۱۱۶؛ نیز همو، القانون، ۳۶۶).

به نظر بیرونی، چه بسا در کار رصد (به طور کلی و نه فقط رصد میل اعظم) یک چیز به چند گونه بیرون آید؛ زیرا رصد کاری است سترگ که در آن کمان‌های دواپر بسیار بزرگ افلاک آسمانی را با کمان‌هایی خرد بر ابزارهای نجومی باید سنجید و این نمی‌شود مگر به تقریبی از مقدار دقیق (تحدید، ۸۰). «از این رو بایسته آنکه رصدگر همواره هشیار باشد و پیوسته درستی کار خود را بیازماید و بر خود خرده گیرد و از خودپسندی بکاهد و بر کوشش بیفزاید و رنجور نگردد» (همان، ۱۰۹).

خازمی با بازگویی سخنان یادشده بیرونی، ناهمگونی نتایج یادشده در «جدول اختلاف میل اعظم» را پیامد دشواری و سترگی کار رصد، تفاوت در اندازه، چگونگی نصب و دقت درجه‌بندی ابزارها، و البته کوشش و دقت رصدگران در کار، و نه حرکت مفروض قطب فلک دایرة البروج نزد شماری از اخترشناسان (= اقبال و ادبار)، دانسته است. پس به نظر خازمی بر رصدگران سپسین شایسته نیست ابزار رصدشان در اندازه و دقت فروتر از ابزارهای رصدگران پیشین باشد (گ ۳ پ، ۵ ر، ۴۴ ر) و در گزارش او نیز توجه ویژه به اندازه ابزارهای رصد پیشینیان آشکار است (همان، گ ۴ پ: اشاره به بهره‌گیری چند رصدگر از ابزارهایی «کمابیش هم‌اندازه» و رسیدن به نتایجی کمابیش یکسان). ابن شاطر نیز در این باره آورده است:

میل اعظم نه با گردش روزگار و نه با تغییر رصدگاه، تغییر نخواهد کرد؛ و اختلاف در نتیجه رصدهای آن یا به دلیل تفاوت [دقت] ابزارها است، یا در تفاوت در نصب ابزار یا به دلیل تفاوت سایه در اطراف مقیاس‌ها (یعنی اشتباه خوانده شدن طول سایه)، یا به دلیل تفاوت مقدار پرتو خورشید که از روزن هدفه‌ها می‌گذرد، و یا به دلیل جای نداشتن مرکز زمین در مرکز عالم، همچنان که در تعلیق الارصاد خود شرح داده‌ایم (نهایة السؤل، ۳۳).

^{۱۰} رصد ابوسهل کوهی در این جستار نیامده است؛ زیرا بیرونی (تحدید، ۱۰۱) بر آن بود که او، تنها انقلاب تابستانی را رصد کرده است (برای نتیجه و دیگر منابع نک: کرامتی، «رصد»، ۱۳۱، ردیف ۲۲ جدول).

^{۱۱} این رصد نیز در این‌جا نیامده است؛ زیرا بیرونی (تحدید، ۷۹، ۸۶-۸۷، ۱۰۹-۱۱۰، ۲۴۶) یادآور شده است که در ۳۸۵ یا ۳۸۴ ق در کات تنها توانست انقلاب تابستانی را رصد کند (برای نتیجه و دیگر منابع نک: کرامتی، «رصد»، ۱۳۱، ردیف ۲۴ جدول؛ برای شرایطی که بیرونی را از رصد انقلاب زمستانی باز داشت نک: Karamati, "al-Birūnī", 1).

اندازه‌گیری میل اعظم پیش از دوره اسلامی

یونانیان در سده ۴ پیش از میلاد، میل اعظم را برابر با کمان متناظر با ضلع ۱۵ ضلعی منتظم، یعنی ۲۴ درجه^{۱۲} می‌انگاشتند (Bulmer-Thomas, Evans, 58; Theon of Smyrna, III.xl, 128). «Eudemus»، 463 و هرون اسکندرانی، در شرح اصول، یادآور شده که اقلیدس از همین رو ترسیم ۱۵ ضلعی منتظم را در اصول^{۱۳} آورده است (نیریزی، ۷۲، ۷۴: به اشتباه ۱۲ ضلعی؛ بیرونی، القانون، ۳۶۳؛ قطب‌الدین شیرازی، نه‌ایة الادراک، گ ۳۵ ر؛ همو، اختیارات، ۱۸۹؛ همو، التحفة الشاهیه، گ ۱۸ ر). پزگوس (۴۱۲-۴۸۵ م)، دیگر شارح اصول نیز همین نکته را آورده است (Proclus, 210; Bulmer-Thomas, “Euclid”, Evans, 59; Sarton, 292; Heath, xxxvii-xxxviii). (419).

هواداران نجوم هندی بر آن بودند که هندی‌ها مقدار «۲۴ درجه راج میان اخترشناسان کهن» (بیرونی، القانون، ۳۶۳) را با رصد یافته‌اند و علت فزونی آن بر مقادیر دیگر را، اندازه‌گیری میل از مرکز زمین می‌دانستند؛ اما بیرونی از این پیروان سخت انتقاد و این سخن را رد است (تحدید، ۱۱۱-۱۱۵). به گفته بطلمیوس، هیپارخوس^{۱۴} (۱۲۰-۱۹۰ پیش از میلاد، در منابع عربی: ابرخس) از آورده‌است که اراتوستنس^{۱۵} (۱۹۵-۲۷۶ پیش از میلاد) کمان میان دو منقلب [تابستانی و زمستانی] (= ۲۴) را «نزدیک به ۱۱ جزء از ۸۳ جزء» یافته و هیپارخوس نیز همان را به کار برده است (بطلمیوس، گ ۱۱ پ؛ ابن یونس، گ ۱۱۲ ر؛ Ptolemy, H68). به گفته بیرونی، از آن‌جا که آدمی در مدرج‌سازی ابزارهای نجومی از ثالثه فراتر نمی‌رود و این دقت نیز کمتر دست‌یاب می‌شود؛ پس حاصل را باید با دقت کمتر از ثانیه گرد کرد و $23;51,2^{\circ}$ گرفت (تحدید، ۸۸-۸۹؛ همو، القانون، ۳۶۳).

بطلمیوس بر یافتن ۲۴ میان $47;40^{\circ}$ و $47;45^{\circ}$ ، پس از بارها رصد انقلابین تأکید کرده است (بطلمیوس، گ ۱۱ پ؛ ابن یونس، گ ۱۱۲ ر؛ Ptolemy, H67, H68; Britton, 1- see also: 13); اما به‌جای به‌کارگیری نصف میانگین این دو کران، یعنی $23;51,15^{\circ}$ ، $\varepsilon =$ در جدول‌های میل (Ptolemy, H82) همان $23;51,2^{\circ}$ را به‌کار برده است تا با سخن اراتوستنس و هیپارخوس سازگار باشد (بیرونی، تحدید، ۸۹؛ همو، القانون، ۳۶۲؛ خازمی، گ ۳ پ، ۴ ر؛ ابن یونس، گ ۱۱۲ پ) و گاه آن را با تقریب کمتر از دقیقه گرد کرده و $23;51^{\circ}$ آورده است (Ptolemy, H107, H183, H184, H403). بسیاری از اخترشناسان دوره اسلامی همین مقدار گرد شده را به بطلمیوس نسبت داده‌اند (بتانی، ۱۸؛ ابن سینا، ۶۵۲؛ نصیرالدین طوسی، زیج، دست‌نویس ۱۶۳، گ ۶۱ ر؛ همو، زیج،

^{۱۲}. «درجه» یکایی بابلی است و تا سده ۲ ق م در میان اخترشناسان یونانی به کار نمی‌رفته (Evans, 58).

^{۱۳}. قضیه ۱۶ (آخر) از مقاله چهارم

^{۱۴}. Hipparchus

^{۱۵}. Eratosthenes

دست‌نویس ۱۴۶۲، گ ۱۰۱ پ؛ قطب‌الدین شیرازی، نه‌ایة الادراک، گ ۳۵ ر؛ همو، اختیارات، ۱۸۹؛ همو، التحفة الشاهية، گ ۱۸ ر).

رصدهای دوره اسلامی

تنها رصد میل اعظم که ابن یونس در بازه میان رصدهای بطلمیوس و اصحاب ممتحن می‌شناخت رصدی در «۱۶۰ و اندی» از هجرت بود که «رصدگر آن» گفته بود میل [اعظم] را $۲۳;۳۱^{\circ}$ یافته‌است (ابن یونس، گ ۱۱۲ ر). از اشاره دیگر ابن یونس (همان، گ ۵۳ پ) پیداست این رصدگر، احمد بن محمد نه‌اوندی حاسب و رصدگاهش جندی شاپور، اما هنگام رصد گویا نه «۱۶۰ و اندی»، که دهه ۱۷۰ ق (یا دهه ۱۶۰ یزدگردی) بود است (در این باره نک: کرامتی، «تاریخ رصدگری»، ۱۸۱-۱۸۰). او این مقدار را چه‌بسا با رصد انقلابین یافته باشد اما در گزارش ابن یونس درباره عرض رصدگاه یا بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی خورشید چیزی نیامده است. پس از وی اخترشناسان دوره اسلامی بارها میل اعظم را با رصد انقلابین اندازه گرفتند که سیاهه این تلاش‌ها در این‌جا آمده است.^{۱۶}

۱. اصحاب ممتحن به سرپرستی یحیی بن ابی منصور، ۲۱۳ ق، شماسیه بغداد: به گزارش بیرونی، یحیی بن ابی منصور به فرمان مأمون عباسی رصد بست و میل اعظم را ۱۵۷ جزء از ۲۴۰۰ جزء کل دایره یعنی $۲۳;۳۳^{\circ}$ یافت و جدول‌های زیج خود را بر همین پایه فراهم آورد؛ و این همان مقداری است که محمد بن موسی خوارزمی از یحیی نقل کرده و بر دیدن این رصدها به چشم خود تأکید کرده‌است (بیرونی، تحدید، ۹۰؛ نیز همو، القانون، ۳۶۳). ابزار رصد «لبنه‌ای به قطر کمتر از ۸ ذراع بود» (خازمی، گ ۴ ر).

ابن یونس بی‌یادکرد سال رصد، از همکاری سند بن علی و عباس بن سعید جوهری و «گروهی از دانشوران» در این کار، و یادکرد این نتیجه به نقل از آنان در زیج خوارزمی (بی تأکید بر حضور او) و نیز عمل السطرلاب فرغانی سخن گفته است (گ ۱۱۲ ر). اشاره ابن یونس در مقدمه زیج (همان، گ ۲ ر) نیز به رصد میل اعظم و رصدهایی دیگر به‌دست همین افراد و به‌دست‌آمدن همین نتیجه در ۲۱۴ ق / ۱۹۸ یزدگردی اشاره دارد؛ اما گویا تاریخ مربوط به دیگر رصدها (برای نمونه رصد اعتدال پاییزی در ۲۱۴ ق، نک: تحدید، ۲۹۸؛ همو، القانون، ۶۴۰) و نه رصد میل اعظم باشد.

^{۱۶} در این سیاهه، تنها رصدهایی آمده‌است که در گزارش آن‌ها مقدار کمینه و بیشینه ارتفاع نیم‌روزی آمده باشد، مگر دو مورد (شم ۲۰ ، ۲۳) که در آن‌ها نیز با توجه به وجود برنامه رصدی درازمدت می‌توان در رصد انقلابین بی‌گمان بود و با توجه به معلوم بودن عرض رصدگاه این دو ارتفاع را به‌دست آورد. در مواردی که تنها سال رصد معلوم بوده، فرض بر این است که (مانند بیشتر رصدهای یادشده در این سیاهه) نخست انقلاب تابستانی و سپس انقلاب زمستانی رصد شده است. روز دقیق رصدها (که در بیشتر موارد در مأخذ به هجری قمری و یزدگردی و بایادکرد روز هفته یادشده) در جدول ۱ آمده و مگر به نیاز در این سیاهه تکرار نشده است.

در دست‌نویس شم ۹۲۷ کتابخانه اسکوریال که در صفحه بیاض و به خط یکی از دارندگان نسخه، الزیج المأمونی الممتحن نامیده شده است _ در جدول‌های میل ماه و خورشید (گ ۵۳ ر) میل اعظم $23;33^{\circ}$ آمده است (see also Kennedy, "A Survey", 145).

۲. اصحاب ممتحن (به سرپرستی یحیی؟)، ۲۱۴ ق، شماسیه بغداد: به گزارش بیرونی (در تحدید، ۹۰، اما نه در القانون) پیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی خورشید $8^{\circ};08^{\circ}$ و $58^{\circ};32^{\circ}$ و میل اعظم $23;35^{\circ}$ «یافته شد». با توجه به کاربرد فعل مجهول، آن‌هم درست پس از یادکرد مرگ یحیی، چه بسا بیرونی یحیی را سرپرست رصد دو انقلاب (یا دست‌کم رصد دوم) نمی‌دانسته و گویا خازمی نیز با همین گمان بر انجام این کار پس از مرگ یحیی تأکید کرده است (گ ۴ ر). اما همو در جدول رصدهای میل اعظم، نام رصدگر (= سرپرست رصدگران) در ۱۹۸ یزدگردی را نیز، همچون رصد پیشین، «یحیی بن ابی منصور» آورده است (همان، گ ۴ پ: سطر ۴ جدول). از این گذشته به تأکید بیرونی دست‌کم رصد اعتدال پاییزی میان این دو انقلاب با سرپرستی یحیی انجام شده بود (تحدید، ۲۹۸؛ همو، بیرونی، القانون، ۶۴۰؛ قس: حبش حاسب، گ ۹۱ پ، که سرپرست این رصد را خالد بن عبدالملک یاد کرده است). ابن یونس (گ ۵۲ پ) حتی سرپرست رصد اعتدال پاییزی پس از این دو انقلاب را نیز یحیی انگاشته، حال آنکه بیرونی (القانون، ۳۶۳؛ ردیف ۱۰ جدول؛ همو، تحدید، ۲۹۹) راصد را «مجهول» آورده است. در هر صورت چنان‌که پیش‌تر آمد، زیج یحیی بر اساس نتیجه این رصد تنظیم نشده است.

پس از این رصد، مأمون نتیجه رصد نخست را نادرست انگاشت و کنار گذاشت (همان، ۹۰؛ خازمی، گ ۴ ر). بیرونی (در القانون، ۳۶۴) هنگام برشمردن رصدهایی با نتیجه $23;35^{\circ}$ ، از این رصد دوم یاد نکرده و ابن یونس نیز نه در مقدمه زیج و نه در گزارش رصدهای میل اعظم از این رصد چیزی نگفته، اما همو هنگام برشمردن اشکالات رصدهای ممتحن، عین عبارت نیریزی را از زیج او چنین آورده است: «میل [اعظمی] یافته آنان، همان است که تا روزگار ما یافته‌اند ... و این میل $23;35^{\circ}$ است» (گ ۵۰ ر). از آن‌جا که نتیجه رصد دمشق (شم ۳) نیز چنین نبود (مگر شم ۴ به تقریب)، گویا نیریزی رصد دوم شماسیه را در نظر داشته است.

۳. اصحاب ممتحن به سرپرستی خالد بن عبدالملک مرورودی، ۲۱۶-۲۱۷ ق، دمشق: آنان با لینه‌ای به شعاع ۱۰ ذراع در انقلاب زمستانی ۲۱۶ ق / ۸۳۱ م و انقلاب تابستانی پس از آن، ارتفاع نیم‌روزی خورشید را $56^{\circ};32^{\circ}$ و $55^{\circ};03^{\circ}$ یافتند. همچنین گویند در انقلاب زمستانی ۲۱۸ ق / ۸۳۳ م نیز ارتفاع نیم‌روزی $55^{\circ};32^{\circ}$ یافته شد که به گمان بیرونی، انجام رصد در این تاریخ شایسته اعتماد نیست^{۱۷}. میل اعظم از روی ارتفاع اول و دوم $30^{\circ};57,33;23^{\circ}$ و از روی ارتفاع‌های دوم و

^{۱۷}. چون بنا بر گزارش رسیده به دست بیرونی، رصدها «یک سال» طول کشیده بود. اما چه بسا آنان انقلاب زمستانی ۲۱۷ ق / ۸۳۲ م را رصد کرده باشند؛ همچنان‌که در جدول‌های رصد نیم‌روزی خالد، شم ۴ نیز آمده است.

سوم $23;34,27,30^\circ$ (ثانیه بیش‌تر) خواهد بود، که البته بیرونی این یکی را (به دلیل بی‌اعتمادی به رصد آخر) نامعتبر شمرده است (تحدید، ۹۰-۹۱)؛ نیز از آن رو که سند بن علی، ناظر بر رصدهای خالد، آورده است که خالد میل اعظم را $23;33,52^\circ$ یافته بود که به نظر بیرونی چه‌بسا ثانیه‌ها نیز در این عدد ۵۷ (و میل $23;33,57^\circ$)، یعنی نتیجه دو رصد اول و دوم با انداختن ثالثه‌ها) بوده و در دست‌نویس‌ها تصحیف شده باشد (همان، ۹۱). بیرونی همچنین بر پایه گزارش‌هایی ناهمگون از نتایج کار آنان، سه مقدار $23;33,52^\circ$ ، $23;33,57^\circ$ و $23;34,27^\circ$ (= نتیجه حاصل از رصد دوم و سوم با انداختن ثالثه‌ها) یاد کرده است (القانون، ۳۶۳). ابن یونس، از همکاری علی بن عیسی اسطرلابی با خالد و سند در این کار یاد کرده و هنگام رصدها را ۲۱۷ ق / ۲۰۱ یزدگردی و نتیجه را $23;33,52^\circ$ (= روایت سند بن علی) دانسته است (ابن یونس، گ ۲، ر ۳، ۱۱۲ ر). خازمی از نتیجه کار خالد دو گزارش ناهمگون آورده است: یکی $23;33^\circ$ در متن گزارش (گ ۴ ر) _ که منبعی دیگری آن را به خالد نسبت نداده است و قطب‌الدین نیز بی‌یادکرد رصدگر گویا از همین اشتباه پیروی کرده است (نک: اختیارات، ۱۹۰؛ همو، نه‌ایة الادراک، گ ۳۵ ر؛ همو، التحفة الشاهية، گ ۱۸ ر) _ و دیگری آن‌چه در جدول رصدهای میل اعظم آمده و باید نتیجه «جدول‌های رصد نیم‌روزی» خالد (شم ۴) باشد.

۴. جدول‌های رصد نیم‌روزی اصحاب ممتحن به سرپرستی خالد، ۲۱۷ ق، دمشق: بیرونی جدول‌هایی دربردارنده نتایج رصدهای خالد در دمشق در دست داشت (تحدید، ۹۱، ۸۶) که با عبارت «جدول الارتفاعات الدمشقية» از آن یاد کرده است (القانون، ۳۶۴). این جدول‌ها گویا حاصل رصدهایی بوده است که به گفته حبش «یک سال پیوسته از آغاز تا پایان» در دمشق انجام شد (حبش حاسب، ۷۰ پ، ۸۵ پ؛ نیز بیرونی، تحدید، ۹۰-۹۱). شگفت آنکه داده‌های این جدول‌ها با گزارش خود بیرونی از رصد دمشق (شم ۳) سازگار نبوده است؛ زیرا بیرونی ارتفاع نیم‌روزی خورشید در سه روز پیاپی گرد انقلاب تابستانی را $80;04,10^\circ$ ، $80;04,30^\circ$ و $80;04,28^\circ$ آورده است^{۱۸} که هر سه پیش از بیشینه ارتفاعی است که پیش‌تر از رصد خالد نقل شد. بیرونی بیشترین ارتفاع را با تحویل به نصف‌النهار دمشق $80;04,39^\circ$ یافته است (همان، ۹۱-۹۳). او ارتفاع نیم‌روزی خورشید را در انقلاب زمستانی ۲۱۷ ق (و نه ۲۱۶ ق در رصد پیش‌گفته خالد، نک شم ۳) نیز از روی این جدول‌ها پس از تحویل به نصف‌النهار دمشق $32;54,44^\circ$ و از این دو، میل اعظم را $23;34,57,30^\circ$ به‌دست‌آورده؛ اما در پایان، از آن‌جا که «مردمان در این ریزه‌کاری‌ها درنگ نمی‌کنند» میل اعظم را بدون تحویل به نصف‌النهار دمشق (یعنی با کمینه و بیشینه یادشده در جدول‌ها) $23;34,51^\circ$ آورده است (همان، ۹۳-۹۴؛ نیز همو، القانون، ۳۶۴). خازمی در «جدول رصدهای میل اعظم»،

^{۱۸}. در اعداد یادشده در این بخش (نک تحدید، ۹۱-۹۳؛ فس: دست‌نویس تحدید، گ ۴۱-۴۲ ر) اشتباهاتی به چشم می‌آید که برخی باید کار خود بیرونی (و البته برخی کار کاتب و برخی کار بولگاکوف، ویراستار تحدید) باشد.

- میل اعظم و عرض دمشق را بر پایه رصد خالد در ۲۰۱ یزدگردی $23;34,57^\circ$ و $33;30,19^\circ$ یاد کرده است (گ ۴ پ) که با نتایج حاصل از تحویل ارتفاعها به نصف النهار دمشق، البته پس از گرد کردن با تقریب کمتر از ثالثه (به ترتیب گرد شده به پایین و بالا) هم‌خوانی دارد.
۵. منصور بن طلحه طاهری؟ (نوه طاهر ذوالیمینین و فرمانروای شمال خراسان، درباره روزگار او نک: کرامتی، «رصد»، ۱۰۸-۱۰۷)، ح ۲۳۰ ق؟، مرو: به گزارش بیرونی در برخی حکایات آمده است که بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی خورشید در مرو با رصد $75;52^\circ$ و $28;46^\circ$ یافته شد که از این دو میل اعظم $23;33^\circ$ [و عرض مرو $37;41^\circ$] می‌شود؛ اما در همان‌جا آمده است که ارتفاع معدل النهار بارها در مرو سنجیده و $52;20^\circ$ یافته شد. با این حساب عرض شهر $37;40^\circ$ و میل اعظم با در نظر گرفتن بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی خورشید $23;32^\circ$ و $23;34^\circ$ می‌شود. چون مرو جایگاه منصور و فرمان‌روایی او بوده است؛ می‌توان چنان گمان برد که او بدین کار برخاسته باشد (تحدید، ۹۷). خازمی، گویا با تلفیق سخنان بیرونی درباره این رصد و رصد منتسب به منصور بن طلحه (همان، ۹۶-۹۷)، یا «رصد روزگار منصور، اما نه الزاماً به دست خود او» (همو، القانون، ۳۶۴)، بر انجام رصد به دست خود منصور تأکید (خازمی، گ ۴ پ)، و در جدول رسدها نیز میل اعظم و عرض مرو را $23;33^\circ$ و $37;40^\circ$ آورده است (همان‌جا: سطر ۱۰ جدول).
۶. ماهانی، ۲۴۳ ق، سامرا: او بیشترین و کمترین ارتفاع نیم‌روزی خورشید را $79;24^\circ$ و $32;13^\circ$ و از آن‌جا میل اعظم را $23;35,3^\circ$ و عرض سامرا را $34;12^\circ$ (گرد شده $34;11,3^\circ$) یافت. ابن یونس هر دو ارتفاع را «تصحیح شده با لحاظ اختلاف منظر» دانسته است (گ ۱۱۲ پ)؛ البته اگر اندازه‌گیری‌ها با دقت دقیقه باشد، ارتفاع مصحح باید دارای ثانیه نیز باشد.
۷. محمد و احمد بن موسی، ۲۴۳ ق، سامرا: این دو برادر هم‌زمان با ماهانی (و نیز در انقلاب زمستانی ۲۴۵ ق) این دو ارتفاع را $79;22^\circ$ و $32;13^\circ$ و از این دو، میل اعظم را $23;34,3^\circ$ یافتند (بیرونی، تحدید، ۹۴-۹۵؛ بیرونی، القانون، ۳۶۴؛ خازمی، گ ۴ پ: سطر ۶ جدول).
۸. محمد و احمد بن موسی، ۲۵۴-۲۵۵ ق، بغداد: آن‌ها در خانه خود، کمترین ارتفاع نیم‌روزی خورشید را در ۲۵۴ ق با دو حلقه مجزا $33;05^\circ$ و در انقلاب تابستانی بعدی، بیشترین ارتفاع را $80;15^\circ$ و از آن‌جا میل اعظم را $23;35^\circ$ و عرض را $33;20^\circ$ یافتند (ابن یونس، گ ۱۱۲ ر- ۱۱۲ پ؛ بیرونی، تحدید، ۹۵؛ همو، القانون، ۳۶۴؛ خازمی، گ ۴ ر، ۴ پ: سطر ۷ جدول؛ نسوی، الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۰۹ پ؛ همان، دست‌نویس لایدن، گ ۵۰ پ). ابن یونس و نسوی (همان‌جاها) ارتفاع‌های یادشده را «مصحح» دانسته‌اند که با توجه به تأکید ابن یونس ضمن اشاره به رصد ماهانی (شم ۶)، مقصود از «مصحح»، باید در نظر گرفتن اختلاف منظر باشد.
۹. بتانی، ح ۲۶۸-۲۶۹ ق، رقه: او با لبه‌ای عضاده‌دار به قطر ۸ ذراع (خازمی، گ ۴ ر، ۴ پ)، کمترین فاصله خورشید از سمت الرأس (متمم بیشترین ارتفاع) را $12;26^\circ$ و بیشترین فاصله از سمت الرأس (متمم کمترین ارتفاع) را $59;36^\circ$ و از آن‌جا میل اعظم را $23;35^\circ$ یافت. بتانی

بی یادکرد تاریخ به تکرار این رصدها و رسیدن به نتیجه‌ای یکسان اشاره کرده است (ص ۱۸). بتانی در پاسخ به جعفر بن مکتفی عباسی بازه زمانی رصدهای خود را ۲۶۴-۳۰۶ ق گفته بود (ابن ندیم، ۲۷۹؛ قس: صاعد اندلسی، ۲۲۶، که شماری از ارصا بتانی را در «۲۶۹ ق یعنی سال هشتم خلافت معتمد» آورده است؛ در حالی که سال هشتم خلافت معتمد عباسی همان ۲۶۴ ق یادشده در الفهرست ابن ندیم است؛ نیز نک: قفطی، ۲۸۰ تکرار تاریخ نادرست ۲۶۹ ق)؛ پس می‌توان تاریخ تقریبی نخستین رصد او از میل اعظم را ح ۲۶۴-۲۶۵ ق دانست. بیرونی «رصدهای بتانی» (بیشتر رصدهای او؟ یا رصدهایش برای یافتن میل اعظم؟) را در ۱۱۷۱-۱۱۷۴ اسکندری / ۲۶۷-۲۷۰ ق می‌دانست (تحذید، ۹۵-۹۶؛ نیز نک همو، القانون، ۳۶۴؛ ابن یونس، گ ۱۱۲ پ) و خازمی در جدول رصدهای میل اعظم، تاریخ رصد بتانی را ۲۵۱ یزدگردی (۲۶۸-۲۶۹ ق) آورده است (گ ۴ پ). گویا گمان بیرونی (و خازمی) بر اساس تاریخی باشد که بتانی (ص ۶۳) برای رصد خود از اعتدال پاییزی (۲۶۹ ق / ۲۵۱ یزدگردی / ۸۸۲ م) آورده است.

۱۰. سلیمان بن عصمت سمرقندی، ۲۷۵ ق، بلخ: او با لینه‌ای عضاده‌دار با قطر کمان ۸ ذراع (بیرونی، تحذید، ۹۶؛ قس: خازمی، ۴ پ: ۷/۵ ذراع)، کمترین ارتفاع را $29;46^{\circ}$ یافت و چون انقلاب در نصف‌النهار رخ نداده بود؛ آن را به نصف‌النهار بلخ تحویل کرد و به $29;44,44^{\circ}$ رسید و آن را با لحاظ اختلاف منظر تعدیل کرد و به $29;47,17,06^{\circ}$ رسید. او بیشترین ارتفاع نیم‌روزی را نیز در 276° ق $76;54^{\circ}$ یافت و مقادیر محوّل و تعدیل شده را نیز $76;54,04^{\circ}$ و $76;54,41,23^{\circ}$ یافت. میل اعظم «اگر بنا بر رسم» بر اساس ارتفاع‌های نیم‌روزی محاسبه شود^{۱۹}، $23;34^{\circ}$ و بر اساس ارتفاع در لحظه دو انقلاب، $23;34,40^{\circ}$ و با در نظر گرفتن اختلاف منظر $23;33,42,08,30^{\circ}$ به دست می‌آید (بیرونی، تحذید، ۹۶؛ قس همو، القانون، ۳۶۴). بیرونی (در تحذید، ۲۵۱) هنگام یادکرد عرض بلخ بر اساس رصدهای سلیمان، نتیجه را $36;41,36^{\circ}$ (۱ دقیقه بیش از بیشینه سه حالت یاد شده) و سال‌های رصد را نیز ۲۵۸ و ۲۵۹ یزدگردی (با یک‌سال جابه‌جایی) آورده است.

۱۱. رصد روزگار ابن عمید به سرپرستی ابوالفضل هروی در حضور ابوجعفر خازن، ۳۴۸-۳۴۹ ق، ری: ابوالفضل هروی به فرمان ابوالفضل ابن عمید (وزیر نامدار آل بویه)^{۲۰}، با لینه‌ای کمابیش متفاوت، از چهارشنبه ۱۲ ربیع‌الثانی ۳۴۸ / روز زامیاد (۲۸) خرداد ماه ۳۲۸ یزدگردی، ۵ روز پیاپی ارتفاع نیم‌روزی خورشید را اندازه گرفت که همگی بیش از ۷۸ درجه و دقایق آن نیز ۳، اندکی کمتر از ۵، ۶ (بیشترین)، اندکی کمتر از ۶ و ۵ یافته شد. سپس ارتفاع نیم‌روزی در جمعه ۲۱ شوال ۳۴۹ / روز

^{۱۹}. البته بیرونی به فاصله قابل توجه یکی از دو رصد از لحظه انقلاب، که محاسبه میل اعظم بر اساس ارتفاع‌های نیم‌روزی را کم‌اعتبار می‌سازد توجه نکرده است.

^{۲۰}. درباره وی نک دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ذیل «ابن عمید»

فروردین (۱۹) آذر ماه ۳۲۹ (متن به اشتباه: ۳۲۸) یزدگردی^{۲۱} و یک‌شنبه پس از آن (= روز انقلاب زمستانی، البته دومین و نه نخستین انقلاب زمستانی پس از ۵ روز پیش‌گفته) $30^{\circ};47'$ و اندکی بیش از $30^{\circ};46'$ یافته شد. پس میل $23^{\circ};40'$ و عرض شهر $35^{\circ};34'$ به‌دست آمد. به تأکید بیرونی، «رصد خجندی (شم ۱۶)، گواه بر درستی عرض شهر، اما اندازه میل چندان از اتفاق نظر دیگران دور است که به گوش گران می‌آید و با یافته ابومحمود در دو سوی ناسازگاری (یکی کمترین و دیگری بیشترین مقدار) است» (همان، ۹۸-۹۹، نیز ص ۲۳۸). بیرونی همچنین (در القانون، ۳۶۴) از «رصد ابوالفضل ابن عمید در ری» با نتیجه‌ای متفاوت از دیگر نتایج یاد کرده است که باید همین رصد باشد؛ به ویژه از آن روی که در جدول رصدهای میل اعظم (خازمی، گ ۴ پ: سطر ۱۱ جدول) نیز این رصد به نام ابن عمید ثبت شده است.

شگفت آنکه بیرونی درباره اشتباه شگفت راه‌یافته در این گزارش هیچ نگفته و تنها در اندازه ناسازگار نتیجه کار درنگ کرده است. بنابر ارتفاع‌های یادشده در گزارش، انقلاب تابستانی ۳۴۸ ق / ۹۵۹ م باید عصر روز جمعه ۱۴ ربیع‌الثانی / ۲۴ ژوئن رخ داده باشد^{۲۲}؛ اما بر پایه محاسبات نجومی، انقلاب تابستانی آن سال یک هفته پیش‌تر^{۲۳} بوده است. با این حساب آن ۵ روز پیاپی در نظر گرفته‌شده برای رصد نیز ۵ تا ۹ روز پس از روز انقلاب تابستانی آن سال بوده‌اند؛ اما مرسوم آن بود که این روزها در دو سوی روز تقریبی انقلاب انتخاب شوند^{۲۴}. فرض تأخیر ناگزیر کار رصد به دلیل شرایط نامساعد جوئی نیز پذیرفتنی نیست؛ زیرا در چنین حالتی، دیگر به ۵ روز پیاپی رصد نیاز نبود و از این مهم‌تر آنکه چون هر ۵ روز پس از انقلاب تابستانی بوده‌اند، رصدگران باید در روزهای دوم تا پنجم هر بار ارتفاع نیم‌روزی را کمتر از روز پیش می‌یافتند، نه آنکه بیشترین را در روز سوم (جمعه) بیابند^{۲۵}. کوتاه سخن آنکه در این گزارش همه چیز دقیقاً یک‌هفته دیرتر از آنچه باید گزارش شده است: ۱. اخترشناسان انقلاب تابستانی را ۷ روز دیرتر انگاشته‌اند^{۲۶}؛ ۲. آن ۵ روز رصد را چنان گرفته‌اند که در روز انقلاب، البته به گمان آنان، و ۲ روز پیش و ۲ روز پس از آن نیز در کار رصد باشند؛ ۳. و شگفتا که نتایج «یادشده در گزارش» نیز چنان بوده است که این اشتباه آن‌ها را تأیید کرده است. فرض اشتباه در نگارش / خوانش تاریخ‌ها را

^{۲۱} ۱۹ آذر ۳۲۸ یزدگردی پنج‌شنبه و برابر با ۱۱ شوال ۳۴۸ است.

^{۲۲} زیرا ارتفاع رصد شده در این روز، یعنی از روزهای پیش و پس بیشتر بوده است

^{۲۳} نزدیک به ساعت ۱۶ به وقت محلی روز جمعه ۷ ربیع‌الثانی ۳۴۸ / ۱۷ ژوئن ۹۵۹

^{۲۴} همچنان که در دیگر رصدهای یادشده در این جستار چنین است.

^{۲۵} در چنین حالتی تنها با برون‌یابی می‌توانستند بیشینه ارتفاع نیم‌روزی در انقلاب تابستانی را بیابند.

^{۲۶} این اشتباه شگفت، در حالی است که حتی با یک محاسبه سرانگشتی و بی‌نیاز از مراجعه به زیج‌ها نیز می‌شد به تاریخ تقریبی انقلاب‌ها در هر سال و نادرستی این تاریخ‌ها پی برد (با نگاهی به تاریخ میلادی انقلاب‌های تابستانی در جدول ۱ نیز می‌توان به اختلاف ۴ تا ۷ روزه هنگام مفروض این انقلاب در سال خورشیدی با هنگام درست پی برد)

نیز باید کنار گذاشت زیرا در گزارش بیرونی، روز نخست با روز و ماه در گاه‌شماری قمری و یزدگردی و هر پنج روز با نام روز در تقویم یزدگردی و نام روز هفته یاد شده‌اند.^{۲۷}

کیدی نیز در شرح این گزارش، این اشکال را درنیافته و به جای پرداختن به آن، در فاصله ۱۸ ماهه رصد انقلاب تابستانی و زمستانی تردید کرده و چنین آورده است:

جمعه ۲۱ شوال ۳۴۹ نجومی برابر با ۱۳ دسامبر ۹۶۰ است. این انقلاب، انقلاب زمستانی درست پس از انقلاب بهاری (!) بالا نیست، بلکه انقلاب زمستانی یک سال بعد است. از سوی دیگر، ۱۹ آذر ماه ۳۲۸ یزدگردی (به سبک قدیم^{۲۸}) برابر با ۱۵ دسامبر ۹۵۹، سال صحیح است. احتمالاً این همان انقلاب زمستانی رصد شده است (Kennedy, A (Commentary, 41-42).

اما این بند چند اشتباه در خود دارد^{۲۹} و پذیرش پیشنهاد او نیز نیازمند دستکاری بسیار در گزارش است. نسوی (الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۰ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، گ ۵۱ ر) روایتی دیگر از رصد روزگار ابن عمید دارد. به گزارش او، ابوجعفر خازن در روزگار ابن عمید با همکاری ابوالفضل هروی و دانشوران دیگر با حلقه‌ای به قطر ۸ ذراع میل اعظم را رصد کرد و آن را کمتر از آن یافت که [عبدالرحمان صوفی پیش از او] با حلقه عضدی (شم ۱۲) یافته بود. نسوی نام پشتیبان و دو دست‌اندرکار رصد را همچون بیرونی، اما نام سرپرست، نتیجه، ابزار رصد و حتی هنگام آن (یعنی: «پس از رصد عبدالرحمان صوفی») را دیگرگون یاد کرده و چه بسا رصدی دیگر را در نظر داشته است. اما با توجه به درگذشت ابوالفضل ابن عمید در ۶ صفر ۳۶۰ ق^{۳۰}، انجام رصد به فرمان او پس از رصد عبدالرحمان صوفی (شم ۱۲) ناشدنی است.

۱۲. عبدالرحمان صوفی، ۳۵۹-۳۶۰ ق، شیراز: او به فرمان عضدالدوله در حضور ابوسهل کوهی، احمد بن محمد بن عبدالجلیل سجزی، نظیف بن یمن، ابوالقاسم غلام زحل و دیگران با حلقه‌ای با قطر درونی ۵/۲ ذراع / ۵ و جب و مدرج به بخش‌های پنج‌دقیقه‌ای، ارتفاع نیم‌روزی خورشید را در انقلاب زمستانی ۳۵۹ و ۳۶۰ ق ۳۶؛۴۹ و در انقلاب تابستانی میان این دو ۸۳؛۵۹ و از این دو میل اعظم را ۲۳؛۳۵ و عرض شهر را ۲۹؛۳۶ یافت (بیرونی، تحدید، ۹۹-۱۰۰، ۲۶۴؛ همو، القانون، ۳۶۴؛ نیز: خازمی، گ ۴ پ: فقط در جدول، سطر ۱۲). بیرونی (در القانون، ۶۱۰) یادآور شده‌است که این عرض را صوفی و شماری از دانشوران با «حلقه عضدی» (متن به اشتباه: الحقله

^{۲۷} یعنی بدین صورت: چهارشنبه ۱۲ ربیع الثانی ۳۴۸ برابر با روز زامیاد (کج) [۲۸=] خرداد ۳۲۸ یزدگرد، پنج‌شنبه روز مارسفند [۲۹=]. جمعه روز انبران [=۳۰]، شنبه روز هرمز [=۱] از تیر ماه، یک‌شنبه روز بهمن [=۲].

^{۲۸} یعنی ۵ روز اندرگاه میان پایان آبان و آغاز آذر و نه در پایان سال (میان اسفند و فروردین سال بعد) بیاید.

^{۲۹} از اشتباه بی‌گمان تایی «انقلاب بهاری!» که بگذریم، «۲۱ شوال ۳۴۹ قمری نجومی / ۱۳ دسامبر ۹۶۰» پنج‌شنبه است و نه جمعه. اساساً تاریخ قمری یادشده در گزارش «قمری عرفی» است و نه نجومی. ۱۹ آذر ۳۲۸ نیز برخلاف تأکید متن پنج‌شنبه است.

^{۳۰} دائرة المعارف بزرگ اسلامی، ذیل «ابن عمید»

العضویة) یافته‌اند. نسوی (الاشباع، دست‌نویس احمد سوم، گ ۲۱۰ ر؛ همان، دست‌نویس لایدن، گ ۵۱ ر) ابزار رصد را «حلقه عضدی به قطر ۱۰ ذراع» و نتیجه را «اندکی کمتر از آنچه پیش‌تر گفته شد» (کمتر از نتیجه بنوموسی) گزارش کرده است؛ اما کاشانی از «حلقه اعتدال ... به قطر ۱۰ گز» که در رصد [اعتدال] در روزگار عضدالدوله به کار رفته و محیط آن نیز مدرج نبوده یاد کرده است (کاشانی، شرح آلات رصد، گ ۱۲ ر) و چه بسا نسوی اندازه این حلقه را برای حلقه مدرج یاد کرده باشد. ابزاری به قطر ۲/۵ ذراع شاید برای رصدی شاهانه و با حضور اخترشناسانی نامدار کوچک نماید، اما با توجه به مدرج بودن دستگاه به بخش‌های ۵ دقیقه‌ای، فاصله میان نشانه‌های درجه‌بندی نزدیک به ۹/۰ میلی‌متر خواهد بود که برای آن روزگار معمول می‌نماید (مانند ابزار صاغانی: شم ۱۵ و سدس فخری خجندی: ۱۶) و از این نظر می‌توان گفت ابزار به‌راستی از این بزرگ‌تر نبوده است. ابن یونس (گ ۱۱۲ پ) نتیجه این رصد را $23;34,45^\circ$ آورده است.

۱۳. ابوالوفا بوزجانی، ۳۶۵-۳۶۶ ق، بغداد: بوزجانی در فصل اول از نوع دوم از مقاله دوم مجسطی خود آورده است که سال‌های بسیار در بغداد خورشید را رصد کرده و بیشترین و کمترین ارتفاع نیم‌روزی را $80;1^\circ$ و $33;0^\circ$ و از آنجا میل اعظم را $23;35^\circ$ یافته است (ص ۱۴۱). او در فصل سوم از همین نوع، به یافتن عرض بغداد برابر با $33;25^\circ$ با همین روش تأکید کرده است (همان، ۱۴۲). اما بیرونی، گویا به استناد دست‌نویسی ناقص از مجسطی او، در گزارش این رصد آورده است: «ابوالوفا در مجسطی خود گوید که سال‌های بسیار میل اعظم را رصد کرده و آن را $23;35^\circ$ درجه یافته است؛ و در این باره چیزی بیشتر نگفته است. و ما می‌دانیم بیشتر رصدهای خود را با پشتیبانی عزالدوله بختیار در باب التبن بغداد و اغلب ارضاد این دوره را نیز در ۳۶۵-۳۶۶ ق برابر با ۳۴۵-۳۴۶ یزدگردی به انجام رسانده است (تحدید، ۱۰۰؛ نیز همو، القانون، ۳۶۴، ۶۵۸؛ در باره سال‌های فعالیت بوزجانی در بغداد نک: Karamati, "al-Būzjānī, Abū al-Wafā", 307-308). در جدول رصدهای میل اعظم خازمی (گ ۴ پ) نیز رصد بوزجانی در سال ۳۴۵ یزدگردی اما به نام ابوریحان بیرونی آمده است که در آن هنگام کمتر از ۳ سال داشت.

۱۴. ابن یونس، ح ۳۶۶ ق، قاهره: ابن یونس بی‌یادکرد تاریخ آورده است که با بهره‌گیری از ابزارهای [ساخته شده با پشتیبانی] خلیفه فاطمی مصر، العزیز بالله ابومنصور نزار (خلافت: ۳۶۵-۳۸۶ ق)، کمترین و بیشترین ارتفاع نیم‌روزی «مصحح» (با لحاظ اختلاف منظر) را $36;21,3^\circ$ و $83;31,3^\circ$ و از آنجا میل اعظم را $23;35^\circ$ یافته و همین را در زیج خود به کار برده است (گ ۱۱۳ ر) با توجه به بهره‌گیری او در این رصد از پشتیبانی العزیز بالله و نیز با توجه به تاریخ نخستین رصد ثبت شده ابن یونس (خورشید گرفت پنج‌شنبه ۲۸ ربیع‌الثانی ۳۶۷، نک همان، گ ۵۶ ر) و تأکید همو بر تقدم رصد میل اعظم بر رصدهای دیگر (همان، گ ۲ پ) می‌توان تاریخ تقریبی

نخستین رصد ابن یونس از میل اعظم را ۳۶۶ ق دانست (برای تفصیل رصدها و ابزارهای ابن یونس نک: کرامتی، «الزیج الحاکمی الکبیر»).

۱۵. ابوحماد صاغانی، ۳۷۵ ق، بغداد: بنا بر گزارش بیرونی از قوانین علم الهیئة صاغانی، او با حلقه‌ای به قطر ۶ و ۳ / ذراع و مدرج به بخش‌های ۵ دقیقه‌ای در برکه زلز در غرب بغداد، میل اعظم را $۲۳;۳۵^{\circ}$ و عرض بغداد را $۳۳;۲۰^{\circ}$ یافت و پیداست که بیشترین و کمترین ارتفاع همچون رصد بنوموسی (شم ۸) بوده است (تحدید، ۱۰۰؛ همو، القانون، ۳۶۴). بیرونی تاریخ رصد را ۳۷۴ ق و ۳۵۴ یزدگردی آورده است که یک سال اختلاف دارند؛ اما با توجه به یادکرد ۳۵۴ یزدگردی در جدول رصدهای میل اعظم (خازمی، گ ۴ پ) این تاریخ درست انگاشته شد.

۱۶. خجندی، ۳۸۴ ق، ری: او به فرمان فخرالدوله دیلمی در کوه طبرک سدسی بسیار بزرگ به قطر ۸۰ ذراع، مدرج به بخش‌های ۱۰° ثانیه‌ای^{۳۱} ساخت و آن را به نام پشتیان خود، سدس فخری نامید (خجندی، ۶۲؛ بیرونی، تحدید، ۱۰۱-۱۰۲؛ همو، حکایة، ۶۸؛ خازمی، گ ۴ پ). خجندی ارتفاع نیم‌روزی را در شب و یک‌شنبه گرد انقلاب تابستانی ۳۸۴ ق، $۷۷;۵۷,۴۰^{\circ}$ یافت و از این‌جا به نتیجه رسید که لحظه انقلاب در نیمه‌شب میان این دو روز بوده است. سپس در جمعه پیش و دوشنبه پس از انقلاب زمستانی همان سال، ارتفاع نیم‌روزی را $۳۰;۵۳,۳۵^{\circ}$ و $۳۰;۵۳,۳۲^{\circ}$ یافت و از این‌ها استدلال کرد که انقلاب اندکی پیش از نیمه‌شب پیش از یک‌شنبه رخ داده است. سپس به‌جای تحویل ارتفاع‌ها به نصف‌النهار ری، از دو «ارتفاع معدل» بهره برد و میل اعظم را $۲۳;۳۲,۱۸,۴۵^{\circ}$ یافت (خجندی، ۶۲-۶۴) و البته به گفته بیرونی در محاسبه ارتفاع معدل انقلاب زمستانی اشتباه کرد که بیرونی با اشاره بدان، پیامدش را کمتر از آن انگاشته است که محسوس باشد (بیرونی، تحدید، ۱۰۴-۱۰۵). خجندی سرانجام با محاسبه، میل اعظم را $۲۳;۳۲,۲۱^{\circ}$ و عرض ری را از روی دو ارتفاع معدل $۳۵;۳۴,۳۸,۴۵^{\circ}$ انگاشت (خجندی، ۶۴-۶۶: رابعه عرض به اشتباه ۱۵؛ بیرونی، تحدید، ۱۰۵-۱۰۷؛ همو، القانون، ۳۶۴). بیرونی در اشاره‌ای دیگر (بیرونی، تحدید، ۲۳۸) عرض ری را برپایه رصد خجندی [با تقریب کمتر از ثانیه] $۳۵;۳۴,۳۹^{\circ}$ آورده است. روش خجندی به جز این، اشکالی آشکار دارد که بیرونی بدان نپرداخته است. اگر هر دو ارتفاع معدل خجندی به اندازه Δh از آن‌چه باید کمتر باشد، آن‌گاه میل اعظم و عرض رصدگاه با این مقادیر دارای خطا، یعنی ϵ_e و φ_e چنین به‌دست می‌آید.

$$\epsilon_e = \frac{(a_w - \Delta h) - (a_s - \Delta h)}{2} = \frac{a_w - a_s}{2} = \epsilon$$

$$\varphi_e = 90^{\circ} - \frac{(a_w - \Delta h) + (a_s - \Delta h)}{2} = 90^{\circ} - \frac{a_w + a_s}{2} + \Delta h = \varphi + \Delta h$$

یعنی خطای Δh در محاسبه میل اعظم حذف اما در محاسبه عرض رصدگاه به آن افزوده می‌شود.

^{۳۱}. در این‌جا نیز فاصله میان تقسیم‌ها نزدیک به ۰.۹۷° میلی‌متر می‌شود.

به گفته بیرونی شایسته آنکه میل اعظم یافته خجندی مبنای کار قرار گیرد و افزایش و کاهش میل اعظم با ابزار او سنجیده شود زیرا این دستگاه _ چنان که خود خجندی نیز در پایان رساله بدان بالیده بود (خجندی، ۶۷) _ ثانیه‌ها را نیز به درستی اندازه می‌گرفت چه رسد به دقیقه‌ها (بیرونی، تحدید، ۱۰۷؛ قس: خازمی، گ ۴ پ). اما ابومحمود خود در گفت‌وگو با بیرونی به فساد راه یافته در کار رصد بر اثر فروافتادن سوراخ سقف به اندازه یک وجب، و بی‌میلی خود در اصلاح آن سخن گفته بود. بیرونی کاستی مقدار یافت شده توسط خجندی برای میل اعظم نسبت به دیگر مقادیر در آن روزگار را گواه بر این نقص می‌دانست (تحدید، ۱۰۷؛ همو، القانون، ۳۶۴) خازمی (گ ۵ ر)، در افزوده‌ای بر سخن بیرونی، انگیزه خجندی در این بی‌میلی را دور داشتن خود از طعن دیگران یاد کرده است. از توضیحات بعدی ابوریحان پیداست این اشکال هنگام رصد انقلاب زمستانی رخ داده بود (تحدید، ۱۰۸). خجندی به رغم اشکال راه یافته در سدس فخری و با استناد به نتیجه رصد خود روند تغییر میل اعظم را کاهشی انگاشت (خجندی، ۶۷)؛ اما خازمی به‌رغم آشنایی با «سدس فخری با قطر ۸۰ ذراع»، بازهم لینه خود با قطر ۶۴ ذراع را بزرگ‌ترین ابزار به‌کاررفته در اندازه‌گیری میل اعظم انگاشته (خازمی، گ ۵ ر) و پیداست با بی‌اعتبار انگاری کار رصد خجندی، ابزار او را نیز در شمار نیاورده است.

۱۷. بیرونی، ۴۱۰ ق، غزنه: او با ربع دایره‌ای به قطر ۹ ذراع مدرج به بخش‌های یک دقیقه‌ای _ گویا همان ابزاری که آن را حلقه یمینی (برگرفته از «یمین الدوله»، لقب پشتیبانش محمود غزنوی) نامیده بود (نک: بیرونی، القانون، ۶۰۹) _ ارتفاع نیم‌روزی را از دوشنبه تا چهارشنبه گرد انقلاب تابستانی برابر با $۸۰;۰۰^{\circ}$ و در سه‌شنبه نزدیک انقلاب زمستانی $۳۲;۵۰^{\circ}$ و در روزهای پیش و پس از آن یک دقیقه کمتر، میل اعظم را $۲۳;۳۵^{\circ}$ یافت (تحدید، ۱۱۱، ۲۶۶؛ همو، القانون، ۳۶۵).

۱۸. بیرونی، ۴۱۱ ق، غزنه: او با همان ابزار رصد سال پیش را تکرار و به همان نتایج سال پیش رسید (همان، ۳۶۵؛ رصد انقلاب زمستانی در تحدید، ۱۱۱ و به تبع آن، نتیجه رصد میل اعظم در ۳۸۹ یزدگردی در گزارش خازمی نیامده است).

۱۹. خازمی، ۴۵۲-۴۵۳ ق، اصفهان: خازمی _ که رصد با ابزاری خردتر از ابزارهای پیشینیان را شایسته نمی‌انگاشت _ با بی‌اعتبار انگاشتن رصد خجندی و به‌شمار نیاوردن اندازه سدس فخری (برای خطای راه‌یافته در ساختار این سدس نک شمه ۱۶)، بزرگ‌ترین ابزار رصد میل اعظم تا روزگار خود را لینه خالد بن عبدالملک با قطر دایره ۲۰ ذراع انگاشته است. خازمی _ چنان که خود گوید _ به‌رغم آزمندی بسیار به ساخت ابزاری بزرگ، نتوانست چندان از سه‌چند ابزار خالد فراتر رود و با ساخت لینه‌ای به قطر دایره ۶۴ ذراع، مدرج به بخش‌های ۳ ثانیه‌ای^{۳۲} به کار تصحیح میل اعظم و عرض اصفهان پرداخت (گ ۵ ر).

^{۳۲}. با این حساب فاصله درجات باید ۲۳۲۷۱/۰ میلی‌متر (نزدیک به یک چهارم درجه‌بندی بیشتر ابزارهای آن روزگار) باشد که به‌ویژه برای مدرج‌سازی ابزاری به این بزرگی بسیار شگفت می‌نماید.

خازمی در پنج‌شنبه نزدیک انقلاب زمستانی ۴۵۲ ق و دو روز پس از آن، ارتفاع نیم‌روزی خورشید را $33;56,24^\circ$ ، $33;56,21^\circ$ (کم‌ترین ارتفاع رصد شده) و $33;56,51^\circ$ و ارتفاع رأس‌الجدی را ۵ ثانیه کمتر از ارتفاع نیم‌روزی پنج‌شنبه یعنی $33;56,19^\circ$ (متن: $33;33,19^\circ$) یافت و برای لحاظ اختلاف منظر نیز با به کارگیری مقادیر المجسطی بطمیوس به $33;58,39^\circ$ رسید (همان، گ ۵-ر ۶).

خازمی با همان ابزار ارتفاع نیم‌روزی را در پنج‌شنبه نزدیک انقلاب تابستانی $81;05,53^\circ$ و در جمعه و شنبه پس از آن برابر با $81;05,57^\circ$ (بیشترین ارتفاع رصد شده)، لحظه انقلاب تابستانی را در نیم‌شب میان این دو روز (زمان دقیق: ۷:۲۶ شنبه) [و ارتفاع رأس‌السرطان را $81;06,01^\circ$] (این عدد و چند عبارت از دست‌نویس افتاده است) و بیشترین ارتفاع با لحاظ اختلاف منظر را $81;06,31^\circ$ یافت. سرانجام میل اعظم را بر پایه ارتفاع‌های رصد شده، محول و با لحاظ اختلاف منظر $23;34,48^\circ$ ، $23;34,51^\circ$ و $23;33,56^\circ$ یافت. خازمی از این میان بر نتیجه حاصل از لحاظ اختلاف منظر اعتماد کرده است (همان، گ ۶-ر ۶). او هنگام تحلیل تاریخی نتایج رصدهای میل اعظم، نتیجه رصد خود را، «که در آن دقت و جست‌وجویی بسیار بیشتر از رصدهای پیشین به کار رفته، مطابق با مقدار یافت شده در روزگار مأمون» انگاشته و تفاوت اندک میان این دو را به دقت و بزرگی ابزار و دقت رصدگران نسبت داده و بدین سان باور به اقبال و ادبار را نادرست انگاشته است (همان، گ ۳-پ).

۲۰. نصیرالدین طوسی و همکارانش، ح ۶۶۰ ق، مراغه: نصیرالدین در فصل سوم از مقاله سوم زیج ایلخانی آورده است که میل اعظم را $23;30^\circ$ گرفته‌اند هرچند «به رصد ما»، اندکی بیش از آن یافته شده است (نصیرالدین طوسی، زیج، دست‌نویس ۱۶۳، گ ۶۱-پ؛ همو، زیج، دست‌نویس ۱۴۶۲، گ ۱۰۱-پ). قطب‌الدین شیرازی نیز تأکید کرده است که میل اعظم از $23;30^\circ$ کمتر نشده است، «چنان‌که ما به رصد جدید یافتیم» (اختیارات، ۱۸۹؛ نیز همو، نه‌ایة‌الادراک، گ ۳۵ ر؛ همو، التحفة الشاهیه، گ ۱۸ ر) اما نصیرالدین در التذکره فی علم الهیئة، روایت نخست آن پایان یافته در اوائل ذوالقعدة ۶۵۹ / اکتبر ۱۲۶۱، کمینه مقدار یافت شده برای میل اعظم تا آن هنگام را $23;33^\circ$ (التذکره، ۱۲۱)، یعنی بیش از نتیجه این رصد دانسته است؛ پس کار رصد میل اعظم در مراغه باید پس از نگارش روایت نخست این کتاب انجام شده (یا دست‌کم، با فرض اتکاء به رصد دو انقلاب: پایان یافته) باشد (نیز نک: خفری، گ ۶۶ ر) و چون نخستین انقلاب قابل رصد پس از این تاریخ، انقلاب زمستانی ۱۴ دسامبر ۱۲۶۱ / ۱۹ محرم ۶۶۰ است، به‌دست‌آمدن این مقدار نباید زودتر از این تاریخ بوده باشد.

در دست‌نویس کهن ۱۶۳ زیج ایلخانی و در جدول «غایة‌الارتفاعات» بیشینه و کمینه ارتفاع نیم‌روزی خورشید $76;09,30^\circ$ و $29;09,30^\circ$ و عرض مراغه نیز $37;20,30^\circ$ یاد شده که مبنای تنظیم جدول‌های «مطالع‌البروج» و «ساعات‌النهار المستویه» نیز بوده است (نصیرالدین طوسی، زیج، دست‌نویس ۱۶۳، گ ۵۶-ر ۵۷) اما گویا این اعداد حاصل رصدهای بعدی محیی‌الدین مغربی (شم ۲۱) باشد (نک:

خلاصة المجسطی، گ ۳۱ پ، ۴۵ ر). در دست‌نویس ۱۴۶۲ زیج ایلخانی جدول «معرفة الدایر من ارتفاع الشمس» برای عرض $37;20^\circ$ تنظیم شده است (زیج، دست‌نویس ۱۴۶۲، گ ۱۳۰ ر-۱۳۲ پ). کندی (161، "A Survey") نیز بر اساس دست‌نویس کتابخانه بادلیان این زیج، مبنای تنظیم جدول‌ها را همین عرض دانسته است. عرض مراغه در جدول طول و عرض شهرها نیز $37;20^\circ$ آمده است (زیج، دست‌نویس ۱۶۳، گ ۵۸ ر؛ همو، زیج، دست‌نویس ۱۴۶۲، گ ۹۸ پ)^{۳۳}. در نهایت بیشترین و کم‌ترین ارتفاع نیم‌روزی خورشید در مراغه با در نظر گرفتن عرض $37;20^\circ$ باید $76;10^\circ$ و $29;10^\circ$ به دست‌آمده باشد.

۲۱. محیی‌الدین مغربی، ۶۶۲-۶۶۳ ق، مراغه: او در هر یک از دو انقلاب تابستانی ۶۶۲ ق و زمستانی ۶۶۳ ق، ارتفاع نیم‌روزی را در سه روز پیاپی $76;09,30^\circ$ و $29;09,30^\circ$ و از آن‌جا میل اعظم را $23;30^\circ$ و عرض مراغه را $37;20,30^\circ$ یافت (محیی‌الدین مغربی، خلاصة المجسطی، ۳۱ ر-۳۱ پ؛ همو، ادوار الانوار، گ ۶۹ ر-۶۹ پ: جدول میل اول و دوم و جدول غایت ارتفاع خورشید برای عرض مراغه؛ محیی‌الدین مغربی، تسطیح، گ ۳۱ ر؛ نیز نک Saliba, "An Observational Notebook", 395; (id., A History of Arabic Astronomy, 170).

۲۲. گواشی، پیش از ۶۷۲ ق، اسکندریه: گواشی به «بارها رصد میل اعظم» اشاره کرده است (گ ۶ ر) که نخستین آن‌ها، بنا بر معمول باید پیش از دیگر رصدهای تاریخ‌دار او (محرم ۶۷۲ تا ربیع‌الثانی ۶۸۳، نک: همان، گ ۱۹ پ-۲۰ ر) انجام شده باشد. او بیشترین و کم‌ترین ارتفاع نیم‌روزی خورشید را $82;34,20^\circ$ و $35;28,40^\circ$ و میل اعظم را $23;32,50^\circ$ (قس همان، ۱۳۴ پ) یافت؛ اما «به‌ناچار» (با گرد کردن) مقدار $23;33^\circ$ را به کار برد (همان، گ ۶ ر-۷ پ؛ قس: همان، گ ۱۰ پ، ۵۳ ر) او در رصد اعتدال پاییزی ۶۸۳ ق و در همین شهر از ربع دایره‌ای مدرج شده به بخش‌های یک دقیقه‌ای بهره برده بود (همان، گ ۱۱ ر) و اگر در اندازه‌گیری میل اعظم نیز چنین ابزاری به کار برده باشد، اعداد یادشده برای ارتفاع‌های نیم‌روزی، به دلیل داشتن ثانیه‌ها باید تحویل شده به نصف‌النهار اسکندریه یا با لحاظ اختلاف منظر (یا هر دو) باشد.

۲۳. ابن شاطر، ح ۷۵-۷۶۰ ق، دمشق (برای تاریخ رصدهای او نک: کرامتی، «رصد»، ۱۱۹-۱۲۰): ابن شاطر در مقدمه زیج خود تأکید کرده است که نخست میل اعظم را ۲۳ درجه و ۳۳ دقیقه در نظر می‌گرفته (از جمله در العمل، گ ۴ ر) و پس از رصد آن را با لحاظ کردن اختلاف منظر $23;31^\circ$ یافته (به گزارش کوم ریشی در نزهة الناظر، گ ۲۲ ر-۲۲ پ که شرح الزیج الجدید ابن شاطر است، اما فهرست‌نگاران آن را به اشتباه متن اصلی الزیج الجدید انگاشته‌اند)^{۳۴} و همان

^{۳۳} باید توجه داشت که در این جدول (مانند بیشتر جدول‌های این‌چنین)، طول و عرض همه شهرها با دقت دقیقه یاد شده است.

^{۳۴} کوم ریشی این داده‌ها را در نزهة الناظر بی‌تغییر یاد کرده اما در اللمعة (تلخیص نزهة الناظر) جدول‌ها را برای طول قاهره و جدول کواکب را نیز برای سال ۸۱۰ ق تنظیم کرده و میل اعظم را نیز $23;30^\circ$ گرفته است (کوم ریشی، اللمعة، گ ۱۶ ر-۲۰ ر، ۳۱ پ-۳۲ ر؛ ۳۹ ر).

را به کار برده است (ابن شاطر، نهاية السؤل، ۳۶، ۳۸، ۳۶؛ see also: Penchève, 36, 38). ابن شاطر همواره شرح جزئیات رصدها و برهان‌های مرتبط با آن‌ها را به تعلیق الارصاد خود ارجاع داده است (نهایة السؤل، ۲۶، ۲۷، ۳۲، ۴۳، ۴۶، ۹۷؛ نیز نک: کوم ریشی، نزهة الناظر، گ ۲، ۴۹ پ) که امروزه نشانی از آن در دست نیست (Saliba, "Astrology/Astronomy", 622).
(id, "Theory and Observation", 35).

۲۴. الغ بیگ و همکارانش، حدود ۸۲۷ ق، سمرقند: الغ بیگ در باب چهارم از مقاله دوم زیج خود، بی یادکرد شیوه کار، آورده است که «میل اعظم به رصد ما $17^{\circ} 30' 23''$ است (ص ۳۴۷؛ نیز: رکن‌الدین آملی، گ ۱۹ ر). در رصدخانه سمرقند، سدسی بزرگ به تقلید از سدس فخری خجندی، اما بر خلاف آن در دل کوه، ساخته شده بود که بنا بر کاوش‌های باستان‌شناسی در رصدخانه سمرقند، طول هر درجه از پیرامون آن $2/70$ سانتی‌متر و از این‌جا شعاع دایره آن $24/40$ متر، اما در اندازه‌گیری‌های مستقیم، $4/40$ متر (برابر با $28/80$ گز شرعی) بوده است (Karī- Niyazov, 65-66; Kennedy, "Al-Kāshī's Treatise", 105-106). پیداست این سدس بزرگ را با همان اندازه مورد نظر کاشانی (در رساله شرح آلات رصد، گ ۱۲ پ)، یعنی 80 گز، و با همان ساختار یادشده در نامه‌های او به پدرش، یعنی به دلیل سستی آجرهای سمرقند در دل کوه (کاشانی، «نامه نخست»، سطر ۲۶-۲۷)، و به طور خلاصه چه در اندازه و چه در ساختار مطابق نظر کاشانی و البته _ همچنان‌که کاشانی در همین نامه‌ها آورده است (همان، سطر ۲۳-۲۶؛ همو، «نامه دوم»، سطر ۲۲-۲۶) _ زیر نظر او ساخته بوده‌اند (کرامتی، کاشانی‌شناخت، ۶۳-۶۵). این ابزار، بزرگ‌ترین ابزار رصدی ساخته شده در سراسر دوره اسلامی و مناسب‌ترین آن‌ها برای اندازه‌گیری میل اعظم با رصد انقلابین بوده و بنا بر گزارش کاشانی پیش از دیگر ابزارهای رصدی و آغاز کار رصد ساخته شده بود (کاشانی، «نامه دوم»، سطر ۶۳-۶۴). پس می‌توان درباره اندازه‌گیری میل اعظم بدین روش بی‌گمان بود. با توجه به عرض به‌دست‌آمده برای سمرقند در رصدهای الغ بیگی، بیشترین و کم‌ترین ارتفاع نیم‌روزی خورشید در این شهر باید $54^{\circ} 52' 73''$ و $2^{\circ} 52' 26''$ به‌دست‌آمده باشد. خواندن اعدادی با این دقت از روی ابزاری در این اندازه شگفت نمی‌نماید اما بسیار بعید است که الغ بیگ و همکارانش برای محاسبه چنین مقداری دقیق، ارتفاع‌ها را به نصف‌النهار سمرقند تحویل نکرده و اختلاف منظر را لحاظ نکرده باشند.

۲۵. تقی‌الدین راصد، ۹۸۵ ق، استانبول: او پس از رصد ارتفاع‌های نیم‌روزی و تحویل این دو به نصف‌النهار استانبول و لحاظ اختلاف منظر به $29^{\circ} 08' 30'' 72$ و $14^{\circ} 20' 32' 25$ رسید که بر پایه آن میل اعظم و عرض رصدگاه $30^{\circ} 07' 54' 28' 23$ و $00^{\circ} 38' 45' 58' 40$ به‌دست‌می‌آید اما او این مقادیر را با تقریب کمتر از ثانیه گرد کرده است (تقی‌الدین راصد، گ ۲۲ ر).

جدول ۱- سیاهة اندازه گیری میل اعظم با رصد انقلابین برای در دوره اسلامی

خطا (ثانیه)	میل	عرض	ارتفاع	میلا دی	یزدگردی	قمری	انقلاب	رصدگاه	راصد
-۱۴۳	۲۳؛۳۳	۳۴؛۲۷	۷۹؛۰۶	۸۲۸۰۶۱۷	۱۹۷۰۲۲۱	۲۱۳۰۳۲۹	ت	بغداد	۱. یحیی بن ابی منصور
			۳۲؛۰۰	۸۲۸۱۲۱۷	۱۹۷۰۸۲۴	۲۱۳۱۰۰۵	ز		
-۲۵	۲۳؛۳۵	۳۳؛۲۷	۸۰؛۰۸	۸۲۹۰۶۱۸	۱۹۸۰۲۲۲	۲۱۴۰۴۱۱	ت	بغداد	۲. یحیی بن ابی منصور
			۳۲؛۵۸	۸۲۹۱۲۱۷	۱۹۸۰۸۲۴	۲۱۴۱۰۱۶	ز		
-۹۴	۲۳؛۳۳،۵۷ ،۳۰	۳۳؛۳۰،۰۲ ،۳۰	۳۲؛۵۶	۸۳۱۱۲۱۷	۲۰۰۰۸۲۴	۲۱۶۱۱۰۸	ز	دمشق	۳. خالد بن عبدالملک
			۸۰؛۰۳،۵۵	۸۳۲۰۶۱۷	۲۰۱۰۲۲۲	۲۱۷۰۵۱۴	ت		
-۶۵	۲۳؛۳۴،۲۷ ،۳۰	۳۳؛۳۰،۳۲ ،۳۰	۸۰؛۰۳،۵۵	۸۳۲۰۶۱۷	۲۰۱۰۲۲۲	۲۱۷۰۵۱۴	ت	دمشق	۳. خالد بن عبدالملک
			۳۲؛۵۵	۸۳۳۱۲۱۷	۲۰۲۰۸۲۵	۲۱۸۱۱۳۰	ز		
-۴۱	۲۳؛۳۴،۵۱	۳۳؛۳۰،۲۱	۸۰؛۰۴،۳۰	۸۳۲۰۶۱۷	۲۰۱۰۲۲۲	۲۱۷۰۵۱۴	ت	دمشق	رصد دمشق تحویل
			۳۲؛۵۴،۴۸	۸۳۲۱۲۱۷	۲۰۱۰۸۲۵	۲۱۷۱۱۲۰	ز		
-۳۴	۲۳؛۳۴،۵۷ ،۳۰	۳۳؛۳۰،۱۸ ،۳۰	۸۰؛۰۴،۳۹	۸۳۲۰۶۱۷	۲۰۱۰۲۲۲	۲۱۷۰۵۱۴	ت	دمشق	رصد دمشق تحویل
			۳۲؛۵۴،۴۴	۸۳۲۱۲۱۷	۲۰۱۰۸۲۵	۲۱۷۱۱۲۰	ز		
-۱۳۱	۲۳؛۳۳	۳۷؛۴۱	۷۵؛۵۲	۸۴۵۰۶۱۸	۲۱۴۰۲۲۶	۲۳۰۱۰۰۸	ت	مرو	۵. منصور بن طلحه؟
			۲۸؛۴۶	۸۴۵۱۲۱۷	۲۱۴۰۸۲۸	۲۳۱۰۴۱۳	ز		
۱۷	۲۳؛۳۵،۳۰	۳۴؛۱۱،۳۰	۷۹؛۲۴	۸۵۷۰۶۱۷	۲۲۶۰۲۲۸	۲۴۳۰۲۱۹	ت	سامرا	۶. ماهانی
			۳۲؛۱۳	۸۵۷۱۲۱۶	۲۲۶۰۸۳۰	۲۴۳۰۸۲۴	ز		
-۴۳	۲۳؛۳۴،۳۰	۳۴؛۱۲،۳۰	۷۹؛۲۲	۸۵۷۰۶۱۷	۲۲۶۰۲۲۸	۲۴۳۰۲۲۰	ت	سامرا	۷. بنوموسی
			۳۲؛۱۳	۸۵۷۱۲۱۶	۲۲۶۰۸۳۰	۲۴۳۰۸۲۵	ز		
-۳۷	۲۳؛۳۴،۳۰		۳۲؛۱۳	۸۵۹۱۲۱۷	۲۲۸۰۸۳۱	۲۴۵۰۹۱۹	ز		
-۱۴	۲۳؛۳۵	۳۳؛۲۰	۳۳؛۰۵	۸۶۸۱۲۱۶	۲۳۷۰۸۳۳	۲۵۴۱۲۲۷	ز	بغداد	۸. بنوموسی
			۸۰؛۱۵	۸۶۹۰۶۱۷	۲۳۸۰۳۰۱	۲۵۵۰۷۰۴	ت		
۶	۲۳؛۳۵	۳۶؛۰۱	۷۷؛۳۴	۸۸۲۰۶۱۸	۲۵۱۰۳۰۵	۲۶۸۱۱۲۷	ت	رقه	۹. بتانی
			۳۰؛۲۴	۸۸۲۱۲۱۷	۲۵۱۰۹۰۲	۲۶۹۰۶۰۲	ز		
-۶۷	۲۳؛۳۴	۳۶؛۴۰	۲۹؛۴۶	۸۸۸۱۲۱۴	۲۵۷۰۹۰۱	۲۷۵۰۸۰۷	ز	بلخ	۱۰. سیمان بن عصمن
			۷۶؛۵۴	۸۸۹۰۶۱۷	۲۵۸۰۳۰۶	۲۷۶۰۲۱۴	ت		
-۲۷	۲۳؛۳۴،۴۰	۳۶؛۴۰،۳۶	۲۹؛۴۴،۴۴	۸۸۸۱۲۱۴	۲۵۷۰۹۰۱	۲۷۵۰۸۰۷	ز	بلخ	تحویل
			۷۶؛۵۴،۰۴	۸۸۹۰۶۱۷	۲۵۸۰۳۰۶	۲۷۶۰۲۱۴	ت		
-۸۵	۲۳؛۳۳،۴۲ ،۰۸،۳۰	۳۶؛۳۹،۰۰ ،۴۵،۳۰	۲۹؛۴۷،۱۷،۰۶	۸۸۸۱۲۱۴	۲۵۷۰۹۰۱	۲۷۵۰۸۰۷	ز	بلخ	تعديل
			۷۶؛۵۴،۴۱،۲۳	۸۸۹۰۶۱۷	۲۵۸۰۳۰۶	۲۷۶۰۲۱۴	ت		
-۳۳۳	۲۳؛۴۰	۳۵؛۳۴	۷۸؛۰۶	۹۵۹۰۶۲۴*	۳۲۸۰۳۳۰	۳۴۸۰۴۱۴	ت	ری	۱۱. ابوالفضل هروی
			۳۰؛۴۶	۹۶۰۱۲۱۶	۳۲۹۰۹۲۱	۳۴۹۱۰۲۳	ز		
۴۳	۲۳؛۳۵	۲۹؛۳۶	۳۶؛۴۹	۹۶۹۱۲۱۶	۳۳۸۰۹۲۳	۳۵۹۰۲۰۳	ز	شیراز	۱۲. عبدالرحمان صوفی
			۸۳؛۵۹	۹۷۰۰۶۱۷	۳۳۹۰۳۲۶	۳۵۹۰۸۰۹	ت		
۴۸	۲۳؛۳۵	۳۳؛۲۵	۸۰؛۱۰	۹۷۶۰۶۱۶	۳۴۵۰۳۲۷	۳۶۵۱۰۱۵	ت	بغداد	۱۳. ابوالوفا بوزجانی
			۳۳؛۰۰	۹۷۶۱۲۱۶	۳۴۵۰۹۲۵	۳۶۶۰۴۲۰	ز		
۴۵	۲۳؛۳۵،۰۰	۳۰؛۰۳،۳۰	۳۶؛۲۱،۳۰	۹۷۶۱۲۱۶	۳۴۵۰۹۲۵	۳۶۶۰۴۲۰	ز	قاهره	۱۴. ابن یونس
			۸۳؛۳۱،۳۰	۹۷۷۰۶۱۶	۳۴۶۰۳۲۷	۳۶۶۱۰۲۵	ت		

خطا (ثانیه)	میل	عرض	ارتفاع	میلا دی	یزدگردی	قمری	انقلاب	رصدگاه	راصد
۳۹	۲۳;۳۵	۳۳;۲۰	۸۰;۱۵	۹۸۵۰۶۱۶	۳۵۴۰۳۲۹	۳۷۵۰۱۲۴	ت	بغداد	۱۵. ابو حامد صاغانی
			۳۳;۰۵	۹۸۵۱۲۱۶	۳۵۴۰۹۲۷	۳۷۵۰۷۳۰	ز		
-۱۰۴	۲۳;۳۲,۱۸ ,۴۵	۳۵;۳۴,۳۸ ,۴۵	۷۷;۵۷,۴۰	۹۹۴۰۶۱۷	۳۶۳۰۴۰۲	۳۸۴۰۵۰۶	ت	ری	۱۶. خجندی
			۳۰;۵۳,۰۲ ,۳۰	۹۹۴۱۲۱۶	۳۶۳۰۹۲۹	۳۸۴۱۱۱۱	ز		
۵۳	۲۳;۳۵	۳۳;۳۵	۸۰;۰۰	۱۰۱۹۰۶۱۶	۳۸۸۰۴۰۷	۴۱۰۰۲۰۹	ت	غزنه	۱۷. ابوریحان بیرونی
			۳۲;۵۰	۱۰۱۹۱۲۱۵	۳۸۸۱۰۰۴	۴۱۰۰۸۱۴	ز		
۵۳	۲۳;۳۵	۳۳;۳۵	۸۰;۰۰	۱۰۲۰۰۶۱۶	۳۸۹۰۴۰۸	۴۱۱۰۲۲۱	ت	غزنه	۱۸. ابوریحان بیرونی
			۳۲;۵۰	۱۰۲۰۱۲۱۵	۳۸۹۱۰۰۵	۴۱۱۰۸۲۶	ز		
۶۶	۲۳;۳۴,۴۸	۳۲;۲۸,۵۱	۳۳;۵۶,۲۱	۱۰۶۰۱۲۱۵	۴۲۹۱۰۱۵	۴۵۲۱۱۲۰	ز	اصفهان	رصد تحوی ل تعدیل
			۸۱;۰۵,۵۷	۱۰۶۱۰۶۱۶	۴۳۰۰۴۱۸	۴۵۳۰۵۲۵	ت		
۶۹	۲۳;۳۴,۵۱	۳۲;۲۸,۵۰	۳۳;۵۶,۱۹	۱۰۶۰۱۲۱۵	۴۲۹۱۰۱۵	۴۵۲۱۱۲۰	ز		
			۸۱;۰۶,۰۱	۱۰۶۱۰۶۱۶	۴۳۰۰۴۱۸	۴۵۳۰۵۲۴	ت		
۱۴	۲۳;۳۳,۵۶	۳۲;۲۷,۲۵	۳۳;۵۸,۳۹	۱۰۶۰۱۲۱۵	۴۲۹۱۰۱۵	۴۵۲۱۱۲۰	ز		
			۸۱;۰۶,۳۱	۱۰۶۱۰۶۱۶	۴۳۰۰۴۱۸	۴۵۳۰۵۲۴	ت		
-۱۳۵	۲۳;۳۰	۳۷;۲۰	۲۹;۱۰	۱۲۶۱۱۲۱۴	۶۳۰۱۲۰۴	۶۶۰۰۱۱۹	ز	مراغه	۲۰. نصیرالدین طوسی همکاران
			۷۶;۱۰	۱۲۶۲۰۶۱۴	۶۳۱۰۶۰۶	۶۶۰۰۷۲۴	ت		
-۱۳۲	۲۳;۳۰,۰۰	۳۷;۲۰,۳۰	۷۶;۰۹,۳۰	۱۲۶۴۰۶۱۳	۶۳۳۰۶۰۶	۶۶۲۰۸۱۶	ت	مراغه	۲۱. مجیبی الد بن مغربی
			۲۹;۰۹,۳۰	۱۲۶۴۱۲۱۳	۶۳۳۱۲۰۴	۶۶۳۰۲۲۱	ز		
۵۸	۲۳;۳۲,۵۰	۳۰;۵۸,۳۰	۸۲;۳۴,۲۰	۱۲۷۲۰۶۱۴	۶۴۱۰۶۰۹	۶۷۰۱۱۱۶	ت	اسکندریه	۲۲. کواشی
			۳۵;۲۸,۴۰	۱۲۷۲۱۲۱۳	۶۴۱۱۲۰۶	۶۷۱۰۵۲۰	ز		
-۲۱	۲۳;۳۱	۳۳;۳۰	۸۰;۰۱	۱۳۴۹۰۶۱۳	۷۱۸۰۶۲۷	۷۵۰۰۳۲۵	ت	دمشق	۲۳. ابن شاطر
			۳۲;۵۹	۱۳۴۹۱۲۱۳	۷۱۸۱۲۲۵	۷۵۰۱۰۰۱	ز		
-۳۱	۲۳;۳۰,۱۷	۳۹;۳۷,۲۳	۲۶;۵۲,۲۰	۱۴۲۳۱۲۱۳	۷۹۳۰۱۱۳	۸۲۷۰۱۰۹	ز	سمرقند	۲۴. الغ بیگ و همکاران
			۷۳;۵۲,۵۴	۱۴۲۴۰۶۱۳	۷۹۳۰۷۱۶	۸۲۷۰۷۱۵	ت		
-۵۳	۲۳;۲۸,۵۴ ,۰۷,۳۰	۴۰;۵۸,۴۵ ,۳۸,۳۰	۷۴;۳۰,۰۸۲۹	۱۵۷۷۰۶۱۱	۹۴۶۰۸۲۲	۹۸۵۰۳۲۴	ت	استانبول	۲۵. تقی الدین راصد
			۲۵;۳۲,۲۰۱۴	۱۵۷۷۱۲۱۱	۹۴۷۰۲۲۰	۹۸۵۱۰۰۱	ز		

تاریخ‌های با زمینه سیاه در منبع کهن یاد نشده‌اند و تاریخ‌های با زمینه خاکستری فقط به صورت سال در منبع کهن آمده‌اند. مقصود از خطا، تفاوت نتیجه رصد با مقدار به دست آمده از فرمول‌های امروزی برای سال هر رصد است (خطای مثبت: بیش از واقع)

همه تاریخ‌های میلادی و تاریخ‌های قمری یا یزدگردی یاد نشده در منابع با کمک نرم‌افزار تبدیل تاریخ نوشته شده توسط نگارنده محاسبه شده است.

*. این تاریخ یک هفته پس از روز درست انقلاب تابستانی آن سال است (نک شرح رصد در متن مقاله)

Reference (including transcribed/translated titles)

- Avicena, *al-Shifā'*, Mathematics: Cosmology, ed. I. Madkur et al., Cairo, 1980. (in Arabic)
- Battani, *Opus astronomicum*, ed. C. A. Nallino, Milan, 1899. (in Arabic)
- Biruni, *Canon Masudicus*, Hyderabad, 1954-1956. (in Arabic)
- Biruni, *Ḥikāyah al-ālah al-Musammā bī Suds al-Fakhī*, (see current bibliography: Cheikho) . (in Arabic)
- Biruni, *The Determination of the Coordinates of Positions for the Correction of Distances between Cities*, ed. P. G. Bulgakov, Cairo, 1962. (in Arabic)
- Biruni, *The Determination of the Coordinates of Positions for the Correction of Distances between Cities*, Ms. Fatih 3386, Süleymaniye Library. (in Arabic)
- Biruni, *The Exhaustive Treatise on Shadows*, Hyderabad, 1948. (in Arabic)
- Britton, J. P., "Ptolemy's Determination of the Obliquity of the Ecliptic", *Centaurus*, vol. 14 (1) 1, 1969, 29-41.
- Bulmer-Thomas, I., "Euclid", *Dictionary of Scientific Biography*, ed. C. C. Gillispie, vol. 4, New York: Scribner, 1971, 414-437.
- Bulmer-Thomas, I., "Eudemus of Rhodes", *Dictionary of Scientific Biography*, ed. C. C. Gillispie, vol. 4, New York: Scribner, 1971, 414-437.
- Buzjani, *Almagest*, ed. A. Musa, Beirut, 2010. (in Arabic)
- Cheikho, L., "Risālah al-Khojandi fī al-Miyl wa 'Arz al-Balad", *al-Mashriq*, vol. 11(1), 1908, p. 60-69. (in Arabic)
- Evans, J., *The History and Practice of Ancient Astronomy*, New York - Oxford: Oxford University Press, 1998.
- Habash al-Hasib, *Zīj*, Ms. 784.2, Yeni Cami library. (in Arabic)
- Heath, T. L., *Greek Astronomy*, London, 1932.
- Ibn al-Nadīm, *Kitāb al-Fihrist*, Ed. G. Flugel, Leipzig, 1871. (in Arabic)
- Ibn al-Šāṭir, *al-'Amal bi al-Rub' al-Tāmm*, Ms. Or. 139.1, Leiden University Library, <http://hdl.handle.net/1887.1/item:3400738>. (in Arabic)
- Ibn al-Šāṭir, *L'achèvement de l'enquête et la correction des fondements (Kitāb nihāya al-sūl fī taṣḥīḥ al-'uṣūl)*, ed. E. Penchèvre, 2021, <https://arxiv.org/abs/1709.04965>. (in Arabic)
- Ibn Yūnus, al-Zīj al-Ḥakīmī al-Kabīr, Ms. Or. 143, Leiden University Library, <http://hdl.handle.net/1887.1/item:3398296>. (in Arabic)
- Karamati, Y., "An Observational History of Persia and the Islamic World until the "Mumtaḥan (Examined) Observations" (213 AH / 828 AD)",

- Journal for the History of Science*, vol. 21 (2), 2024, 169-186. <https://doi.org/10.22059/jihs.2024.356657.371782>. (in Persian)
- Karamati, Y., “al-Bīrūnī”, *Encyclopaedia Islamica*, trans. M. Melvin-Koushki, Leiden - Boston: Brill, 2015, 1-17. https://doi.org/10.1163/1875-9831_isla_COM_05000005.
- Karamati, Y., “al-Būzjānī, Abū al-Wafā’”, *Encyclopaedia Islamica*, trans. M. Asatryan, Leiden - Boston: Brill, 2015, 307-320. https://doi.org/10.1163/1875-9831_isla_COM_05000059.
- Karamati, Y., *Kāshānī Shinākht: An Investigation of the Mathematical Works of Ghīyāth al-Dīn Jamshīd Kāshānī*, Tehran, 2024. (in Persian)
- Karamati, Y., “Raṣad”, *Great Islamic Encyclopaedia*, vol. 25, 2023, 104-160. (in Persian)
- Karamati, Y., “Zarqālī”, *Great Islamic Encyclopaedia*, vol. 26, 2026, 345-376, <http://www.cgie.org.ir/fa/article/274295>. (in Persian)
- Karamati, Y., “al-Zīj al-Ḥākīmī al-Kabīr”, *Great Islamic Encyclopaedia*, vol. 27, 2026. (in Persian)
- Karī-Niyazov, T. N. (Taṣmuhamed N., *Astronomicheskaya shkola Ulugbeka (Астрономическая школа Улугбека)*, Moscow - Leningrad: Izdatel'stvo Akademii Nauk CCCP (USSR Academy of Sciences Publishing House), 1950.
- Kashani, “First Letter [to his father]”, *From Samarqand to Kāshān*, ed. M. Bagheri, Tehran, 1996. (in Persian)
- Kashani, “Second Letter [to his father]”, *From Samarqand to Kāshān*, ed. M. Bagheri, Tehran, 1996. (in Persian)
- Kashani, *Sharḥ Ālāt Raṣad*, Ms. Or. 945.9, Leiden University Library. (in Persian)
- Kawāshī, *Taysīr al-Maṭālib fī Tasyīr al-Kawākib*, Ms. Or 9116, British Library, https://www.qdl.qa/en/archive/81055/vdc_100063278240.0x000001. (in Arabic)
- Kennedy, E. S., “A Survey of Islamic Astronomical Tables”, *Transaction of the American Philosophical Society, New Series*, vol. 46 (2), 1956, 123-177.
- Kennedy, E. S., “Al-Kāshī’s Treatise on Astronomical Observational Instruments”, *Journal of Near Eastern Studies*, vol. 20 (2) 2, 1961, 98-108.
- Kennedy, E. S., *A Commentary Upon Bīrūnī’s Kitāb Taḥdīd al-Amākin: An 11th Century Treatise on Mathematical Geography*.
- Khafri, *al-Takmilah fī Sharḥ al-Tadhkirah*, Ms. IO Islamic 1715, British Library, https://www.qdl.qa/en/archive/81055/vdc_100046777069.0x000001. (in Arabic)

- Khazimi, *Almagest (fragments)*, Ms. 314.1, Istanbul University Library
- Khujandi, *Ṭaṣḥīḥ al-Miyl wa 'arṣ al-Balad* (see current bibliography: Cheikho). (in Arabic)
- Kum Rishi, *al-Lum'ah fi Ḥall al-Sab'ah*, Ms. 2527, Bibliothèque nationale de France, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b10037506k>. (in Arabic)
- Kum Rishi, *Nuzḥah al-Nāzir fī Sharḥ Zīj Ibn al-shatir*, Ms. Or. 65, Leiden University Library, <http://hdl.handle.net/1887.1/item:3341936>. (in Arabic)
- Muhyi al-Din al-Maghribi, *Adwār al-Anwār Madī al-Duhūr wa al-Akwār*, Ms. 3665, Chester Beatty Library. (in Arabic)
- Muhyi al-Din al-Maghribi, *Khulāsah al-Mijistī*, Ms. Or. 110, Leiden University Library, <http://hdl.handle.net/1887.1/item:3359021>. (in Arabic). (in Arabic)
- Muhyi al-Din al-Maghribi, *Taṣḥīḥ al-Uṣṭurlāb*, Ms. 6329.2, Library of Iran Parliament. (in Arabic)
- Nasawi, *al-Ishbā' fī Sharḥ Shakl al-Qatta'*, Ms. 3464.14, Ahmet III Library, Topkapı Palace Museum. (in Arabic)
- Nasawi, *al-Ishbā' fī Sharḥ Shakl al-Qatta'*, Ms. Or. 556.4, Leiden University Library. (in Arabic)
- Nasir al-Din Tusi, *Memoir on Astronomy (al-Tadhkira Fī 'ilm Al-hay'a)*, ed. F. J. Ragep, New York, 1993. (in Arabic)
- Nasir al-Din Tusi, *Zīj Īlkhānī*, Ms. 1462, UCLA Library. (in Persian)
- Nasir al-Din Tusi, *Zīj Īlkhānī*, Ms. persan 163, Bibliothèque nationale de France, <https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8410891x> (in Persian)
- Nayrizi, Codex leidensis, 399, 1: Euclidis Elementa ex interpretatione Al-Hadschschadschii cum commentariis Al-Narizii, ed. R. O. Besthorn & J. L. Heiberg, Copenhagen, 1897-1932. (in Arabic)
- Oloug-Beg, *Prolégomènes des Tables astronomiques*, ed. L. P. E. A. Sédillot, Paris, 1847. (in Persian)
- Penchèvre, E., Translation of *L'achèvement de L'enquête et la correction des fondements*, 2021.
- Proclus, *A Commentary on the First Book of Euclid's Elements*, trans. G. R. Morrow, Princeton: Princeton University Press, 1970.
- Ptolemy, *Almagest*, tr. Hunayn Ibn Ishaq & Thabit ibn Qurra, Ms. 7116, National Library of Tunisia, transcribed by P. Rezvani, Ptolemaeus Arabus et latins (www.ptolemaeus.badw.de) . (in Arabic)
- Ptolemy, *Almagest*, trans. G. J. Toomer, London: Princeton University Press, 1998.

- Qifti, Tāriḫ al-Ḥukamā, ed. J. Lippert, Leipzig, 1903. (in Arabic)
- Qutb al-Din Shirazi, *al-Tuhfa al-Shāhīyah*, Ms. 6130, Library of Iran Parliament. (in Arabic)
- Qutb al-Din Shirazi, *Ikhtiyārāt Muẓaffarī*, ed. A. M. Gamini, Tehran, 2023. (in Persian)
- Qutb al-Din Shirazi, *Nihāyah al-Idrāk fi Drayah al-Aflāk*, Ms. 7070, Central Library of University of Tehran. (in Arabic)
- Rukn al-Din Amoli, *Zīj Jāmi' al-Sa'īdī*, Ms. 183, Library of Iran Parliament. (in Persian)
- Ṣaid Al-Andalusi, *al-Ta'rīf bi Ṭabaqat al-Umam*, Ed. Gh. Jamshidnedzad-Avval, Tehran 1997. (in Arabic)
- Saliba, G. A., "An Observational Notebook of a Thirteenth-Century Astronomer", *Isis*, vol. 74 (3) 3, 1983, 388-401.
- Saliba, G. A., "Astrology/Astronomy, Islamic", *Dictionary of the Middle Ages*, ed. J. R. Strayer, vol. 1, New York: Charles Scribner's Sons, 1982, 616-624.
- Saliba, G. A., "Theory and Observation in Islamic Astronomy: The Work of Ibn al-Shātir of Damascus", *Journal for the History of Astronomy*, vol. 18 (1) 1, 1987, 35-43.
- Saliba, G. A., *A History of Arabic Astronomy: Planetary Theories During the Golden Age of Islam*, New York: New York University Press, 1994.
- Sarton, G., *A History of Science: Ancient Science through the Golden Age of Greece*, New York: John Wiley & Sons, 1952.
- Sayılı, A., *The Observatory in Islam and Its Place in the General History of the Observatory*, Ankara: Türk Tarih Kurumu Basımevi, 1988.
- Schirmer, O., "Studien zur Astronomie der Araber", *Sitzungsberichte der Physikalisch-Medizinischen Sozietät zu Erlangen*, vol. 58-59, 1927 1926, 33-88.
- Taqi al-Din al-Rasid, *Sirdah al-Muntahā fi Malakūt Falak al-Adwār*, Ms. 2930, Nuruosmaniye Library. (in Arabic)
- Theon of Smyrna, *Mathematics Useful for Understanding Plato*, trans. R. Lawlor and D. Lawlor, San Diego: Wizards Bookshelf, 1979.
- Al-Zīj al-Ma'mūnī al-Mumtaḥan*, Ms. 927, Escorial Library. (in Arabic)

منابع عربی و فارسی

ابن سینا، حسین بن عبدالله، الشفاء: الرياضيات: علم الهيئة، به کوشش ابراهیم مدکور، محمدرضا مدور، و امام ابراهیم احمد، قاهره: الهيئة العامة لشئون المطابع الاميرية، ١٩٨٠ م / ١٤٠٠ ق.

ابن شاطر، ابوالحسن علاءالدین علی بن ابراهیم بن محمد بن همام انصاری، العمل بالربع التام، دستنویس شماره Or. 139.1 (گ ۱ پ-۱۹ پ)، کتابخانه دانشگاه لایدن.

ابن شاطر، ابوالحسن علاءالدین علی بن ابراهیم بن محمد بن همام انصاری، نهاية السؤل فی تصحیح الاصول، به کوشش اروان پنشور، ۲۰۲۱ م.

ابن ندیم، محمد بن اسحاق، الفهرست، به کوشش گوستاو فلوجل، لایپزیگ: فردیش کریستیان ویلهلم فوجل، ۱۸۷۱ م.

ابن یونس، ابو الحسن علی بن عبد الرحمان، الزیج الحاکمی الکبیر، دستنویس شماره Or. 143 (۱۰۵۷ قدیم)، کتابخانه دانشگاه لایدن.

الزیج المأمونی الممتحن (منتسب به یحیی بن ابی منصور)، دستنویس شماره ۹۲۷ فهرست درنورگ (۹۲۲ فهرست غزیری)، کتابخانه اسکوریال.

الغ بیگ، محمد بن طرخان، زیج، به کوشش لویی پیر اوژن آملی سدیو، ج ۱، پاریس: فرمین دیدو فرره، ۱۸۴۷.

بتانی، ابوعبدالله محمد بن سنان بن جابر حرانی، الزیج الصابی، به کوشش کارلو آلفونسو نالینو، میلان: اولریخ هوپلی، ۱۸۹۹ م.

بطلمیوس، المجسطی، ترجمه حنین بن اسحاق و ابوالحسن ثابت بن قره، دستنویس شماره ۷۱۱۶، کتابخانه دار الکتب الوطنیة تونس، حرف نگاری به کوشش پویان رضوانی، Ptolemaeus Arabus et latins (vide: www.ptolemaeus.badw.de).

بوزجانی، ابوالوفا، مجسطی، به کوشش علی موسی، بیروت: مرکز دراسات الوحدة العربیة، ۲۰۱۰ م. بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد، افراد المقال فی امر الظلال، حیدرآباد دکن: دائرة المعارف العثمانیة، ۱۹۴۸ م / ۱۳۶۷ ق.

بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد، القانون المسعودی، حیدرآباد دکن: دائرة المعارف العثمانیة، ۱۹۵۴-۱۹۵۶ م / ۱۳۷۳-۱۳۷۵ ق.

بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد، تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن، به کوشش پاول گیورگیویچ بولگاکیف، قاهره، ۱۹۶۲ م (به عنوان جلد ۸ مجله معهد المخطوطات العربیة).

بیرونی، ابوریحان محمد بن احمد، تحدید نهایات الاماکن لتصحیح مسافات المساکن، دستنویس شماره ۳۳۸۶، کتابخانه مجموعه فاتح سلیمانیه.

- بيرونى، ابوريحان محمد بن احمد، حكاية آلة المسماة بسدس فخرى، به كوشش لويش شيخو، ١٩٠٨ م (نك همين منابع: شيخو، «رسالة الخجندى»).
- تقى الدين راصد، محمد بن معروف، سدره منتهى الافكار فى ملكوت فلک الادوار = زيچ شهنشاهى، دستنويس شماره ٢٩٣٥، كتابخانه نور عثمانيه.
- حبش حاسب، احمد بن عبدالله، زيچ، دستنويس شماره ٧٨٤/٢ (گ ٦٩ پ-٢٣٠ ر)، كتابخانه ينى جامع استانبول.
- خازمى، ابو عبدالله محمد بن احمد سعيدى، المجسطى [ملقطات]، دستنويس شماره ٣١٤/١ عربى (گ ١ پ-٤٨ ر)، كتابخانه دانشگاه استانبول.
- خجندى، ابومحمود حامد بن خضر، تصحيح الميل و عرض البلد، به كوشش لويش شيخو، ١٩٠٨ م (نك همين منابع: شيخو، «رسالة الخجندى»).
- خفرى، شمس الدين محمد بن احمد، التكملة فى شرح التذكرة، دستنويس شماره IO Islamic 1715، كتابخانه ديوان هند.
- ركن الدين آملى، زيچ جامع سعيدى، دستنويس شماره ١٨٣، كتابخانه مجلس شوراى اسلامى.
- شيخو، لويش، رسالة الخجندى فى الميل و عرض البلد، ج ١١ شم ١، ١٩٠٨ م، ص ٦٠-٦٩.
- صاعد اندلسى، ابوالقاسم بن احمد بن صاعد، التعريف بطبقات الامم، به كوشش غلامرضا جمشيدنژاد اول، تهران: ميراث مكتوب، ١٣٧٦ ش.
- قطب الدين شيرازى، محمود بن مسعود بن مصلح، اختيارات مظفرى، به كوشش امير محمد گمىنى، تهران: مؤسسه پژوهشى حكمت و فلسفه ايران، ١٤٠٢ ش.
- قطب الدين شيرازى، محمود بن مسعود بن مصلح، التحفة الشاهية، دستنويس شماره ٦١٣٥، كتابخانه مجلس شوراى اسلامى.
- قطب الدين شيرازى، محمود بن مسعود بن مصلح، نهاية الادراك فى دراية الافلاك، دستنويس شماره ٧٠٧٥، كتابخانه مركزى دانشگاه تهران.
- قفطى، على بن يوسف بن ابراهيم، تاريخ الحكماء (اختصار زوزنى)، به كوشش يوليوس ليبيرت، لايبزيگ، ١٩٠٣ م.
- كاشانى، غياث الدين جمشيد بن مسعود، شرح آلات رصد، دستنويس شماره Or. 945.9 (گ ١٢ ر-١٣ ر)، كتابخانه دانشگاه لايدن.

کاشانی، غیاث‌الدین جمشید بن مسعود، «نامه دوم»، از سمرقند به کاشان، به کوشش محمد باقری، تهران: علمی و فرهنگی، ۱۳۷۵ ش.

کاشانی، غیاث‌الدین جمشید بن مسعود، «نامه نخست»، از سمرقند به کاشان، به کوشش محمد باقری، تهران: علمی و فرهنگی، ۱۳۷۵ ش.

کرامتی، یونس، «الزیج الحاکمی الکبیر»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۲۷، تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۱۴۰۵ ش.

کرامتی، یونس، «تاریخ رصدگری در ایران و جهان اسلام تا رصدهای ممتحن (۲۱۳ قمری / ۸۲۸ میلادی)»، تاریخ علم، ج ۲۱ شم ۲، بهمن ۱۴۰۲ ش، ص ۱۶۹-۱۸۶.
<https://doi.org/10.22059/jihs.2024.356657.371782>.

کرامتی، یونس، «رصد»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۲۵، تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۱۴۰۲ ش، ص ۱۰۴-۱۶۰.

کرامتی، یونس، «زرقالی»، دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ج ۲۶، تهران: مرکز دائرةالمعارف بزرگ اسلامی، ۱۴۰۴ ش، ص ۳۴۵-۳۷۶.

کرامتی، یونس، کاشانی‌شناخت: پژوهشی در آثار ریاضی غیاث‌الدین جمشید کاشانی، تهران: میراث مکتوب، ۱۴۰۳ ش.

کواشی، محمد بن ابی بکر، تیسیر المطالب فی تیسیر الکواکب، دست‌نویس شماره Or 9116، کتابخانه بریتانیا.

کوم ریشی، شهاب‌الدین احمد بن غلام‌الله بن احمد، اللمعة فی حلّ السبعة، دست‌نویس شماره ۲۵۲۷، کتابخانه ملی فرانسه.

کوم ریشی، شهاب‌الدین احمد بن غلام‌الله بن احمد، نزهة الناظر فی شرح زیج ابن الشاطر، دست‌نویس شماره Or. 65، کتابخانه دانشگاه لایدن.

محبی‌الدین مغربی، یحیی بن محمد بن ابی الشکر، ادوار الانوار مدى الدهور و الاکوار، دست‌نویس شماره ۳۶۶۵، کتابخانه چستر بیٹی.

محبی‌الدین مغربی، یحیی بن محمد بن ابی الشکر، تسطیح الاسطرلاب، دست‌نویس شماره ۶۳۲۹/۲ (گ ۲۳-پ ۳۵ ر)، کتابخانه مجلس شورای اسلامی.

محبی‌الدین مغربی، یحیی بن محمد بن ابی الشکر، خلاصة المجسطی، دست‌نویس شماره Or. 110، کتابخانه دانشگاه لایدن.

نسوی، ابوالحسن علی بن احمد، الاشباع فی شرح الشكل القطاع، دستنویس شماره ۱۴/۳۴۶۴ احمد سوم (گ ۱۹۹ پ-۲۲۲ پ)، کتابخانه طوپ قاپی سرای استانبول.

نسوی، ابوالحسن علی بن احمد، الاشباع فی شرح الشكل القطاع، دستنویس شماره 556.4 Or. (گ ۴۰ پ-۶۳ پ)، کتابخانه دانشگاه لایدن.

نصیرالدین طوسی، ابوجعفر محمد بن محمد بن حسن، التذکره فی علم الهيئة، به کوشش جمیل رجب، نیویورک، ۱۹۹۳ م.

نصیرالدین طوسی، ابوجعفر محمد بن محمد بن حسن، زیج ایلخانی، دستنویس شماره Persan 163، کتابخانه ملی فرانسه.

نصیرالدین طوسی، ابوجعفر محمد بن محمد بن حسن، زیج ایلخانی، دستنویس شماره ۱۴۶۲، کتابخانه UCLA.

نیریزی، ابوالعباس فضل بن حاتم، شرح [بر ترجمه حجاج بن یوسف بن مطر از] اصول اقلیدس، به کوشش راسموس اولسن بستهورن و یوهان لودی هایبر، کپنهاگ، ۱۸۹۷-۱۹۳۲ م.

