journal for the History of Science
Print issn: 1735-0573 ● Online issn: 2717-1965
University of Tehran

Ibn Kushna al-mumī's Treatise in Refutation of Passages from al-Karajī's *al-āā fīffiad-ii sāb*

Narges Assarzadegan[1], Hanif Ghalandari[2] ✉

1. Isfahan Mathematics House, E-mail: narges.assarzadegan@gmail.com

2. Institute for the History of Science, Faculty of Theology and Islamic Istudies, University of Tehran, E-mail: hanif.ghalandari@ut.ac.ir

Article Info	ABSTRACT

Article type:

Research Article

Article history:

Received: 5 September 2025

Revised: 18 October 2025

Accepted: 20 October 2025

Published online: 11 November 2025

aaaa mmdd inn Kuaaaa al-Qumī, nn Iriii nn mtt mmttiii nn att ive during the 4th–5th centuries AH (10th–11th centuries CE), composed a treatise entitled *ʿUddat Masāʾil li-Ibn Kushna fī al-Radd ʿalā Mawāḍiʿ min Kitāb al-Kāfī li-l-Karajī*. This work constitutes a critical examination of five sections from the geometric part of al-Karajī's *al-Kāfī fī al-ḥisāb*. The topics addressed include: the extraction of an arc from its chord, the diameter of the circumcircle of regular polygons, the surface area of the sphere, the area of the inhabited quarter of the Earth, the surface area of the cone, the volume of the sphere, and methods for measuring ground elevation in tee xxaavtt inn of aaaals ddd qāāāts—each supported by rigorous goomttric ressnnigg. hh ile mttt ff Inn Knnnn''s objcctisss are framed in purely geometric terms, in certain cases, such as the second problem, he challenges the general validity of propositions formulated by al-Krrajī yy ff ferigg nnnnteraaamll ss. In tee third problem, he critiques an astronomical method of measurement, rffrrrigg to a aaapter in the third ookk ff Kuyyyrr's *Zīj jāmiʿ* (on yyy'a), where he identifies an error in the method of computation. This ppprr vvlltt ss the sssssss s ff Inn Knnnn''s rriticimms ff selected geometrical arguments in al-Krrajī's *al-Kāfī fī al-ḥisāb* from a mathematical perspective.

Keywords:

Aūū ll-*ʿAbbās Nayrīzī*, ttt ermittt inn ff tee Errt''s weight, geometry, Ibn Kushna al-Qumī, Krrajī, Kyyyyrr Gīlīīī, tee rraa ff the inhabited quarter of the Earth.

Cite this article: Assarzadegan, N. & Ghalandari, H. (2025). Ibn Kushna al-uu msss Teeaiiee nn ee fuooooo of Passages from al-Kaaaīss *al-Kāfī fī al-ḥisāb*. *Journal for the History of Science*. 23 (1), 81-109.

DOI: 10.22059/jihs.2025.401845.371838

Publisher: University of Tehran Press

تاریخ علم
شاپا الکترونیکی: ۱۹۶۵-۲۷۱۷ ● شاپا چاپی: ۰۵۷۳-۱۷۳۵

رسالهٔ ابن کشنهٔ قمی در ردّ مواضعی از *الکافی فی الحساب* کرجی

نرگس عصارزادگان[۱]، حنیف قلندری[۲] ✉

۱. خانه ریاضیات اصفهان، رایانامه: narges.assarzadegan@gmail.com

۲. پژوهشکده تاریخ علم، دانشکده الهیات و معارف اسلامی، دانشگاه تهران، رایانامه: hanif.ghalandari@ut.ac.ir

اطلاعات مقاله

نوع مقاله: پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱٤۰٤/۰٦/۱٤

تاریخ بازنگری: ۱٤۰٤/۰۷/۲٦

تاریخ پذیرش: ۱٤۰٤/۰۷/۲۸

تاریخ انتشار: ۱٤۰٤/۰۸/۲۰

کلیدواژه‌ها:

ابن کشنهٔ قمی، ابوالعباس نیریزی، کرجی، کوشیار گیلانی، مساحت ربع مسکون، معرفت وزن زمین، هندسه.

چکیده

محمد بن کشنهٔ قمی ریاضی‌دان ایرانی سدهٔ ٤ و ٥ هجری قمری است. رسالهٔ عدة مسائل لابن کشنه فی الردّ علی مواضع من کتاب الکافی للکرجی، نقدی بر پنج باب از مباحث هندسی الکافی فی الحساب کرجی در بارهٔ استخراج قوس از وتر، قطر دایرهٔ محیطی در چندضلعی‌های منتظم، مساحت بسیط کره، مساحت رُبع مسکون، مساحت بسیط مخروط، حجم کره و چگونگی سنجش ارتفاع زمین برای حفر نهر و قنات است که به براهین هندسی مبرهن شده است. نقدها عمدتاً ساختاری کاملاً هندسی دارند، اما در برخی نقدها، مانند مسألهٔ دوم، ابن کشنه متعرض صورت کلی قضیه‌ای شده است که کرجی در کتاب خود آورده بود. او با عرضهٔ یک مثال نقض کلی بودنِ قضیهٔ گفته شده را نقض می‌کند. در مسألهٔ سوم او در بارهٔ یک روش اندازه‌گیری نزد منجمان صحبت می‌کند و با یاد کردن از فصلی از باب سوم زیج جامع کوشیار، که در موضوع هیئت است، خطایی را در روش محاسبهٔ او گوشزد می‌کند. در این نوشته درستی نقدهای او را، بر بخش‌هایی از مباحث هندسی الکافی فی الحساب کرجی از لحاظ ریاضی می‌آزماییم.

استناد: عصارزادگان، نرگس؛ قلندری، حنیف (۱٤۰٤). رسالهٔ ابن کشنهٔ قمی در ردّ مواضعی از الکافی فی الحساب کرجی. تاریخ علم، ۲۳ (۱)، ۸۱-۱۰۹.

DOI: 10.22059/jihs.2025.401845.371838

مقدمه

زمان دقیق زندگی رشیدالدین ابوجعفر محمد بن احمد بن محمد بن کشنهٔ[۱] قمی معلوم نیست، بر اساس نام‌هایی که او در نوشته‌های خود از آنها یاد کرده است حدود زمان زندگی او به‌دست می‌آید و محققان آن را نیمه دوم سده ۴ و نیمه نخست سده ۵ هجری دانسته‌اند. او در آثارش از کرجی (؟- ح۴۲۰)، ابوالعباس فضل بن حاتم نیریزی (نیمهٔ دوم سدهٔ سوم و اوایل سدهٔ چهارم)، کوشیار گیلانی (ح۳۳۰- اوایل سدهٔ پنجم) و سجزی (ح۳۳۰-ح۴۱۵) نام برده است. بر این اساس احتمالاً او معاصر یا معاصر جوان‌ترِ دانشمندانی است که در نیمه نخست سده پنجم هجری می‌زیسته‌اند. فهرست‌نویس کتابخانهٔ لایدن ابن کشنه و سجزی را معاصر دانسته است[۲] ولی قربانی این نظر را نپذیرفته است (قربانی، ۴۴۲). دو رساله به زبان عربی از او باقی است: عدة مسائل لابن کشنه فی الرد علی مواضع من کتاب الکافی للکرجی و فی إبانة الخطین اللذین یقربان ابداً ولایلتقیان (برای آگاهی از نسخه‌های خطی این دو رساله نک: قربانی، ۴۴۲-۴۴۳، سزگین، ۵/ ۳۳۶ و۴۰۳). ابن کشنه در مقدمهٔ رسالهٔ فی إبانة ... می‌گوید این رساله را در پاسخ به فردی به نام[۳] أبوالبدر عبدالعزیز بن علي بن عبدالعزیز نوشته است (الابانة...، نسخهٔ لایدن، ۲۳۲) که او نیز شناخته شده نیست. در این مقاله برهان‌هایی که او در رد مطالب کرجی آورده است بررسی شده‌اند و درستی آنها تحقیق شده است.

ابن کشنه در پنج بخش از رسالهٔ عدة مسائل ... مباحث هندسی باب‌های ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰ و ۵۲ کتاب الکافی فی الحساب کرجی را به دیدهٔ نقد نگریسته و با استناد به برهان‌های هندسی ایراداتی به آن‌ها وارد دانسته است. او به مسائلی در بارهٔ استخراج قوس از وتر، قطر دایرهٔ محیطی در چندضلعی‌های منتظم، مساحت کره، مساحت رُبع مسکون، مساحت مخروط، حجم کره و در معرفت وزن زمین برای حفر قنات پرداخته است. همچنین در بخش مساحت کره، با عرضهٔ دلایل هندسی، محاسبات کوشیار گیلانی را در مورد سطح بسیط ربع مسکون نقد می‌کند. در بخش موازین الارض نیز به خطای نیریزی در رسالهٔ فی عمل الآلات التی تعرف بها بُعد الاشیاء،[۴] بدون هیچ توضیحی، اشاره کرده است.

۱. در برخی منابع او را ابن کُشنه (IBN KUSHNA) (احمد جبار، ۱٦۸) و در برخی ابن کِشنه (Mḥammad .. nnnna) نامیده‌اند (سزگین، ٤۰۳).

۲. شاید به این دلیل است که ابن کشنه نام ریاضی‌دانان درگذشته را با عبارت «رحمه اللّه» همراه کرده است ولی نام سجزی به تنهایی نوشته شده است: «... وأن لایکون مسلکی فیه مثل مسلک أحمد بن محمد بن عبدالجلیل السجزی حیث استعصب هذا الشکل ... » (نسخهٔ مشهد، ۲۲، لایدن، ۲۳۲).

۳. سألني الاجلّ منتخب‌الدولة، أبوالبدر عبدالعزیز بن علي بن عبدالعزیز، حرس‌الله مجده، أن أبین إمکان وجود الخطین اللذین یقربان ابداً ولایلتقیان ...»

٤. رسالهٔ نیریزی این طور آغاز شده است: «هذا الکتاب الفضل بن حاتم نیریزی للقسم بن عبدالله بن موسی فی معرفة آلات تعلم بها ابعاد الاشیاء الشاخصه فی الهواء والتی علی بسیط الارض و اغواد الادویه والابار و عرض الانهار ...» (نسخهٔ خطی ایاصوفیه ٤۸۳۰، گ ۲۱۵ر- ۲۱۹پ).

ابن کشنه در رسالهٔ فی إبانة الخطین... مسألهٔ مجانب‌های هذلولی از مقالهٔ دوم مخروطات را که سجزی با استفاده از قضایای مخروطات آپلونیوس حل کرده، با روشی ملموس و مختصر و بی‌نیاز از مخروطات حل کرده است. راشد در مقاله‌ای با عنوان «مجانب‌های هذلولی: آپلونیوس و خوانندگانش»[1] این رساله را تصحیح کرده و شرح مفصلی بر آن نوشته است. او به ارتباط میان ریاضیات و فلسفه که در موضوعاتی چون بی‌نهایت کوچک‌ها، مفهوم حد و همگرایی و مجانب‌های هذلولی پدیدار می‌شود اشاره کرده و شرحی از روش آپلونیوس در مخروطات، روش سجزی و در آخر روش متفاوت ابن کشنه که بر قضایای اصول اقلیدس مبتنی است عرضه کرده است. فخرالدین رازی نیز در مطالب العالیه من علم الالهی (١٦٦/٦) به وجود روشی متفاوت برای حل مسألهٔ مجانب‌های هذلولی اشاره کرده است (راشد، ۲۰۱۰، ٤۳٥- ٤٦۷). در بارهٔ موضوع این رساله که در ارتباط با سنت ریاضیات یونانی است پژوهش‌های دیگری نیز شده است.[2] سجزی مسألهٔ مجانب‌های هذلولی را به دلیل ارتباط با مفهوم بی‌نهایت در زمرهٔ مسائلی می‌داند که درک آنها با مبادی فلسفی ممکن است (نسخهٔ خطی لایدن، Or.14، ۲۲٦- ۲۳۱). در تمدن اسلامی علاوه بر سجزی، ابن هیثم، ابن میمون[3] و ... در این موضوع آثاری تألیف کرده‌اند.[4]

به قرینهٔ اشاره‌های ابن کشنه، او آثار دیگری نیز در ریاضیات داشته است. برای مثال، در ضمن رسالهٔ اول به تألیف رسالهٔ مفردی دربارهٔ کیفیت وزن زمین و رساله‌ای دربارهٔ محاسبهٔ مساحت رُبع مسکون و بررسی روش کوشیار اشاره کرده است.

رساله در رد مواضع ابوبکر حاسب کرجی در کتاب الکافی فی الحساب

نسخهٔ یگانهٔ رسالهٔ عدة مسائل لابن کشنه فی الردّ علی مواضع من کتاب الکافی للکرجی به شمارهٔ ۵۵۹۳/۳ در کتابخانهٔ آستان قدس رضوی (مشهد) نگهداری می‌شود و در تاریخ ۸٦۷ق به خط نستعلیق تحریری کتابت شده است. نسخه ۷ برگ دارد (۳۹- ٤٥) و بخشی از مجموعه‌ای شامل رسالهٔ فی ابانة الخطین ... ابن کشنه و رساله‌ای از ابن صلاح همدانی در بارهٔ چند مسألهٔ هندسی است.

در تصحیح انتقادی نسخه به دلیل یکتایی آن، از شیوهٔ مقایسه با متون موازی استفاده شد. بخش‌هایی از متن

---

۱. رشدی راشد در مقالهٔ L'Asymptote: Apollonius et ses lecteurs رسالهٔ ابن کشنه قمی را در سال ۲۰۱۰ تصحیح کرد و در مجلهٔ *Bollettino di storia delle scienze matematiche* منتشر شد. این مقاله در سال ۲۰۲۳ در مجموعهٔ مقالات راشد در کتابی ٤ جلدی با عنوان *Écrits d'histoire et de philosophie des sciences* چاپ شد (ج٤، ٤۳٥-٤٦۷).

۲. برای نمونه:

Djebbar, A. (2000): *La place et le rôle de l'imagination dans les activités mathématiques de la tradition arabe médiévale*, Actes du Colloque International sur «*Imagination and Sciences*» (Rabat, 1998), A. Benmaïssa (édit.), Rabat, Publications de la Faculté des Lettres et des Sciences Humaines, pp. 153-176.

۳. در رسالهٔ حواشی علی بعض اشکال کتاب المخروطات

٤. رسالهٔ سجزی با عنوان فی کیفیة التصور الخطین اللذین یقربان ولایلتقیان را زینب کریمیان در ۱۳۹۱ در پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد خود ترجمه و تصحیح و دربارهٔ آن تحقیق کرده است.

که به الکافی فی الحساب کرجی و زیج جامع کوشیار گیلانی مربوط بود در قیاس با آن‌ها تصحیح شد. علاوه بر این، بخش موازین ارض با غنیة الحُسّاب احمد بن ثَبات (گ۱۳۷پ- ۱۳۹پ) و چند رسالهٔ دیگر مقایسه شد (نک: دنبالهٔ مقاله)، زیرا حاوی اطلاعات کامل‌تری نسبت به سایر نسخه‌ها در بارهٔ موضوع است. جای شکل‌های رساله در نسخه خالی است، پس شکل‌ها بر اساس متن بازسازی و ترسیم شد. متن مصَحح عربی رساله در پیوست آمده است.

در بارهٔ استخراج قوس از وتر

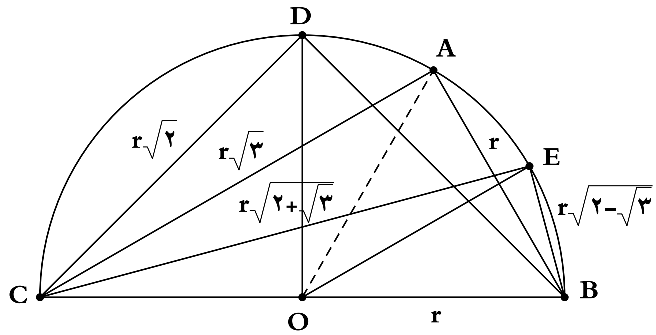
نخستین نقد ابن کشنه به باب ٤٧ الکافی فی الحساب با عنوان «فی مساحة القوس» است (١٤١–١٤٥). کرجی در این باب پس از محاسبهٔ مساحت قوس، به موضوع استخراج قوس از وتر و وتر از قوس، مبتنی بر قضایای هیئت پرداخته است. کرجی ابتدا قوس مربوط به وترهای معلوم دایره یعنی ۳۰، ٦۰، ۹۰، ۱۲۰ و ۱۵۰ درجه را در صورت معلوم بودن وتر و سهم[1] و در نتیجه قطر دایره حساب کرده است (شکل۱، جدول۱).

جدول۱. طول وترهای قوس‌های معلوم طبق روش کرجی

قطر دایره $۲r$		
قوس (در نیم‌دایره)[2] $\widehat{AB}$	زاویه به درجه α	طول وتر Crd (AB)
ثلث	٦۰	r
ثُلثَی (دو سوم)	۱۲۰	$r\sqrt{۳}$
نصف	۹۰	$r\sqrt{۲}$
سُدس	۳۰	$r\sqrt{۲-\sqrt{۳}}$
نصف و ثلث	۱۵۰	$r\sqrt{۲+\sqrt{۳}}$

۱. سهم: پاره خطی است که قوس و وتر را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده باشد.

۲. باید توجه داشت که کرجی در این بخش اصطلاحات را در نیم‌دایره تعریف کرده است، یعنی منظور از «وتر ثلث» ثلثِ نیم‌دایره است.



شکل۱. وترهای نظیر قوس‌های ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰ و ۱۵۰ درجه طبق روش کرجی

مطابق با الگوریتم کرجی، اگر وتری که قوس آن مجهول است یکی از وترهای معلوم بالا نباشد، باید نزدیک‌ترین وتر معلوم به وتر با قوس مجهول را در نظر گرفت و از دستورهای (۱) قوس وتر نامعلوم را محاسبه کرد ($\theta + \alpha$ زاویهٔ متناظر با وتری است که می‌خواهیم قوس آن را به دست آوریم. θ یکی از زوایای معلوم و α مقداری است که بیشتر یا کمتر از زاویهٔ معلوم است):

$$\widehat{AB} = \frac{۳۱}{۳۰} crd(AB)$$

$$\widehat{AB} = \frac{۳۱}{۳۰}(crd(\theta + \alpha) - crd(\theta)) \quad (۱)$$

در مجسطی بطلمیوس همین روش درون‌یابی برای محاسبهٔ قوس وترهای با فواصل $\alpha = \frac{۱}{۲}^{\circ}$ آمده است (تومر،[1] ۵۴؛ ون بروملن،[2] ۷۷). در ادامه کرجی می‌گوید اساس روش او استفاده از قضیهٔ بطلمیوس است:

> و بدان هر چهارضلعی که در دایره قرار می‌گیرد پس ضرب یک قطر در قطر دیگر مساوی مجموع حاصل‌ضرب دو ضلع مقابل است و این روش از این قضیه نتیجه شده است. پس این روش بهترین روش برای این معنی است. ماسح با این روش بی‌نیاز از محاسبهٔ مساحت قوس و ذرعش است (۱۴۵).

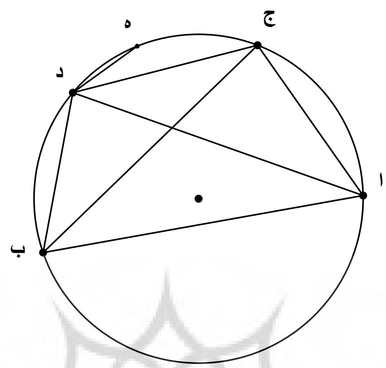
ابن کشنه پس از اشاره به گفتهٔ کرجی در باب ۴۷ الکافی فی الحساب می‌گوید این عمل موجب تحقیق نیست و در تقریب دقتی نیست و دلایل خود را بر رد این روش می‌آورد. او به‌کار گرفتن قضیهٔ بطلمیوس توسط کرجی را برای به‌دست آوردن وتر **جـد** با داشتن وترهای **اد**، **اجـ**، **بـد**، **بـجـ** شرح می‌دهد:

> در کتب هیئت چنین عمل شده است که وقتی وتر **اجـ** را در وتر **دب** ضرب کنی و حاصل را از ضرب وتر **اد** در وتر **بـجـ** کم کنی و حاصل را به وتر **اب** تقسیم کنی، خارج قسمت همان است،

---

1. Toomer
2. Van Brumelen

این خارج قسمت عمل ابوبکر را موجب می‌شود. و وقتی به خارج قسمت $\frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۱۰}$ آن را بیفزایی، قوس **جـد** به‌دست می‌آید (۳۹) (شکل۲).



شکل۲. رسالۀ ابن کشنه

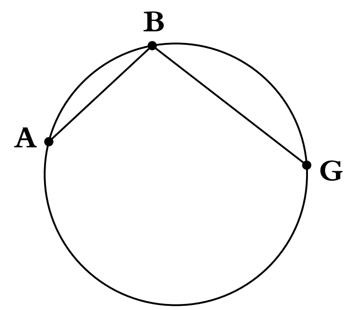
سپس ابن کشنه می‌نویسد کرجی $\frac{۱}{۳۰}$ هر وتری را به آن افزوده تا قوس آن به‌دست آید (دستورهای ۱). حال اگر فرض کنیم نسبت دو قوس متمایز به وترهایشان برابر $\frac{۳۱}{۳۰}$ باشد، طبق گفتۀ کرجی برای دو قوس متمایز GD و HD داریم:

$$\frac{GD}{crd(GD)} = \frac{۳۱}{۳۰}, \frac{HD}{crd(HD)} = \frac{۳۱}{۳۰}$$

پس با استفاده از ویژگی تبدیل نسبت داریم: $\frac{HD}{GD} = \frac{crd(HD)}{crd(GD)}$. در نتیجه نسبت وترها با نسبت قوس‌ها برابر است. ابن کشنه می‌گوید این نتیجه‌گیری نادرست است و در کتب هیئت خلاف این آمده است.

دلیل نادرستی نتیجۀ کرجی این قضیه است که اگر دو وتر نامساوی داشته باشیم، نسبت وتر بزرگ‌تر به وتر کوچک‌تر، از نسبت قوس بزرگ‌تر به قوس کوچک‌تر، کوچک‌تر است (بطلمیوس،[1] ٥٤). یعنی اگر $crd(AB) < crd(BG)$، آن‌گاه $\frac{\widehat{BG}}{\widehat{AB}} < \frac{crd(BG)}{crd(AB)}$ (شکل۳).

1. Ptolemy



شکل۳. قضیه دو وتر نامساوی

در بارهٔ قطر دایرهٔ محیطی چندضلعی‌های منتظم

نقد این بخش به محاسبهٔ مساحت چندضلعی‌های منتظم در باب ٤٨ الکافی فی الحساب کرجی، با عنوان «باب ذکر مساحة ذوات الأضلاع الکثیرة»، است (١٤٥-١٤٧). کرجی در این باب روش محاسبهٔ مساحت پنج، شش و هفت ضلعی منتظم و هر n-ضلعی منتظم را گفته (دستورهای ۲) و مثالی از شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۵ آورده است (۲r قطر دایرهٔ محیطی و ۲R قطر دایرهٔ محاطی، a طول ضلع n-ضلعی منتظم، p محیط دایرهٔ محاطی و S مساحت چند ضلعی منتظم است).

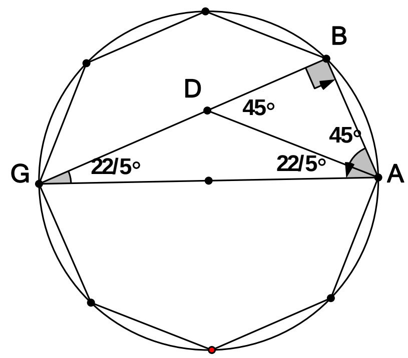
$$S = r.\frac{p}{۲}$$

$$۲r = \sqrt{\frac{۱}{۹}(n^۲ - n + ۶).a^۲} \text{ و } ۲R = \sqrt{۴r^۲ - a^۲} \quad (۲)$$

ابن کشنه می‌گوید اینجا لغزش بزرگی رخ داده است، چون وقتی قضیه‌ای به عنوان قضیهٔ کلی قلمداد می‌شود که بتوان آن را برای همهٔ موارد ثابت کرد، در حالی‌که دستور کرجی برای هشت ضلعی منتظم درست نیست. ابن کشنه پس از عرضهٔ استدلال هندسی می‌گوید:

> پس طریقی که ابوبکر حاسب ذکر کرد در هشت ضلعی درست نیست. و سالبهٔ جزء، ناقض موجب کلی است. لکن جزء اینجا سالبه است. پس نباید حکم کلی داد و حکم کلی باطل است (٤١).

فرض کنیم AB ضلع هشت ضلعی منتظم و AG قطر دایرهٔ محیطی است (اطلاعات روی شکل با توجه به متن رساله درج شده است) (شکل٤):



شکل۴

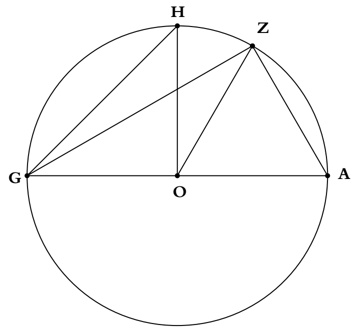
$$AB = BD \Rightarrow AB^{۲} = BD^{۲}$$
$$AD = DG \Rightarrow AD^{۲} = DG^{۲}$$
$$AD^{۲} = BD^{۲} + AB^{۲} \Rightarrow AD^{۲} = ۲BD^{۲} = ۲AB^{۲}$$
$$AD^{۲} = DG^{۲} = ۲BD^{۲} \ (۳)$$
$$\mathrm{GG}^{۲} = AB^{۲} + BG^{۲} \ (٤)$$

اما طبق روش کرجی (با توجه به دستور ۲) برای ۸ ضلعی منتظم داریم ($n = ۸$) (شکل۴):

$$AG^{۲} = ۶\frac{۸}{۹}AB^{۲} \Rightarrow AB^{۲} + BG^{۲} = ۶\frac{۸}{۹}AB^{۲} \Rightarrow BG^{۲} = ۵\frac{۸}{۹}AB^{۲}$$
$$BG^{۲} = (GD + BD)^{۲} = GD^{۲} + BD^{۲} + ۲GD.BD = ۵\frac{۸}{۹}DB^{۲}$$
$$۲BD^{۲} + BD^{۲} + ۲GD.BD = ۵\frac{۸}{۹}DB^{۲} \Rightarrow ۲GD.BD = ۲\frac{۸}{۹}DB^{۲} \Rightarrow ۲GD$$
$$= ۲\frac{۸}{۹}DB \Rightarrow GD = ۱\frac{۴}{۹}BD$$
$$\Rightarrow GD^{۲} > ۲BD^{۲}$$

و این نتیجه با رابطهٔ (۳) در تناقض است.

در ادامه ابن کشنه وتر سُدس، ثُلث و رُبع دایره (به ترتیب ضلع مثلث متساوی الاضلاع، ٦ ضلعی منتظم و مربع) و روابط میان این وترها و قطر دایرهٔ محیطی را با استدلال‌های هندسی به‌دست آورده است. دلایل ابن کشنه را این طور می‌توان نوشت (AZ طول ضلع ٦ ضلعی منتظم، GZ طول ضلع مثلث متساوی الاضلاع و GHطول ضلع مربع محاط در دایره است) (شکل٥):



شکل۵

$$AG^۲ = ۴AO^۲ = ۴AZ^۲$$
$$AO^۲ = AZ^۲$$
$$AG^۲ = AZ^۲ + GZ^۲ = ۴AZ^۲$$
$$GZ^۲ = ۳OA^۲ = \frac{۳}{۴}AG^۲$$
$$AG^۲ = \frac{۴}{۳}GZ^۲$$
$$GO^۲ = \frac{۱}{۲}GH^۲$$
$$AG^۲ = ۲GH^۲$$

دست آخر ابن کشنه پس از تحقیق درستی رابطهٔ (۲) کرجی برای مثلث متساوی الاضلاع، مربع و شش ضلعی منتظم می‌گوید (٤١):

> پس علت طریقی که ابوبکر –رحمه اللّه– در این شکل‌های سه‌گانه ذکر کرد آشکار شد. و برهانی را که گفته است نمی‌شود تعمیم داد چون طریق جزء جزء را نمی‌توان در جمیع سطوح پذیرفت، حتی اگر متساوی الاضلاع والزوایا باشند.

در بارهٔ مساحت سطح کره و مخروط و سطح زمین

این بخش نقدی است بر باب ٤٩ الکافی فی الحساب کرجی با عنوان «باب آخر فی مساحة السطوح» (١٤٧–١٤٨) که در بارهٔ محاسبهٔ مساحت جانبی کره و مساحت بسیط مخروط است. علاوه بر این، بر موضوع مساحت ربع مسکون توسط کوشیار گیلانی نقدی داشته است.

– مساحت بسیط کره

کرجی در بارهٔ مساحت جانبی کره می‌گوید (١٤٨):

> و اگر بخواهیم مساحت سطح کره را به دست آوریم قطرش را در خودش و سپس در ٤ ضرب می‌کنیم و از مبلغ $\frac{۱}{۱۴} + \frac{۱}{۷}$ آن را کم می‌کنیم. این چیزی است که قدما گفته‌اند. و چیزی که من

در مساحت کره می‌گویم این است که نصف قطرش را در نصف محیطش و سپس در ٤ ضرب کن. و این واضح‌تر است و تقریب بهتری به جواب درست دارد.

اما ابن کشنه در بارهٔ مساحت جانبی کره می‌گوید (٤٢):

روشی که به ارشمیدس منسوب است به براهین هندسی محقق شده است، و گفتهٔ او در مساحت بسیط کره این است که [مساحت] بزرگ‌ترین دایره واقع در آن را در ربع آن ضرب کنیم؛ که تنها در این مثال واحد درست است: و آن اینکه اگر قطر کره را جذر ٢٠ و ٤ جزء از ١١ جزء فرض کنی، و این مقدار قطر اعظم دایرهٔ واقع در کره است و هر دایره قطرش این مقدار باشد، مساحتش ١٦ است. و [مساحت بسیط کره] از ضرب مساحت دایرهٔ عظیمه در ۴ به‌دست می‌آید، که همان رُبع ١٦ است. اگر قطر دایرهٔ عظیمه را افزایش دهی مقدار مساحتش حتماً از ١٦ بیشتر می‌شود. و اگر قطر دایره را کاهش دهی، به این ترتیب مساحت دایرهٔ عظیمه حتماً از ١٦ کمتر می‌شود. و این افزایش و کاهش حد محدوی ندارد و تا بی‌نهایت ادامه دارد.

در این مثال قطر دایرهٔ عظیمه از رابطهٔ $۲r = \sqrt{۲۰ + \frac{۴}{۱۱}}$ به‌دست می‌آید و در نتیجه مساحت دایرهٔ عظیمه از رابطهٔ زیر به‌دست خواهد آمد:

$$S = \frac{۲۲}{۷}\left(\frac{۱}{۲}\sqrt{۲۰ + \frac{۴}{۱۱}}\right)^{۲} = ۱۶$$

ارشمیدس در رسالهٔ کره و استوانه و رسالهٔ روش‌ها، فرمول کلی محاسبهٔ سطح جانبی کره، یعنی ٤ برابر مساحت دایرهٔ عظیمه را بدون ذکر مثال گفته است (هیث، ٣٩-٤٠). در متریکای هرون اسکندرانی (I/38)[1] علاوه بر رابطه، مثالی برای کره‌ای به قطر ١٤ آمده است. ابن کشنه این اشتباه را به کاتبان نسبت داده است چون در همهٔ نسخ دیده نمی‌شود. گویا توجه به مفهوم حدی افزودن و کاستن اندازهٔ شعاع و در نتیجه افزایش و کاهش مساحت دایرهٔ عظیمه به عدد ١٦ و توجه به مفهوم بی‌نهایت، دیدگاه ویژهٔ ابن کشنه با مبانی فلسفی به ریاضیات است:

و هذه الزیادة والنقصان لا یبقیان عند حد محدود، بل یتزید الزیادة و ینقص النقصان إلی غیرالنهایة (٤٢).

– مساحت جانبی مخروط

کرجی در «باب آخر فی مساحة السطوح» دستور محاسبهٔ مساحت سطوحی با دو قاعدهٔ موازی (مثل استوانهٔ مدور و مخروط ناقص) را توضیح داده و در بارهٔ توازی دو قاعدهٔ این نوع اشکال گفته است: «و دو سطح موازی آن دو

1. Available from: https://scaife.perseus.org/reader/urn:cts:greekLit:tlg0559.tlg006.1st1K-grc1:1.pr/

سطحی‌اند که وقتی از هر دو جهت خارج می‌شوند تلاقی نمی‌کنند» (ص۱٤۸). ابن کشنه در این باره گفته است: «و بر من آشکار شد گفتهٔ او در مساحت بسیط مخروط همیشه درست نیست، چون طبق این تعریف اگر سطح‌ها یکی (منطبق) باشند، موازی نیستند» (٤۲).

- مساحت ربع مسکون

ابن کشنه در اینجا به سراغ روش کوشیار گیلانی در محاسبهٔ سطح بخش آباد زمین[۱] رفته است. کوشیار در دهمین باب از مقالهٔ سوم زیج جامع در این باره سخن گفته است (کوشیار گیلانی، گ ۳۲۴پ). او در آغاز این باب چند قضیه آورده است و آنها را به ارشمیدس منتسب می‌کند. این قضایا از این قرارند:

- در هر دایره‌ای نسبت قطر به محیط تقریباً با نسبت $\frac{۷}{۲۲}$ برابر است (نتیجهٔ قضیهٔ سوم از رساله تکسیر دایره)؛
- در هر دایره‌ای حاصل ضرب مقدار قطر در ۲۲ وتقسیم حاصل‌ضرب بر ۷ برابر با محیط آن دایره است و اگر محیط دایره در ۷ ضرب شود و حاصل‌ضرب بر ۲۲ تقسیم شود قطر دایره به‌دست می‌آید؛
- [مساحت] هر دایره‌ای با [مساحت] مثلث قائم‌الزاویه‌ای برابر است که یکی از اضلاع قائم آن برابر با محیط دایره باشد و ضلع دیگر با شعاع دایره برابر باشد (قضیهٔ اول از رساله تکسیر دایره)؛
- سطح کره چهار برابر مساحت دایرهٔ عظیمهٔ آن کره است (قضیهٔ ۳۳ از کتاب اول در بارهٔ کره و استوانه)؛
- حاصل‌ضرب قطر در قطاعی از دایرهٔ عظیمه که سطح کره را نصف می‌کند برابر با مساحت آن قطعه از کره است[۲] (قضیهٔ ۴۲ از کتاب اول در بارهٔ کره و استوانه)

کوشیار این قضیهٔ اخیر را در محاسبهٔ مساحت بخش آباد زمین به‌کار گرفته است. او می‌نویسد اگر حصهٔ یک درجه (یعنی طول قوس یک درجه از محیط زمین) را -که بر اساس رصد اصحاب ممتحن[۳] در دورهٔ خلافت مأمون $۵۶\frac{۲}{۳}$ میل است- در مقدار قوس متمم میل کلی (یعنی $۶۶\frac{۵}{۱۲}$ درجه) ضرب کنیم طول قوسی از زمین از استوا تا پایان عمارت[٤] به‌دست می‌آید. سپس اگر حاصل ضرب را در مقدار قطر زمین ضرب کنیم مساحت بخش معمور زمین حاصل می‌شود.

$$۵۶\frac{۲}{۳} \times ۶۶\frac{۵}{۱۲} = ۳۷۳۶\frac{۲}{۳}$$

۱. بخش آباد زمین که در متون نجومی و جغرافیایی گذشته آن را «ربع مسکون» یا «بخش معمور» زمین می‌خواندند به آن قسمت از زمین گفته می‌شد که معتقد بودند در آن آبادانی وجود دارد و انسان‌ها در آن مناطق زندگی می‌کنند. قدما بر این باور بودند که این محدوده حدود یک ربع از سطح زمین را شامل می‌شود و از این رو آن را بدین نام خوانده‌اند.

۲. برای مثال، اگر $\alpha = \frac{\pi}{۴}$ باشد، $S = ۲r.\frac{۲\pi r}{۴} = \pi r^{۲}$

۳. برای اطلاعات بیشتر نک: قلندری، «مقاله سوم...»، ٤۹

٤. برخی نویسندگان آثار هیئت پایان بخش آباد زمین را در عرض جغرافیایی حدود ۶۷ درجه گفته‌اند و برخی در عرض جغرافیایی ۴۹ درجه. این اختلاف از تفاوت در معیار تقسیم‌بندی بخش مسکون زمین نشأت می‌گیرد (در این باره نک: قلندری، مقدمه ...، ۱۲۳-۱۲۴، ۱۳۰).

$$۳۷۳۶\frac{۲}{۳} \times ۶۴۹۱ = ۲۴۴۲۹۹۶۰$$

ابن کشنه در این بخش از این محاسبه یاد می‌کند و معتقد است کوشیار در این استنتاج اشتباه کرده است و یک امر کلی را در باره جزئی به کار گرفته است. او می نویسد:

> لذا این حکم کلی که با توجه به مصادیق جزیی نتیجه شده گمراه کننده است. اما اجماع اهل تحقیق در این زمینه از میان رفته است، چرا که به سبب ناتوانی و اضطرار، در استقرا به اثبات امور حسی بسنده کرده‌اند و از اثبات عقلیات قطعی بازمانده‌اند.

> لکن ممکن است اجماع محققان به دلیلی از میان رفته باشد، زیرا به سبب ناتوانی و اضطرار، در استقرا به أمور حسی بسنده کرده‌اند و از اثبات أمور قطعی عقلی بازمانده‌اند.

در ادامه ابن کشنه مساحت ربع مسکون را بر این اساس به‌دست آورده است که مساحت تمام مناطق قابل سکونت روی زمین یک ربع از مساحت کل کره را پوشانده است در حالی که کوشیار در روش خود گستردگی بخش قابل سکونت زمین را در عرض جغرافیایی در نظر گرفته است و نه تمام سطح آن را و این خطای محتمل در محاسبهٔ منجمان دیگر نیز دیده می‌شود، در جدول زیر این مقدارها در آثار بطلمیوس، فرغانی و کوشیار با محاسبهٔ ابن کشنه مقایسه شده است.

جدول۲. مساحت بسیط معمورة، از نظر کوشیار گیلانی، فرغانی، ابن کشنه و بطلمیوس با واحد میل

	کوشیار	فرغانی	ابن کشنه (با تکیه بر ارشمیدس)	بطلمیوس
محیط کرۀ زمین	$۵۶\frac{۲}{۳} \times ۳۶۰ = ۲۰۴۰۰$	۲۰۴۰۰	۲۴۰۰۰	$۶۶\frac{۲}{۳} \times ۳۶۰ \approx$ ۲۴۰۰۰
مساحت بسیط ارض	قطر در محیط= ۱۳۲۴۱۶۴۰۰ میل	۱۳۲۶۰۰۰۰۰	-	۱۸۳۲۶۴۰۰۰ میل
قوس: تمام میل (ربع مسکون)	$۵۶\frac{۲}{۳} \times ۶۶\frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۶} \approx$ ۳۷۶۳ و دو سوم	۳۷۶۴	۹۰ درجه	$۶۶\frac{۲}{۳} \times ۶۶\frac{۱}{۴} +$ $۴۲۰۳\frac{۱}{۶} \approx$
مساحت معموره (ربع مسکون، بسیط العمارة)	قطر در قوس= ۲۴۴۲۹۹۶۰ میل	۳۳۱۵۰۰۰۰	۴۲۰۴۴۷۷۸	۳۲۰۹۴۱۰۸ امیال و تسعش

در بارهٔ حجم مخروط و حجم کره

ابن کشنه بر موضوعات تعریف مخروط، حجم مخروط و حجم کره در باب ۵۰ الکافی فی الحساب کرجی با عنوان «مساحة المجسمات» نقدی داشته است (۱۴۸-۱۵۲).

- تعریف مخروط و حجم مخروط

کرجی در تعریف مخروط می‌گوید (۱۴۹):

> و قسم دوم مخروطات است و شکلی است که از یک سطح شروع می‌شود و به یک نقطه ختم می‌شود و مساحت [جرم][1] مخروط عبارت است از ضرب مساحت قاعده در ثلث عمودش. عمودش کوتاه‌ترین خط بین بالاترین نقطه و قاعدهٔ آن است.

ایراد ابن کشنه به تعریف کرجی از مخروط این است که خط واصل میان بالاترین نقطهٔ مخروط و قاعدهٔ آن لزوماً ارتفاع مخروط نیست و با توجه به نوع مخروط (قائم- مایل) ممکن است متفاوت باشد.[2] او نحوهٔ نادقیق بیان کرجی را اختصار در عبارت تعبیر کرده است.

> سطح مستوی تصور کن و در آن دایره‌ای فرض کن و خارج آن دایره نقطه‌ای دلخواه در نظر بگیر و از آن نقطه خطی عمود بر آن سطح تصور شده در نظر بگیر. رأس این خط رأس مخروط است و قاعده‌اش آن دایره است که ذکر کردیم. [...] فاصلهٔ بین آن نقطهٔ مفروض و دایرهٔ تصور شده می‌تواند ۱۰۰۰۰۰۰ فرسخ باشد یا می‌تواند چند برابر این مقدار باشد. و ابوبکر عمود مخروط را خارج کرد و آن خطی است که نقطهٔ أعلا را به قاعده‌اش وصل می‌کند. سپس گفت مساحت قاعده در ثلث عمود همان مساحت [جرم] مخروط است. لکن نقطهٔ مفروض در سطح متصور شده خارج از قاعدهٔ مخروط است. و ممکن نیست که از رأس این مخروط به قاعده‌اش خطی خارج کنیم که مساوی با خطی باشد که بر سطح متصور شده عمود استخراج شده است.

- حجم کره

کرجی همراه با یاد کردن از دو روش برای محاسبهٔ حجم کره گفته است: «بین دو عمل تفاوت نزدیکی است و نزد من اولی صحیح‌تر است.» دستورهای کرجی از این قرارند:

دستور اول:

$$V = \left[(۲r)^{۳} - (\frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۱۴})(۲r)^{۳}\right] - (\frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۱۴})\left[(۲r)^{۳} - (\frac{۱}{۷} + \frac{۱}{۱۴})(۲r)^{۳}\right]$$

دستور دوم:

---

۱. مساحت جرم = حجم

۲. «و عموده اقصر خط یصل بین النقطة التی فی أعلاه و بین قاعدته» (الکافی فی الحساب، ۱۴۹)

$$V = \left[(2r)^3 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{5}.\frac{1}{9}\right)(2r)^3\right]$$

ابن کشنه این بیان را ضعیف می‌داند، او ابتدا این نتیجهٔ درست را می‌آورد که همیشه نسبت حجم کره به مکعب قطر آن برابر با $\frac{11}{21}$ است در حالی که این رابطه با دستورهای کرجی برقرار نمی‌ماند، بر این اساس ابن کشنه این رابطه‌ها را در به‌دست آوردن حجم کره ضعیف می‌داند هرچند هر دو رابطه تقریب‌های خوبی برای این محاسبه‌اند. در رابطهٔ اول این نسبت به این صورت است:

$$\frac{V}{(2r)^3} = \frac{12 + \frac{6}{7} + \frac{3}{4}.\frac{1}{7}}{21} = \frac{\frac{363}{28}}{21} \approx \frac{13}{21}$$

و در رابطهٔ دوم مقدار زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{V}{(2r)^3} = \frac{13 + \frac{1}{15}}{21} \approx \frac{13}{21}$$

در بارهٔ وزن زمین برای حفر نهر یا قنات

این بخش یکی از فروع هندسهٔ عملی است و عموماً در پایانِ بخش مساحت در رساله‌های حساب آمده است. عنوان باب ۵۲ از کتاب الکافی فی الحساب کرجی «باب فی معرفة وزن الأرض» است (۱۵۵– ۱۵۷). این مبحث در إنباط المیاه الخفیة (۳۵– ۳۹) تألیف کرجی[1] و «فی موازین الارض» غنیة الحُسّاب اثر احمد بن ثَبات (گ۱۳۸پ– ۱۳۹پ)، شرح الکافی فی الحساب اثر شهرزوری (باب فی معرفة وزن الارض، نسخهٔ خطی ینی ۸۰۱، گ۱۷۲ر– ۱۷٤ر)، شرح الکافی فی الحساب شقاق بغدادی (گ۱۳۷پ– ۱٤۰ر) و باب «فی وزن الارض» نسخهٔ ۲٤٦۸ پاریس (گ۳۷پ– ۳۹پ) نیز آمده است. ترجمهٔ فارسی این بخش، در شناخت چگونگی سنجیدن زمین‌ها و مکان‌ها[2] در نسخهٔ خطی پاریس ۱٦۹(گ٦۳ر– ٦٤پ) نیز آمده است.[3] در غنیة الحُساب این مسأله در بخش سوم باب حفور آمده است.[4] احمدبن ثبات در معنی وزن الارض نوشته است (گ۱۳۸پ):

۱. ترجمهٔ فارسی این اثر: در استخراج آب‌های پنهانی (۹۳– ۹۸)

۲. برای اطلاعات بیشتر نک:

Amini, H. and Reza Kiani Movahhed, pp. 85-103

۳. متن غنیة الحُسّاب در قیاس با متون دیگر کامل‌تر و گویاتر است، لذا برای درک دقیق‌تر موضوع به غنیة الحُسّاب رجوع شده است. در کل این بخش، موارد درون [] به غنیة الحساب تعلق دارد. در صورتی‌که در سایر رساله‌ها توضیحات اضافه‌تری بود با ذکر منبع افزوده شد.

٤. «القسم الاول: معرفة مایحتاج إلیه فی‌الحفور؛ القسم الثانی: معرفة التقدیرات والاعتبار؛ القسم الثالث: معرفة کیفیة موازین الارض التی تعرف بها إمکان نقل الماء من موضع إلی موضع آخر» (گ۱۳۱پ)؛ شهرزوری مینویسد کرجی چون به طور کامل به بحث حفور نپرداخته پس غفلت کرده است (گ۱۷٤ر).

فی موازین الأرض ومعنی وزن الأرض هو التوصل بآلةٍ موضوعه معلومة إلی معرفة المکان المنخفض من المکان المرتفع، إذا عزم السلطان علی شق نهر أو قناةٍ. وأراد أن یعلم إمکان نقل الماء إلی حیث یشاء وهی ثلاث موازین.

برای حفر نهر یا قنات، دانستن سطح مکان طبیعی آب نسبت به مکان مصرف آب ضروری است، یعنی اینکه آب باید از جایی در بالادست منتقل شود یا از جایی در پایین‌دست، مثلاً از یک چاه. سه نوع روش و ابزار برای این منظور معرفی شده است: عمود میزان [میزان المعهودة]، صفیحهٔ میزان شَبَهیّه، و انبوبه (تصاویر ۱- ٦). **الف)** نوع اول میزان المعهودة یا عمود میزان، چوبی صُلب از آبنوس یا غیر آن به طول ٥ اشبار[۱] یا کمتر،[۲] عرض ۲ و ارتفاع یک یا دو اصبع است که مکعبی شکل و در نهایتِ راستی و صافی است. وسط این چوب شکافی[۳] است که در آن زبانه‌ای آهنین قرار دارد که مِنْجَمی[٤] مثل ترازو بر آن نصب می‌شود و ذوابة[٥] که مِنْجَم را کمی سنگین می‌کند. **ب)** نوع دوم آن صفیحهٔ میزان شَبَهیّه است. مثلثی [از جنس مس][٦] در موضع عمود آن [وسط چوب] قرار دارد که ریسمانی [شاقول] از آن آویزان است و در سر دیگر ریسمان قطعه‌ای است که آن را سنگین می‌کند. در دو طرف قاعدهٔ آن مثلث دو میخ مثل دو میخ عِضادهٔ اسطرلاب است، تا ریسمان در آن داخل شود. آن ریسمان در موضع عمود، دقیقاً از سوراخ وسط قاعده آویزان است. **ج)** نوع سوم آن «میزان انبوبه» معروف بین اهل این صناعت است. انبوبهٔ معرفی شده در الکافی فی الحساب یا با ریسمان و میزان و مِنْجَم[۷] (زبانهٔ آهنی ترازو) کار می‌کرده است یا با این ساز و کار که در انبوبه قطره قطره آب می‌چکاندند و هر طرف که آب زودتر بیرون می‌ریخت پایین‌تر بود (برای اطلاع از نحوهٔ کارکرد این ابزار نک: رحیمی، ٥٥-٧٤؛ امینی و کیانی، ٨٥- ١٠٣).

۱. «شبر» واحد اندازه‌گیری طول، معمولاً به اندازهٔ عرض یک دست باز یعنی تقریبا ۲۰ تا ۲٤ سانتی‌متر.

۲. مجموعهٔ پاریس ۲٤٦٨: یک ذراع (گ۳۸ر)؛ شرح شهرزوری: خمس قبضات (گ۱۷۲ر)

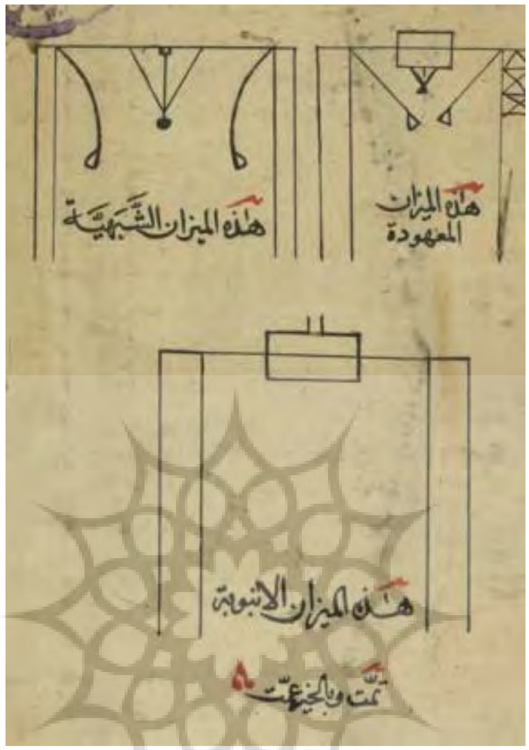
۳.غنیة الحساب: «... ثقباً نافذاً کثقب الزربطانة ...»، چوب دراز میان خالی را که بدان گلوله گلین پرت کنند زربطانه گویند (لغت‌نامهٔ دهخدا).

٤. شاهین ترازو؛ غنیة الحساب: مَنجم

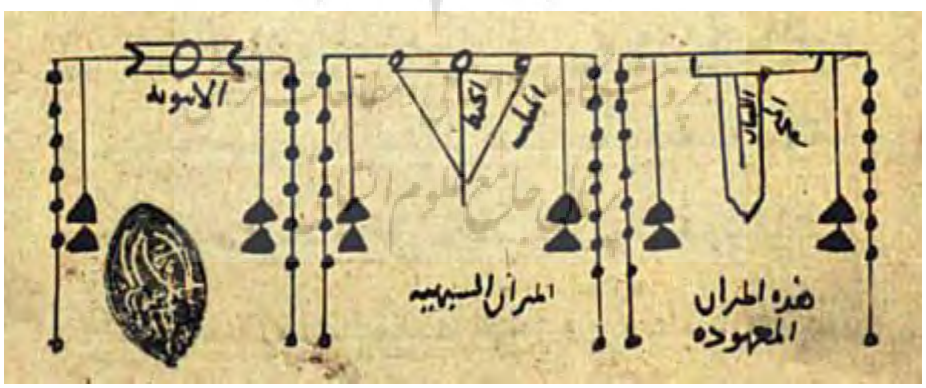
٥. ذوابة: محلول؛ محلولی از سرب؛ «ونجعل فی ذوابة المنجم قلیلاً من الرصاص، لیثقله» (غنیة الحساب، نسخهٔ مجلس، گ۱۳۸پ).

٦. مجموعهٔ پاریس ۲٤٦٨، گ ۳۸ر

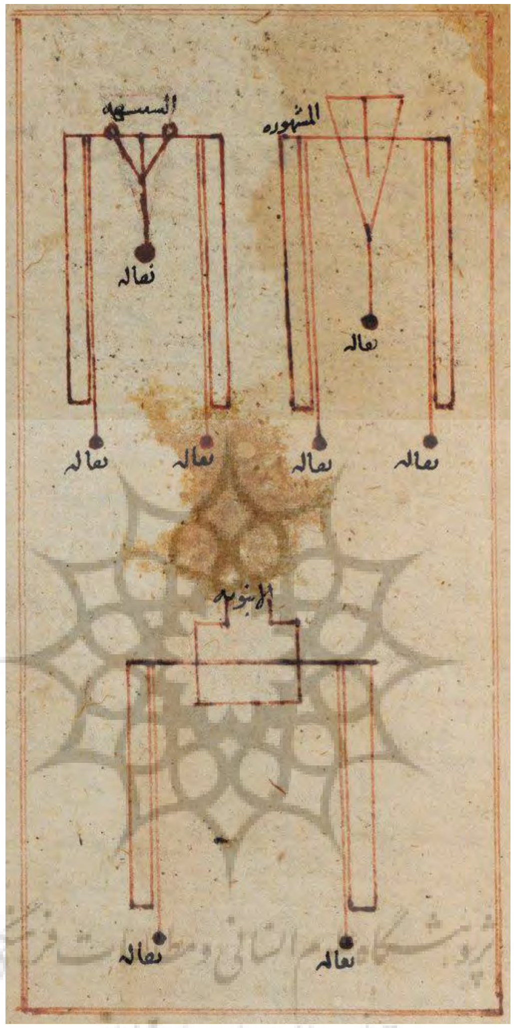
۷. غنیة الحساب، نسخهٔ مجلس، گ۱۳۸پ



تصویر۱. غنیة الحُسّاب (مجلس، گ۱٤۰ر)



تصویر۲: غنیة الحُساب (ایاصوفیه، گ ۱۲۵پ)



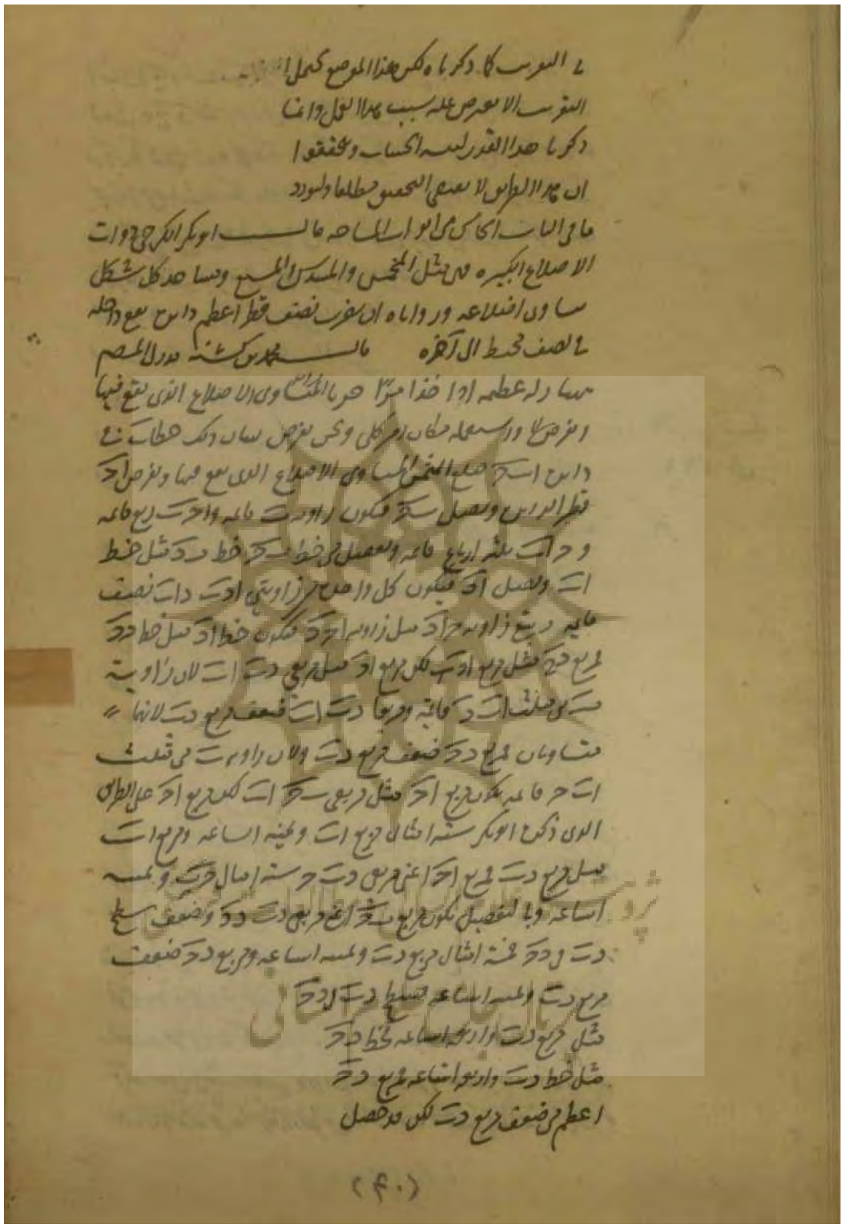
تصویر۳. مجموعهٔ خطی (کتابخانهٔ ملی پاریس ۲٤٦۸، گ ۳۹ر)

تصویر ٤. شرح الکافی فی الحساب شقاق بغدادی (گ۱۳۹ر)

تصویر٥. شرح الکافی فی الحساب شقاق بغدادی، (گ۱۳۹پ- ۱٤۰ر)

تصویر۶. شرح الکافی فی الحساب شهرزوری، (گ۱۷۲ر)

ابن کشنه می‌گوید که به‌منظور به‌کار گرفتن ابزارهای سنجش ارتفاع زمین شرایطی لازم است که کرجی به آنها اشاره نکرده است، از جمله تساوی دو خط قائم، توازی خانه‌ای که ریسمان از آن رها می‌شود [با چوب بالای ابزار] و نیز قائم بودن شاقول بر قاعدهٔ مثلث [در صحیفهٔ شبهیه]. ریسمان هم لازم است در مرکز نصف شده باشد. او تأکید می‌کند که محقق شدن این شرایط به‌منظور برقراری شرایط تشابه مثلث‌ها ضروری است، به‌ویژه در زمین‌های شیب‌دار. مثلث مورد استفاده در میزان الشبهیه باید متساوی الساقین باشد. متساوی الساقین بودن مثلث «علت موجبه» است و مراعات این معنی در همهٔ صناعات واجب است. اینکه در هر حال در همهٔ دفعات توزین، دو چوب باید بر سطح زمین قائم باشند و شرایط و تشابه یکسان را حفظ کنند مهم است. به نظر ابن کشنه مراعات تشابه در موضعی که دو چوب به سطح زمین عمود باشند آسان‌تر از سایر اوضاع است، چون به این ترتیب شاقول به طور طبیعی بر خط قائم بر سطح افق پایین می‌آید و این تشابه امری طبیعی و غیرساختگی است.



تصویر۷. عدة مسائل لابن کشنه ...، (آستان قدس رضوی، ٤٠)

منابع

ابن کشنه قمی، عدة مسائل لإبن کشنه فی الرد علی مواضع من کتاب الکافی للکرجی. نسخهٔ خطی شمارهٔ ٥٥٩٣/٤، کتابخانهٔ آستان قدس رضوی.

ابن کشنهٔ قمی، فی إبانة الخطین اللذین یقربان ابداً ولایلتقیان. نسخهٔ خطی شمارهٔ ٥٥٢١/٤ کتابخانهٔ آستان قدس رضوی.

همان، نسخهٔ خطی شمارهٔ OR.14، کتابخانهٔ لایدن.

احمد بن محمد بن کثیر فرغانی، جوامع علم النجوم و أصول الحرکات السماویة. قسم ۱، نشر و ترجمة لاتینیة یعقوب جولیوس ١٤١٨ه- ۱۹۹۷م. معهد تاریخ العلوم العربی والاسلامیة جامعة فرانکفورت، آلمان.

احمدبن ثَبات همامی واسطی. غنیة الحُسّاب فی علم الحساب. نسخهٔ خطی شمارهٔ ٦٤٢٨ کتابخانهٔ مجلس شورای اسلامی.

همان، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۷۲۸، کتابخانهٔ ایاصوفیه.

خرقی، عبدالجبار. (۱۳۹۹ش). منتهی الإدراک فی تقاسیم الأفلاک. تصحیح، ترجمه و پژوهش حنیف قلندری. تهران: میراث مکتوب.

رحیمی، غلامحسین. (۱۳۸۷ش). «ترازهای کرجی.» تاریخ علم، شمارهٔ ۷. ص٥٥- ٧٤.

فخر رازی. (۱۴۰۷ق/۱۹۸۷م). المطالب العالیة من العلم الإلهي. بیروت: دار الکتاب العربی.

شقاق بغدادی. شرح الکافی فی الحساب کرجی. نسخهٔ خطی شمارهٔ A3135 کتابخانه طوپقاپی‌سرای استانبول.

شهرزوری. شرح الکافی فی الحساب کرجی. نسخهٔ خطی شمارهٔ ۸۰۱ کتابخانهٔ ینی جامع.

قربانی، ابوالقاسم. (۱۳۷۵ش). زندگی‌نامهٔ ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی. تهران: مرکز نشر دانشگاهی.

قلندری، حنیف. «مقالهٔ سوم از زیج جامع کوشیار و جوامع علم النجوم فرغانی: مقایسه میان دو متن متقدم هیئت و جایگاه آنها در میان رساله‌های هیئت». تاریخ علم، دوره،۱۲شماره ۱، بهار و تابستان، ۱۳۹۳، ص۳۹-۷۲.

قلندری، حنیف. مقدمه بر «منتهی الإدراک...». نک: همین منابع، خرقی.

کرجی. (۱۴۰۶ق). الکافی فی الحساب. تصحیح و تحقیق سامی شلهوب. حلب: معهد التراث العلمی العربی.

کرجی. الکافی فی الحساب. نسخهٔ خطی شمارهٔ ٣٤٣٩/٢١ کتابخانهٔ فاتح.

کوشیار گیلانی. زیج جامع. نسخهٔ خطی شمارهٔ ۱۰۵۴ (or. 8) کتابخانهٔ لایدن.

همان، نسخهٔ خطی شمارهٔ ٧٨٤/٣ کتابخانهٔ ینی جامع استانبول.

مجموعهٔ خطی شمارهٔ ۲۴۶۸ کتابخانهٔ ملی پاریس.

iiiii .. add Reza aaaii aaaa eee.. (2222)2 “aaaaaaa : A ee vvvval Instrument for Measuring Relative Ground level." *Tarikh-e Elm*, 19(2). pp. 85-103.

Djebbar, A. (2000). *La place et le rôle de l'imagination dans les activités mathématiques de la tradition arabe médiévale*, Actes du Colloque International sur «Imagination and Sciences» (Rabat, 1998), A. Benmaïssa (édit.), Rabat, Publications de la Faculté des Lettres et des Sciences Humaines, pp. 153-176.

Heath. T. l. (1897). *The works of Archimedes*. Cambridge.

Sezgin, F. (Leiden). *Geschichte Des Arabischen schrifttums*. Vol. 5. Leiden.

Ptolemy. (1984). Almagest. Translated and annotated by G. j. Toomer. Princeton University Press.

Van Brummelen, G. (2009). *The mathematics of the heavens and the earth, the early history of trigonometry*. Princeton University press.

پیوست

تصحیح رسالهٔ عدة مسائل لإبن کشنة في الرد علی مواضع من کتاب الکافی للکرجي

- اعداد «ثلثة»، «ثمنية» و «ثَلثين» در نسخه، در تصحیح به صورت «ثلاثة»، «ثمانية» و «ثَلاثين» نوشته شده است؛
- نسخه شمارندهٔ صفحات در پایین صفحه دارد، در تصحیح نیز همان شماره‌ها را بعد از آخرین کلمهٔ هر صفحه در میان دو علامت // نوشته‌ایم. مثلاً آنجا که عدد /۳۹/ نوشته شده است یعنی از ابتدای نسخه تا آنجا صفحه ۳۹ است.
- کلماتی را که میان دو قلاب [ ] نوشته شده‌اند مصححان افزوده‌اند.
- نسخه شکل ندارد و شکل‌ها بر اساس توضیحات کشیده شده‌اند و به تصحیح افزوده شده‌اند.

[۱] قال أبوبكر الحاسب: «فإذا أردت بَعد معرفتک هذه الأوتار أن تخرج قوسًا من وتر، فإن كان الوتر واحدًا من الأوتار ...» إلى آخره.[۱]

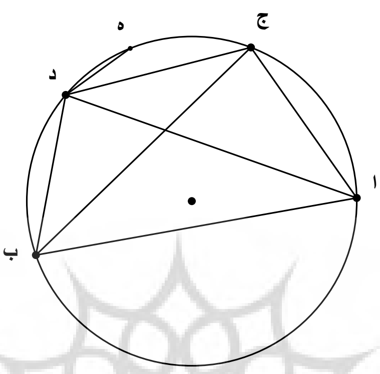
قال محمد بن كشنة: هذا العمل لا يوجب التحقيق ولا التدقيق فی التقريب. وذلک إنّا نفرض قوس **اجـدب** و أوتار **اد**، **اجـ**، **بد**، **بجـ**، **جـد**. فقد علمتَ فی کتب الهيئة إنّه إذا ضرب وتر **اجـ** في وتر **دب** وأسقط المبلغ من سطح وتر **اد** في وتر **بجـ** وقسم الباقي على وتر **اب** خرج من القسمة وتر **جـد**، فوتر **جـد** هو الخارج من القسمة يوجب عمل أبي بكر.

وقد زاد على الخارج من القسمة ثُلثِ عُشره ثم حَكَم بعد ذلک بأنّ المبلغ يكون قوس **جـد**. فيكون نسبة قوس **جـد** إلى وتر **جـد** كنسبة أحد وثلاثين إلى ثلاثين. ثم نُفرض مكان قوس **جـد** قوس **هد**، فتكون نسبة قوس **هد** إلى وتر **هد** كنسبة أحد و ثلاثين إلى ثلاثين ايضاً. فنسبة قوس **جـد** إلى وتر **جـد** كنسبة قوس **هد** إلى وتر **هد**.[۲] وبالتبديل نسبة قوس **هد** إلى قوس **جـد** كنسبة وتر **هد** إلى وتر **جـد**. وقد تبين فی کتب الهيئة خلاف هذا [شكل۱].

۱. الکافی فی الحساب، ۱۴۳-۱۴۴

۲. نسخه: د

وقد أثبتتُ هذه الأوتار هناک أشدّ تقریبًا. فهذا الطریق لایوجب التحقیق ولا التدقیق /**۳۹**/ في التقریب کما ذکرناه. لکن هذا الموضع یحتمل التقریب إلا [أن] یعترضَ علیه سبب هذا العمل وإنما ذکرنا هذا القدر لنسبة الحُسّاب و یتحققوا. أنّ هذا الطریق لا یقتضی التحقیق مطلقًا ولنورد ما في الباب الخامس من أبواب المساحة.



[شکل۱]

[۲] قال أبوبکر الکرجی: «ذوات أضلاع الکثیرة[۱] فهي مثل المُخَمَّس والمُسَدَّس والمُسَبَّع ومساحت کل شکل یتساوی أضلاعه وزوایاه أن تضرب نصف قطر أعظم دائرة یقع داخلة في نصف محیط ...» الی آخِرِه.[۲]

قال محمد بن کشنة: قد زل المصیر ههنا زلة عظیمة، إذ أخذ أمرًا جزئیًا،[۳] المتساوي الأضلاع الذي یقع فیها ویُفرض، واستعمله مکان أمر کلي. ونحن نُفرض لبیان ذلک خط **اب** في دائرة **ابجـ** ضلع المُثَمَّن المتساوي الأضلاع الذي یقع فیها. ونُفرض **اجـ** قطر الدائرة ونصل **بجـ** فیکون زاویة **ب** قائمة و **اجـب** ربع قائمه و **جـاب** ثلاثة أرباع قائمة. و نفصل من خط **بجـ** خط **بد** مثل خط **اب** و نصل **اد** فیکون کل واحدة من زاویتي **ادب**، **داب** نصف قائمة و یبقی زاویة **جـاد** مثل زاویة **اجـد**. فیکون خط **اد** مثل خط **دجـ**. فمربع **دجـ** مثل مربع **اد**. لکن مربع **اد** مثل مربعي **دب**، **اب**، لأنّ زاویة **جـبا**[٤] من مثلث **ابجـ** قائمة. و مربعا **دب**، **اب** ضِعف مربع **دب**، لأنّهما متساویان، فمربع **دجـ** ضِعف مربع **دب**. ولأنّ زاویة **ب** من مثلث **ابجـ** قائمة یکون مربع **اجـ** مثل مربعي **بجـ اب**، لکن مربع **اجـ** علی الطریق الذي ذکره أبوبکر ستة أمثال مربع **اب** و ثَمانیه أتساعه. و مربع **اب** مثل

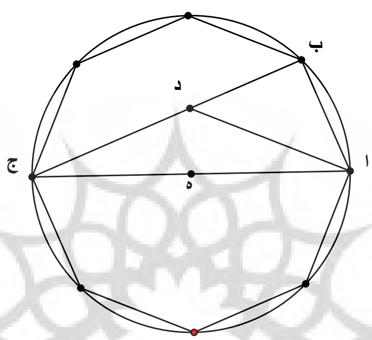
۱. نسخه: الکبیرة

۲. الکافی فی الحساب، ۱٤٥

۳. نسخه: حریا

٤. نسخه: جب

مربع **دب** فمربع **اجـ،** أعني مربعي **دب**، **بجـ**[۱] ستة أمثال **جـب** و ثَماينة أتساعه. و بالتفصيل يكون مربع **بجـ** أعني مربعي **دب**، **دجـ** و ضِعف سطح **دب** في **دجـ** خمسة امثال مربع **دب** و ثَماينة أتساعه. و مربع **دجـ** ضِعف مربع **دب** و ثَماينة أتساعه. فسطح **دب** في **دجـ**، مثل مربع **دب** و أربعة أتساعه. فخط **دجـ** مثل خط **دب** وأربعة أتساعه فمربع **دج** أعظم من ضِعف مربع **دب**. لكن قدحصل[۲] /٤٠/ [ما] يكون ضعفًا له. فالطريقة التي ذكرها أبوبكر الحاسب لا يطرد فی المثمن. والسالب الجزئي ناقض الموجب الكلي. لكن السالب الجزئي ههنا هي فالموجب الكل الذي حكم المصنف باطل. ولنشرع[۳] إلی إطراد هذا الطريق في المثلث والمربع والمُسَدَّس لأن أيضًا في هذا المعني شديدالمناسبة بما نحن فيه [شکل۲].



[شکل۲]

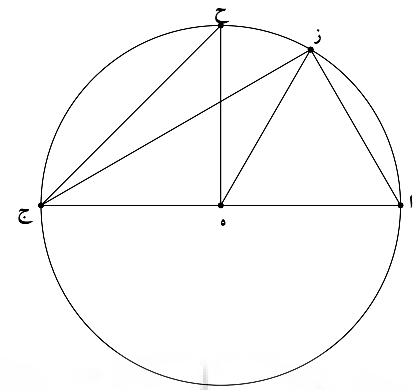
ولنخرج لذلک وتر السُدس من الدائرة و هو **از.**[٤] ليکون **جـز** وتر الثُلث ونخرج من **ه**، وهوالمرکز، خط **هح** قائمًا علی **اجـ** ونصل **حجـ** وهو وتر الربع. فلأن مربع **اجـ** أربعة أمثال مربع اه، ومربع **اه** مثل مربع **از**. يکون مربع **اجـ** أعني مربعي **از**، **زجـ** أربعة أمثال مربع **هز**. مربع **اجـ** مثل مربع **جـز** ومثل ثُلثه. ولأنّ مربع **اجـ** أربعة أمثال [مربع] **جـه** فمربع **جـه** نصف مربع **حجـ**. يکون مربع **اجـ** ضِعف مربع **حجـ**. [شکل۳]

۱. نسخه: دبجـ

۲. نسخه: در بالا کلمه‌ای نوشته شده که «الذی» یا «التی» خوانده می‌شود اما از نظر نحوی با جمله نمی‌خواند.

۳. نسخه: ولنشر

٤. + و نصل **حجـ** ~~و هو وترالربع~~



[شکل۳]

ولأنّک ضربت ثَلاثة في ثَلاثة وهي عدد أضلاع المثلث ونقصت من المبلغ ثَلاثة وزدت على الباقي ستة كان المبلغ اثنیعشر وهو مثل التِسعة و مثل ثُلثها. وقد بينّا إن مربع القطر مثل مربع وتر الثُلث و مثل ثُلثه، لنسبة مربع القطر إلی مربع وترالثُلث كنسبة اثنیعشر إلی التِسعَة. فتُسع اثنیعشر من مربع وترالثُلث هو مربع القطر. ولأنّ الأربعة في الأربعة إذا نقصت من المبلغ أربعة وهي عدد أضلاع المربع وزدت على الباقي ستة، كان المبلغ ثمانية عشر وهی ضِعف التِسعة. وقد بينا أنّ مربع القطر ضِعف مربع وتر المربع فنسبة ثمانية عشر إلی التِسعة كنسبة مربع القطر إلی مربع وترالربع. فتُسع ثَمانية عشر من مربع وتر الربع هو مربع القطر.

ولأنک إذا ضربت ستة فی ستة وهي عدد أضلاع المُسَدَّس ونقصت من المبلغ عدد الأضلاع وزدت على الباقی ستة كان الحاصل أربعة أمثال التِسعة. وقد بينا أنّ مربع القطر أربعة أمثال مربع وتر السُدس. فنسبة الستة والثلاثين إلی التِسعة كنسبة مربع القطر إلی مربع وترالسُدس. فتُسع الستة والثلاثون من مربع وتر الربع وهو مربع القطر.

فقد أوضح سبب إطراد الطريق الذی ذكره أبوبكر - رحمه اللّه - فی هذه الأشكال الثلاثة. ونُبين البرهان الذی لايُحَلِّجه شک إنه طريق جزئي، جزئي لايطرد فی جميع هذه السطوح و إنْ[1] كانت متساوية الاضلاع والزوايا. وإذ قد[2] فرغنا من هذا فلنذكر ما فی الباب السادس من أبواب المساحة.

[۳] قال أبوبكر الكرجي: «اذا أردت أن تمسح سطحًا»[3] /**۴۱**/ كرة أجلی... قوله «المستقيم الذي يخرج من محيط القاعدة إلی أعلاه ...».[4]

۱. نسخه: وانت

۲. نسخه: + غرفنا

۳. الكافی فی الحساب، ۱۴۷؛ نسخه: سطح

۴. الكافی فی الحساب، ۱۴۸

قال محمدبن كشنة: الطريق الذي ينسبه إلى أرشميدس محقق بالبراهين الهندسية وقوله في مساحة بسيط الكرة أن نضرب [مساحة] أعظم دائرة يقع عليها في ربعها يصح في مثال واحد. وهو إذا فُرض قطر[1] الكرة جذر عشرين عددًا و أربعة أجزاء من أحد عشر جزءًا من واحد و ذلک إن هذا المقدار يصير قطرًا أعظم دائرة تقع على الكرة و كل دائرة قطرها هذا المقدار فإن مساحتها ستة عشر وسوا ضرب مساحة هذه الدائرة فی أربعة أو فی رُبعها، لأن رُبع سِتّة عَشر. [إذا زاد القطر] علي هذا المقدار زادت مساحتها على الواجب. وإذا نقص القطر عن هذا المقدار نقصت المساحة عن الواجب بهذه الطريقة. وهذه الزيادة والنقصان لايبقيان عند حد محدود، بل يتزيد الزيادة وينقص النقصان إلى غير النهاية. ولأن بديهة النظر يَحكُم باستحالة هذا، قلت هذا الغلط إلى الناسخين ومما يؤكد هذا إنه غير موجود فی جميع النسخ.

وظاهر لی قوله في مساحة بسيط المخروط لا يطرد فی جميعها وقوله «والسطحان المتوازيان هما اللَذان إذا أخرجا من كلتي الجهتين لم يلتقيا»[2] فيه خللٌ. إذ يمكن أی توحيد سطحان لهذه الصفة ولايكونان متوازيان.

ومما يتفرع على مساحة بسيط الكرة ويناسب ما نحن فيه، مما أغفله الكيا[3] كوشيار - رحمه اللّه - في الباب العاشر من المقالة الثالثة من الزيج الجامع حيث قال: «ضرب القطر في قطعة من قوس دائرة عظيمة تقطع قطعة من بسيط الكرة بنصفين، مساحة بسيط القطعة من الكرة». ثم كرّر[4] هذه الزلة فی هذا الباب ايضًا حَيث حَكَم بِأَنَّ ضرب القطر فی عرض المعمورة هو مساحة المعمورة.

و لقول[5] الكيای، كما أنّ ضرب القطر فی جميع محيط الدائرة العظيمة التی تقع على بسيط الكرة هو مساحة بسيط الكرة؛ وأنّ ضرب هذا القطر فی نصف محيط هذه الدائرة هو نصف مساحة بسيط الكرة؛ وأنّ ضرب القطر أيضًا في ربع محيط هذه الدائرة هو ربع مساحة بسيط الكرة الذي عرضه تسعون جزءًا، لذلک ضرب هذا القطر فی جميع أجزاء هذه الدائرة هو مساحة بسيط أجزاء الكرة التي عرضها تلک الأجزاء المضروب فيها. فتُوُهِّم لذلک أنّ هذا الحكم كليٌ، وليرَ[6] ما ينخدع الإنسان بالأمثلة الجزئية ولتَقيُّدَ نسبتها أمرًا كليًا لكن قد انفقد **/۴۲/** إجماع ذوی التحقيق عجزًا واضطرارًا على العمل بذلک في الاستقرا[7] [على] اثبات الحِسية دون العقليات القطعية.

ولِنُفرِضَ محيط الأرض أربعة وعشرين ألف[8] ميل، ولو فرضناه مقدارًا آخر كان، فيكون مساحة المعمورة بمقتضى حكم الكيا ۳۳۸۱۲۱۳۱ مِيلًا و ثُمن مِيل. ثم نَزيد على مربع محيط الأرض ثَلاثة أرباعه فما حصل نُقسمه

۱. نسخه: قطره
۲. الكافی فی الحساب، ۱۴۸
۳. نسخه: الكليا
۴. نسخه: + ثم كرر
۵. نسخه: لقل
۶. نسخه: وليرا
۷. نسخه: الاستقر
۸. نسخه: + الف

على اثنين وعشرين، فما خرج من القسمة فهو رُبع بسيطَ الأرض، نحفظه. ثم نأخذ وتر تمام المعمورة ونضربه في المحيط، فما حصل من الضرب نَضرب مربعه في ثُلثه ونصف. ونُقسم المبلغ على ما حصل من ضرب مربع مائة و عشرين، أعنى القطر المفروض فى كتب التنجيم، في اثنين وعِشرين. فما خرج من القسمة نَحفِظُه. من المحفوظ فيبقى ٤٢٠٤٤٧٨٢ ميلاً وثُلث ونصف عن ميل. وهو مساحة المعمورة. وهذا الطريق من لوازم الطريق المُحَقَّق الذى ذَكَرَه أرشميدس. والتفاوت بين هذه المساحة وبين المساحة بطريقة الكياى – رحمه – ٨٢٣٦٢٩ ميل ورُبع وسُدس من ميل. وقد سَبَقْتُ منا[1] رسالةً وحيدة أوضحنا فيها وجه خطائه بطريق هندسي من غير احتياج فيه إلى امتحان مثال عددي.

[٤] و قال أبوبكر الكرجي: «إعلَم أنّ المجسم الذي يحتاج إلى مساحته تنقسم إلى خمسة أقسام» إلى آخره ...[2].

قال محمدبن كشنة: نتوهم سطحًا مستويًا و نتوهم فى ذلک السطح دائرة و نُفرض خارج تلک الدائرة نقطةٌ كيف ما أتفقت.[3] و يخرج من تلک النقطة خطًا يكون عمودًا على ذلک السطح المتوهم. رأس هذا الخط رأس المخروط، قاعدته تلک الدائرة التي ذكرنا، فيكون[4] مساحة هذا المخروط؛ و إن كان البُعد بَين تلک النقطة المفروضة و بين الدائرة المتوهمة ألفِ ألف فرسخ[5] و إن كان ذلک البُعد أضعافِ أضعافِ هذا المقدار أى أضعاف كانت.

وقد صرح أبوبكر بأنّ عمودَ[6] المخروط هوالخط الذي يصل بين أعلا و بين قاعدته، ثم قال إنّ مساحة القاعدة فى ثُلث العمود هو مساحة المخروط. لكن النقطة المفروضة في السطح المتوهم خارجة عن قاعدة المخروط ولايمكن أن نخرج من رأس هذا المخروط إلى قاعدته خطًا يكون مساويًا للخط الذى استخرجناه عمودًا على السطح المتوهم. فإذا العمود الذي يكون ثُلثه في مساحة قاعدة المخروط مساويًا لمساحة المخروط /**٤٣**/ لايصل بَين رأس المخروط وبين قاعدته في جميع المخروطات، بل قد يقع خارجًا عنها لكن لأنّه يقع على السطح الذي فيه قاعدة المخروط فَلْيَنحلُّ قوله من وصف هذا العمود على تَوَسُّع فى العبارة أو اختصار فيها.

وأمّا قوله في مساحة جسم الكرة فضعيف جدًا. وذلک أنه بَيّنٌ بالبراهين التي لا يحتملها شکٌ أن نسبة جسم الكُرة إلى مكعب قطرها كنسبة أحد عشر إلى أحد وعشرين. وعلى الطريق الأول الذى ذكره أبوبكر يَلزِمُ أن يكون نسبة مساحتها إلى مكعب قطرها كنسبة اثنى عشر وستة أسباع وثلاثة أرباع سُبع إلى أحد وعشرين. وعلى الطريق

۱. نسخه: منار
۲. الكافى فى الحساب: ۱٤۸
۳. نسخه: من انقطب
٤. نسخه: + عمودًا على ذلک السطح المتوهم رأس هذا الخط.
٥. نسخه: + قل
٦. نسخه: عمودا

الذي ذكره ثانيًا يَلزِمُ أن يكون نسبة مساحتها إلى مكعب قطرها كنسبة ثلاثة عَشَر و ثُلثِ خُمس إلى أحد وعشرين. فقد صار كل أحد عَشر بالطريق الأوّل اثنى عشر وستة أسباع وثلاثة أرباعِ سُبع. وبالطريق الثاني صار كل أحد عشر عددًا ثلاثة عَشر و ثُلثِ خُمس. وبعد هذا فلينهتي إلى الباب الذي يذكر فيه كيفية الوزن.

[٥] قال أبوبكر الكرجي: «إذا أردت أن تزن أرضًا لإنشاء نهر أو قناة» إلى آخِره ... .[١]

قال ابن كشنة: اشتراط واشتراط من أولى هذه الأعمال تساوى القائمتين وتوازى البيت الذي هو ينفذ الخيط لطول الحسنة وقيام خط الذي هو ينحدر الشاقول على الخط المخطوط على قاعدة مثلث الذى يَذكرون أنَّه يجب أن يكون موازيًا للبيت المذكورة.[٢] وكون الميزان على منتصف الخيط كَنَشّ من المِرسم.

وليست أوجب بهذا القول وجوب عدم هذه الشرايط، بل أوجب عدم وجوبها. وهذا المعني أعم من الأول وهو علة حصول المقصود. وإذا كان علة الشيء عامة فتخصصها من غير ضرورة خُرقٌ و[٣]غفلة و[إدراک][٤] أنّه لاشک أن مَن حكم بأنّ الزوايا الثلاث مِن كل مثلث متساوى الساقين مِن حيث هو لذلک فقط لا مِن حيث هو مثلث مطلق مساوية لقائمتين. فقد هي هذا المعنى عن المثلث الذي هو غير متساوي الساقين إذا عول أمرًا عظيمًا بسبب تخصيص عليه هذا التساوى إذا العلة الموجبة لهذا المعنى هو المثلث مِن حيث هو مثلث مطلق، لا مِن حيث هو مخصص لشيء آخَر، و مخصوص العلة العامة من[٥] أمثال هذه المسألة غير فرضي.

وهذا المعنى كثيرًا ما يذهب على الناظرين في العلوم. ولكن مراعاته في كل صناعة[٦] **/٤٤/** واجبة بقدر القوة البشرية بل المهمُ تشابهُ قيام للقائمتين على سطح الأرض. وليست أقول إنّه يجب في جميع دفعات الوزن تشابه واحد. بل في كل دفعتين متناكبتين مناظرتين تحت تشابه واحد وليس يجب من هاتين الدفعتين أيضًا أن تتشابه قائم القائمتين بان يجوز ارتيجان (كذا) من الوضع، لكن يجب أن يكون كل واحد منهما من الدفعة الثانية حافظة لوضعها الخاص بها من الدفعة الأولى. ولأنّ القائمتين إذا كانتا موازيتين لخيط الشاقول في كل دفعة كان كل واحدة منهما قائمة على سطح الأفق متشابهة الأوضاع. وكان مراعاة التشابه من هذا الموضع أسهل من مراعاته فى الأوضاع الأُخرى من ساير الأوضاع. لأن هذا التشابه يحصل بسبب أمر طبيعي غير صناعي، أو ينحدر الشاقول على خط قائم على سطح الأفق من غير قصد قاصد، بل لو أجاز و أوضِع[٧] آخر يتعلق بقصد القاصدين لاضطروا ضرورة فى تحصيل ذلک الوضع إلى هذا الوضع أيضًا، إذ لا يمكن حفظ تشابه هذه الأوضاع إلّا بواسطة الأفق ولا يُمكن

۱. الكافى فى الحساب، ۱۵۵

۲. نسخه: + و كون الميزان قاعدة المثلث الذى يذكرون انه يجب ان يكون موازيا للبيت المذكورة.

۳. نسخه: + عليه

٤. نسخه: درک

٥. نسخه: + مراعاته

٦. نسخه: + واجبة

۷. نسخه: اوضعا

تحصيل سطح الأفق إلّا بواسطة فينحدر ينحدر على خط يكون قائمًا على ذلک السطح. فلهذا كان هذا الوضع أولى بلا اختيار[1] للعمل.

وقدعملنا في كيفية هذا الانحدار رسالة أوضحنا فيها خطا أبي العباس النيريزي في مقالة له في عمل الآلات التي يعرف بها بُعد الاشياء وأشرنا بعد ذلک إلى كيفية تحصيل الصواب في هذا المعنى. وقد أهمل أبوبكر أمرًا مُهمًا عند الاستعمال بالوزن وهو أن يكون القائمة المتقدمة المبتدأ بها من العمل يكون عند الفراغ متأخره مختومًا عليها. وقد اشتبها القول في هذه المعاني من رسالة مفردة علمناها في الموازين.

[٦] ولأنّ مولانا أمرني تكلم على المواضع التي عزم الحاسب أن يَبحَث عنها. وتُعرف وجه خطاها من حيث هو حاسب محقق. و تُفرَض عن المواضع التي ثبوت بيانها عنده من حيث هو فيلسوف مطلق. وقد أشرنا إلى هذه المواضع فلنحصل هذا منتخبي (؟) مقصدنا.

ولنختم القول حامدين للّه تعالى و نُصلي على سيدنا محمد وآله وصحبه أجمعين وسَلَّم تسليمًا كثيرًا. واللّه أعلم بالصواب وإليه المرجع والمآب. /٤٥/

۱. نسخه: ختيار