

بسط تجزیه و تحلیل کارائی پارتو

دکتر جمشید صالحی صدقیانی

عبدالرضا میری

چکیده

در مقاله حاضر بر روی طراحی، ایجاد و انجام روشهای نو اعاده کارائی پارتو در برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح تأکید گردیده است. ایجاد و طراحی راه کارهای مناسب و کاربرد آنها در نظام برنامه ریزی آرمانی، شرح داده شده است. سپس تفاوت بین برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح و پیوسته با توجه به تجزیه و تحلیل کشف و اعاده پارتوییان خواهد گردید.

۱- مقدمه :

برنامه ریزی آرمانی، روش برنامه ریزی چند هدفی است که ابتدا توسط چارنز (Charnes) در سال ۱۹۵۵ بوجود آمد و در سال ۱۹۶۱ توسط چارنز و کوپر (Charnes, Cooper) بطور کاملتر و واضحتری تعریف شده برنامه ریزی آرمانی را می توان بعنوان ابزار ریاضی برنامه ریزی و یکی از اعضای خانواده تصمیم گیری چند معیاری محسوب کرد. که روش موثری برای حل مسأله در این زمینه شناخته می شود.

برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح موزون: مجموع وزنی انحرافات ناخواسته از مجموع هدفهای تصمیم گیرنده، برای تعدادی از اهداف (معیارها) حداقل می کند. بنابراین تمام اهداف بطور همزمان در نظر گرفته می شوند. نمایش ریاضی و عمومی مدل برنامه ریزی آرمانی موزون به شکل زیر است:

$$\text{Min} z = \sum_{i=1}^K (U_i m_i + V_i P_i)$$

s.t

$$F_i(X) + m_i - p_i = b_i, \quad i=1, 2, 3, \dots, k$$

$$X \in C_s$$

$$m, p \geq 0$$

عدد صحیح و $X \geq 0$

که $f_i(x)$ یک تابع خطی (هدف) از x و x مجموعه متغیرهای تصمیم است که باید تعیین شوند. b_i ارزش هدف i است. p_i, n_i, \dots به ترتیب انحرافات منفی و مثبت را از این ارزش هدف نشان می دهند u_i, v_i یا ضرایب نسبی غیر منفی هستند که در تابع Z به این انحرافات نسبت داده می شوند. C_s مجموعه ای از محدودیت‌های غیر قابل انعطاف است.

برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح لکسیکو گرافیک: بردار مرتب شده ای (بر اساس ترجیح تصمیم گیرنده) را از انحرافات ناخواسته از مجموع هدفها برای تعدادی از هدفها، در حالیکه اهداف مختلف در سطوح مختلف برتری قرار دارند، حداقل می کند. نظم و ترتیبی طبیعی بین اهداف وجود دارد. زمانی اهداف مورد توجه قرار می گیرند که اهداف با درجه اهمیت بالاتر برآورده شده باشند. نمایش ریاضی یک مدل برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح لکسیکوگرافیک بصورت زیر است:

$$\text{Lex Min} z = \left[\sum_{i=1}^K (U_i \cdot m_i + V_i \cdot P_i), \sum_{i=1}^K (U_i^L \cdot m_i + V_i^L \cdot P_i) \right]$$

s.t

$$F_i(X) + m_i - p_i = b_i, \quad i=1, \dots, k$$

$$X \in C_s$$

$$m, p \geq 0$$

عدد صحیح و $X \geq 0$

که در آن $f_i(x)$ یک تابع (هدف) خطی از X و x مجموعه متغیرهای تصمیم است که باید تعیین شوند. b_i ارزش هدف i است $p_1, m_1, \dots, p_n, m_n$ به ترتیب انحرافات منفی و مثبت را از این ارزش هدف نشان می دهند. در این مدل تعداد سطوح اهمیت L و تعداد اهداف K است. a بردار مرتبی از L سطح اهمیت است. U_i^L, V_i^L وزنهای نسبی هستند که به انحرافات L امین سطح اهمیت در تابع a نسبت داده شده اند. C_s مجموعه دلخواهی از قیود غیر قابل انعطاف است.

واقعیتی که در سالهای اخیر بحثهای زیادی را ایجاد نموده، این است که برنامه ریزی آرمانی توانائی ایجاد راه حل‌های ناکارا و متداول را دارد. بعبارت دیگر تضمینی وجود ندارد که یک راه حل مطلوب و استاندارد برنامه ریزی آرمانی روش کارای پارتو باشد.

ویلفرد پارتو مفهوم بهینگی پارتو را در زمینه اقتصاد در سال ۱۹۸۶ ارائه کرد. طبق تعریف وی یک جامعه، زمانی جامعه بهینه پارتو (کارای پارتو) است که هیچ عضوی از آن جامعه نتواند بدون پائین آوردن و تنزل شرایط عضو دیگر، شرایط خود را بهبود بخشد.

بهینگی کارائی پارتو در یک محیط برنامه ریزی آرمانی بعنوان وضعیتی تعریف می شود که در آن هیچ هدفی بدون تنزل هدف دیگر نمی تواند بهبود یابد. می توان بهبود را بصورت کسب سطح بهتری از برآوردن هدف بدون توجه به ارزش هدف تصور نمود، برعکس تنزل مستلزم یک کاهش در سطح برآوردن است. علت این راه حل‌های ناکارای پارتو، این است که ممکن است تصمیم گیرنده ارزشهای هدفی را تعیین کند که بسیار بدبینانه هستند، مثل اهدافی که نسبت به محدودیتهائی (قیود و اهداف متعارض) که تحمیل می شوند، به سادگی بدست می آیند. این نقطه ضعف، در گذشته توجه و تردید زیادی نسبت به استفاده از برنامه ریزی آرمانی ایجاد کرد.

هنن (Hannan) برای برطرف ساختن این کمبود، راه چاره ای پیشنهاد کرد تا کارائی پارتو را اصلاح نماید. روش او برای ایجاد مجموعه ای از نقاط کارا مبتنی است که بر نقطه جواب استاندارد و ناکارای بهینه سازی برنامه ریزی آرمانی غالب است. گسترش بیشتر روش "هنن" توسط رمو (Remo) انجام شد تا راه حل‌های کارا ایجاد نماید، در حالیکه مانع تنزل ارزش بدست آمده اهداف از نقطه نظر راه حل‌های استاندارد و ناکارای برنامه ریزی آرمانی گردد. تامیز و جونز (Tamiz & Jones) روش دیگری را برای کشف کارائی و ناکارائی پارتو پیشنهاد کردند و آنرا در سیستم بهینه سازی برنامه ریزی آرمانی بکار بردند. این تکنیک شامل مجموعه آرمانهای

است که برای طبقه بندی اهداف به وضعیت های کارا ، ناکارا و نامحدود پارتو ، طراحی شده اند . این آزمون ها امکان بهبود اهداف را از راه حل بهینه اولیه بررسی می کنند تا کارائی و ناکارائی را کشف کنند . آزمون و بررسی راه حل بهینه برنامه ریزی آرمانی با استفاده از تئوری جدول سیمپکلس انجام می شوند تنها تکرارهای تبهگن سیمپکلس انجام می شود و بنابراین راه حل اولیه برنامه ریزی آرمانی بدون تغییر باقی می ماند و هیچ حرکتی اتفاق نمی افتد .

نمودار (۱) یک مساله ساده برنامه ریزی آرمانی را نشان می دهد که نشان دهنده مورد کارائی پارتو در مساله پیوسته است . این مساله دو هدف دارد ، OBJ_2, OBJ_1 و یک محدودیت غیر قابل انعطاف دارد . منطقه سایه دار ، منطقه موجه را نشان می دهد و Z جواب بهینه اولیه برنامه ریزی آرمانی برای تابع هدف زیر است :

$$\text{Min } z = m_1 + m_2$$

واضح است که می توان هر دو هدف را بدون کاهش اهداف دیگر ، بهبود بخشید ، که در نهایت منجر به کشف / بهبود نقاط کارا و موجه Z_2, Z_1 می گردد .

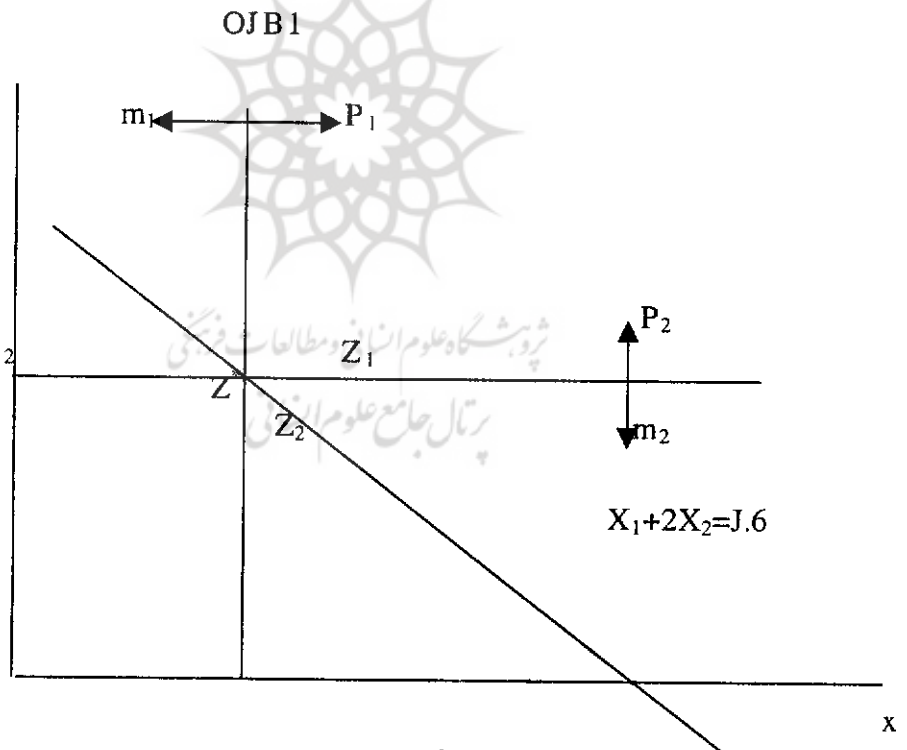
بنابراین ، نقطه Z^* به عنوان نقطه کارای پارتو می شود که تحت تسلط مجموعه نقاط کارائی پارتو (حد کارای پارتو) قرار دارد . بواسطه ویژگیهای الگوریتم سیمپکلس ، تنها دو نقطه نهائی Z_2, Z_1 قابل تعیین و مکان یابی هستند .

"تامیز و جونز" همچنین بهبود نقاط کارای پارتو را بررسی کرده اند که بموجب آن ، ممکن است خواسته تصمیم گیرنده بهبود اهداف باشد ، مثلاً ممکن است او به بهبود اهداف بیشتر علاقمند باشد . در برنامه ریزی عدد صحیح ، یک هدف در صورت کارائی پارتو است که پاسخ عدد صحیح دیگری یافت شود که هدف را بدون تنزل ارزش هر هدف دیگری ، بهبود بخشد . اگر چنین نقطه ای وجود نداشته باشد ، آنگاه همان هدف کارائی پارتو نامیده می شود . نوع دیگری از یک هدف ناکارای پارتو زمانی است که بتوان هدف را تا ارزش زمانی بسیار زیادی افزایش داد ، بدون اینکه تنزلی در سایر بوجود آید . یک برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح زمانی حالت نامحدود یا ناکارای پارتو است که یک یا چند هدف به ترتیب ناکارا یا محدود باشند . نتیجه اینکه در یک برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح پارتو ، هر هدفی باید هدف کارای پارتو باشد .

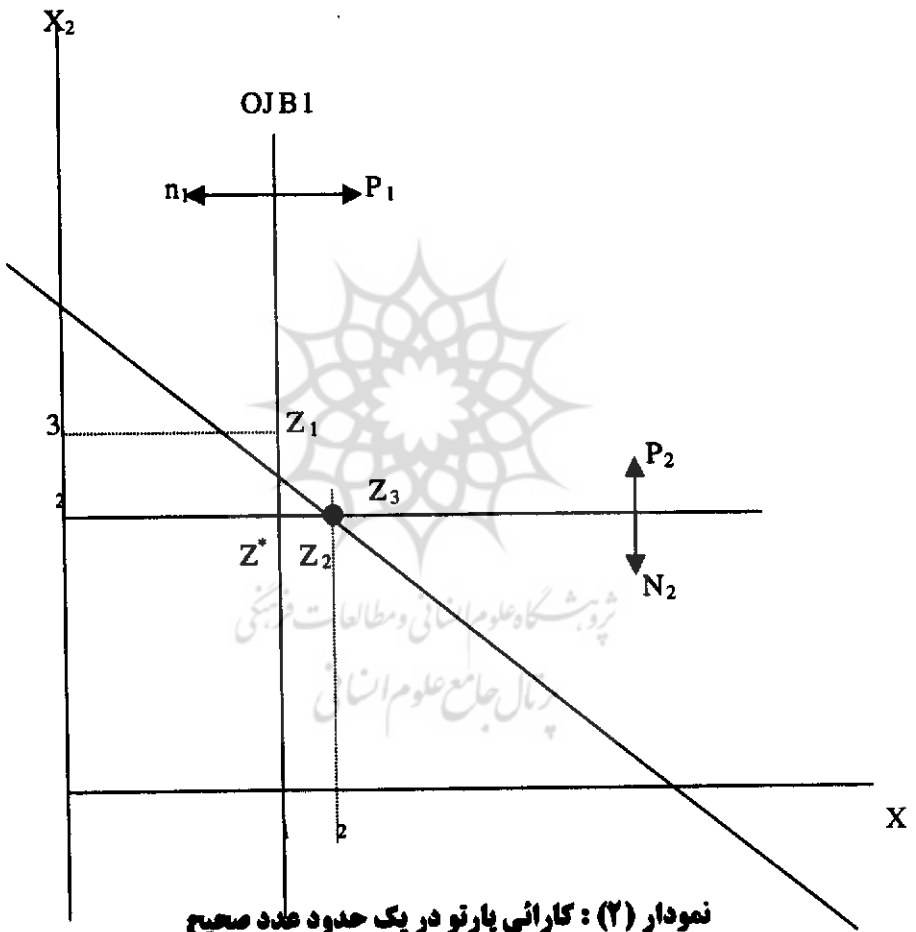
روشهای که برای مورد پیوسته بوجود آمده اند، تعریف اهداف ناکارای برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را تضمین نمی کنند و تنها بهبود یک نقطه از کارای عدد صحیح را شامل می شوند. برای مثال، در نمودار (۱)، Z^* نقطه برنامه ریزی آرمانی ناکارای پارتو در مورد پیوسته است، اما تا زمانی که هیچ نقطه عدد صحیح دیگری در حوزه Z_1, Z_2, Z^* وجود ندارد، این نقطه، نقطه کارای عدد صحیح پارتو است.

مساله برنامه ریزی آرمانی عدد صحیحی را که در شکل (۲) نشان داده شده، نقطه Z^* نقطه ناکارای برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح است. روشهای پیوسته کشف ناکارایی پارتو نمی توانند کارایی یا ناکارایی عدد صحیح Z^* را کشف کنند، زیرا ممکن است گزینش نقاط غالب را موارد پیوسته، هیچ نقطه عدد صحیحی نداشته باشد. در شکل (۲)، Z_2 که یک نقطه کران نیست، زمانیکه آرمانهای پیوسته کارایی پارتو بکار گرفته می شوند، بعنوان یک نقطه عدد صحیح غالب شناخته نمی شوند.

X_2



نمودار (۱): کارایی پارتو در یک مورد پیوسته



۲- کشف (Detection)

الگوریتم جدیدی در سیستم برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح ایجاد و بکار گرفته شده تا وضعیتهای (کارا، ناکارا، نامحدود) اهداف پارتو را در مسایل برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح کشف و طبقه بندی نمایند. وضعیت هر هدف در راه حل بهینه اولیه برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح گزارش خواهد شد. این طبقه بندی به تصمیم گیرنده کمک می کند تا وضعیت و هدف را بمنظور اتخاذ تصمیمات منطقی در مسایل زندگی واقعی پیدا کند، بخصوص در مدل‌های بزرگ که مقدار عظیم داده ها، ریز بینی در بعضی جزئیات را غیر ممکن می سازد. بمنظور کشف وضعیت کارائی پارتو در یک پاسخ بهینه، باید سایر نقاط را در منطقه موجه غالب پیدا کرد. در این مورد که هیچ نقطه عدد صحیح دیگری در منطقه مذکور وجود ندارد نقطه بهینه برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح به عنوان نقطه کارای پارتو طبقه بندی می شود. یک تکنیک بهینه سازی عدد صحیح مثل انشعاب و تحدید با وضعیت انشعاب و سرعت بالا برای فرآیند کشف بکار گرفته می شود. برخلاف مورد پیوسته، بسته به ساختار مدل، حرکاتی از نقطه، عدد صحیح اولیه به حداقل یک نقطه و در بیشتر موارد به نقاط عدد صحیح متعددی در منطقه غالب وجود دارد. هر بار که یک نقطه عدد صحیح کشف می شود، وضعیت هر هدف در آن آزمایش می شود اگر نقاطی با وضعیت ناشناخته وجود داشته باشند، نقطه بهینه عدد صحیح اولیه بهبود یافته و برای حداکثر کردن یک تابع هدف جدید، از روش شاخه و کران استفاده می شود. این مساله منتج به حرکات به جهات مختلف و دستیابی به یک نقطه عدد صحیح جدید می باشد. سپس وضعیت اهداف ناشناخته باقی مانده مورد آزمایش قرار می گیرند

۱-۲- روش کشف کارائی پارتو در برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح

الگوریتم زیر یک روش جدید کشف کارائی عدد صحیح پارتو را مطرح می کند این روش برای کشف وضعیت نقطه بهینه پارتو از طریق حداکثر کردن متغیرهای انحراف غیر وزنی بکار می رود. مراحل الگوریتم بشرح زیر است:

۱) وضعیت هر هدف را در صورتیکه متغیرهای انحراف از تابع هدف (هدف دو طرفه) قرار دارند در حالت کارای پارتو و در غیر اینصورت در وضعیت ناشناخته وارد کنید. توجه داشته باشید: علت طبقه بندی مذکور این است که اگر هر دو متغیر انحراف از یک هدف،

۱) عنوان OBJ_1 در تابع هدف قرار داشته باشند، در اینصورت در جواب بهینه، حداقل ارزش خود را دارند. هر تغییری باعث خواهد شد که هدف، از ارزش بهینه خود حرکت کند. بنابراین OBJ_1 بعنوان هدف کارای پارتو طبقه بندی می شود.

۲) اگر یک انحراف وزنی در پایه قرار دارد، یک حد بالا در آن واقع می شود که از کاهش احتمالی جلوگیری کند. حد بالا، ارزش انحرافی وزنی در جواب بهینه است. یعنی متغیرهای وزنی خارج از پایه برابر عدد ثابت صفر می باشند.

۳) یک تابع هدف از متغیرهای انحرافات غیر وزنی که وضعیت ناشناخته باشد، تعیین کنید.

۴) اگر متغیرهای انحرافات غیر وزنی در پایه است، یک حد پائین بر آن واقع می شود تا از کاهش احتمالی جلوگیری کند. حد پائین، ارزش متغیرهای انحراف وزنی در نقطه بهینه است.

۵) برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را با استفاده از الگوریتم شاخه و کران حل کنید تا تابع جدید حداکثر شود.

$$\text{Max } z = \sum_{j \in J} \text{NWV}_j$$

s.t

$$f_i(X) + m_i - p_i = b_i, \quad i=1, \dots, m$$

$$\text{WV}_j^b \leq \text{value}_{\text{WV}_j}$$

$$\text{NWV}_j^b \leq \text{value}_{\text{NWV}_j}$$

$$X \in C_s$$

$$m, P \geq 0$$

عدد صحیح و $0 \leq X$

ل مجموعه اهداف با وضعیت ناشناخته است. WV_j^b ، NWV_j^b بترتیب WV_j ، NWV_j اساسی هستند که ارزش های بهینه آنها $\text{value}_{\text{WV}_j}$ ، $\text{value}_{\text{NWV}_j}$ است. نقطه جواب بهینه برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح، نقطه شروع این مساله حداکثر سازی است. مساله حداکثر سازی برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح که ایجاد شد، با استفاده از سیستم برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح حل می شود. بسته به ساختار مساله می توان استراتژیهای مختلف شاخه و کران را بکار برد.

۶) رویه زیر را انجام دهید :

```

Infent = 0
For each objective و J = 1 To J , Do
If (value*  $NWV_j > L_{NWV_j}$ ) then
(OBJ  $NWV_j$ ) in ,pareto Inefficient ,
Endif
Continue (Forloop)
If (Infent=0) then
UnKnown objectives are , pareto Efficient ,stop
Else
Retrieve original optimum Integer GP ,Goto 2
End if

```

در مرحله (۶) ، ارزشهای متغیرهای انحراف در تابع هدف جدید ، کنترل می شوند ، اگر $value_{NWV_j}$ باشد ، در آنصورت بهبودی وجود نخواهد داشت . بهمین دلیل هدفی که متغیر انحراف آن NWV_j است ، بعنوان هدف ناکارای پارتو افزایش نیافته است ، مثل زمانی که هیچ بهبودی اتفاق نیفتاده باشد ($Infent=0$) ، آنگاه اهدافی که وضعیت ناشناخته کارایی پارتو را دارند ، بعنوان هدف کارای پارتو طبقه بندی می شوند . در موردی که شمارگر اهداف ناکارای پارتو افزایش می یابد . ($Infent > 1$)

مساله برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح اولیه بهبود یافته و یک تابع هدف جدید ، متشکل از متغیرهای انحرافی تابعی که هنوز در وضعیت ناشناخته قرار دارد ، ایجاد شده و مساله برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح جدید ، حداکثر می شود . این یک فرآیند تصفیه است . در هر تکرار ، اهداف تعیین نشده مورد آزمایش قرار گرفته و زمانی که کارایی یا عدم کارایی تمام اهداف تعیین شد ، این فرآیند خاتمه می یابد . این امر طبقه بندی هر هدف و هم گرائی روش را تضمین می کند .

۳- استرداد (اعاده = Restoration)

اگر یک یا چند هدف در یک مدل برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح یافت شود که هدف ناکارای پارتو باشد ، به تصمیم گیرنده توصیه می شود که کارایی را بررسی نموده و ترجیحاً

آن را اعاده دهد. در سیستم برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح ۳ الگوریتم مختلف اعاده، شامل مستقیم، بر مبنای رجحان و تعامل، ایجاد و بکار گرفته شده اند. این الگوریتم ها به تصمیم گیرنده کمک می کنند تا کارائی پارتو را در زیر مجموعه ای از منطقه موجه اعاده دهند که بر نقطه ناکارائی که پیدا شده، غالب است. در این مورد، هنگامیکه نقاط کاری متعددی در مرز کارائی وجود دارد که بر جواب اولیه غالب است، مکانیزم و ساختار متفاوت این سه تکنیک اعاده که در این تحقیق ایجاد شده اند، قابلیت انعطاف بیشتری برای تصمیم گیرنده بوجود می آورند.

تکنیکهای موجود در این موارد پیوسته را برای اعاده نقاط کارائی پارتو در منطقه موجه غالباً نمی توان در موارد عدد صحیح بکار برد. الگوریتم های ایجاد شده برای موارد پیوسته تنها نقاط غیر صحیح را اعاده می دهند. این نقاط روی حد پیوسته کارائی پارتو قرار دارند. در حالیکه نقاط کارائی صحیح پارتو در حالت عادی، داخل منطقه غالب قرار دارند و روی یک حد کارائی صحیح و متفاوت پارتو قرار دارد.

بهینه سازی عدد صحیح اولیه، تغییراتی را از نقطه بهینه اولیه به نقطه بهینه صحیح موجب می گردد. در این نقطه، وضعیت کارائی پارتو در مورد اهداف بررسی می شود. در مواردی که اهداف ناکارا کشف می شوند، تکنیکهای اعاده برای دست یابی به کارائی بکار گرفته می شوند. جواب کارائی پارتو برای یک مدل برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح با استفاده از یکی از انواع مختلف تکنیکهای تجزیه و تحلیل اعاده پارتو حاصل می شود. اعاده نقاط کارائی صحیح پارتو در منطقه موجه غالب با استفاده از هر یک از الگوریتم های موجود در سیستم بهینه سازی عدد صحیح انجام می شود.

در اکثر مسایل، معمولاً بیش از یک جواب کارائی صحیح پارتو وجود دارد. حرکت در جهات مختلف و دستیابی به جوابهای کارائی صحیح پارتو در منطقه موجه غالب ممکن است به استفاده از تصمیم گیرنده از یک تکنیک بخصوص اعاده بستگی داشته باشد.

۱-۳-۱- اعاده مستقیم

این موارد شبیه فرآیند کشف است. حداکثر کردن در مورد مجموع متغیرهای انحراف غیر وزنی ز (NWV) انجام می شود.

$$\text{Max} z = \sum_{j \in C} \text{NWV}_j$$

مجموعه NWV های اهدافی است که توسط فرآینده کشف ، بعنوان اهداف ناکارا ناشناخته شده اند . که ، معادل تعیین یک سطح تقدم اضافی در برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح است . در مورد کشف یک یا چند هدف نامحدود و پارتو ، نمی توان به یک جواب کارای پارتو دست یافت . می توان مراحل الگوریتم را صورت زیر بیان کرد :

- (۱) قسمت کشف را فرا بخوانید .
- (۲) اگر تمام اهداف کارا هستند ، توقف کنید . در غیر اینصورت ادامه دهید .
- (۳) یک حد بالا برای WV های اهدافی تشکیل دهید که وضعیت ناکارا دارند .
- (۴) تابع هدفی از NWV های اهدافی تشکیل دهید که وضعیت ناکارا دارند .
- (۵) یک حد پایین برای NWV ها قرار دهید . $(L = mwv_j = \text{value}_{wv_j})$. این مسئله باعث می شود که از کاهش NWV در طی فرآیند حداکثر سازی جلوگیری شود .
- (۶) برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را بصورتیکه تابع هدف جدید را حداکثر کند ، حل نمائید . معمولاً در منطقه غالب ، بیش از یک نقطه کارای عدد صحیح پارتو وجود دارد . این تکنیک ، نقطه صحیح را با بهترین افزایش بدون وزن ، اعاده می کند ، مثل زمانی که با فرض تساوی تمام اهداف با بیشترین بهبود حاصل می شود .

۲-۳-۱-اعاده بر پایه رجحان (ترجیحات)

این حالت با افزودن یک یا چند سطح تقدم اضافی به برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح اولیه حاصل می شود . در این مورد ، وزن متغیرهای انحراف در تابع هدف اولیه و سطوح تقدم آنها برای مورد برنامه ریزی آرمانی لکسیکوگرافیک ، در نظر گرفته می شوند . بطوریکه ، ساختار ترجیحی را حفظ می کنند . برای برنامه ریزی آرمانی موزون ، تابع هدف جدید به این صورت خواهد بود .

$$\text{Lex Mina} = \left[\prod_{j=1}^J (W_j \cdot WV_j) , \prod_{j=1}^J (W_j \cdot NWV_j) \right]$$

برنامه ریزی آرمانی لکسیکوگرافیک ، نمایش ریاضی تابع هدف جدید به این صورت است :

$$\text{Lex Mina} = \left[\prod_{j=1}^J (W_{1j} \cdot WV_j) , \dots , \prod_{j=1}^J (W_{1j} \cdot NWV_j) , \prod_{j=1}^J (W_{2j} \cdot NWV_j) \right]$$

W_{vj} وزن در تابع هدف است که با NWV و سطح تقدم L ($L = 1L$) مرتبط است، این مدل تعداد $2L$ سطح تقدم دارد.

این روش نسبت به اعاده مستقیم یک مزیت دارد که آن در درجه مربوطه اهمیت هر هدف را در هر سطح برتری مورد توجه تصمیم گیرنده قرار می دهد. در این تکنیک هنگامیکه فرض بر برنامه ریزی آرمانی کلنکیر گرافیک عدد صحیح است، به سطوح تقدم بر اساس ترتیب اهمیت آنها رسیدگی می شود. در زیر الگوریتمی مطرح می شود که برای تکنیک بر اساس رجحان طراحی شده تا مدل‌های برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را بکار گیرد:

(۱) قسمت کشف را فرا بخوانید.

(۲) اگر تمام اهداف کارا هستند، توقف کنید. در غیر اینصورت ادامه دهید.

(۳) حد بالائی برای WV های قرار دهید. ($U_{Wvj} = \text{value } WV_j$)

(۴) برای i از ۱ تا تعداد سطوح تقدم، یک تابع متشکل از NWV های اهدافی که در سطح تقدم i با وزنه‌های مشابه WJ حالت ناکارا دارند، ایجاد کنید برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را حل کنید، بطوریکه تابع هدف حداکثر شود. اگر i بزرگتر از ۱ باشد و آخرین سطح تقدم هم نباشد، آنگاه حد پایینی برای NWV ها قرار دهید ($U_{NWvj} = \text{value } NWV_j$) در غیر اینصورت خارج شوید. پایان شرط اگر (if) و i بعدی می باشد.

۳-۳-۳- اعاده تعاملی (interactive restoration)

اولین مرحله از مراحل اعاده از فراهم کردن مجموعه اهداف ناکارا برای تصمیم گیرنده تشکیل شده است. سپس تصمیم گیرنده هدفی را که علاقمند است، اعاده بخشد، انتخاب می کند. هر بار یک تابع هدف شامل تنها یک NWV حداکثر می شود:

$$Max z = NWV_j, j \in J$$

J مجموعه اهداف ناکارائی می باشد که توسط فرآیند کشف، تشخیص داده شده است. بمحض اینکه تابع هدف تعیین شد، مساله جدید با انجام بهینه سازی عدد صحیح که از الگوریتم انشعاب و تحدید استفاده می کند، بهینه می گردد، سپس گزارش جدیدی ایجاد می گردد که کارائی یا عدم کارائی هر یک از مجموعه اهداف را در نقطه صحیح جدید بیان می کند. این فرآیند تعاملی تا زمانی گزارش می شود که تمام اهداف کارا می شوند. حداکثر ساختن و سپس بهبود یک هدف طی هر تکرار الگوریتم، هم گرائی روش را تضمین می کند.

بسته به انتخاب تصمیم گیرنده در مورد هدفی که در طول این فرآیند تعاملی باید بهبود یابد، بهینه سازی موجب حرکت شده و در نهایت به بهترین جواب صحیح برای هدف و مقصود وی می رسد. با این حال اگر مشخص شود که هر یک از اهداف، هدف نامحدود پارتو است، آن هدف نمی تواند از هدف کارای پارتو را شکل دهد. بنابراین بعنوان هدف نامحدود پارتو طبقه بندی نمی شود.

دیدگاه بهبود تعاملی با استفاده از مراحل زیر بکار گرفته می شود:

- ۱) قسمت کشف را فرا بخوانید. اگر تمام اهداف کارا هستند، توقف کنید. در غیر اینصورت ادامه دهید.
- ۲) تابع هدف جدیدی از K امین هدف با وضعیت ناکارا که توسط تصمیم گیرنده انتخاب شده تعیین کنید. (NWV_k)
- ۳) برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را حل کنید، در حالیکه تابع هدف جدید را با انجام بهینه سازی عدد صحیح، حداکثر می کنید.
- ۴) یک حد پایین برای NWV_k قرار دهید. $(LNWVK = value_{NWVK})$
- ۵) به شماره ۱ بروید.

۵- بحث و نتیجه گیری

این مقاله بسط یک دیدگاه نوین را به منظور طراحی و بکارگیری ابزارهای تجزیه و تحلیل کشف و اعاده کارائی عدد صحیح برای کشف و اعاده کارائی پارتو ارائه داده است و الگوریتمی که در این تحقیق ایجاد شده، متخصصان را قادر می سازد تا مسایل برنامه ریزی آرمانی عدد صحیح را در زندگی واقعی مدلسازی و حل نمایند و با استفاده از ابزارهای تجزیه و تحلیل برنامه های آرمانی عدد صحیح، جوابهای مشابه کارای پارتو را پیدا کند. تحقیقات بیشتر، ابزارهای جدی کارای پارتو را قادر ساخت تا با روشهای جدید و ابتکاری جستجو، همچنین الگوریتم جستجوی تابو (Tabu) و الگوریتم ژنتیک بکار گرفته شود و جوابهای کارای پارتو را پیدا کند.

منابع و ماخذ :

- 1 1998 .) ,
- 2 MA, Adison .Wisley 1997 .) ,
- 3- MA, Adison .Wisley 1986 .) ,
- 4-Larson H G Introduction to probability Theory and Statistical inference (3RD Edition) (Newyork Wiley) 1982 .

