



Financial Management Perspective

Journal homepage: <https://jfmp.sbu.ac.ir/>



Original Article

Intelligent portfolio optimization using water cycle and gray wolf algorithms

Marjan.Aliyari *
Hossein.Nasrolahi **
Zahra.Rabei ***

Abstract

Introduction: This study evaluates and compares the performance of two groups of optimization approaches for portfolio optimization in the Iranian stock market, which exhibits high volatility and inefficiencies, against the classical Markowitz mean-variance model. The primary aim is to identify the optimal asset allocation among 64 listed companies on the Tehran Stock Exchange over a five-year period (2019–2024) and to critically assess the trade-offs offered by each method in terms of risk, return, and computational efficiency. This point suggests that innovative metaheuristic solutions can deliver better performance than the classical Markowitz model in certain practical aspects of investment, while the final choice should align with the investor's priorities. The study provides an efficient framework for portfolio managers to combine optimization tools according to risk–return goals and decision deadlines.

Method: This study employs a comparative analytical framework, placing the classical Markowitz mean–variance optimization model against two metaheuristic algorithms: the Water Cycle Algorithm (WCA) and Grey Wolf Optimizer (GWO). Using five-year historical data from 64 Tehran Stock Exchange companies (1), optimal portfolios are constructed for each method. A comprehensive risk evaluation framework is then applied to assess portfolio performance not only through traditional metrics such as the Sharpe ratio and standard deviation but also through

Received : 4 June 2025

Accepted: 16 September 2025

* Assistant Professor, Department of Financial Mathematics, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran (**Corresponding Author**). Email: m.aliyari@abru.ac.ir

** Master of Science, Department of Financial Mathematics, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran.
E-Mail: hosein.nasrolahi@abru.ac.ir

*** Master of Science, Department of Financial Mathematics, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran.
E-Mail: Zahrarabie93@gmail.com

advanced risk measures, including Value at Risk (VaR), Conditional Value at Risk (CVaR) and Maximum Drawdown (MDD), to provide a multi-faceted examination. In this context, the computational efficiency of each algorithm is also measured.

Results and Discussion: The results yield nuanced and noteworthy insights. The Water Cycle Algorithm demonstrates a substantial advantage in computational efficiency, being approximately ۶.۷ times faster than the Grey Wolf Optimizer. Additionally, it achieves excellent performance in minimizing Maximum Drawdown, a critical risk metric for capital preservation in the long term. However, contrary to the initial hypothesis, the Markowitz model excels in controlling daily volatility (standard deviation) and reducing tail risk from extreme events better than WCA. GWO consistently performs weaker across all key performance metrics. These findings emphasize that the superiority of an algorithm depends heavily on the particular risk criterion prioritized by the investor, rather than presenting a universal winner

Conclusion: The results indicate that modern metaheuristic methods like WCA are not complete substitutes but rather powerful complements to classical models. WCA emerges as a leading tool for investors prioritizing computational speed and resilience to prolonged market downturns. By contrast, the Markowitz model remains a strong choice for managing short-term volatility. The study underscores the necessity of aligning the optimization tool with specific investment objectives and risk definitions, providing a practical framework for investors and portfolio managers in emerging markets like Iran. The research, by offering a cohesive comparative framework, demonstrates that experimental implementation and continuous evaluation—taking into account various risk dimensions (VaR, CVaR, MDD) and computational efficiency metrics—can contribute to improved decision-making quality in markets characterized by imperfect information.

Keywords: Portfolio Optimization, Water Cycle Algorithm, Gray Wolf Algorithm, Return, Risk.

How to Cite: Aliyari, M., Nasrolahi, H. and Rabei, Z. (2025). *Intelligent portfolio optimization using water cycle and gray wolf algorithms*. *Financial Management Perspective*, 15(2), 9-33; doi.org/10.48308/jfmp.2025.240284.1506 (In Persian).





نوع مقاله: پژوهشی

بهبه سازی هوشمند سبد سهام با استفاده از الگوریتم های چرخه آب و گرگ خاکستری

مرجان علی یاری*

حسین نصرالهی**

زهرا ربیعی***

چکیده

هدف: این مطالعه به ارزیابی و مقایسه عملکرد الگوریتم های فرا ابتکاری با مدل کلاسیک مارکوویتز برای بهبه سازی سبد سهام در بازار سهام ایران که دارای نوسانات بالا و ناکارآمدی است، می پردازد. هدف اصلی، شناسایی تخصیص بهینه دارایی از بین ۶۴ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران طی یک دوره پنج ساله (۱۳۹۸-۱۴۰۳) و ارزیابی منتقدانه بده بستان های ارائه شده توسط هر روش از نظر ریسک، بازده و کارایی محاسباتی است. این نکته نشان می دهد که راه حل های فرا ابتکاری می توانند در کنار مدل کلاسیک مارکوویتز عملکرد بهتری در برخی جنبه های عملی سرمایه گذاری ارائه دهند، ضمن اینکه انتخاب نهایی باید مطابق با اولویت های سرمایه گذار باشد. این مطالعه چارچوبی کارآمد برای مدیران پرتفوی فراهم می کند تا ابزار بهبه سازی را بر اساس هدف ریسک-بازده و مهلت های تصمیم گیری خود ترکیب کنند.

روش: این مطالعه از یک چارچوب تحلیلی مقایسه ای استفاده می کند و مدل بهبه سازی میانگین-واریانس کلاسیک مارکوویتز را در مقابل دو الگوریتم فرا ابتکاری قرار می دهد: الگوریتم چرخه آب (WCA) و بهبه ساز گرگ خاکستری (GWO). با استفاده از داده های تاریخی پنج ساله از ۶۴ شرکت در بورس اوراق بهادار تهران (۱۳۹۸-۱۴۰۳)، سبدهای سهام بهینه را بر اساس هر روش ایجاد می شود. سپس یک دستورالعمل جامع ارزیابی ریسک اعمال می گردد تا عملکرد سبد سهام را نه تنها از طریق معیارهای سنتی مانند نسبت شارپ و انحراف معیار، بلکه با ترکیب معیارهای پیشرفته ریسک مانند ارزش در معرض ریسک (VaR)، ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) و حداکثر افت سرمایه (MDD) برای ارائه یک ارزیابی چندوجهی مورد مطالعه و بررسی قرار دهد. در این راستا کارایی محاسباتی هر الگوریتم نیز به طور دقیق محک زده شد.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۲/۱۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۲۵

* استادیار گروه ریاضی مالی، دانشگاه آیت الله بروجردی، بروجرد، ایران (نویسنده مسئول) E-Mail: m.aliyari@abru.ac.ir

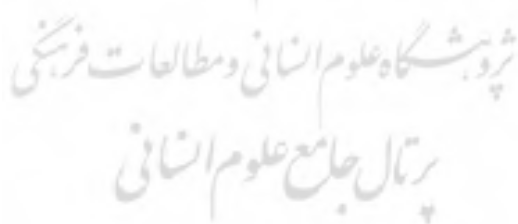
** کارشناس ارشد گروه ریاضی مالی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت الله بروجردی، بروجرد، ایران E-Mail: hosein.nasrolahi@abru.ac.ir

*** کارشناس ارشد گروه ریاضی مالی، دانشکده علوم پایه، دانشگاه آیت الله بروجردی، بروجرد، ایران E-Mail: Zahrarabie93@gmail.com

یافته‌ها: نتایج به‌دست‌آمده، نکات ظریفی و قابل‌تأملی را ارائه می‌دهند. الگوریتم چرخه آب مزیت قابل‌توجهی در کارایی محاسباتی نشان می‌دهد که تقریباً ۶.۷ برابر سریع‌تر از بهینه‌ساز گرگ خاکستری است. علاوه بر این، در به حداقل رساندن حداکثر افت سرمایه، یک معیار ریسک حیاتی برای حفظ سرمایه در درازمدت، عملکرد فوق‌العاده‌ای داشت. با این حال، برخلاف فرضیه اولیه، مدل مارکوویتز در کنترل نوسانات روزانه (انحراف معیار) و کاهش ریسک دنباله افراطی از WCA بهتر عمل کرد. GWO به‌طور مداوم در تمام معیارهای کلیدی عملکرد ضعیف‌تری داشت. این یافته‌ها تأکید می‌کنند که برتری الگوریتم به‌شدت به معیار ریسک خاصی که توسط سرمایه‌گذار اولویت‌بندی می‌شود، وابسته است، نه اینکه یک برنده مطلق را ارائه دهد.

نتیجه‌گیری: از مهم‌ترین نتایج این تحقیق آن است که روش‌های فرا ابتکاری مدرن مانند WCA جایگزین‌های کاملی نیستند، بلکه مکمل‌های قدرتمندی برای مدل‌های کلاسیک هستند. WCA به‌عنوان ابزاری برتر برای سرمایه‌گذارانی که سرعت محاسباتی و انعطاف‌پذیری در برابر رکودهای طولانی‌مدت بازار را در اولویت قرار می‌دهند، پدیدار می‌شود. در مقابل، مدل مارکوویتز همچنان یک انتخاب قوی برای مدیریت نوسانات کوتاه‌مدت است. این مطالعه بر لزوم همسو کردن انتخاب ابزار بهینه‌سازی با اهداف سرمایه‌گذاری خاص و تعاریف ریسک تأکید می‌کند و یک چارچوب عملی برای سرمایه‌گذاران و مدیران پرتفوی در بازارهای نوظهور مانند ایران ارائه می‌دهد. این تحقیق با ارائه چارچوب مقایسه‌ای منسجم، به کارفرمایان و سرمایه‌گذاران نشان می‌دهد که پیاده‌سازی آزمایشی و ارزیابی مستمر با در نظر گرفتن ابعاد مختلف ریسک (CVaR، VaR، MDD) و معیارهای کارایی محاسباتی، می‌تواند به بهبود کیفیت تصمیم‌گیری‌ها در بازارهای با اطلاعات ناقص کمک کند.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی سبد سهام؛ الگوریتم چرخه آب؛ الگوریتم گرگ خاکستری؛ بازده، ریسک.



استناد دهی: علی یاری، مرجان، نصرالهی، حسین و ربیعی، زهرا. (۱۴۰۴). بهینه‌سازی هوشمند سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های چرخه آب و گرگ خاکستری. چشم‌انداز مدیریت مالی، ۱۵(۲)، ۳۳-۹.



۱. مقدمه

مدیریت پرتفوی و انتخاب ترکیب بهینه دارایی‌ها، از کلیدی‌ترین چالش‌های پیش روی سرمایه‌گذاران و مدیران مالی است که هدف نهایی آن، دستیابی به بالاترین بازدهی ممکن در سطح مشخصی از ریسک است. مدل کلاسیک مارکویتز که بر پایه‌ی بهینه‌سازی میانگین-واریانس استوار است، برای دهه‌ها به‌عنوان سنگ بنای این حوزه مطرح بوده است. با این حال، این مدل در مواجهه با بازارهای واقعی که با پیچیدگی‌های محاسباتی، داده‌های پر نوسان و محدودیت‌های عملیاتی روبرو هستند، با چالش‌های جدی مواجه می‌شود. به‌ویژه در بازارهای نوظهور و ناکارآمد مانند بورس اوراق بهادار تهران، که با نوسانات بالا، شوک‌های بیرونی و عدم تقارن اطلاعاتی مشخص می‌شوند، کاربرد مدل‌های کلاسیک اغلب به راه‌حلی غیر بهینه یا غیرعملی منجر می‌گردد [۲۰]. برای فائق آمدن بر این محدودیت‌ها، در سال‌های اخیر استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری^۱ به‌عنوان ابزاری قدرتمند و انعطاف‌پذیر برای حل مسائل بهینه‌سازی پیچیده‌ی مالی مورد توجه قرار گرفته است. این الگوریتم‌ها با الهام از پدیده‌های طبیعی، قادرند فضای جواب‌های ممکن را به‌صورت کارا جستجو کرده و بدون وابستگی به مشتق‌گیری و مفروضات سخت‌گیرانه‌ی ریاضی، به راه‌حل‌های نزدیک به بهینه دست یابند [11].

در این میان، الگوریتم چرخه آب^۲ (WCA) و الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری^۳ (GWO) از جمله روش‌های نوظهوری هستند که پتانسیل بالایی برای حل مسائل بهینه‌سازی از خود نشان داده‌اند. با این وجود، کاربرد و مقایسه‌ی سیستماتیک این الگوریتم‌ها در زمینه‌ی بهینه‌سازی پرتفوی در بازار سرمایه ایران با تمامی ویژگی‌ها و پیچیدگی‌های خاص خود، هنوز به‌طور گسترده مورد کاوش قرار نگرفته است. بر این اساس، هدف اصلی این پژوهش آن است تا با به‌کارگیری این دو الگوریتم فرا ابتکاری و مقایسه‌ی جامع عملکرد آن‌ها با مدل کلاسیک مارکویتز، به سؤالات زیر پاسخ دهد:

کدام یک از روش‌های بهینه‌سازی (WCA، GWO و مارکویتز) قادر به ارائه‌ی پرتفویی با حداقل ریسک در بازار ایران است؟ کدام روش در کنترل و کمینه‌سازی ریسک با معیارهایی چون انحراف معیار، (CVaR و VaR) عملکرد برتری دارد؟ از نظر کارایی محاسباتی (زمان اجرا و سرعت همگرایی)، کدام الگوریتم مناسب‌تر است؟

این پژوهش از چند منظر حائز اهمیت است: از جنبه‌ی نظری، به غنای ادبیات کاربردی هوش محاسباتی در مالی و درک توانایی‌های الگوریتم‌های نوین هوشمند در محیط‌های پرریسک می‌افزاید. از جنبه‌ی عملی، یک چارچوب مقایسه‌ای شفاف و مبتنی بر شواهد آماری را در اختیار سرمایه‌گذاران و مدیران پرتفوی قرار می‌دهد تا بر اساس اولویت‌های خود (بازدهی، ریسک یا سرعت) بهترین ابزار بهینه‌سازی را انتخاب کنند. درنهایت، نوآوری این تحقیق در بررسی هم‌زمان معیارهای مختلف ریسک و بازده و همچنین سنجش کارایی محاسباتی در کنار عملکرد مالی در بازاری خاص و پرچالش مانند ایران نهفته است. مقاله به ترتیب به مرور پیشینه پژوهش، توضیح روش‌شناسی، ارائه‌ی یافته‌ها و درنهایت بحث و نتیجه‌گیری می‌پردازد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

تئوری پرتفوی مدرن^۴ یا به اختصار MPT، یک رویکرد سرمایه‌گذاری است که باهدف بهینه‌سازی بازده سبد دارایی با توجه به میزان ریسک تعریف شده، ارائه می‌شود. این نظریه به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند تا با تنوع‌بخشی به سبد دارایی خود، ریسک سرمایه‌گذاری را کاهش داده و درعین حال بازده موردنظر خود را به دست آورند. با توجه به اینکه اوراق بهادار دارای ریسک هستند مسئله اصلی هر سرمایه‌گذار تعیین مجموعه اوراق بهاداری است که مطلوبیت آن

¹ Metaheuristic Algorithms

² Water cycle algorithm

³ Gray Wolf Algorithm

⁴ Modern Portfolio Theory

حداکثر است. این مسئله معادل پرتفوی بهینه از مجموعه پرتفوی‌های ممکن می‌باشد که تحت عنوان مسئله انتخاب پرتفوی نامیده می‌شود [۱۳]. هسته اصلی این تئوری، مفهوم مرز کارا است. اگرچه این مدل از نظر تئوریک متقن است، اما در عمل و در مواجهه با بازارهای واقعی (مانند بورس تهران) با چالش‌های جدی از جمله حساسیت به داده‌های ورودی، ناپایداری در شرایط پرنوسان و پیچیدگی محاسباتی روبرو است. این محدودیت‌ها، محرک اصلی توسعه‌ی رهیافت‌های جایگزین، به‌ویژه الگوریتم‌های فرا ابتکاری بوده است [۲۵]. در سال‌های اخیر، الگوریتم‌های بهینه‌سازی مانند، الگوریتم چرخه آب (WCA) و الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) به‌طور گسترده‌ای برای رفع محدودیت‌های مدل کلاسیک مارکوویتز در بهینه‌سازی پرتفوی مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. با این حال، این مطالعات عمدتاً بر اثربخشی یک الگوریتم خاص متمرکز بوده‌اند و فاقد یک مقایسه‌ی مستقیم و سیستماتیک بین این الگوریتم‌های نوین و همچنین مقایسه‌ی آن‌ها با مدل کلاسیک مارکوویتز در شرایط یکسان هستند [۱۲]. مفهوم نسبت شارپ به‌عنوان معیاری برای سنجش بازده تعدیل‌شده بر اساس ریسک، نخستین بار توسط ویلیام شارپ در سال ۱۹۶۶ معرفی شد. این معیار به سرمایه‌گذاران کمک می‌کند تا عملکرد پرتفوی‌های مختلف را با در نظر گرفتن ریسک مقایسه کنند. مطالعات متعددی به بررسی توانایی الگوریتم‌های فرا ابتکاری در بهبود نسبت شارپ پرداخته‌اند. مرادی (۱۳۹۷) نشان داد که الگوریتم چرخه آب (WCA) به دلیل مکانیسم به روزرسانی پویا و تعادل بین اکتشاف و بهره‌برداری، می‌تواند عملکرد بسیار مطلوبی در بهینه‌سازی پرتفوی داشته باشد. [۱۸]. اکبری فرد و علایی (۱۳۹۸) با استفاده از الگوریتم چرخه آب، مدلی برای انتخاب سبد سهام بهینه معرفی کردند و سپس نتایج به‌دست‌آمده را با نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم‌های جستجوی هارمونی (HS) و رقابت استعماری (ICA) مقایسه کردند. نتایج پیاده‌سازی این الگوریتم‌ها نشان داد که باوجود توانایی بالای الگوریتم‌های مورد مطالعه در بهینه‌سازی سبد سهام، الگوریتم WCA نسبت به سایر الگوریتم‌ها توانایی بالاتری در بهینه‌سازی سبد سهام دارد [۴]. احمد و شاهد (۲۰۲۲) در پژوهشی از الگوریتم بهینه‌سازی گرگ خاکستری برای انتخاب سبد سهام در بازارهای سهام به منظور حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام استفاده کرده و از یک روش اصلاحی برای کنترل محدودیت‌های مختلف سبد سهام ساخته شده استفاده کردند. آن‌ها رویکرد پیشنهادی خود را به عنوان مدلی برای رساندن پارامتر هدف به سطح بهینه توسعه دادند. و عملکرد این الگوریتم را با سایر روش‌های فرا ابتکاری از جمله الگوریتم ژنتیک، الگوریتم تبرید شبیه‌سازی شده و الگوریتم جستجوی تابو مورد مقایسه قرار دادند [۲]. بر همین اساس، فرضیه ۱ پژوهش به شرح ذیل مطرح می‌شود:

فرضیه ۱: الگوریتم چرخه آب (WCA) در بهبود نسبت شارپ پرتفوی، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) و مدل مارکوویتز دارد.

از طرفی مفهوم انحراف معیار بازده به‌عنوان شاخص ریسک در پرتفوی، توسط مارکوویتز در سال ۱۹۵۱ معرفی شد و به‌عنوان یکی از ستون‌های بنیادین تئوری پرتفوی مدرن شناخته می‌شود. پس از ارائه مدل میانگین-واریانس توسط مارکوویتز، پژوهش‌های گسترده‌ای برای بهبود و گسترش این چارچوب انجام شده است [۵]. این مطالعات با تمرکز بر محدودیت‌های بازارهای واقعی، کوشیده‌اند مدل را به‌گونه‌ای عملیاتی‌تر و همسو با شرایط واقعی سرمایه‌گذاری ارائه دهند. مسئله انتخاب پرتفوی چند دوره‌ای برای نخستین بار توسط موسین (۱۹۶۸) مطرح شد [۱۷] و پس از آن محققان متعددی به بررسی این موضوع پرداختند. گلپینار و روستم (۲۰۰۷) یک چارچوب بهینه‌سازی برای مدل میانگین-واریانس چند دوره‌ای به منظور طراحی سبد سهام در بدترین حالت با در نظرگیری سناریوهای رقیب متعدد بازده و ریسک ایجاد کردند. رویکرد ارائه‌شده ترکیبی از یک الگوریتم حداقل-حداکثر و چارچوب بهینه‌سازی میانگین-واریانس چند دوره‌ای برای مدیریت جنبه‌های تصادفی درخت تصمیم است. این چارچوب جدید، رویکردی استوار برای مدیریت ریسک در شرایط عدم قطعیت چند دوره‌ای ارائه می‌دهد [۹]. سعد اله و همکاران (۲۰۱۵) الگوریتم چرخه آب چند هدفه را برای حل مسائل چند هدفه اجرا کرده و آن را ارجح دانسته‌اند [۲۴]. میشرا و همکاران (۲۰۱۶) مدل پیش‌بینی مبتنی

بر میانگین-واریانس را به عنوان جایگزینی برای مدل میانگین-واریانس ساده مارکوویتز در بهینه سازی سبد سهام پیشنهاد کردند نتایج نشان داد که رویکرد مبتنی بر مدل میانگین-واریانس پیشنهادی، راه حل های پارتو بهتری را ارائه می دهد، تنوع کافی را حفظ می کند و همچنین کاملاً قابل مقایسه با مدل مارکوویتز است [۱۶]. ریکسیونین و همکاران^۱ (۲۰۲۰)، مدلی را برای به کارگیری الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری به منظور ایجاد سبد سرمایه گذاری با نسبت ریسک-بازده بهینه توسعه داده اند که می تواند تخصیص وزن های بهینه را بر اساس شرط کمینه سازی میانگین-واریانس سبد پیدا کند [۱۲]. راعی (۱۳۸۱) در پژوهشی با در نظر گرفتن هدف حداکثر سازی بازده سهام، مدل مارکوویتز را به عنوان مبنای مقایسه قرار داده و به ایجاد مدل هایی با استفاده از شبکه های عصبی مصنوعی پرداخته است در نهایت پژوهش مذکور یک سبد بهینه تک دوره ای را ارائه می دهد [۲۲]. عبدالعلی زاده شهیر و عشقی (۱۳۸۲) از دو الگوریتم ژنتیک برای یافتن پاسخی نزدیک به بهینه استفاده کردند. که اولین الگوریتم، مجموعه دارایی با بالاترین بازده و کمترین ریسک و نیز کمترین ضریب همبستگی با سایر دارایی ها را انتخاب و الگوریتم ژنتیک دوم، وزن هر یک از دارایی ها را در مجموعه دارایی تعیین می کند. الگوهای طراحی شده بر روی سهام بورس اوراق بهادار تهران مورد ارزیابی قرار گرفت که نتایج به دست آمده بیانگر کارایی آن است [۱]. اسلامی بیدگلی و طیبی ثانی (۱۳۹۳)، الگوریتم کلونی مورچگان را برای بهینه سازی سبد سهام متشکل از شاخص های صنایع مختلف در بورس تهران به کار گرفتند و از معیار ارزش در معرض ریسک برای مدل سازی مسئله بهینه سازی بهره بردند [۸]. بر همین اساس، فرضیه ۲ پژوهش به شرح ذیل مطرح می شود:

فرضیه ۲: الگوریتم چرخه آب (WCA) در کمینه سازی ریسک (انحراف معیار بازده) پرتفوی، عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) و مدل مارکوویتز دارد.

همچنین کارایی محاسباتی و سرعت همگرایی الگوریتم های فراابتکاری موضوعی کلیدی در بهینه سازی پرتفوی است. مفهوم همگرایی و زمان محاسباتی به عنوان معیارهای کارایی الگوریتم های بهینه سازی، توسط محققان متعددی مورد بررسی قرار گرفته است. پرولد (۱۹۸۴) با تأکید بر توسعه یک رویکرد محاسباتی کارآمد، الگوریتمی عملی را برای بهینه سازی سبد سرمایه گذاری با استفاده از مدل میانگین-واریانس در مقیاس بزرگ توصیف کرد. این الگوریتم برای طیف وسیعی از مدل هایی که توسط سرمایه گذاران مورد استفاده قرار می گرفت، کاربرد داشت و نحوه کارآمد کردن الگوریتم پارامتریک را با پراکنده کردن ماتریس کوواریانس نشان داد [۲۱]. اسکندر و همکاران (۲۰۱۲) یک مطالعه تطبیقی برای نشان دادن اثربخشی WCA نسبت به سایر بهینه سازی های شناخته شده از نظر تلاش محاسباتی و ارزش تابع در این مقاله انجام شده است [۷]. ایمران و همکاران (۲۰۲۲) به بررسی بهینه سازی بازده مورد انتظار و ریسک سبد سهام با استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) پرداختند. نتایج این پژوهش نشان داد که الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) یک روش مؤثر و کارآمد برای بهینه سازی سبد سهام است و عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک (GA) در زمینه های نرخ همگرایی، زمان اجرا، مقادیر بهینه تری در نسبت شارپ دارد [10]. چنگ و همکاران (۲۰۲۴) در پژوهشی الگوریتم بهینه سازی گرگ خاکستری بهبود یافته ای را معرفی می کنند که به مسائل بهینه سازی محلی و همگرایی زودرس می پردازد و می تواند بهینه سازی سبد را با هدایت مؤثر مناظر تصمیم گیری پیچیده افزایش دهد و در نتیجه عملکرد استراتژی های سرمایه گذاری را از طریق تکنیک های بهینه سازی بهتر بهبود بخشد [۶]. بر همین اساس، فرضیه ۳ پژوهش به شرح ذیل مطرح می شود:

فرضیه ۳: الگوریتم چرخه آب (WCA) از نظر همگرایی و زمان محاسباتی، کارایی بهتری نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) دارد.

اکنون سوالی که مطرح می‌شود لزوم مطالعه این موضوع در بازار ایران است؟ در این خصوص باید به ویژگی‌های منحصربه‌فرد بازار سرمایه ایران اشاره کرد. مسلماً نوسانات بالا و غیرقابل پیش‌بینی تحت عوامل متعدد، عدم کارایی بازار، به‌طوری‌که لزوماً قیمت‌ها بازتابنده تمام اطلاعات موجود نیستند، محدودیت‌های مدل‌های کلاسیک مانند مارکوفیتز و وابستگی به داده‌های تاریخی با فرض ثبات بازار (مدل مارکوفیتز برای بازارهای پایدار طراحی شده، درحالی‌که بازار ایران بسیار پویا و غیرخطی است)، محاسبات پیچیده در ابعاد بزرگ و... غیرقابل انکار است [۱۹]. از طرفی از کاربردهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری در شرایط ایران، می‌توان به انعطاف‌پذیری و کاهش هزینه در مواجهه با عدم قطعیت این الگوریتم‌ها اشاره کرد. همچنین نیازهای عملی سرمایه‌گذاری در ایران، ازجمله سرمایه‌گذاران خرد و یا صندوق‌های سرمایه‌گذاری تأکیدی بر استفاده از این دسته از الگوریتم‌هاست. پس در کل تاب‌آوری در برابر شوک‌ها و افزایش ضریب اطمینان سرمایه‌گذاری از مهم‌ترین دلایل لزوم استفاده از موضوع این مقاله است.

۳. روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش به دلیل تکیه بر داده‌های تاریخی بازار سهام، از نظر هدف در گروه پژوهش‌های کاربردی قرار می‌گیرد و از لحاظ روش‌شناسی، یک مطالعه مقایسه‌ای محسوب می‌شود. جامعه آماری پژوهش حاضر ۶۴ شرکت فعال از شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس و فرابورس اوراق بهادار تهران از صنایع مختلف و داده‌های شاخص کل به‌عنوان بازار در بازه زمانی ۵ ساله از ابتدای سال ۱۳۹۸ تا پایان ۱۴۰۳ می‌باشد. معیارهای ورود شرکت‌های حاضر در بورس اوراق بهادار تهران و شرکت‌های پرتراکنش (با نقد شوندگی بالا) و عدم توقف معاملاتی طولانی‌مدت (بیش از ۳ ماه در کل بازه مورد مطالعه)، با پایان سال مالی مشخص (برای جلوگیری از سردرگمی در محاسبات) است. به دلیل جامعیت داده‌ها، از روش حذف سیستماتیک استفاده شد و شرکت‌هایی که معیارهای فوق را نداشتند، حذف شدند. در نهایت ۶۴ شرکت که تمام معیارها را دارا بودند، انتخاب گردیدند. هدف از فیلترینگ برای کاهش بعد مسئله و افزایش پایداری برآورد ماتریس کوواریانس و همچنین کاهش پیچیدگی محاسباتی و جلوگیری از بیش‌برازش^۱ انجام شده است. ازجمله حذف صنایع همبسته بالا، به‌طوری‌که از هر صنعت پریسک-پر بازده، تنها ۱ یا ۲ نماینده انتخاب گردید. در انتها ۱۳ سهم با نماد (پارسیان، پکرمان، ثنوسا، تاسیکو، خوساز، دکوثر، رمپنا، سفارس، شپدیس، فنوال، وبصادر، وساپا، ونیرو) از صنایع مختلف به دست آمد. در بین سهام انتخاب‌شده با توجه به جدول ۳ مشاهده می‌شود که بیشترین بازدهی مربوط به سهام «خوساز» و کمترین بازدهی مربوط به سهام «فنوال» است. همچنین نسبت شارپ سهام «سفارس» دارای بالاترین نسبت شارپ در بین این ۱۳ سهم است. لازم به ذکر است برای محاسبه و تحلیل داده‌ها از نرم‌افزار R نسخه ۴-۳-۲ استفاده شده است. در این پژوهش، از مدل مارکوفیتز و الگوریتم‌های فرا ابتکاری چرخه آب و گرگ خاکستری برای بهینه‌سازی سبد سهام استفاده گردیده و نتایج با بازار بررسی و مقایسه شده است. انتخاب سبد بهینه سرمایه‌گذاری بر مبنای مدل مارکوفیتز، دارای دو تابع هدف، یکی حداکثر کردن بازده سبد و دیگری حداقل کردن ریسک آن است. مارکوفیتز واریانس یا انحراف استاندارد را به‌عنوان معیاری از ریسک به کاربرد. او فرض کرد که ریسک سبد می‌تواند به‌صورت معادله ۱، فرمول‌بندی شود:

$$\text{Min } \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_{ij} \quad (1)$$

که در مدل فوق ω_i و ω_j به ترتیب سهم سرمایه‌گذاری در سهام i و j ، σ_{ij} کوواریانس بین دارایی‌های i و j است. معادله ۱، کل واریانس (ریسک) سبد سرمایه‌گذاری را حداقل می‌کند [۸].

¹ Overfitting

در دنیای واقعی، سرمایه‌گذاران با محدودیت‌های زیادی مثل محدودیت تجاری، اندازه سبد سرمایه‌گذاری، افزایش تعداد متغیرها و غیره روبه‌رو هستند که هر یک از این محدودیت‌ها می‌تواند به‌تنهایی مسئله بهینه‌سازی را پیچیده کرده و با چالش روبرو سازد. باوجود این محدودیت‌ها، پژوهشگران همواره به دنبال توسعه مدل مارکوویتز با در نظر گرفتن این محدودیت‌ها هستند. بنابراین آن‌ها برای کاربردی کردن رابطه (۱) به مسئله بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری، به‌عنوان یک مسئله با تابع چندهدفه می‌نگرند. به این صورت که بازدهی مورد انتظار به‌عنوان تابع هدف اول باید به حداکثر و ریسک به‌عنوان تابع هدف دوم به حداقل برسد. بنابراین شکل استاندارد محدودیت‌ها و هدف طبق معادله‌ای به شرح زیر خواهد بود:

$$\text{Max } \mu_p = \sum_{i=1}^N \omega_i \mu_i, \quad (2)$$

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \omega_i \omega_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^N \omega_i = 1, \quad (4)$$

$$0 \leq \omega_i \leq 1, i=1,2,\dots,N \quad (5)$$

که در آن، μ_i بازده مورد انتظار دارایی i ام، ω_i نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی i ام، N تعداد دارایی‌های در دسترس، σ_i و σ_j به ترتیب، انحراف معیار بازده سهام i و j و ρ_{ij} همبستگی بین دارایی i و j است. بنابراین طبق روابط بالا، رابطه (۲)، بازده سبد سهام را حداکثر می‌کند، رابطه (۳)، ریسک سرمایه‌گذاری را به حداقل می‌رساند، در رابطه (۴) شاهد این هستیم که مجموع وزن‌های سرمایه‌گذاری همواره ۱ خواهد بود و در نهایت، رابطه (۵) به کران بالا و پایین وزن سرمایه‌گذاری اشاره می‌کند که بین صفر و یک است [۳]. در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، دو مؤلفه‌ی مهم وجود دارد که عبارت است از میزان ریسک و بازده دارایی‌ها. سرمایه‌گذاران معمولاً برای انتخاب سبد خود در تبادل بین ریسک و بازده هستند و هرچه ریسک بالاتر باشد، انتظار دریافت بازدهی بیشتری را دارند. در این راه، شناسایی مرز کارایی مربوط به سبد دارایی‌ها، این امکان را به سرمایه‌گذاران می‌دهد که با توجه به میزان ریسک‌پذیری و ریسک‌گریزی خود و تابع مطلوبیت، نقطه‌ای را روی مرز کارا^۱ انتخاب کنند و با انتخاب بهترین ترکیب پرتفوی، به بیشترین میزان بازدهی با توجه به شرایط حاضر دست یابند [۶]. پرتفوی با حداقل واریانس سراسری ($GMVP^2$) یک ترکیب بهینه از دارایی‌هاست که کمترین میزان ریسک (واریانس) را برای هر سطحی از بازده در بین تمام پرتفوی‌های ممکن دارد. به‌منظور مقایسه منصفانه با خروجی الگوریتم‌های فرا ابتکاری که بهینه‌سازی چندهدفه را انجام می‌دهند، مرز کارایی کامل مدل مارکوویتز استخراج گردید. تابع هدف الگوریتم‌های فرا ابتکاری را نیز فقط بر "حداقل کردن واریانس (ریسک)" و بدون بهینه‌سازی روی بازده، قرار گرفته است. این پرتفوی در نظریه مدل مارکوویتز به‌عنوان نقطه‌ای روی مرز کارا شناخته می‌شود که نقطه انتهایی چپ مرز کارا در نمودار ریسک-بازده است و کمترین نوسان ممکن را داراست اما لزوماً بازده مورد انتظار پرتفوی حداکثر نیست. البته برخلاف سایر پرتفوی‌های بهینه، فقط به ماتریس کوواریانس بازده دارایی‌ها نیاز دارد. در این پژوهش در مدل‌سازی و بهینه‌سازی پرتفوی، از پرتفوی با حداقل واریانس سراسری با هر سطح از بازده به‌عنوان روش تحلیلی استفاده شده است.

¹ Efficient Frontier

² Global Minimum Variance Portfolio

الگوریتم چرخه آب: این الگوریتم نخستین بار توسط اسکندر و همکاران (۲۰۱۲)، برای حل مسائل بهینه‌سازی مهندسی معرفی شد. این الگوریتم فرا ابتکاری از رفتار چرخه‌ی آب در طبیعت الهام گرفته‌شده است. و بر اساس مشاهدات از فرآیند چرخه آب و جریان رودخانه‌ها و نهرها به دریا در جهان واقعی الهام گرفته است [۷]. آب به شکل جویبارها و رودخانه‌ها از بلندی‌های کوه‌ها به سمت دریاها حرکت می‌کند. در راه پایین آمدن، رودخانه‌ها و جویبارها، آب را از باران و دیگر جویبارها جمع‌آوری می‌کنند. آب رودخانه و دریاچه‌ها هنگامی که گیاهان در طی فرایند تبخیر، آب را پس می‌دهند، بخار می‌شود. هنگامی که آب بخار شده در اتمسفر بالا می‌رود، ابرها تشکیل می‌شوند. این ابرها در اتمسفر سردتری متراکم شده، آب را به شکل باران باز پس می‌دهند و جویبارها و رودخانه‌های جدید تولید می‌کنند. مشابه سایر الگوریتم‌های فرا ابتکاری، الگوریتم چرخه‌ی آب در ابتدا نیاز به جمعیت اولیه دارد که قطره باران نامیده می‌شود. بهترین قطره باران به‌عنوان دریا و تعدادی از قطرات باران خوب به‌عنوان یک رودخانه انتخاب می‌شوند و مابقی قطرات باران به‌عنوان نهرها در نظر گرفته می‌شوند که به سمت رودخانه‌ها و دریا جریان می‌یابند. برای یک مسئله بهینه‌سازی N بعدی، یک قطره باران به‌صورت رابطه (۶) تعریف می‌شود:

$$\text{Raindrop} = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_{N_{\text{var}}}] \quad (6)$$

که X و N_{var} به ترتیب مقدار و تعداد متغیرهای تصمیم می‌باشند. برای شروع الگوریتم بهینه‌سازی، یک جمعیت اولیه از ماتریس قطرات باران به‌اندازه N_{pop} به‌طور تصادفی تولید می‌شود (رابطه ۷)، سطر و ستون به ترتیب تعداد جمعیت و تعداد متغیرهای طراحی هستند:

$$\text{Population of Raindrop} = \begin{bmatrix} \text{Raindrop}_1 \\ \text{Raindrop}_2 \\ \vdots \\ \text{Raindrop}_{N_{\text{pop}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^1 & X_2^1 & X_3^1 & \dots & X_{N_{\text{var}}}^1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ X_1^{N_{\text{pop}}} & X_2^{N_{\text{pop}}} & X_3^{N_{\text{pop}}} & \dots & X_{N_{\text{var}}}^{N_{\text{pop}}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

مقادیر قطرات باران با ارزیابی تابع هزینه (C) تعریف‌شده در رابطه (۸) به دست می‌آید:

$$C_i = \text{Cost}_i = f(x_1^i, x_2^i, x_3^i, \dots, x_{N_{\text{var}}}^i) \quad i=1, 2, 3, \dots, N_{\text{pop}} \quad (8)$$

پس از ایجاد قطرات باران به تعداد N_{pop} ، تعداد N_{Sr} از بهترین قطرات (کمترین مقدار) به‌عنوان دریا و رودخانه انتخاب می‌شود. بقیه جمعیت، به‌عنوان قطرات بارانی که نهرها را تشکیل می‌دهند (N_{Sr}) ممکن است به رودخانه‌ها و یا به‌طور مستقیم به دریا جریان پیدا کنند:

$$N_{\text{Sr}} = \text{Number of River} + 1 (\text{Sea})$$

$$N_{\text{St}} = N_{\text{pop}} - N_{\text{Sr}}$$

باتوجه به شدت جریان برای تعیین قطرات باران به‌عنوان رودخانه‌ها و دریا، از رابطه (۷) استفاده شده است:

$$N_{\text{Sn}} = \text{round} \left\{ \left| \frac{\text{Cost}_n}{\sum_{i=1}^{N_{\text{Sr}}} \text{Cost}_i} \right| \times N_{\text{St}} \right\} \\ n=1, 2, \dots, N_{\text{Sr}}$$

که N_{Sn} تعداد نهرهایی است که به رودخانه‌های معین و یا دریا می‌ریزند. یک نهر برای رسیدن به رودخانه در امتداد خط متصل بین آن‌ها با استفاده از یک مسافت انتخاب‌شده تصادفی، جریان می‌یابد که از رابطه (۸) مشخص می‌شود. C مقداری بین ۱ و ۲ است. بهترین مقدار برای C را می‌توان ۲ انتخاب کرد. (S) فاصله فعلی بین نهر و رودخانه با d نشان داده‌شده است. مقدار X عددی بین $(0, C \times d)$ با هر نوع توزیعی است. مقدار C بزرگ‌تر از یک، امکان

جریان پیدا کردن نه‌رها در جهات مختلف به سمت رودخانه را می‌دهد. وضعیت جدید برای نه‌رها و رودخانه‌ها را می‌توان از روابط (۹) و (۱۰) محاسبه کرد:

$$X_{Stream}^{i+1} = X_{Stream}^i + rand \times C \times (X_{River}^i - X_{Stream}^i) \quad (9)$$

$$X_{River}^{i+1} = X_{River}^i + rand \times C \times (X_{Sea}^i - X_{River}^i) \quad (10)$$

که rand یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت بین ۰ و ۱ است. برای اطلاعات بیشتر در مورد فلوجارت این الگوریتم جزئیات تعیین پارامترهای انتخابی جدول زیر مطالعه منبع [۲۳] را پیشنهاد می‌شود.

مراحل اجرای الگوریتم چرخه آب (WCA) به‌طور خلاصه به‌صورت زیر است:

- ۱- تولید جمعیت اولیه از قطرات باران به‌صورت تصادفی.
- ۲- محاسبه شدت جریان هر رودخانه و دریا.
- ۳- انتساب نه‌رها به رودخانه‌ها و دریا.
- ۴- به‌روزرسانی مکان نه‌رها، رودخانه‌ها و دریا (با استفاده ۹ و ۱۰).
- ۵- بررسی شرط تبخیر و تشکیل باران جدید.
- ۶- بررسی معیار توقف.

جدول ۱. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در برنامه الگوریتم چرخه آب

تعداد قطرات	تعداد متغیر تصمیم	تعداد رودخانه	تعداد اجرا
۵۰	۱۳	۴	۱۰۰

الگوریتم گرگ خاکستری: یک الگوریتم فرا ابتکاری که از رفتار سلسله‌مراتبی و اجتماعی شکار گرگ‌های خاکستری در طبیعت الهام گرفته است. این الگوریتم توسط میرجلیلی و همکاران (۲۰۱۴) معرفی شده است و در بهینه‌سازی سید سرمایه‌گذاری استفاده می‌شود. در این الگوریتم، موقعیت‌های گرگ‌ها به‌طور مکرر به‌روزرسانی می‌شود تا بهترین راه‌حل ممکن به دست آید. در این الگوریتم، گرگ‌ها دارای سلسله‌مراتب برتری هستند که این مراتب بر اساس جایگاه اجتماعی و قدرت جسمانی کسب می‌شود. گرگ‌های آلفا؛ بالاترین مرتبه اجتماعی را در بین گرگ‌ها دارد که مسئولیت تصمیم‌گیری در مورد شکار، محل خوابیدن، زمان بیدار شدن و غیره بر عهده اوست. گرگ‌های بتا؛ دومین سطح در سلسله‌مراتب گرگ‌های خاکستری بتا است. گرگ‌های دلتا؛ گرگی که درجه‌ی آلفا، بتا یا امگا را نداشته باشد گرگ دلتا نام دارد. گرگ‌های دلتا از گرگ‌های آلفا و بتا پایین‌ترند و باید تسلیم آن‌ها باشند، اما بر امگا تسلط دارند. گرگ‌های امگا؛ این گرگ‌ها نقش قربانی را بازی می‌کنند. گرگ‌های امگا به‌طور کامل تابع تصمیمات سایر اعضای گروه قرار دارند و در فرایند تصمیم‌گیری مشارکتی ندارند و در اکثر مواقع وظیفه پیدا کردن غذا و نگهداری از گله را بر عهده‌دارند آن‌ها آخرین گرگ‌های مجاز به خوردن هستند [۱۵]. علاوه بر سلسله‌مراتب و جایگاه اجتماعی گرگ‌های خاکستری، یکی دیگر از رفتارهای جالب اجتماعی آن‌ها، شکار گروهی است. مراحل اجرایی سازی این الگوریتم به‌صورت زیر است:

در جستجوی اولیه هیچ اطلاعاتی در مورد موقعیت طعمه که همان جواب بهینه است، وجود ندارد و جواب‌های اولیه به‌صورت تصادفی ایجاد می‌شود [۱۵]. گرگ‌های خاکستری در حین شکار طعمه را محاصره می‌کنند و موقعیت یک

گرگ شکاری توسط مدل (۱۱) به‌روز می‌شود:

$$\vec{X}(t+1) = \vec{X}(t) - \vec{A} \cdot |\vec{C} \cdot \vec{X}_{p(t)} - \vec{X}(t)| \quad (11)$$

که در آن t تکرار جریان، A و C بردارهای ضرب، X_p بردار موقعیت طعمه و X بردار موقعیت گرگ خاکستری را نشان می‌دهد. بردارهای A و C به شرح زیر تعریف شده‌اند:

$$\vec{A}=2\vec{a}\cdot\vec{r}_1-\vec{a} \quad (۱۲)$$

$$\vec{C}=2\vec{r}_2 \quad (۱۳)$$

که در آن اجزای a به‌طور خطی در طی تکرارها از ۲ به ۰ کاهش می‌یابد، r_1 و r_2 بردارهای تصادفی در $[0, 1]$ هستند. طبیعت، گرگ‌های خاکستری طعمه را محاصره می‌کنند و همه گرگ‌های دیگر، موقعیت گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا را دنبال می‌کنند. به‌طور مشابه، الگوریتم GWO با داشتن تمام عوامل برای دنبال کردن موقعیت عوامل آلفا، بتا و دلتا، این رفتار را تقلید می‌کند.

$$\vec{D}_\alpha=|\vec{C}_1\cdot\vec{X}_\alpha-\vec{X}|, \quad \vec{D}_\beta=|\vec{C}_2\cdot\vec{X}_\beta-\vec{X}|, \quad \vec{D}_\delta=|\vec{C}_3\cdot\vec{X}_\delta-\vec{X}| \quad (۱۴)$$

$$\vec{X}_1=\vec{X}_\alpha-\vec{A}_1\cdot(\vec{D}_\alpha), \quad \vec{X}_2=\vec{X}_\beta-\vec{A}_2\cdot(\vec{D}_\beta), \quad \vec{X}_3=\vec{X}_\delta-\vec{A}_3\cdot(\vec{D}_\delta) \quad (۱۵)$$

$$\vec{X}(t+1)=\frac{\vec{X}_1+\vec{X}_2+\vec{X}_3}{3} \quad (۱۶)$$

در موقعیت حمله به طعمه، گرگ‌های خاکستری طعمه‌ای را محاصره می‌کنند. سپس زمانی که طعمه، خود را در محاصره ببیند و از حرکت بایستد، حمله توسط گرگ آلفا و به رهبری او شروع می‌شود. برای مدل‌سازی فرایند حمله، بردار A کاهش می‌یابد [۱۵]. برای اطلاع از جزئیات بیشتر این الگوریتم و فلوچارت آن و جزئیات تعیین پارامترهای انتخابی جدول زیر مطالعه منبع [۱۵] را پیشنهاد می‌شود. مراحل اجرای الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) به‌طور خلاصه به‌صورت زیر است:

۱- مقداردهی اولیه جمعیت گرگ‌ها؛ ۲- محاسبه برازش هر گرگ و تعیین گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا؛ ۳- به‌روزرسانی موقعیت تمامی گرگ‌ها بر اساس موقعیت گرگ‌های آلفا، بتا و دلتا؛ ۴- به‌روزرسانی ضرایب a, A, C ؛ ۵- بررسی معیار توقف.

برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری به‌منظور اطمینان از عملکرد بهینه الگوریتم‌های WCA و GWO و اجتناب از انتخاب دلتاخواه پارامترها، فرایند تحلیل حساسیت و تنظیم پارامترها انجام پذیرفت. برای هر الگوریتم، پارامترهای کلیدی (شامل تعداد عوامل (جمعیت) و حداکثر تعداد تکرار) در سطوح مختلف مورد آزمایش قرار گرفتند. هر ترکیب پارامتری ۵ بار به‌صورت مستقل اجرا و میانگین بهترین مقدار تابع هدف (نسبت شارپ با علامت منفی) ثبت گردید. نهایتاً، ترکیب پارامتری که به‌طور پایدار بهترین عملکرد را نشان داد، برای اجرای نهایی الگوریتم‌ها در این پژوهش انتخاب شد (مقادیر نهایی در جداول ۱ و ۲ ارائه شده‌اند).

جدول ۲. مقادیر پارامترهای مورد استفاده در برنامه الگوریتم گرگ خاکستری

تعداد جمعیت	تعداد متغیر تصمیم	تعداد اجرا
۵۰	۱۳	۱۰۰

پس از اجرای الگوریتم‌ها، نتایج به‌دست‌آمده از هر الگوریتم شامل بازده، ریسک و نسبت شارپ سبد سرمایه‌گذاری محاسبه و مقایسه می‌شود. این مقایسه به‌منظور ارزیابی کارایی الگوریتم‌ها در بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری انجام می‌شود. نتایج به‌دست‌آمده از الگوریتم‌ها با استفاده از روش‌های آماری تحلیل می‌شوند. این تحلیل شامل بررسی همبستگی بین دارایی‌ها، محاسبه نسبت شارپ و ارزیابی عملکرد سبد سرمایه‌گذاری است. برای محاسبه میزان خطا

هر یک از مدل با بازار از شاخص جذر میانگین مجذور خطا $RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{C}_i - C_i)^2}{n}}$ استفاده شده است که $\hat{C}_i$ مقدار بازار و C_i مقدار محاسبه شده توسط مدل و n تعداد مشاهدات می باشد.

۴. تحلیل داده ها و یافته ها

در این پژوهش، از مدل مارکوفیتز و الگوریتم های فرا ابتکاری چرخه آب و گرگ خاکستری برای بهینه سازی سید سهام استفاده گردیده و نتایج با بازار بررسی و مقایسه شده است. میانگین بازدهی، انحراف معیار بازدهی و نسبت شارپ برای ۶۴ نماد شرکت بورسی و شاخص بازار استفاده شده در این پژوهش محاسبه شده، و در جدول ۳ و ۴ نشان داده شده است.

جدول ۳. اسامی ۶۴ سهم

ردیف	نماد	میانگین بازدهی ها	انحراف معیار بازدهی ها	نسبت شارپ	ردیف	نماد	میانگین بازدهی ها	انحراف معیار بازدهی ها	نسبت شارپ
۱	بترانس	-۰/۰۰۰۵۳	۰/۰۶۶۲۹	-۰/۰۱۷۷۹	۳۳	کسرام	-۰/۰۰۰۶۰	۰/۰۹۰۶۴	-۰/۰۱۴۲۴
۲	دامین	۰/۰۰۰۷۰	۰/۰۴۴۰۷	۰/۰۰۱۷۸	۳۴	کترام	۰/۰۰۰۴۰	۰/۰۴۸۳۲	-۰/۰۰۴۸۷
۳	دافارا	۰/۰۰۱۰۰	۰/۰۳۷۳۷	۰/۰۱۰۰۸	۳۵	کحافظ	-۰/۰۰۰۴۶	۰/۰۷۱۴۶	-۰/۰۱۵۵۰
۴	دکوثر	۰/۰۰۱۲۷	۰/۰۵۵۵۸	۰/۰۱۱۸۱	۳۶	لخزر	-۰/۰۰۰۵۹	۰/۰۷۶۱۵	-۰/۰۱۶۴۵
۵	فاسمین	-۰/۰۰۰۷۲	۰/۰۵۶۶۹	-۰/۰۲۴۲۹	۳۷	پردیس	۰/۰۰۰۲۹	۰/۰۳۶۱۴	-۰/۰۰۹۲۸
۶	فباهر	-۰/۰۰۰۰۷	۰/۰۷۱۳۷	-۰/۰۱۰۰۴	۳۸	پارس	-۰/۰۰۱۸۹	۰/۱۱۷۰۰	-۰/۰۲۱۹۱
۷	فخوز	-۰/۰۰۰۷۵	۰/۰۴۴۱۶	-۰/۰۳۱۵۸	۳۹	پارسیان	۰/۰۰۰۹۵	۰/۰۳۸۳۷	۰/۰۰۸۳۱
۸	فلوله	-۰/۰۰۰۲۵	۰/۰۸۰۸۹	-۰/۰۱۱۵۳	۴۰	پکرمان	۰/۰۰۱۳۷	۰/۰۳۳۳۸	۰/۰۲۳۴۳
۹	فملی	۰/۰۰۰۴۴	۰/۰۳۶۷۹	-۰/۰۰۵۰۱	۴۱	پکوبیر	۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۴۷۶۴	-۰/۰۱۰۷۹
۱۰	فنوال	۰/۰۰۰۷۸	۰/۰۵۴۸۰	۰/۰۰۲۸۶	۴۲	پتایر	-۰/۰۰۰۶۳	۰/۱۰۷۰۲	-۰/۰۱۲۰۲
۱۱	فولاد	۰/۰۰۰۳۹	۰/۰۳۶۶۵	-۰/۰۰۹۳۲	۴۳	رمینا	۰/۰۰۱۰۱	۰/۰۲۹۷۲	۰/۰۱۳۱۳
۱۲	فروس	-۰/۰۰۰۸۲	۰/۰۵۳۴۳	-۰/۰۲۷۶۷	۴۴	ثنوسا	۰/۰۰۱۶۵	۰/۰۳۱۳۸	۰/۰۳۳۹۲
۱۳	قزوین	۰/۰۰۰۱۱	۰/۰۵۸۸۳	-۰/۰۰۸۹۵	۴۵	سفارس	۰/۰۰۲۳۹	۰/۰۲۸۹۸	۰/۰۶۰۹۴
۱۴	غپینو	۰/۰۰۰۳۱	۰/۰۴۶۲۰	-۰/۰۰۶۸۸	۴۶	شیریز	-۰/۰۰۰۱۲	۰/۰۴۷۲۲	-۰/۰۱۶۰۶
۱۵	حقاری	۰/۰۰۰۳۴	۰/۰۳۹۰۵	-۰/۰۰۷۴۲	۴۷	شاملا	-۰/۰۰۰۳۹	۰/۰۵۰۲۰	-۰/۰۲۰۷۰
۱۶	حتاید	۰/۰۰۰۲۵	۰/۰۵۰۵۹	-۰/۰۰۷۵۹	۴۸	شسپا	-۰/۰۰۱۲۰	۰/۰۷۴۹۶	-۰/۰۲۵۳۹
۱۷	حفارس	-۰/۰۰۰۰۵	۰/۰۶۶۳۲	-۰/۰۱۰۷۳	۴۹	شپاکسا	-۰/۰۰۰۸۶	۰/۰۶۷۷۶	-۰/۰۲۲۴۷
۱۸	حکشتی	۰/۰۰۰۵۶	۰/۰۴۲۳۵	-۰/۰۰۱۶۵	۵۰	شپدیس	۰/۰۰۲۰۱	۰/۰۲۴۶۰	۰/۰۵۶۳۴
۱۹	کالا	-۰/۰۰۰۱۸	۰/۰۴۶۴۸	-۰/۰۱۸۰۹	۵۱	سخاش	-۰/۰۰۰۸۵	۰/۰۹۶۷۵	-۰/۰۱۵۵۲
۲۰	کاما	-۰/۰۰۱۰۷	۰/۰۷۱۵۳	-۰/۰۲۴۲۱	۵۲	سخزر	۰/۰۰۱۹۵	۰/۰۳۰۳۷	۰/۰۴۳۸۷
۲۱	کرماشا	۰/۰۰۰۸۸	۰/۰۴۰۵۶	۰/۰۰۶۱۸	۵۳	سشرق	۰/۰۰۱۴۳	۰/۰۳۳۵۴	۰/۰۲۴۱۸
۲۲	خاذین	۰/۰۰۰۲۱	۰/۰۳۵۱۴	-۰/۰۱۱۸۷	۵۴	سصوفی	۰/۰۰۲۵۷	۰/۰۴۰۰۷	۰/۰۴۸۶۰
۲۳	خبهمن	۰/۰۰۰۳۷	۰/۰۸۰۵۸	-۰/۰۰۳۲۶	۵۵	تاصیکو	۰/۰۰۱۱۸	۰/۰۳۱۴۲	۰/۰۱۷۶۱
۲۴	خفتر	-۰/۰۰۰۵۵	۰/۰۵۵۳۲	-۰/۰۲۱۲۳	۵۶	وخابور	۰/۰۰۰۰۴	۰/۰۳۳۳۲	-۰/۰۱۷۵۹
۲۵	خگستر	۰/۰۰۰۴۵	۰/۰۶۵۱۸	-۰/۰۰۲۶۶	۵۷	ونبرو	۰/۰۰۱۲۹	۰/۰۳۵۳۱	۰/۰۱۹۲۹
۲۶	خکار	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۴۸۰۱	-۰/۰۱۳۱۴	۵۸	ونوین	۰/۰۰۰۳۹	۰/۰۴۱۷۴	-۰/۰۰۵۷۸
۲۷	خموتور	۰/۰۰۰۳۳	۰/۰۴۱۸۱	-۰/۰۰۷۲۰	۵۹	وپارس	۰/۰۰۰۷۶	۰/۰۵۲۸۵	۰/۰۰۲۶۶
۲۸	خودرو	۰/۰۰۰۱۰	۰/۰۷۱۰۳	-۰/۰۰۷۶۳	۶۰	وپست	۰/۰۰۰۸۱	۰/۰۵۶۳۸	۰/۰۰۳۴۲
۲۹	خوساز	۰/۰۰۲۵۱	۰/۰۳۳۱۶	۰/۰۵۷۶۴	۶۱	وساپا	۰/۰۰۱۲۵	۰/۰۳۳۳۵	۰/۰۱۸۸۹

۳۰	ختراک	۰/۰۰۰۱۷	۰/۰۵۴۹۴	-۰/۰۰۸۴۶	۶۲	وبملت	۰/۰۰۰۰۱	۰/۰۵۷۸۶	-۰/۰۱۱۱۶
۳۱	ختوقا	۰/۰۰۱۰۱	۰/۰۵۵۳۲	۰/۰۰۶۹۷	۶۳	وبصادر	۰/۰۰۱۲۱	۰/۰۳۷۰۱	۰/۰۲۱۹۴
۳۲	ختور	۰/۰۰۰۲۴	۰/۰۵۵۹۴	-۰/۰۰۷۰۹	۶۴	وبشهر	۰/۰۰۰۵۹	۰/۰۳۲۲۶	-۰/۰۰۱۱۸

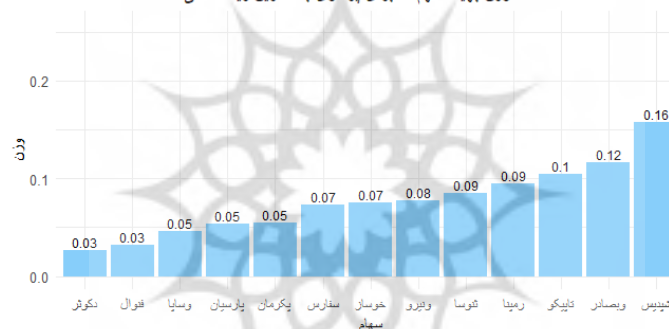
جدول ۴. میزان بازدهی، ریسک و نسبت شارپ شاخص کل

بازدهی	میزان ریسک	نسبت شارپ
۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۴۱	۰/۰۸۴۴

در ادامه با استفاده از مدل مارکوویتز، چرخه‌ی آب و گرگ خاکستری، وزن‌های بهینه‌شده برای هر سهم به دست آورده شد و بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سبد تشکیل‌شده محاسبه می‌گردد. بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سبدهای مدل‌های بالا، با بازار مقایسه می‌گردد تا عملکرد مدل‌ها مشخص گردد.

مدل مارکوویتز: پرتفوی با کمترین ریسک سراسری، پرتفوی است که پایین‌ترین میزان نوسان و ریسک را در میان همه پرتفوی‌های ممکن دارد. این پرتفوی با انتخاب دارایی‌ها به‌گونه‌ای است که هم‌بستگی میان آن‌ها کم شده و نوسانات کلی سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد هدف پرتفوی با کمترین ریسک سراسری این است که سرمایه‌گذار با کم‌ترین ریسک ممکن، بازدهی مناسبی کسب کند و از نوسانات شدید بازار محفوظ بماند [۲۲]. وزن بهینه هر سهم در این پرتفوی در نمودار ۱ رسم شده است.

وزن بهینه سهم‌ها برای پرتفوی با کمترین ریسک کلی



نمودار ۱. نمودار وزن دهی سهم‌ها با احتساب نقطه GMVP از مدل مارکوویتز.

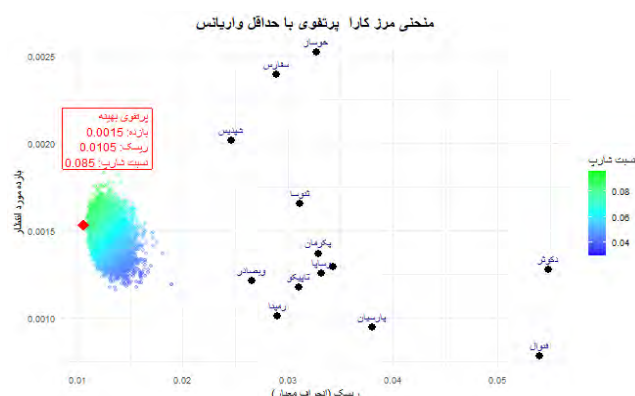
سپس با محاسبه ریسک و بازدهی، وزن‌دهی بهینه به سهم‌ها و تشکیل سبد سهام انجام‌شده که در جدول ۵ مقادیر آن‌ها قابل مشاهده است.

جدول ۵. میزان بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سبد سرمایه‌گذاری با روش مارکوویتز و مقایسه با بازار

بازدهی بازار	ریسک بازار	نسبت شارپ بازار	بازدهی روش مارکوویتز		ریسک روش مارکوویتز		نسبت شارپ روش مارکوویتز	
			مقدار	خطای RMSE	مقدار	خطای RMSE	مقدار	خطای RMSE
۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۴۱	۰/۰۸۴۴	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۰۳	۰/۰۱۰۵	۰/۰۰۳۶	۰/۰۸۵۳	۰/۰۰۰۹

بازده و ریسک سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز کمتر از بازده و ریسک بازار، و نسبت شارپ سبد کمی بیشتر از نسبت شارپ بازار است. سبد مارکوویتز نوسان کمتر و کنترل ریسک بهتری دارد با در نظر گرفتن نسبت شارپ، پرتفوی عملکرد

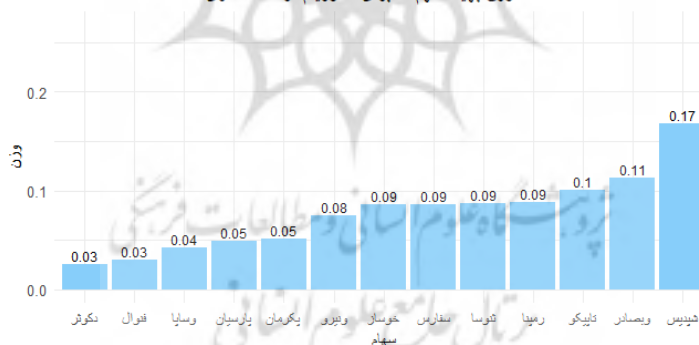
بهتری از بازار داشته است. در نمودار ۲ مرز کارا و محل قرارگیری سهم‌ها نسبت به مرز کارا و پرتفوی بهینه روی مرز کارا مشخص شده است.



نمودار ۲. مرز کارای الگوریتم مارکوویتز

روش پرتفوی با کمترین ریسک سراسری یک تکنیک برای بهینه‌سازی سبد سهام است که هدف آن کم کردن واریانس کلی پرتفوی است. این روش با تجزیه و تحلیل همبستگی و واریانس دارایی‌ها، ترکیب‌هایی از دارایی‌ها را انتخاب می‌کند که کمترین نوسانات را داشته باشد. با استفاده از داده‌های تاریخی و امکانات آماری، این روش به سرمایه‌گذاران که ریسک‌گریز هستند کمک می‌کند تا سبدی از دارایی‌ها بسازند که ریسک کمتری داشته باشد درحالی‌که همچنان بازده معقولی ارائه می‌دهد [۱۴].

مدل الگوریتم گرگ خاکستری: در الگوریتم گرگ خاکستری، با توجه به هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه کردن بازدهی، وزن بهینه هر سهم در این پرتفوی در نمودار ۳ رسم شده است. وزن بهینه سهم‌ها برای الگوریتم گرگ خاکستری



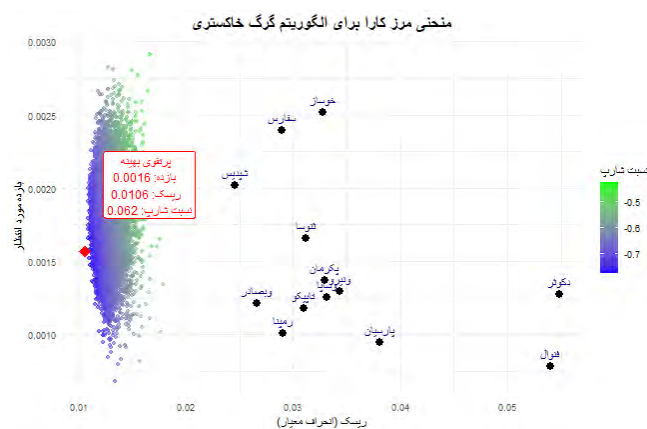
نمودار ۳. وزن بهینه سهم‌ها با استفاده از الگوریتم گرگ خاکستری

میزان بازدهی و ریسک و نسبت شارپ سبد سهام به دست آمد که این میزان در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶. میزان بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سبد سرمایه‌گذاری با الگوریتم گرگ خاکستری

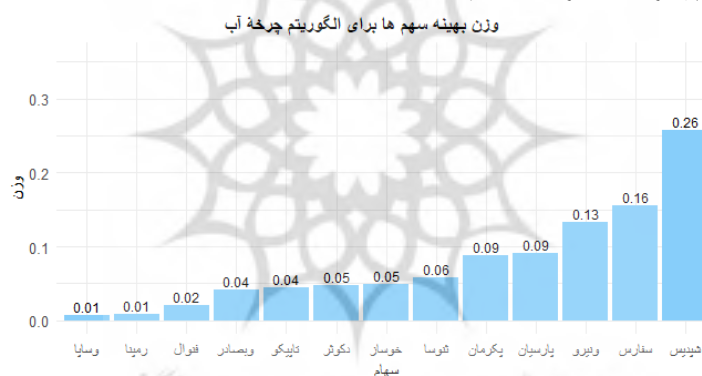
بازدهی بازار	ریسک بازار	نسبت شارپ بازار	بازدهی گرگ خاکستری		ریسک گرگ خاکستری		نسبت شارپ گرگ خاکستری	
			مقدار	خطای RMSE	مقدار	خطای RMSE	مقدار	خطای RMSE
۰/۰۰۱۸	۰/۰۱۴۱	۰/۰۸۴۴	۰/۰۰۱۶	۰/۰۰۰۲	۰/۰۱۰۶	۰/۰۰۳۵	۰/۰۶۲۲	۰/۰۲۲۲

بازده، ریسک و نسبت شارپ سید سرمایه‌گذاری با الگوریتم گرگ خاکستری کمتر از بازده، ریسک و نسبت شارپ بازار است. نمودار ۴ نشان‌دهنده وزن بهینه تخصیص داده‌شده توسط الگوریتم گرگ خاکستری به هر سهم است.



نمودار ۴. ناحیه شبیه سازی شده در الگوریتم گرگ خاکستری

الگوریتم چرخه‌ی آب: در الگوریتم چرخه‌ی آب، با توجه به هدف کمینه کردن ریسک و بیشینه کردن بازدهی، وزن بهینه هر سهم در این پرتفوی در نمودار ۵ رسم شده است.



نمودار ۵. وزن بهینه سهم‌ها به کمک الگوریتم چرخه آب

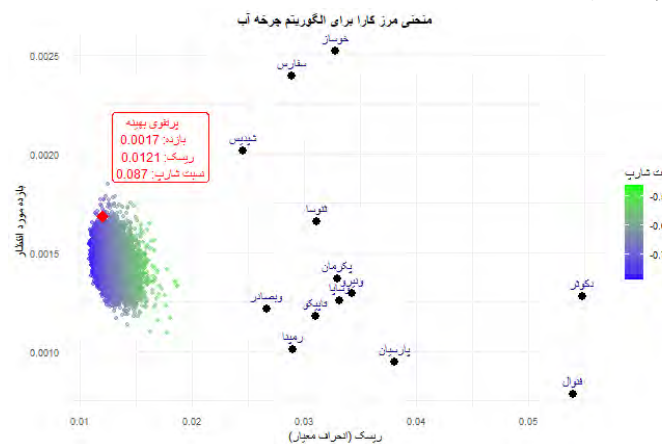
جدول ۷ میزان، بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سید سهام را به کمک الگوریتم چرخه‌ی آب نشان می‌دهد.

جدول ۷. میزان بازدهی، ریسک و نسبت شارپ سبد سرمایه‌گذاری با الگوریتم چرخه آب

نسبت شارپ چرخه آب	ریسک چرخه آب		بازدهی چرخه آب		نسبت	ریسک	بازدهی
	خطای RMSE	مقدار	خطای RMSE	مقدار			
۰/۰۰۳	۰/۰۸۷۴	۰/۰۰۲	۰/۰۱۲۱	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۱۷	۰/۰۸۴۴	۰/۰۱۴۱

بازده و ریسک سید سرمایه‌گذاری با الگوریتم چرخه آب کمتر از بازده و ریسک شارپ سید کمی بیشتر از نسبت شارپ بازار است. سید با الگوریتم چرخه آب نوسان کمتر و کنترل ریسک بهتری دارد با در نظر گرفتن نسبت

شارپ و ناچیز بودن اختلاف بازده، به نظر می‌رسد که پرتفوی با الگوریتم چرخه آب عملکرد بهتری از بازار داشته است. همچنین در نمودار ۶ نمودار وزن‌دهی بهینه برای هر سهم نشان داده شده است. ملاحظه می‌گردد که سبد انتخابی از این الگوریتم در ناحیه بهینه قرار دارد.



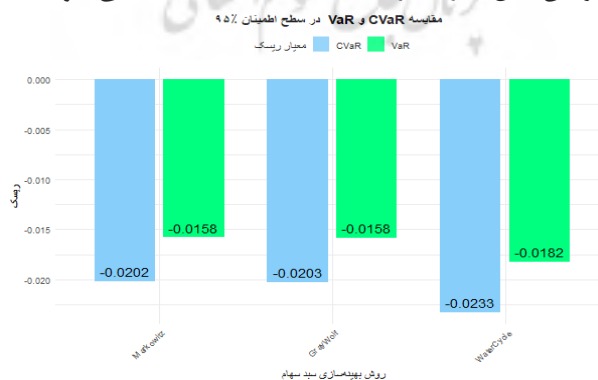
نمودار ۶. ناحیه شبیه‌سازی شده در الگوریتم چرخه آب

در ادامه مدل مارکوویتز و الگوریتم‌های گرگ خاکستری و چرخه آب را با بازار مقایسه می‌شود. با توجه به جداول ۵ و ۶ و ۷ دیده می‌شود که الگوریتم چرخه آب در مجموع از نظر دقت خطای RMSE در ریسک و بازده بهترین است و الگوریتم گرگ خاکستری عملکرد ضعیف‌تری از نظر دقت خطا در همه RMSE ها دارد. مارکوویتز از نظر دقت خطای RMSE دقیق‌ترین در نسبت شارپ است. در ادامه برای بررسی‌های دقیق‌تر فرضیات این پژوهش از مقایسه بین مدل‌ها با استفاده از معیار ریسک حداکثر افت سرمایه پرداخته و نتایج حاصل شده به صورت زیر است.

جدول ۸. مقایسه مدل‌ها با معیار ریسک حداکثر افت سرمایه

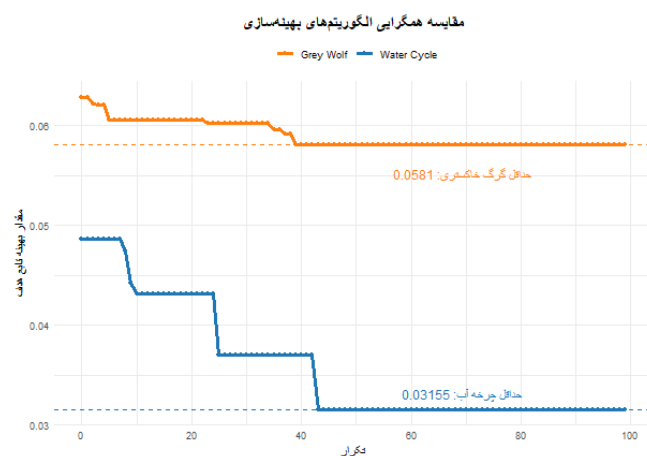
مدل	درصد حداکثر افت سرمایه
مارکوویتز	۲۲/۳
گرگ خاکستری	۲۰/۱
چرخه آب	۱۵/۸

باتوجه به جدول ۸ ملاحظه می‌شود که الگوریتم چرخه آب کمترین مقدار درصد حداکثر افت سرمایه را دارد. در ادامه برای مقایسه‌ی هرچه دقیق‌تر بین مدل‌ها از معیارهای VaR و CVaR استفاده می‌شود:



نمودار ۷. مقایسه VaR و CVaR سه روش در سطح اطمینان ۹۵٪

باتوجه به نمودار بالا، ملاحظه می‌شود که مقادیر VaR و CVaR الگوریتم چرخه‌ی آب نسبت به مدل مارکویتز و الگوریتم گرگ خاکستری بیشتر است یعنی ریسک این روش نسبت به دو روش دیگر بالاتر است.



نمودار ۸. مقایسه همگرایی الگوریتم‌های چرخه آب و گرگ خاکستری

از طرفی همان‌طور که نمودار ۸ ملاحظه می‌شود از نظر مقایسه همگرایی این دو الگوریتم، الگوریتم گرگ خاکستری نسبت به الگوریتم چرخه‌ی آب همگرایی سریع‌تر داشته ولی مقدار نهایی تابع هدف آن بیشتر است و همچنین با توجه به اختلاف کم تکرار برای همگرایی، الگوریتم چرخه آب با مقدار نهایی تابع هدف پایین‌تری عملکرد بهتری نسبت به گرگ خاکستری دارد. در جهت تأیید یا رد عملی فرضیه ۳ از آزمون زمان محاسبات^۱ استفاده می‌گردد. این آزمون یک آزمون آماری کلاسیک نیست، بلکه یک معیار عملکردی^۲ است که برای سنجش کارایی الگوریتم‌ها از نظر سرعت و مصرف منابع استفاده می‌شود. از آنجایی که زمان محاسبات یک متغیر کمی پیوسته (برحسب ثانیه) است، می‌توان از همان آزمون‌های آماری استاندارد برای مقایسه آن استفاده کرد. در این روش، الگوریتم‌ها معمولاً چندین بار (در این پژوهش ۵۰ بار) به صورت مستقل اجرا می‌شوند تا از تصادفی بودن نتایج اطمینان حاصل شود. برای هر اجرا، زمان سپری شده ثبت می‌شود. آزمون t-test مستقل^۳ رایج‌ترین روش برای مقایسه میانگین زمان بین دو الگوریتم است.

• فرض صفر: (H_0) میانگین زمان اجرای WCA و GWO برابر است.

• فرض جایگزین: (H_1) میانگین زمان اجرای WCA و GWO متفاوت است.

اگر $p\text{-value} < 0.05$ شود، تفاوت در سرعت بین دو الگوریتم از نظر آماری معنادار است.

به منظور ارزیابی کارایی محاسباتی، هر الگوریتم به صورت مستقل ۵۰ بار اجرا شد و زمان سپری شده برای هر اجرا ثبت گردید. نتایج در جدول ۹ خلاصه شده است.

جدول ۹. مقایسه زمان محاسباتی (ثانیه)

الگوریتم	انحراف معیار $\pm$ میانگین	حداقل	حداکثر
چرخه آب	$25/3 \pm 0/18$	۲۴/۱	۲۶/۹
گرگ خاکستری	$169/1 \pm 5/32$	۱۶۰/۳	۱۷۸/۵

¹ Computational Time

² Performance Metric

³ Independent Samples t-test

آزمون t-test مستقل نشان داد که تفاوت در زمان محاسباتی بین دو الگوریتم از نظر آماری بسیار معنادار است ($t(98) = 14.52, p < 0.0001$). این نتیجه مؤید فرضیه سوم پژوهش است که الگوریتم چرخه آب را از نظر سرعت اجرا برتر می‌داند. در ادامه برای مقایسه هر چه دقیق‌تر بین عملکرد بین دو الگوریتم با استفاده از معیار D-statistic، نرمال‌سازی نسبت به واریانس یا ریسک آن‌ها است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$D_{i,j} = \frac{r_i - r_j}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}}$$

که r_i و r_j بازده و σ_i^2 و σ_j^2 واریانس مدل i و j است.

جدول ۱۰. مقایسه عملکرد بین مدل‌ها

مدل اول	مدل دوم	D نرمال شده	مدل اول	مدل دوم	D نرمال شده
مارکوویتز	گرگ خاکستری	-۰/۰۰۶۷۰	گرگ خاکستری	چرخه آب	-۰/۰۰۶۲۲
مارکوویتز	چرخه آب	-۰/۰۱۲۴۸	گرگ خاکستری	بازار	-۰/۰۱۱۳۴
مارکوویتز	بازار	-۰/۰۱۷۰۷	چرخه آب	بازار	-۰/۰۰۵۳۸

باتوجه به جدول ۱۰ ملاحظه می‌گردد که همه مقادیر منفی هستند زیرا مدل اول بازده کمتری از مدل دومی دارد. تفاوت بین چرخه آب و بازار از نظر نرمال کوچک‌ترین است، یعنی عملکرد آن‌ها بسیار نزدیک است. تفاوت مارکوویتز و بازار از نظر نرمال شده بیشترین، یعنی بیشترین فاصله نسبی در عملکرد است. از آنجایی که پیش از مقایسه، پیش فرض نرمالیتی با آزمون شاپیرو-ویلک^۱ و همسانی واریانس‌ها با آزمون لوین^۲ بررسی شد. با توجه به نقض پیش فرض همسانی واریانس‌ها ($p < 0.05$)، از آزمون ولچ^۳ استفاده گردید.

نتایج نشان داد که بین میانگین نسبت شارپ پرتفوی‌های بهینه‌شده توسط روش‌های مختلف، تفاوت از نظر آماری معنادار وجود دارد $\omega^2 = 0.45, p < 0.001, F(2,27.5) = 15.23$. اندازه اثر بزرگ به دست آمده ($\omega^2 = 0.45$) نشان‌دهنده اهمیت عملی این تفاوت است. لذا برای مقایسه نسبت شارپ با توجه به نرمال بودند داده‌ها و واریانس‌های ناهمسان از آزمون تحلیل واریانس^۴ و برای مقایسه ریسک از آزمون ولچ استفاده شده است.

جدول ۱۱. آزمون تحلیل واریانس و آزمون ولچ بین جفت مدل‌ها

جفت مدل		تحلیل واریانس		آزمون ولج	
	F	سطح معنی داری	F	درجه آزادی	سطح معنی داری
مارکوویتز-گرگ خاکستری	۱۱۲۵	۰/۰۰۰۰۰۴	۰/۸	۳/۶۶۹۷	۰/۴۲۵۹
مارکوویتز - چرخه آب	۶/۰۲۶	۰/۰۷۰۱	۱۷/۱۹۴	۲/۲۱۹۸	۰/۰۴۴۶
مارکوویتز - بازار	۰/۰۳۸	۰/۸۵۵	۲۶۵/۰۹	۲/۷۳۰۶	۰/۰۰۰۸
گرگ خاکستری - چرخه آب	۴۷۷/۳	۰/۰۰۰۰۰۲	۱۳/۸۲۹	۲/۴۰۵۲	۰/۰۴۸۸
گرگ خاکستری - بازار	۱۴۵۱	۰/۰۰۰۰۰۲	۲۱۶/۳۲	۳/۲۵۱	۰/۰۰۰۴
چرخه آب - بازار	۵/۸۷	۰/۰۷۲۵	۲۱/۹۵۱	۳/۰۷۴۲	۰/۰۱۷۴

¹ Shapiro-Wilk test

² Levene's Test

³ Welch's Test

⁴ Analysis of Variance Test

در هر دو آزمون فرض صفر (H_0) میانگین متغیر مورد بررسی با یکدیگر برابر است و فرض جایگزین (H_1) باهم برابر نیستند. با توجه به سطح معناداری ۰/۰۵ و مقادیر سطح معناداری^۱ ارائه‌شده در جدول، نتایج زیر به دست می‌آید:

بین مدل مارکوویتز و گرگ خاکستری، نسبت شارپ تفاوت معناداری دارد، اما ریسک آن‌ها تفاوتی ندارد. بین مدل مارکوویتز و چرخه آب، نسبت شارپ تفاوت معناداری ندارد، اما ریسک آن‌ها تفاوت دارد. بین مدل مارکوویتز و بازار، نسبت شارپ تفاوت معناداری ندارد، ولی ریسک آن‌ها تفاوت دارد.

بین مدل گرگ خاکستری و چرخه آب، هم نسبت شارپ و هم ریسک تفاوت معنادار دارند.

بین مدل گرگ خاکستری و بازار، نسبت شارپ تفاوت معنادار دارد، اما ریسک تفاوتی ندارد.

بین مدل چرخه آب و بازار، نسبت شارپ تفاوت معناداری ندارد، اما ریسک تفاوت دارد.

این نتایج نشان می‌دهد که ارزیابی عملکرد مدل‌ها تنها با در نظر گرفتن یک شاخص (مانند نسبت شارپ) کافی نیست و باید به ریسک و بازده نیز توجه شود.

جدول ۱۲. آزمون توکی^۲ برای مقایسه نسبت شارپ بین جفت مدل‌ها

جفت مدل	تفاوت	حد پایین	حد بالا	سطح معنی‌داری
مارکوویتز-گرگ خاکستری	۰/۰۲۱۹	۰/۰۲۰۱	۰/۰۲۳۷	۰/۰۰۰۰۴
مارکوویتز - چرخه آب	۰/۰۰۲۹	-۰/۰۰۰۳	۰/۰۰۶۳	۰/۰۷۰۰
مارکوویتز - بازار	-۰/۰۰۰۱	-۰/۰۰۲۰	۰/۰۰۱۷	۰/۸۵۴
گرگ خاکستری - چرخه آب	۰/۰۲۴۸	۰/۰۲۱۷	۰/۰۲۸۰	۰/۰۰۰۰۳
گرگ خاکستری - بازار	۰/۰۲۲۰	۰/۰۲۰۴	۰/۰۲۳۶	۰/۰۰۰۰۱
چرخه آب - بازار	۰/۰۰۲۸	-۰/۰۰۰۴	۰/۰۰۶۰	۰/۰۷۲۵

در ادامه برای مقایسه نسبت شارپ، از آزمون توکی استفاده‌شده است. در این آزمون فرض صفر (H_0) میانگین متغیر موردبررسی با یکدیگر تفاوت معناداری ندارند و فرض جایگزین (H_1) باهم تفاوت معناداری دارند. با توجه به سطح معناداری ۰/۰۵ و مقادیر سطح معناداری ارائه‌شده در جدول ۱۲ ملاحظه می‌شود نسبت شارپ گرگ خاکستری نسبت به مارکوویتز، گرگ خاکستری نسبت به چرخه آب و گرگ خاکستری نسبت به بازار دارای تفاوت معنادار آماری است. که با نتایج آزمون تحلیل واریانس مطابقت دارد. نکته قابل‌تأمل در جداول فوق این است که هنگامی که چندین آزمون آماری به‌طور هم‌زمان بر داده‌ها انجام می‌شود، امکان یافتن یک نتیجه معنادار به‌صورت تصادفی (خطای نوع اول) افزایش می‌یابد. این خطر را با سخت‌گیرانه‌تر کردن معیار معناداری می‌توان کنترل کرد. روش بونفرونی^۳ یکی از ساده‌ترین و محافظه‌کارانه‌ترین روش‌های تصحیح برای مقایسه چندگانه است. در این مقاله ۴ مدل (بازار، مارکوویتز، GWO و WAC) وجود دارد. لذا تعداد مقایسه‌ها به ۶ می‌رسد و بر اساس فرمول آن سطح معناداری آستانه استاندارد از ۰/۰۵ به ۰/۰۰۸۳ تبدیل می‌شود. برای اینکه یک مقایسه را معنادار بدانیم، سطح معناداری باید کمتر از این مقدار باشد. لذا آزمون توکی را دوباره با این معیار سختگیرانه تفسیر می‌کنیم.

بر اساس مقادیر جدول ۱۲، پس از تصحیح سطح معناداری، تفاوت نسبت شارپ تنها بین مدل‌های زیر معنادار باقی ماند: الگوریتم گرگ خاکستری با مدل مارکوویتز، الگوریتم گرگ خاکستری با چرخه آب، و الگوریتم گرگ خاکستری با بازار. تفاوت بین الگوریتم چرخه آب و بازار و همچنین چرخه آب و مارکوویتز از نظر آماری معنادار نیست. با اعمال

^۱ p-value

^۲ Tukey's HSD Test

^۳ Bonferroni

روش بونفرونی، دیگر هیچ تفاوت معناداری بین WCA و بازار یا بین WCA و مارکوویتز وجود ندارد. تنها نتیجه‌ای که قوی باقی می‌ماند، عملکرد ضعیف الگوریتم گرگ خاکستری (GWO) در مقایسه با تمام مدل‌های دیگر است. در پایان این بخش به هریک از فرضیه‌هایی مطرح شده در ابتدای مقاله به صورت زیر پاسخ داده می‌شود:

در پاسخ به فرضیه ۱ از آزمون‌های زیر استفاده شده است و نتایج حاصل از آن‌ها را می‌توان به طور خلاصه بیان کرد.

۱- **آزمون تحلیل واریانس برای مقایسه میانگین نسبت شارپ بین مدل‌ها:** با توجه به مقدار سطح معناداری در آزمون تحلیل واریانس نتایج بین جفت مدل‌های مارکوویتز-گرگ خاکستری، گرگ خاکستری-چرخه آب، و گرگ خاکستری-بازار تفاوت‌های معناداری را نشان می‌دهند. این نتایج حاکی از آن است که عملکرد این مدل‌ها به طور قابل توجهی متفاوت است. و بین جفت مدل‌های مارکوویتز-چرخه آب، مارکوویتز-بازار، و چرخه آب-بازار تفاوت‌های معناداری را نشان نمی‌دهند. این نشان می‌دهد که عملکرد این مدل‌ها از نظر آماری مشابه است.

۲- **آزمون توکی برای مقایسه جفتی تفاوت‌های معنادار:** آزمون توکی تأیید کرد که WCA نسبت به GWO و مارکوویتز تفاوت مثبت و معناداری دارد. اما با اعمال معیار روش بونفرونی، دیگر هیچ تفاوت معناداری بین WCA و بازار یا بین WCA و مارکوویتز وجود ندارد. تنها نتیجه‌ای که قوی باقی می‌ماند، عملکرد ضعیف الگوریتم گرگ خاکستری در مقایسه با تمام مدل‌های دیگر است. نتایج با اعمال تصحیح روش بونفرونی نشان می‌دهد که تنها تفاوت‌های معنادار در نسبت شارپ مربوط به مقایسه الگوریتم گرگ خاکستری با دیگر مدل‌هاست و الگوریتم چرخه آب تنها از نظر آماری نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری برتر است. اگرچه مقدار نسبت شارپ الگوریتم چرخه آب (۰/۰۸۷۴) از مدل مارکوویتز (۰/۰۸۵۳) و بازار (۰/۰۸۴۴) بالاتر بود، اما این تفاوت‌ها از نظر آماری معنادار نبودند. بنابراین، ادعای برتری مطلق الگوریتم چرخه آب در این معیار پشتیبانی نمی‌شود. در پاسخ به فرضیه ۲ از آزمون‌های زیر استفاده شده است و نتایج حاصل از آن‌ها را می‌توان به طور خلاصه بیان کرد:

۱- آزمون ولج برای ناهمگنی واریانس‌ها. با توجه به مقدار سطح معناداری در آزمون ولج نتایج بین جفت مدل‌های مارکوویتز-چرخه آب، مارکوویتز-بازار، گرگ خاکستری-چرخه آب، گرگ خاکستری-بازار و چرخه آب-بازار تفاوت‌های معناداری را نشان می‌دهند. این نتایج حاکی از آن است که عملکرد این مدل‌ها به طور قابل توجهی متفاوت است. و بین جفت مدل مارکوویتز-گرگ خاکستری تفاوت‌های معناداری را نشان نمی‌دهد. این نشان می‌دهد که عملکرد این مدل‌ها از نظر آماری مشابه است.

۲- معیار RMSE برای خطای پیش‌بینی ریسک. مقدار خطای RMSE ریسک WCA (۰/۰۰۲) کمتر از GWO (۰/۰۰۳۵) و مارکوویتز (۰/۰۰۳۶) است. نکته‌ی بسیار ظریف در این قسمت وجود دارد که لازم است در مورد آن توضیح داده شود. ریسک و خطا دو مفهوم متفاوت را اندازه می‌گیرند:

۱. ریسک (انحراف معیار): به نوسانات بازده‌های سبد سرمایه‌گذاری مربوط می‌شود و برای ارزیابی میزان خطرپذیری مالی استفاده می‌شود.

۲. خطای (RMSE): به دقت محاسبات مدل مربوط می‌شود و برای ارزیابی عملکرد مدل در پیش‌بینی یا شبیه‌سازی استفاده می‌شود.

در نگاه اول، به نظر می‌رسد که الگوریتم چرخه آب (WCA) نسبت به الگوریتم مارکوویتز دقیق‌تر عمل می‌کند، زیرا مقدار خطای RMSE آن پایین‌تر است. این دقت محاسباتی به این نتیجه منجر شده است که پرتفوی بهینه‌شده توسط WCA دارای ریسک ۰/۰۱۲۱ است. از سوی دیگر، الگوریتم مارکوویتز با RMSE بالاتر، پرتفوی بهینه‌ای با ریسک ۰/۰۱۰۵ ارائه می‌دهد. با این حال، هنگامی که خروجی نهایی این دو مدل مقایسه می‌شود، مشاهده می‌گردد که پرتفوی بهینه‌شده توسط الگوریتم دقیق‌تر (WCA) دارای ریسک بالاتری است، هرچند این اختلاف ناچیز باشد.

این نتیجه نشان می‌دهد که دقت محاسباتی بالاتر (که با RMSE کمتر نشان داده می‌شود) لزوماً به معنای نتایج اقتصادی بهتر نیست. به عبارت دیگر، حتی اگر یک الگوریتم در محاسبات خود دقیق‌تر عمل کند، ممکن است به دلیل ماهیت مدل یا پارامترهای مورد استفاده، به نتایجی با ریسک بالاتر منجر شود. این موضوع اهمیت توجه به معیارهای اقتصادی مانند ریسک و بازده را در کنار معیارهای محاسباتی مانند RMSE برجسته می‌کند. برای اطمینان از اعتبار این نتایج و بررسی بیشتر، از یک آزمون سوم با عنوان حداکثر افت سرمایه نیز استفاده شد. این آزمون به عنوان یک معیار تکمیلی، به ارزیابی عملکرد پرتفوی‌های بهینه‌شده در شرایط مختلف بازار کمک می‌کند و می‌تواند به تصمیم‌گیری نهایی در مورد انتخاب الگوریتم مناسب کمک کند.

۳- معیار ریسک حداکثر افت سرمایه: حداکثر افت سرمایه در الگوریتم WCA (۱۵/۸٪) کمتر از الگوریتم GWO (۲۰/۱٪) است. لذا الگوریتم WCA احتمالاً پرتفوی را به گونه‌ای بهینه کرده که روزهای عادی نوسان بیشتری دارد (انحراف معیار بالاتر)، اما در برابر سقوط‌های شدید و طولانی مدت بازار مقاوم‌تر است. به عبارت دیگر، این پرتفوی وقتی بازار سقوط می‌کند، کمتر سقوط می‌کند یا زودتر کف می‌یابد و بازیابی می‌شود، که منجر به یک حداکثر افت کمتری می‌شود. یافته‌های این پژوهش در مورد عملکرد الگوریتم چرخه آب (WCA) در سنج‌های مختلف ریسک، در نگاه اول حاوی یک تناقض ظاهری است: از یک سو، پرتفوی بهینه‌شده توسط WCA دارای انحراف معیار بالاتر (۰/۱۲۱ در مقابل ۰/۱۰۵) و مقادیر $Var/CVaR$ بالاتر نسبت به مدل مارکوویتز بود که حکایت از نوسانات روزانه بیشتر و ریسک زیان‌های شدید کوتاه‌مدت دارد. از سوی دیگر، همین پرتفوی حداکثر افت سرمایه کمتری (۱۵/۸٪) در مقابل ۲۲/۳٪ را تجربه کرد که نشان‌دهنده مقاومت بهتر در برابر کاهش‌های بلندمدت بازار و حفظ بهتر سرمایه در افق زمانی بلندتر است. این نتایج به ظاهر متضاد، در واقعیت مکمل یکدیگر هستند و ابعاد مختلف ریسک را نشان می‌دهند: مدل مارکوویتز به دلیل ماهیت ریاضی و فرض توزیع نرمال، در کنترل نوسانات روزانه و مدیریت ریسک‌های شدید کوتاه‌مدت عملکرد بهتری دارد. این ویژگی‌ها باعث می‌شود که پرتفوی بهینه‌شده توسط این مدل، از نوسانات کمتری در کوتاه‌مدت برخوردار باشد و از زیان‌های بسیار شدید جلوگیری کند. از طرفی، الگوریتم WCA در مدیریت ریسک افت سرمایه گسترده عملکرد بهتری دارد. الگوریتم‌های فرا ابتکاری مانند WCA، با جستجوی کارآمد در فضای پاسخ، ممکن است به ترکیبی از دارایی‌ها دست یابند که اگرچه در روزهای عادی نوسان بیشتری دارند، اما در دوران کاهش شدید بازار، همبستگی پایین‌تری از خود نشان می‌دهند. این ویژگی باعث می‌شود که در مواجهه با یک بحران مالی، ارزش پرتفوی با سرعت و عمق کمتری کاهش یابد و در نتیجه، حداکثر افت سرمایه کمتری را ثبت کند. به عبارت دیگر، این پرتفوی در شرایط بحرانی مقاوم‌تر است و توانایی بیشتری در حفظ ارزش سرمایه دارد. بنابراین، این یافته نشان می‌دهد که برتری یک الگوریتم به تعریف سرمایه‌گذار از ریسک بستگی کامل دارد. اگر هدف سرمایه‌گذار کاهش نوسانات روزانه و جلوگیری از شوک‌های کوتاه‌مدت باشد، مدل مارکوویتز ممکن است گزینه بهتری باشد. اما اگر هدف حفظ سرمایه در برابر رکودهای گسترده و طولانی مدت بازار (مانند آنچه در بازار ایران تجربه می‌شود) باشد، الگوریتم WCA با وجود نوسانات بیشتر، عملکرد بهتری خواهد داشت. این مسئله، لزوم نگاه چندبعدی به ریسک را بیش‌ازپیش نمایان می‌سازد. در پاسخ به فرضیه ۳ از آزمون‌های زیر استفاده شده است و نتایج حاصل از آن‌ها را می‌توان به‌طور خلاصه بیان کرد:

۱. تحلیل همگرایی (تعداد تکرار برای رسیدن به جواب بهینه)؛ ۲. معیار زمان محاسبات
الگوریتم WCA با وجود همگرایی کندتر (تکرارهای بیشتر)، به مقدار نهایی بهینه‌تری (تابع هدف پایین‌تر) رسید، لذا الگوریتم WCA از نظر زمان محاسباتی و کیفیت جواب نهایی برتر است. اما می‌دانیم استدلال فوق کافی نیست و نیاز به دلایل علمی و آماری دقیق دارد. با اجرای مکرر و آزمون آماری توسط معیار زمان محاسبات که یکی از دقیق‌ترین معیارهاست، دریافته‌های جدول ۹ و معیار زمان محاسبات ملاحظه می‌شود که این برتری اتفاقی نیست و به‌طور

سیستماتیک و قابل تکرار رخ داده است. ادعای فرضیه سوم مبنی بر کارایی بهتر الگوریتم چرخه آب کاملاً بر پایه شواهد تجربی مستحکم استوار است. این برتری یک برتری مطلق نیست، بلکه یک برتری چندبعدی است که هم بعد کارایی (سرعت اجرا) و هم بعد اثربخشی (کیفیت جواب نهایی) را در برمی گیرد. در حوزه بهینه سازی، یافتن الگوریتمی که بتواند این دو ویژگی مطلوب و اغلب متضاد را همزمان داشته باشد، یک دستاورد قابل توجه محسوب می شود.

۵. بحث و نتیجه گیری

این مطالعه، به مقایسه و ارزیابی عملکرد دو الگوریتم هوشمند و فرا ابتکاری در بهینه سازی سبدهای سرمایه گذاری در بازار سهام ایران پرداخته شد. نتایج حاصله نشان می دهد که الگوریتم چرخه آب نسبت به الگوریتم گرگ خاکستری و روش های تحلیلی مارکویتز، در بهبود شاخص های مالی از جمله نسبت شارپ و کاهش ریسک سرمایه گذاری عملکرد برتری دارد. تحلیل های آماری استفاده شده در این پژوهش نشان می دهد که تفاوت های آماری معناداری بین عملکرد این الگوریتم ها وجود دارد، به طوری که الگوریتم چرخه آب توانسته است، ریسک را تا حد قابل توجهی کاهش دهد و به عنوان راه حل مؤثر در شرایط بازار ناپایدار پیشنهاد گردد. از نظر کاربردهای عملی، نتایج نشان می دهد که بهره گیری از این الگوریتم ها در مدیریت سبدهای سرمایه گذاری می تواند به تصمیم گیری های سریع تر، هوشمندانه تر و مبتنی بر داده های واقعی کمک کند. به عنوان نمونه، در دوره مورد مطالعه (۱۳۹۸ تا ۱۴۰۳) مشاهده شد که استراتژی های مبتنی بر الگوریتم چرخه آب، توانسته اند ریسک مجموعه های سرمایه گذاری را در مواجهه با نوسانات بازار به میزان قابل توجهی کاهش دهند، در حالی که بازدهی رقابتی را حفظ کرده اند. این یافته ها اهمیت بسیاری در توسعه ابزارهای هوشمند مدیریت مالی در بازار سرمایه ایران دارد، چرا که نشان می دهد استفاده از روش های مبتنی بر الگوریتم های نوین می تواند راهگشای کاهش نوسانات و افزایش کارایی در تصمیم گیری های مالی باشد. علاوه بر آن، تحلیل های کیفی نشان می دهد که این الگوریتم ها قابلیت تطبیق با شرایط متغیر بازار را دارند و می توان از آن ها در بخش های مختلف سرمایه گذاری بهره برد، که این امر، نویدبخش آینده ای روشن برای کاربردهای فناورانه در بازارهای مالی داخلی است. در نهایت، این مطالعه ضمن تأکید بر برتری عملکرد الگوریتم چرخه آب، پیشنهاد می کند که توسعه و ارتقاء این فناوری ها در مسیر مدیریت هوشمند دارایی ها، عزم جدی تر پژوهشگران و فعالان بازار سرمایه را می طلبد، تا بتوان از پتانسیل کامل این فناوری ها در افزایش سودآوری و کاهش ریسک بهره مند شد.

پیشنهادهای محدودیت ها: از آنجایی که الگوریتم های فرا ابتکاری، موضوعات به روزی هستند و استفاده از آن ها در بهینه سازی سبد سهام نتایج فراوانی داشته است، پیشنهاد می شود:

۱. از دیگر الگوریتم های فرا ابتکاری نیز برای بهینه سازی استفاده شود و نتایج آن با الگوریتم گرگ خاکستری و چرخه آب مقایسه شود.

۲. این بهینه سازی با اضافه شدن اختیار معاملات نیز انجام شود.

۳. از این الگوریتم ها در مسائل مالی دیگر نظیر پیش بینی قیمت سهم استفاده شود.

۴. بهینه سازی پارامترهای الگوریتم و همچنین تحلیل حساسیت الگوریتم ها در شرایط گوناگون مثلاً روشی مانند تاگوچی (Taguchi) یا طراحی آزمایش ها (Design of Experiments - DOE) می تواند در مطالعات آینده با روش های پیشرفته تری انجام شود.

۵. پیشنهاد می شود ترکیبی از این الگوریتم ها، در ریسک های خاص ایران (مانند شوک ارزی)، و استفاده از تکنیک های یادگیری عمیق برای پیش بینی پارامترها مورد بررسی قرار گیرد تا بتوان به پرتفویی دست یافت که همزمان در تمامی ابعاد ریسک عملکرد بهینه ای داشته باشد.

تعارض منافع: برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به عنوان شاهدی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافی ندارند.

References

1. Abdolalizadeh Shahir, S., & Eshghi, K. (2004). Application of Genetic Algorithm in Portfolio Selection Problem. *Iranian Journal of Economic Research*, 5(17), 175-192.
2. Ahmad, G., & Shahid, M. (2022, October). Towards portfolio selection in stock markets using grey wolf optimization approach. In *2022 International Conference on Data Analytics for Business and Industry (ICDABI)* (pp. 756-760). IEEE.
3. Aghamohammadi, R., Tehrani, R. & Khademi, M. (2022). Investigating the Effect of Study Period Selection on Solving Portfolio Optimization Based on Different Risk Criteria Using Meta-Heuristic Algorithms. *Financial Management Perspective*, 12(37), 95-122.
4. Akbarifard, H., & Alaei, R. (2019). Stock Portfolio Optimization Using Water Cycle Algorithm (Comparative Approach). *International Journal of Finance & Managerial Accounting*, 4(14), 59-71.
5. Chen, W. (2015). Artificial bee colony algorithm for constrained possibilistic portfolio optimization problem. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 429, 125-139.
6. Cheng, H., Zhou, H., & Shen, Y. (2024, November). An improved grey wolf optimization algorithm based on bounded subpopulation re-search strategy. I *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 2902, No. 1, p. 012035). IOP Publishing.
7. Eskandar, H., Sadollah, A., Bahreininejad, A., & Hamdi, M. (2012). Water cycle algorithm. A novel metaheuristic optimization method for solving constrained engineering optimization problems. *Computers Structures*, 110- 111: 151-166.
8. Eslami Bidgoli, G., & Tayebi Sani, E. (2013). A novel Meta-Heuristic method for solving an extended Markowitz Mean-Variance portfolio selection model. *Journal of Investment Knowledge*, 3, 101-122.
9. Gülpınar, N., & Rustem, B. (2007). Worst-case robust decisions for multi-period mean-variance portfolio optimization. *European Journal of Operational Research*, 183(3), 981-1000.
10. Imran, M., Hasan, F., Ahmad, F., Shahid, M., & Abidin, S. (2022, March). Grey Wolf Based Portfolio Optimization Model Optimizing Sharpe Ratio in Bombay Stock Exchange. In *International Conference on Machine Intelligence and Signal Processing* (pp. 331-339). Singapore: Springer Nature Singapore.
11. Gholami, N., & Shams Gharne, N. (2024). Presenting an Optimized CNN-LSTM Model for Stock Price Forecasting in the Tehran Stock Exchange. *Financial Management Perspective*, 14(45), 123-147.
12. Kriksciuniene, D., Sakalauskas, V., & Imbrasas, A. (2020, December). Grey wolf optimization model for the best mean-variance based stock portfolio selection. In *International Conference on Innovations in Bio-Inspired Computing and Applications* (pp. 120-130). Cham: Springer International Publishing.
13. Markowitz, H. M. (1991). Portfolio selection: Efficient diversification of investments. New York, NY: Yale University Press, John Wiley.
14. Mazraeh, N. B., Daneshvar, A., Madanchi zaj, M., & Roodposhti, F. R. (2022). Stock portfolio optimization using a combined approach of multi objective grey wolf

- optimizer and machine learning preselection methods. *Computational Intelligence and Neuroscience*, 2022(1): 5974842.
15. Mirjalili, A., Mirjalili, M., & Lewis, A. (2014). Grey Wolf Optimizer. *Advances in Engineering Software*, 69: 46–61.
 16. Mishra, S. K., Panda, G., & Majhi, B. (2016). Prediction based mean-variance model for constrained portfolio assets selection using multiobjective evolutionary algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 28, 117-130.
 17. Mossin, J. (1968). Optimal multiperiod portfolio policies. *The Journal of Business*, 41(2), 215-229.
 18. Moradi, M. (2017). Portfolio Optimization in Tehran Stock Exchange by Water Cycle Algorithm. *Financial Management Perspective*, 7(20), 9-32.
 19. Navidi, H. R., Nejoomi Markid, A., & Mirzazadeh, H. (2010). Portfolio Selection in Tehran Stock Exchange Market with a Genetic Algorithm. *Journal of Economic Research (Tahghighat-E-Eghtesadi)*, 44(4).
 20. Paiva, F. D., Cardoso, R. T. N., Hanaoka, G. P., & Duarte, W. M. (2019). Decision-making for financial trading: A fusion approach of machine learning and portfolio selection. *Expert Systems with Applications*, 115: 635–655.
 21. Perold, A. F. (1984). Large-scale portfolio optimization. *Management science*, 30(10), 1143-1160.
 22. Raei, R. (2002). Portfolio formation for the risk-tolerant investor: A comparison of neural networks and Markowitz. *Business Management Perspective (Management Perspective (Management Message))*, 2(2), 78-96.
 23. Sadollah, A., Eskandar, H., Kim, J. H., & Bahreininejad, A. (2014). Water cycle algorithm for solving multiobjective optimization problems. *Soft Computing*, 19: 2587-2603.
 24. Sadollah, A., Eskandar, H., & Kim, J. H. (2015). Water cycle algorithm for solving constrained multiobjective optimization problems. *Applied Soft Computing*, 27: 279-298.
 25. Strong (2000) Portfolio construction, management, and protection /. 2nd ed. South-Western College.