



بررسی ویژگی لیپتوکورتیک در مدل سازی قیمت گذاری استنفان کو مبتنی روش کاهش واریانس – شبیه سازی مونت کارلو

کیانوش فتحی واجارگاه^۱
حسین اسلامی مفیدآبادی^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۴/۰۱/۰۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۳/۱۲

چکیده

ویژگی های نامتقارن لیپتوکورتیک توزیع بازگشتی با چوله به یک سمت می باشد و دارای قله بلند و دم سنگین از توزیع نرمال است که به صورت تجربی مشاهده می شود. مدل بلک شولز از حرکت بروانی به منظور قیمت گذاری اختیار معامله استفاده می کند، هرچند که داده های بازارهای مالی وجود پرش در قیمت ها، نوسان پذیری تصادفی و چولگی در مقایسه با توزیع نرمال نشان می دهند. به منظور بهبود عملکرد بلک شولز، می بایست پرش هایی در مدل های قیمت گذاری دارایی ها وارد شوند. یکی از مسائل مورد پژوهش در دنیای مالی بحث قیمت گذاری و پوشش اختیار معامله است. به طوریکه در این پژوهش از مدل اندازه جهش های دارای توزیع نمایی دوتایی استنفان کو^۴ استفاده شده است. علاوه بر این، مدل استنفان کو قادر به تولید ویژگی لیپتوکورتیک از توزیع بازگشتی و مشاهدات جهش ناگهانی در قیمت های اختیار معامله است. شبیه سازی مونت کارلو نیز یک ابزاری است که به طور گسترده برای قیمت گذاری اختیار معامله استفاده می شود. با این حال اثر آن به شدت وابسته به استفاده از روش های موفق کاهش واریانس است. در این مقاله از اختیار معامله مانع^۵ استفاده شده است. همچنین، از روش متغیر کنترل کاهش واریانس استفاده شده است. بنابراین، در این پژوهش نقش تغییر مقادیر اختیار معامله مانع را بر اساس ویژگی لیپتوکورتیک در مدل بررسی شده است. از این رو، نتایج نشان داد که افزایش سطح اختیار معامله مانع باعث افزایش اختیار معامله می شود. همچنین، نتایج نشان داد که افزایش سطح اختیار معامله مانع تأثیر زیادی در کاهش واریانس دارد.

واژه های کلیدی: مدل کو، اختیار معامله مانع، شبیه سازی مونت کارلو، ویژگی لیپتوکورتیک..

طبقه بندی JEL: G12، G13، C6، C15، C17، C63، E37، E47، E47

۱ گروه آمار، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. نویسنده مسئول (k_fathi@iau-tmb.ac.ir)

۲ گروه حسابداری و مدیریت، واحد شهریار، دانشگاه آزاد اسلامی، شهریار، ایران. hossein.eslamimofidabadi@iau.ac.ir

1.leptokurtic
2.Stevens kou
3.Barrier



۱- مقدمه

موضوع حافظه بلند در نوسانات بازده دارایی در چهار دهه گذشته توجه زیادی را در مبانی نظری مالی و اقتصادسنجی به خود جلب کرده است. از منظر تجربی، حافظه طولانی زمانی خود را نشان می‌دهد که تابع خود همبستگی نمونه سری زمانی^۱ (ACF) خود همبستگی‌های قابل توجهی را در وقفه های طولانی نشان دهد. در حال حاضر یک واقعیت تلطیف شده کاملاً ثابت شده است که بازده مطلق (و تبدیل قدرت آنها) دارایی‌های مالی مختلف، همبستگی‌های سریالی مهم، مثبت و به آرامی را نشان می‌دهد، شبیه به فروپاشی هذلولی که توسط تابع خود همبستگی نمونه سری زمانی (ACF) فرآیندهای یکپارچه کسری ایجاد می‌شود (مراجعة کنید به، به عنوان مثال، تیلور^۲، ۱۹۸۶، دینگ و همکاران^۳، ۱۹۹۳، دینگ و گرنجر^۴، ۱۹۹۶). مطالعات متنوعی تلاش نموده‌اند تا توضیحات اقتصادی برای این واقعیت سبک‌بندی شده ارائه دهند و سازوکارهایی را نیز که چنین پایداری بالایی ایجاد می‌کنند، بررسی نمایند. این مبانی نظری به شدت بحث کرده است که آیا حافظه بلندمدت یک ویژگی ذاتی در فرآیند تولید بازده است یا یک مصنوع از تغییرات ساختاری نامکرر در واریانس غیر شرطی فرآیند تصادفی (یعنی غیر ایستا) است. مدل سازی مناسب سطح پایداری در نوسانات یک مسئله اقتصادی مهم است، زیرا پیامدهای مستقیمی بر قیمت دارایی‌ها و مشتقات دارد. در حالی که توانایی مدل‌های حافظه بلندمدت برای بهبود برازش درون نمونه توزیع بازده دارایی‌ها و پیش‌بینی‌های نوسانات خارج از نمونه هر دو به طور گسترده مورد مطالعه قرار گرفته‌اند (آگوستینیاک و همکاران^۵، ۲۰۲۵). در این رابطه آگوستینیاک و همکاران (۲۰۲۵)، با طرح این سوال که آیا حافظه بلندمدت یک ویژگی مرتبط برای قیمت گذاری اختیار معامله است نسبتاً ناشناخته باقی مانده است طی پژوهشی به ارایه چارچوب قیمت گذاری اختیارات معاملات کلی برای مدل‌های یکپارچه کسری وابسته در زمان گسسته پرداخته‌اند که شامل؛ فرآیندهای چند جزئی / کسری یکپارچه کسری (انتگرال چندجزئی) بوده و به رابطه‌های محاسباتی ارزش گذاری نیمه بسته را امکان پذیر می‌کند تا نشان دهد که گنجاندن پویایی نوسانات حافظه بلند مدت می‌تواند منجر به بهبود عملکرد قیمت گذاری در هر دو انتهای کوتاه و بلند طیف سررسید گردد (آگوستینیاک و همکاران، ۲۰۲۵). همچنین، در سال‌های اخیر نیز مبانی نظری مربوط به تقریب نامتقارن قیمت‌های اختیار معامله و نوسانات ضمنی به سرعت رشد کرده‌اند. کاستی‌های مدل پرش انتشار در ریسک بازارهای بزرگ منجر به توسعه مدل‌های مختلف قیمت گذاری با پرش شده‌اند که در آن بازار بزرگ به عنوان ناپیوستگی در قیمت‌ها به صورت تابع زمان هستند. مدل با پرش یک نمایش واقعی تر از نوسانات قیمت را ارائه می‌دهد و انعطاف پذیری بیشتری در این مدل سازی وجود دارد. از زمانی که بلک شولز و مرتون در سال ۱۹۷۳ میلادی مدلی را تحت عنوان مدل قیمت گذاری اختیار معامله با فرض کامل بودن بازار ارائه داده‌اند تا به امروز از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. مرتون در سال ۱۹۷۶ با اضافه کردن بخش پرش که بیانگر تغییرات ناگهانی قیمت سهام بنا به

^۱Time series autocorrelation function (ACF)^۲ Taylor^۳ Ding et al.^۴ Ding & Granger^۵ Augustyniak et al.

دلایلی همچون تغییر و تحول مدیریتی، اعتصاب کارمندان، تصمیمات دولتی است موجب بهبود این مدل شده است. مرتون با افزودن این بخش که از فرایند پواسن تبعیت می کرد باعث افزایش تعداد منابع تصادفی دخیل در قیمت سهام به دو منبع و در نتیجه منجر به قیمت گذاری اختیار معامله در شرایط ناکامل بودن بازار می شود. یکی دیگر از جنبه های مورد بررسی، حضور ریسک ها در قیمت گذاری و پوشش اختیار معامله است که می توان آن را به عنوان عامل مهمی در وجود پرش در نظر گرفت. اختیار معامله های مانع^۱ یک نوع از قراردادهای اختیار معامله نامتعارف است که آن ها نسبتاً شبیه به انواع قراردادهای استاندارد اما با ویژگی های مهم اختیار معامله های مانع هستند. یک اختیار معامله مانع با یک قیمت ثابت است که در آن قرارداد فعال یا پایان یافته است. آن ها می توانند به سبک اروپایی یا امریکایی باشند هر چند که سبک آن ها معمولاً به سبک اروپایی می باشد. همچنین، می توانند به صورت خرید یا فروش باشند. اختیار معامله مانع یک نوع از قرارداد اختیار معامله ای است که به عایدی قرارداد اختیار معامله وابسته است که در آن اگر دارایی پایه به قیمت رسیده باشد یا بیش از قیمت تعیین شده باشد اختیار معامله مانع می تواند حذفی^۲ باشد به این معنی که می تواند بی ارزش به پایان برسد، اگر دارایی پایه بیش از قیمت تعیین شده باشد محدود کردن سود برای دارنده و محدود کردن زیان برای فروشنده را دارا خواهد بود. اختیار معامله مانع یک نوع اختیار معامله نامتعارف در نظر گرفته می شود؛ زیرا که آن ها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به اختیار معامله های امریکایی یا اروپایی هستند. همچنین یک اختیار معامله از نوع مسیر وابسته در نظر گرفته می شوند به همین خاطر است که ارزش آن ها دارای نوسان است و به صورت تغییر ارزش دارایی اولیه در طول مدت اختیار معامله می باشد. به همین خاطر است که تغییر ارزش دارایی اولیه در طول مدت قرارداد اختیار معامله دارای نوسان است. ویژگی های نامتقارن لیبِتوکورتیک توزیع بازگشتی چوله به سمت راست یا چپ دارند قله بلند و دم سنگین است سپس توزیع نرمال به صورت تجربی مشاهده می شود. این ویژگی زمانی اتفاق می افتد که شکل توزیع به اوج خود رسیده باشد. سپس، توزیع نرمال یا منحنی زنگوله ای می باشد. در چنین توزیعی تغییرات کوچک کنترل در توزیع نرمال رایج هستند؛ اما رویدادهای شدید؛ مانند حرکت زیاد قیمت به احتمال زیاد اتفاق می افتد و به طور بالقوه بسیار بزرگ تر از یک توزیع نرمال می باشد. از این رو، با توجه به موارد بیان شده در قسمت بالا، این پژوهش با هدف بررسی ویژگی لیبِتوکورتیک در مدل سازی قیمت گذاری استفان کو مبتنی روش کاهش واریانس - شبیه سازی مونت کارلو انجام شده است.

۲- مبانی نظری و پیشینه تجربی پژوهش

در کسب و کار می توان از انواع راهبردهای قیمت گذاری در هنگام فروش یک محصول یا خدمات استفاده کرد. قیمت می تواند به طور کلی مجموعه ای برای به حداکثر رساندن سود برای هر واحد فروش و یا بازار باشد. می توان از آن برای دفاع از یک بازار موجود از افراد جدید، برای افزایش سهم بازار در بازار و یا برای ورود به یک بازار جدید مورد

1.Barrier
2.knock-out

استفاده قرار داد (گرگسون^۱، ۲۰۱۲). در این رابطه پژوهش های تجربی متنوعی برای قیمت گذاری دارایی های مالی انجام شده است. به طوریکه یکی از مهم ترین مدل های تجربی مدل بلک-شولز^۲ است. البته، پژوهش های تجربی زیادی برای اصلاح مدل بلک - شولز^۳ بر اساس حرکت براونی و توزیع نرمال انجام شده است. به طوریکه عمده آن مطالعات تجربی انجام شده دو ویژگی تجربی برجسته زیر را نمایان ساخته اند که شامل: (۱) ویژگی های لپتوکورتیک نامتقارن^۴. به عبارت دیگر، توزیع بازده هایی به سمت چپ متمایل است و دارای یک قله (اوج) بالاتر و و دم های سنگین تری نسبت به توزیع نرمال هستند؛ (۲) لبخند نوسان^۵ (تلاطم). به طور مشخص، اگر مدل بلک- شولز صحیح باشد، باید نوسان ضمنی ثابت باشد؛ اما به طور گسترده ای شناخته شده است که منحنی نوسان ضمنی، مانند یک لبخند، یک منحنی محدب نسبت به قیمت اجرای اختیار معامله دارد. برای گنجاندن ویژگی های نامتقارن و لپتوکورتیک در قیمت گذاری دارایی ها، مدل های متنوعی پیشنهاد شده است. این مدل ها به گونه ای طراحی شده اند که به توزیع های دارای دم های سنگین و اوج های تیز که در داده های مالی رایج است، توجه داشته باشند (کو و وانگ^۶، ۲۰۰۴).

۲-۱- روش های کاهش واریانس

متغیرهای کنترل شده

فرض کنید می خواهیم $E[g(X)]$ را که در آن $X = (X_1, \dots, X_n)$ است را برآورد کنیم. اما فرض کنید که به ازای یک تابع معلوم f متوسط مقدار $f(X)$ معلوم است، به طور مثال اگر داشته باشیم:

$$E[f(X)] = \mu$$

آنگاه برای هر عدد ثابت a می توانیم:

$$w = g(x) + a[f(x) - \mu] \quad (1)$$

را به عنوان یک برآوردگر $E[g(x)]$ به کار می بریم حال

$$var(w) = var[g(X)] + a^2 var[f(x)] + 2acov[g(x), f(x)] \quad (2)$$

محاسبات ساده نشان می دهد که مقدار فوق حداقل می شود هرگاه:

$$a = \frac{-cov[f(x), g(x)]}{var[f(x)]} \quad (3)$$

و برای این مقدار از a :

$$var(w) = var[g(x)] - \frac{cov^2[f(x), g(x)]}{var[f(x)]} \quad (4)$$

که موجب کاهش واریانس می شود (غلامی و میرترابی، ۱۳۹۱).

¹ Gregson

² the Black-Scholes model

³ the Black-Scholes model based on Brownian motion

⁴ The asymmetric leptokurtic features

⁵ The volatility smile.

⁶. Kou & Wang

۲-۲- اختیار معامله مانع^۱

هشت نوع از اختیار معامله ها وجود دارد که اختیار معامله های up(down) و out(in) نامیده می شوند. برای مثال، قیمت up and out خرید اختیار معامله داده می شود با؛

$$UOC = E[e^{-rT}(S(T) - K)^+ 1_{\{max_{0 \leq t \leq T} S(t) \leq B\}}]$$

که در آن $S(t) \leq B$

سطح اختیار معامله مانع می باشد (کو و وانگ^۲، ۲۰۰۴).

۲-۳- پیشینه تجربی پژوهش

آگوستینیاک و همکاران^۳ (۲۰۲۵)، طی پژوهشی به موضوع یک چارچوب قیمت گذاری اختیارات معاملات کلی برای مدل های یکپارچه کسری وابسته پرداخته اند. در این پژوهش تأثیر ادغام کسری بر مدل سازی نوسانات و قیمت گذاری گزینه مورد بررسی قرار گرفته است. آن ها در این پژوهش یک چارچوب کلی قیمت گذاری زمان گسسته را بر اساس مدل های نوسانات چند جزئی وابسته پیشنهاد نموده اند که نمایش های آرچ^۴ (∞) را می پذیرند. این نه تنها تنوع زیادی از مدل های قیمت گذاری گزینه را از مبانی نظری پژوهش موجود در خود جای می دهد، بلکه امکان معرفی مدل های جدید قیمت گذاری گارچ^۵ با حافظه بلند کوواریانس-ایستا را نیز فراهم می کند. با استفاده از توصیف مجموع نامحدود تابع تولید تجمعی قیمت ثبت دارایی، عبارات نیمه صریح را برای ارزیابی مشتقات به سبک اروپایی تحت یک عامل تنزیل تصادفی وابسته به واریانس کلی استخراج نموده اند. علاوه بر این، آن ها یک تحلیل تجربی گسترده با استفاده از بازده و اختیارات معاملات استاندارد و پورز^۶ (۵۰۰) در دوره ۱۹۹۶-۲۰۱۹ انجام داده اند. به طور کلی، آن ها نشان داده اند هنگامی که محتوای اطلاعاتی از اختیارات معاملات در فرآیند تخمین پارامتر گنجانده می شود، گنجاندن پویایی کسری یکپارچه در نوسانات^۷ برای بهبود عملکرد قیمت گذاری اختیارات معاملات خارج از نمونه سودمند است. بیشترین پیشرفت ها در خطاهای ریشه میانگین مربعات نوسانات ضمنی برای اختیارات معاملاتی با سررسید بیشتر از یک سال رخ می دهد که در مقایسه با مدل های استاندارد حافظه کوتاه یک و دو جزئی^۸ به ترتیب به ۲۸ و ۱۸ درصد می رسد.

گیلی و همکاران^۹ (۲۰۱۹)، طی پژوهشی به موضوع درجه بندی (کالیبراسیون) مدل های قیمت گذاری اختیارات معاملات پرداخته اند. آن ها نحوه درجه بندی (کالیبراسیون) سازی پارامترهای مدل های قیمت گذاری اختیارات معاملات را توضیح داده اند تا این مدل ها با قیمت های بازار مطابقت داشته باشند. آن ها با بلک-شولز موردی که

1. Option Barrier

2. Kou & Wang

3. Augustyniak et al.

4. ARCH

5. GARCH

6. S&P 500

7. Fractionally integrated dynamics in volatility

8. Standard one- and two-component short-memory models

9. Gilli et al.

در آن فقط به یک پارامتر نیاز بود را در خصوص مدل سازی (نوسانات ضمنی) مورد توجه قرار داده اند. سپس، مدل های دیگری که نیاز به تنظیم چندین پارامتر در مدل سازی مورد نیاز بود مورد استفاده قرار گرفته است. آن ها بیان نموده اند که برای چنین مدل هایی، کالیبراسیون اغلب منجر به مشکلات بهینه سازی می شود که با روش های استاندارد قابل حل نیستند، از این رو، آن ها از روش های اکتشافی (تکامل دیفرانسیل و بهینه سازی ازدحام ذرات) استفاده نموده اند. آن ها چندین نمونه را بررسی نموده اند که مانند مدل نوسانات تصادفی هستون یا مدل بیتس که شامل پرش ها است. نتایج پژوهش آن ها نشان داد که چگونه می توان اختیارات معاملات را در این مدل ها با استفاده از تابع مشخصه قیمت گذاری نمود و چگونه پارامترهای مدل ها را با فنون اکتشافی درجه بندی (کالیبراسیونی) نمود. در طول مسیر مدل سازی، مقدمه ای کوتاه بر ادغام عددی ارائه و قوانین نیوتن کوتس و گاوس را توضیح نمونه محاسبات عددی آن نیز ارائه شده است.

کو و وانگ^۱ (۲۰۰۴)، طی پژوهشی به موضوع قیمت گذاری اختیارات معاملات تحت مدل کو با استفاده از مدل انتشار پرش دوگانه پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند که قابلیت کشش پذیری تحلیلی یکی از چالش هایی است که بسیاری از مدل های جایگزین با آن مواجه هستند که سعی در تعمیم مدل قیمت گذاری اختیار معامله بلک شولز برای ترکیب ویژگی های تجربی بیشتر دارند. هدف آنها از این پژوهش گسترش قابلیت کشش تحلیلی مدل بلک شولز به مدل های جایگزین با پرش بوده است. آن ها نشان داده اند که یک مدل انتشار پرش نمایی دوگانه می تواند به یک تقریب تحلیلی برای اختیارات معاملات آمریکایی افق محدود (با گسترش روش بارون-آدسی و ویلی) و راه حل های تحلیلی برای اختیارات معاملات رایج وابسته به مسیر (مانند نگاه به عقب، مانع، و دائمی اختیارات معاملات آمریکایی) منجر شود. مثال های عددی آن ها نشان می دهند که رابطه های ریاضی و محاسباتی (عددی) به راحتی قابل پیاده سازی هستند و دقیق هستند.

کونت و تانکوف^۲ (۲۰۰۴)، کتاب مدل سازی مالی با فرآیندهای پرشی یکی از منابع کلیدی در حوزه ریاضیات مالی و قیمت گذاری مشتقات مالی است. این کتاب چارچوب سنتی بلک-شولز را گسترش می دهد و مدل هایی را ارائه می دهد. به بیان دیگر، کتاب فوق از مهم ترین منابع برای درک مدل های پیشرفته در قیمت گذاری مشتقات مالی و مدیریت ریسک است. این مدل ها در بانکداری، سرمایه گذاری، معاملات الگوریتمی، و پوشش ریسک به طور گسترده استفاده می شوند.

کار و مدان^۳ (۱۹۹۹)، طی پژوهشی به موضوع ارزش گذاری اختیار معامله با استفاده از تبدیل فوری سریع^۴ (FFT) پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند که در این پژوهش، یک الگوریتم تبدیل فوری سریع برای ارزش گذاری آپشن های چندارایی تحت عدم قطعیت ناشی از رکود اقتصادی ارائه شده است. محور اصلی این تحقیق، بررسی مسئله چندبعدی بودن در قیمت گذاری آپشن ها، هم در حالت محدود و هم در حالت نامحدود است. مفهوم رکود اقتصادی در مدل لحاظ شده است. دلیل اصلی گنجاندن نوسان پذیری ناشی از رکود اقتصادی، این واقعیت است

¹ Kou & Wang

² Cont & Tankov

³ Carr and Madan

⁴ Fast Fourier transform approach

که نوسانات بازار در دوران رکود اقتصادی به طور چشمگیری در مقایسه با دوران بدون رکود افزایش می یابد. کاربرد الگوریتم تبدیل فوریه سریع در قیمت گذاری آپشن های چندداری بررسی شده است. یک نتیجه جدید در قیمت گذاری آپشن ها حاصل شد که امکان ارائه قیمت های دقیق و کارآمد را هم در شرایط رکود و هم در شرایط بدون رکود فراهم می کند. نتایج عددی برای دارایی های سه بعدی ارائه شده است، که در آن، مدل بلک-شولز به عنوان معیاری برای مقایسه کارایی روش مورد استفاده قرار گرفته است.

مرتون^۱ (۱۹۷۶)، طی پژوهشی به موضوع قیمت گذاری اختیار معامله زمانی که بازده سهام پایه ناپیوسته است، پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند که اعتبار رابطه محاسباتی سنتی قیمت گذاری اختیار معامله بلک-اسکولز به توانایی سرمایه گذاران برای پیروی از یک راهبرد سبب پویا در سهام بستگی دارد که ساختار بازده نسبت به اختیار معامله مشابه تکرار می شود. فرض حیاتی مورد نیاز برای امکان پذیر بودن چنین راهبردی این است که پویایی بازده سهام را می توان با یک فرآیند تصادفی با یک مسیر نمونه پیوسته توصیف نمود. در این پژوهش، یک رابطه محاسباتی قیمت گذاری اختیار معامله برای حالت عمومی تر، یعنی زمانی که بازده سهام پایه^۲ توسط ترکیبی از فرآیندهای پیوسته و پرش ایجاد می شود، مشتق می شود. رابطه محاسباتی مشتق شده دارای بسیاری از ویژگی های جذاب رابطه محاسباتی اصلی بلک شولز است، زیرا به ترجیحات سرمایه گذار با آگاهی از بازده مورد انتظار سهام پایه بستگی ندارد. علاوه بر این، همان تحلیل اعمال شده در مورد اوراق اختیار معاملات به قیمت گذاری اوراق بدهی های شرکتی نیز قابل تعمیم است.

بلک-شولز^۳ (۱۹۷۳)، طی پژوهشی به موضوع مدل سازی قیمت گذاری اختیار معامله و اوراق بدهی های شرکتی پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند در صورتی که قیمت گذاری رابطه محاسباتی (آپشن ها) در بازار به درستی انجام شده باشد، نباید امکان کسب سود بدون خطر از طریق ایجاد پرتفویی از موقعیت های خرید و فروش در گزینه ها و سهام پایه آن ها وجود داشته باشد. با استفاده از این اصل، یک فرمول نظری برای ارزش گذاری گزینه ها استخراج می شود. از آنجائی که تقریباً تمام بدهی های شرکتی را می توان به عنوان ترکیبی از اختیار معاملات در نظر گرفت، این رابطه محاسباتی و تحلیل مرتبط با آن را می توان برای ارزش گذاری بدهی های شرکتی مانند سهام عادی، اوراق قرضه شرکتی و وارانته ها نیز به کار برد. به طور خاص، این رابطه محاسباتی می تواند برای محاسبه تخفیفی که باید برای یک اوراق قرضه شرکتی در نظر گرفته شود به دلیل احتمال نکول (ورشکستگی) مورد استفاده قرار گیرد.

ربیعی فرد و پورطاهری (۱۳۹۵)، طی پژوهشی به موضوع قیمت گذاری اختیارات آمریکایی تحت مدل کو با استفاده از روش مونت کارلو پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند که قیمت گذاری اختیارات از مباحث اصلی در تجزیه و تحلیل مشتقات مالی است. اما، متأسفانه رابطه محاسباتی دقیقی برای محاسبه قیمت اختیار فروش آمریکایی وجود ندارد، ولی به کمک روش های عددی و محاسبات مبتنی بر تقریب می توان قیمت این اختیارات را تا حد رضایت بخشی محاسبه نمود. یکی از این روش های عددی، روش شبیه سازی مونت کارلو است. به دلیل اینکه

¹ Merton

²The underlying stock returns (USR)

³The Black & Scholes (B-S)

ارزش مشتقات از قیمت دارایی پایه مشتق شده است. بنابراین، در قیمت گذاری اختیارات دینامیک دارایی پایه از اهمیت بسیاری برخوردار است. از این رو، آن ها در این پژوهش ابتدا به بیان مدل کو و معرفی یکی از روش های مونت کارلو به نام روش رگرسیون پرداخته شده است. در ادامه، نیز قیمت اختیارات آمریکایی به عنوان یک دارایی پایه با پیروی از مدل استفان کو و با استفاده از روش رگرسیون نتایج به دست آمده است.

هوشمند نقابی و همکاران (۱۳۹۶) طی پژوهشی به موضوع تبیین مقایسه ای مدل های قیمت گذاری دارایی سرمایه ای کلاسیک و رفتاری در بازار سرمایه ایران پرداخته اند. یافته های تحقیق نشان می دهد مدل های قیمت گذاری دارایی سرمایه ای کلاسیک در مقایسه با مدل های قیمت گذاری دارایی سرمایه ای رفتاری در بازار سرمایه ایران دارای قدرت تبیین بیشتری می باشد. این در حالی است که مدل استاندارد قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای (CAPM)، دارای بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۶۶/۸۹ درصد)، و مدل تعمیم یابنده قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای (X-CAPM)، نیز در بین مدل های رفتاری دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً ۴۸/۴۱ درصد) برخوردار می باشند. سپس، در رتبه بندی دوم مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای کاهشی - نامطلوب (D-CAPM) بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۶۱/۸۱ درصد)، و قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای رفتاری (BAP)، دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً ۴۳/۱۶ درصد) برخوردار می باشند. سپس، در رتبه بندی سوم مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای تعدیلی (A-CAPM)، مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای شرطی (I-CAPM)، مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای تجدیدنظر شده (R-CAPM)، مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای مصرفی (C-CAPM)، به ترتیب دارای بیشترین قدرت تبیین (تقریباً ۵۹/۴۹ درصد)، (تقریباً ۴۸/۶۴ درصد)، (تقریباً ۵۲/۱۰ درصد)، (تقریباً ۴۹/۹۴ درصد)، می باشند. همچنین، مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای رفتاری (BAP)، در بین مدل هایی رفتاری دارای کمترین قدرت تبیین (تقریباً ۴۳/۱۶ درصد) برخوردار می باشند. عزیزاده و همکاران (۱۳۹۹)، طی پژوهشی به موضوع مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت گذاری دارایی سرمایه ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران با رویکرد تابع رگرسیون دو مرحله ای فاما و مکبث پرداخته اند. نتایج نشان می دهد که خطای قیمت گذاری در مدل تعدیل شده با نقدشوندگی نسبت به مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای مبتنی بر مصرف سنتی کمتر مشاهده می شود. شواهد این مطالعه بر اهمیت نقش نقدشوندگی در قیمت گذاری دارایی نیز تاکید می کند.

نوذر پور و کیقبادی (۱۴۰۰)، طی پژوهشی به موضوع مدل سازی قیمت گذاری توزیع اطلاعات بر مبنای محدودیت تأمین مالی، استراتژی تجاری و راهبری شرکتی با رویکرد معادلات ساختاری پرداخته اند. آن ها بیان نموده اند که جریان اطلاعات در محیط بازار، رفتار فعالان بازار را تحت تأثیر قرار می دهد. طبیعی است که افراد فعال در بازار، سهم متفاوتی از این گردش اطلاعات داشته باشند. به منظور بررسی موضوع مطالعه، پس از استخراج داده های مربوط به شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، از مدل رگرسیونی داده های ترکیبی برای آزمون فرضیه های تحقیق استفاده شده است. قیمت گذاری عدم تقارن اطلاعاتی، در شرایط محدودیت مالی بالا کاهش می یابد. همچنین، در سطوح راهبری شرکتی بالاتر، کمتر است از طرف دیگر قیمت گذاری عدم تقارن اطلاعاتی در سطوح با راهبرد جسورانه، بیشتر است. محدودیت مالی منجر به تفاوت در هزینه سرمایه بین

شرکت های دارای عدم تقارن اطلاعاتی بالا با شرکت های دارای عدم تقارن اطلاعاتی پایین می شود، راهبری شرکتی منجر به افزایش شفافیت اطلاعاتی و مخابره اخبار مساعد به بازار سرمایه شده و راهبرد جسورانه اختیارات بیشتری برای مدیران فراهم می کند، زیرا دنبال کردن استراتژی مبتنی بر بازار و نوآورانه نیازمند سرمایه گذاری در چندین فناوری جدید است تا موجب طراحی محصولات و اکتشاف بازارهای جدید شود.

بلغوریان و همکاران (۱۴۰۰)، طی پژوهشی به موضوع مقایسه عملکرد نظریه قیمت گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب و مدل بتای پاداشی در پیش بینی بازده سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران پرداخته اند. نتایج این پژوهش نشان می دهد که طی دوره ۱۳۸۰ تا ۱۳۹۷ در مورد سهام با ارزش بازار کوچکتر، نظریه قیمت گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب عملکرد بهتری در پیش بینی بازده در بورس اوراق بهادار تهران نسبت به مدل بتای پاداشی از خود نشان می دهد.

نصیری و همکاران (۱۴۰۲)، طی پژوهشی به موضوع بررسی تجربی مدل قیمت گذاری بلک شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران پرداخته اند. تایج پژوهش حاکی از آن است که قیمت های پیشنهادی مدل بلک شولز بالاتر از قیمت اختیارهای خرید قیمت گذاری شده است. ضمن آنکه مقدار درصد انحرافات و یو-تیل (U-theil) در اختیارهای خرید در سود (ITM) کمتر از اختیار های خرید در زیان (OTM) می باشد.

۳-روش شناسی پژوهش

به کارگیری ابزارهای نوین مالی و به طور خاص قراردادهای اختیار معامله به عنوان ابزاری برای مدیریت ریسک و ایجاد سودآوری، می تواند به رونق بورس و کاهش مشکلات بخش صنعت کمک کند. باوجود نوسانات قیمت دارایی ها و محصولات مالی، می توان گفت از بین انواع قراردادهای اختیار معامله، اختیار معامله می تواند نقش مؤثرتری در کاهش ریسک این قراردادها ایفا نماید. از این رو، با توجه به این موضوع، این پژوهش با هدف بررسی ویژگی لیپتوکورتیک در مدل سازی قیمت گذاری استفان کو مبتنی روش کاهش واریانس - شبیه سازی مونت کارلو انجام شده است. به طوری که در ادامه چارچوب نظری و تجربی برای تخمین (برآورد) مدل های تجربی پژوهش ارائه شده است.

۳-۱- معرفی مدل استفان کو

مدل شامل دو بخش مختلف است. بخش اول توسط حرکت بروانی هندسی ادامه پیدا می کند و بخش دوم بخش پرش با لگاریتم اندازه پرش است که توزیع نمایی دوتایی و تکرار پرش ها توسط رویداد تازه از فرایند پواسن تعیین می شوند. سهمیه سهام با مشتقات جزئی معادله دیفرانسیل به صورت زیر توضیح داده شده است (کو، ۲۰۰۱؛ کو و وانگ، ۲۰۰۴).

$$\frac{dS(t)}{dS(t-)} = \mu dt + \sigma dW(t) + d\left(\sum_{i=0}^{N(t)} (V_i - 1)\right) \quad (5)$$

¹.Kou & Wang

².Kou

که در آن معادله بالا وجود دارد:

M: ضریب انباشتگی، σ : ضریب انتشار مقدار، $W(t)$: حرکت بروانی استاندارد می باشد، $N(t)$: فرایند پواسن با پارامتر λ است. مجموعه ای از متغیرهای مستقل با توزیع تصادفی نامنفی یکسان می باشد. بنابراین، $\{V_i\}$ دارای توزیع نمایی دوتایی نامتقارن است.

$$Y = \log(V)$$

از این رو، چگالی از توزیع نمایی دوتایی توسط معادله زیر داده می شود:

$$f_Y(y) = p\eta_1 e^{\eta_1 y} 1_{\{y \geq 0\}} + q\eta_2 e^{\eta_2 y} 1_{\{y < 0\}}$$

با شرط $\eta_2 > 0$ و $\eta_1 > 1$ و $p, q \geq 0, p + q = 1$ احتمال جهش رو به بالا و روبه پایین از قیمت سهام هستند؛ بنابراین از این راه نیز می توانیم بیان کنیم:

$$\log(V) = Y = \begin{cases} \zeta^+ & \text{با احتمال } p \\ -\zeta^- & \text{با احتمال } q \end{cases} \quad (6)$$

که در آن ζ^+ و ζ^- متغیر تصادفی توزیع نمایی با مقدار مورد انتظار $\frac{1}{\eta_1}$ و $\frac{1}{\eta_2}$ و هر دو باید به روش یکسان توزیع شوند. تمام متغیرهای تصادفی در معادله ۲ مستقل هستند و برای سادگی و به دست آمدن راه حل های تحلیلی برای قیمت اختیار معامله رانش و جهش ناگهانی ثابت فرض می شوند. بنابراین، حرکت بروانی و فرآیندهای پرش یک بعدی تصور می شوند. همه این محدودیت ها می توانند به راحتی به منظور توسعه یک مدل کلی لغو شوند. اگر معادله دیفرانسیل ۲ توسط لم ایتو حل شود آنگاه پویایی قیمت سهام را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$S(t) = S(0) \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W(t) \right\} \prod_{i=1}^{N(t)} V_i \quad (7)$$

که در آن معادله داریم:

(8)

$$E[Y] = \frac{p}{\eta_1} - \frac{q}{\eta_2}, \text{Var}[Y] = pq \left(\frac{1}{\eta_1} - \frac{1}{\eta_2} \right)^2 + \left(\frac{p}{\eta_1} + \frac{q}{\eta_2} \right) \text{و } E(V) = E(e^Y) = q \frac{\eta_2}{\eta_2 + 1} + p \frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}, \eta_1 > 1, \eta_2 > 0$$

$\eta_1 > 1$ ضروری است زیرا در غیر این صورت نمی تواند $E(V) < \infty$ و $E(S(t)) < \infty$ را تامین کند. با توجه به این فرض، میانگین پرش بیش از ۱۰۰٪ غیر ممکن است. توزیع نمایی دوتایی دارای دو ویژگی می باشد که برای مدل قابل توجه است. اولین ملاک از ویژگی های لپتوکورتیک و دومین ویژگی فقدان حافظه می باشد (کو^۱، ۲۰۰۱). اگر پویایی قیمت سهام از معادله ۴ به دست آید، معادله برای سبک اختیار معامله اروپایی به صورت زیر است (کو^۲، ۲۰۰۱).

$$V_t = -\frac{1}{2} \sigma^2 S^2 V_{SS} - (r - \lambda \alpha) S V_S + (r + \lambda) V - \lambda \int_{\mathbb{R}^+} V(Sy, t) f_Y(y) dy \quad (9)$$

¹.Kou & Wang

².Kou & Wang

۳-۲- راه تحلیلی برای اختیار معامله خرید مانع^۱

یکی از روش های کاهش واریانس (متغیرهای کنترل شده)، روش شبیه سازی مونت کارلو بوده که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

(۱۰)

$$CPrice_{UOC}(T, S(0), K, B, \sigma, r, \lambda, p, \eta_1, \eta_2) = S(0)\psi(r + \frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda\zeta, \sigma, \tilde{\lambda}, \tilde{p}, \tilde{\eta}_1, \tilde{\eta}_2; \log(K/S(0)), \log(B/S(0)), T) - Ke^{-rT} \cdot \psi(r - \frac{1}{2}\sigma^2 - \lambda\zeta, \sigma, \lambda, p, \eta_1, \eta_2; \log(K/S(0)), \log(B/S(0)), T).$$

C: ضریب متغیر کنترل، T: زمان سررسید، B: سطح اختیار معامله مانع است. که در آن:

$$\tilde{\eta}_2 = \eta_2 + 1, \tilde{p} = \frac{p}{1+\zeta} \cdot \frac{\eta_1}{\eta_1-1}, \eta_1 - 1 = \tilde{\eta}_1, \tilde{\lambda} = \lambda(\zeta + 1)$$

و:

$$\zeta = E[V] - 1 = \frac{p\eta_1}{\eta_1 - 1} + \frac{q\eta_2}{\eta_2 + 1} - 1$$

و:

$$\Psi(\mu, \sigma, \lambda, p, \eta_1, \eta_2; a, b, T) = P[Z(T) \geq a, \max_{0 \leq t \leq T} Z(t) \geq b]$$

که تحت $P, Z(t)$ دارای فرایند نمایی دوتایی پرش انتشار با ضریب تعیین μ و جهش ناگهانی σ و نرخ جهش λ .

و:

$$Z(t) = \mu t + \sigma W(t) + \sum_{i=1}^{N(t)} Y_i$$

و Y دارای توزیع نمایی دوتایی با چگالی:

$$f_Y(y) = p\eta_1 e^{\eta_1 y} 1_{\{y \geq 0\}} + q\eta_2 e^{\eta_2 y} 1_{\{y < 0\}}$$

متغیر کنترل (CV) مورد انتظار از اختیار معامله up and out Barrier توسط به کار بردن معادله بالا با سطح اختیار معامله $B_{CV} = Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}$ به دست می آید.

(۱۱)

$$ECV_{UOC}(T, S(0), K, B, \sigma, r, \lambda, p, \eta_1, \eta_2) = CPrice_{UOC}(T, S(0), K, Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}, \sigma, r, \lambda, p, \eta_1, \eta_2)$$

برای اختیار معامله مانع از روش کنترل متغیر (CV) استفاده شده است.

$$UOC(M) = (S(T) - K)^+ 1_{\{M < B\}} \quad (12)$$

M با بیشترین قیمت سهام تا زمان سررسید مشخص می شود:

$$M = \max_{0 \leq i \leq d} S(t_i), M = \sup_{0 \leq t \leq T} S(t)$$

d با تعداد نقاط کنترل در زمان t_i مشخص می شود و داریم $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_d = T$

$$1_{\{\sup_{0 \leq t \leq T} S(t) < B_{CV}\}} = 1_{\{\sup_{0 \leq t \leq T} \log S(t) < \log B_{CV}\}} = \prod_{i=1}^d 1_{\{\log M_i < \log B_{CV}\}} \quad (13)$$

¹. up and out Barrier call option (up and out)

1. Control Varite

که در آن معادله داریم:

$$M_i = \sup_{t_{i-1} \leq u \leq t_i} S(u)$$

$$\text{upward shifted barrier } B_{CV} = Be^{\beta\sigma\sqrt{\Delta t}}$$

می باشد. استفاده از احتمال مارکوف از حرکت بروانی و شرطی مستقل:

(۱۴)

$$\begin{aligned} & E[(S(T) - K)^+ 1_{\{\sup_{0 \leq t \leq T} S(t) < B_{CV}\}} | S(0), S(t_1), \dots, S(T)] \\ &= (S(T) - K)^+ E \left[\prod_{i=1}^d 1_{\{\log M_i < \log B_{CV}\}} \middle| S(0), S(t_1), \dots, S(T) \right] \\ &= (S(T) - K)^+ \prod_{i=1}^d E[1_{\{\log M_i < \log B_{CV}\}} | \log S(t_{i-1}), \log S(t_i)] \\ &= (S(T) - K)^+ \prod_{i=1}^d p_i \end{aligned}$$

که در آن p_i به صورت زیر داده می شود

$$\begin{aligned} p_i &= P(\log M_i < \log B_{CV} | \log S(t_{i-1}), \log S(t_i)) \\ &= 1 - \exp \left(- \frac{2(\log B_{CV} - \log S(t_{i-1}))^+ (\log B_{CV} - \log S(t_i))^+}{\sigma^2 \Delta t} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

در این مورد قیمت سهام فعلی کوچکتر از *shifted barrier* می باشد. اما بزرگتر از اختیار معامله مانع اصلی است. بنابراین، فرمول داده شده در معادله ۱۴ را نمی توان مستقیماً با امید ریاضی شرطی محاسبه کرد، به عنوان زمان توقف می تواند از زمان سر رسید کوچکتر باشد.

$$i^* = \min \{d, \min\{i \geq 0: B < S(t_i) < B_{CV}\}\}$$

شرط مورد انتظار از CV با توجه به اطلاعات بالا در زمان توقف i^* به صورت زیر داده می شود

(۱۶)

$$\begin{aligned} & E[(S(T) - K)^+ 1_{\{\sup_{0 \leq t \leq T} S(t) < B_{CV}\}} | S(0), \dots, S(t_{i^*})] \\ &= E \left[(S(T) - K)^+ 1_{\{\sup_{0 \leq u \leq t_{i^*}} S(u) < B_{CV}\}} 1_{\{\sup_{t_{i^*} \leq u \leq T} S(u) < B_{CV}\}} \middle| S(0), \dots, S(t_{i^*}) \right] \\ &= \left(\prod_{i=1}^{i^*} p_i \right) E \left[(S(T) - K)^+ 1_{\{\sup_{t_{i^*} \leq u \leq T} S(u) < B_{CV}\}} \middle| S(t_{i^*}) \right] \end{aligned}$$

که در آن p_i ها با معادله ۱۵ داده می شود. توجه کنید که زمانی که $i^* = d$ معادله ۱۶ برابر با معادله ۱۴ است. به معنای دیگر، زمانی که $i^* < d$ ، در معادله ۱۶ قرارداد اختیار معامله مانع با قیمت سهام اولیه $S(t_{i^*})$ و سر رسید $T - t_{i^*} = (d - i^*)\Delta t$ مورد انتظار است.

$$UOC = E[e^{rT} (S_t^{(i)} - K)^+ 1_{\{M < B_{CV}\}}] \quad (17)$$

۳-۳- ویژگی لپتوکورتیک

با استفاده از:

$$S(t) = S(0) \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) t + \sigma W(t) \right\} \prod_{i=1}^{N(t)} V_i$$

بازگشت فاصله زمانی Δt توسط رابطه محاسباتی زیر داده شده است:

(۱۸)

$$\frac{\Delta S(t)}{S(t)} = \frac{S(t + \Delta t)}{S(t)} - 1 = \exp \left\{ \left(\mu - \frac{1}{2} \sigma^2 \right) \Delta t + \sigma (W(t + \Delta t) - W(t)) + \sum_{i=N(t)+1}^{N(t+\Delta t)} Y_i \right\} - 1$$

که در آن جمع بیش از یک مجموعه تهی صفر در نظر گرفته می شود اگر فاصله زمانی Δt کوچک باشد، همانطور که در مورد مشاهدات روزانه، بازده می تواند تقریب در توزیع با نادیده گرفتن شرایط دستورات Δt و به کار بردن نمایی $e^x \approx 1 + x + x^2/2$ ، توسط فرمول زیر داده می شود:

$$\frac{\Delta S(t)}{S(t)} \approx \mu \Delta t + \sigma z \sqrt{\Delta t} + B.Y \quad (۱۹)$$

که در آن B, Z نرمال استاندارد و متغیر تصادفی برنولی به ترتیب با $P(B = 0) = 1 - \lambda \Delta t$ و Y توسط ϵ داده می شود. نقطه عددی اضافی ویژگی هایی از داشتن قله بلندتر و دم های سنگین تر را که بیان می کند اگر هم $\frac{1}{\eta_1}$ (انتظارات اندازه پرش یا λ نرخ پرش) افزایش پیدا کند را نشان می دهد.

از معادله ۱۹ داریم:

$$\log S_t - \log S_{t-1} = \left(r - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dW_t + B.Y \quad (۲۰)$$

$$S_t = S_{t-1} \exp((r - \sigma^2/2)\Delta t + \sigma Z \sqrt{\Delta t} + B.Y) \quad (۲۱)$$

که در آن z دارای متغیر نرمال تصادفی است. بنابراین قیمت گذاری در اختیار معامله های خرید اروپایی تحت مدل پرش نمایی دوتایی از یک متغیر تصادفی نرمال برای هر مسیر در هر دوره زمانی تولید می شود.

۳-۴- روش مونت کارلو

پرجاذبه ترین ویژگی که روش های مونت کارلو دارد این است که مبتنی بر نمونه گیری و نمادهای احتمالاتی است. در واقع اساس تقریب مونت کارلو همانند اعتبار بر آوردگرهای گشتاوری تجربی است به این معنی که میانگین:

$$\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T h(x_i), \quad x_t \sim f(x) \quad (۲۲)$$

وقتی T به بینهایت برود به امید ریاضی $E_f[h(x)]$ میل می کند. به علاوه، دقت این تقریب عینا مانند دقت یک برآورد آماری است به این معنی که معمولا از مرتبه $O(\sqrt{T})$ است. بنابراین، به محض آنکه نمونه‌ی $x_1, \dots, x_T$ از توزیع f تولید شود، همه‌ی ابزارهای استاندارد آماری، از جمله بوت استرپ (در صورتی که داده‌های بیشتری مورد نیاز باشد)، روی آن قابل اعمال خواهند بود. تغییرپذیری یک آزمایش مونت کارلو بایستی مورد محاسبه قرار گیرد مخصوصا هنگامی که نتایج راجع به خروجی آن و ارزیابی‌هایی نسبت به تغییر پذیری دنباله‌ی تقریب‌ها ارائه می‌شود (کندال و همکاران، ۲۰۰۷). اما سهولت تحلیل این روش‌ها و رجوع نظام‌مند به شهود آماری تا اندازه‌ای بیانگر این مطلب است که چرا روش‌های مونت کارلو بر سایر روش‌های عددی رجحان دارند. تعبیر انتگرال‌ها به عنوان امید ریاضی $E_f[h(x)]$ از یکتایی به دور است. بنابراین، رویکردهای متنوعی برای تقریب فوق ممکن است. محدوده‌ی انتخاب‌ها با راهبردهای نمونه‌گیری نقاط مهم در مونت کارلو (رابینشتاین^۱، ۱۹۸۱) متناظر است که مبنای آن اتحاد

$$E_f[h(X)] = E_g[h(X)f(X)/g(X)]$$

است که در آن تکیه‌گاه چگالی g شامل تکیه‌گاه f است. با این وجود بعضی از انتخاب‌های g می‌توانند به طور وحشتناک منجر به عملکرد ضعیف برآوردهای مونت کارلو شوند. به این معنی که واریانس میانگین تجربی حاصل می‌تواند بینهایت باشد. خطری که ارزش برجسته کردن را دارد چون در حالیکه تاثیر بسزایی در کیفیت تقریب‌ها دارد اغلب نادیده گرفته می‌شود. از دیدگاه آماری به طور طبیعی روش‌هایی برای انتخاب تابع اهمیت g وجود دارد، که مبنای آن اطلاع فیش و تقریب‌های تحلیلی همچون تقریب لاپلاس روی تابع درست نمایی (رو و همکاران^۲، ۲۰۰۸) و تنومندتر از آن جایگزینی توزیع نرمال با توزیع t می‌تواند باشد. حالت خاص عوامل بیز (رابرت و کلا^۳، ۲۰۰۴).

$$B_{01}(x) = \int_{\theta} f(x|\theta)\pi_0(\theta) d\theta / \int_{\theta} f(x|\theta)\pi_1(\theta) d\theta \quad (23)$$

که آزمون‌های بیزی و انتخاب مدل را به دست می‌دهند. و تقریب‌های آن‌ها به کلاسی از فنون نمونه‌گیری نقاط مهم با نام نمونه‌گیری بریج (چن و همکاران^۴، ۲۰۰۰) منتهی می‌شود که در آن تابع اهمیت بهینه، آمیخته‌ای از توزیع‌های پسین هر دو مدل است (با این فرض که هر دو فضای پارامتر را بتوان به یک θ نگاشت). در اینجا می‌خواهیم تاکید کنیم که تقریب دیگری از درست‌نمایی حاشیه‌ای که مبتنی بر میانگین هارمونیک (جلفند و دی^۵، ۱۹۹۴؛ نیوتن و رافتری^۶، ۱۹۹۴) و شبیه‌سازی‌های مستقیم از چگالی پسین است در مقالات مکررا مورد استفاده قرار گرفته است در حالی که اغلب آن‌ها مشکل واریانس نامتناهی (و در نتیجه بی ثباتی در محاسبات) را

¹ Rubinstein

² Rue et al.

³ Robert and Casella

⁴ Chen et al.

⁵ Gelfand & Dey

⁶ Newton and Raftery

به همراه دارند. تقریب بالقوه و کارای دیگری از عوامل بیز توسط بازنمایی چیب^۱ (۱۹۹۵) براساس برآوردهای پارامتری توزیع پسین فراهم شده است (کو و وانگ^۲، ۲۰۰۴).

۳-۴-۱- نرخ همگرایی از روش های شبیه سازی مونت کارلو

در حال حاضر نتایجی که در روش های مونت کارلو مورد استفاده قرار می گیرد و کمک به انتخاب تعداد مناسب از شبیه سازی N از روش های مونت کارلو را دارد، در شرایط مطلوب روی بازه اطمینان را قضاوت می کنیم. قضیه (قانون قوی اعداد بزرگ) فرض کنید $(x_i, i \geq 1)$ دنباله هایی از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان به طوری که $E(|X_1|) < +\infty$ باشد آنگاه داریم:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (X_1, \dots, X_N) = E(X_1) \quad a.s. \quad (24)$$

متغیر تصادفی x_1 احتیاج دارد انتگرال پذیر باشد. بنابراین، قانون قوی اعداد بزرگ زمانی که x_1 توزیع کوشی باشد و زمانی که چگالی آن $\frac{1}{\pi(1+x^2)}$ باشد عمل نمی کند.

نرخ همگرایی: در حال حاضر به دنبال برآورد خطا در معاله زیر انجام می شود:

$$\varepsilon_n = E(X) - \frac{1}{n} (x_1 + \dots + x_n) \quad (25)$$

به طوری که همان قضیه حد مرکزی دقیقاً توزیع مجانبی $\sqrt{n}\varepsilon_n$ می باشد.

قضیه حد مرکزی: فرض کنید $(x_i, i \geq 1)$ دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان باشند به طوری که $E(X_1^2) < +\infty$ فرض کنید σ^2 واریانس مشخص X_1 باشد که:

$$\sigma^2 = E(X_1^2) - E(X - 1)^2 = E((X_1 - E(X_1))^2) \quad (26)$$

سپس $(\frac{\sqrt{n}}{\sigma}\varepsilon_n)$ همگرایی در توزیع G است. به طوری که در آن G متغیر تصادفی گاوسی با میانگین ۰ و واریانس ۱ می باشد. از این قضیه این به دست می آید که همه $c_1 < c_2$

$$\lim p\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}c_1 \leq \varepsilon_n \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}}c_2\right) = \int_{c_1}^{c_2} e^{-\frac{x^2}{2}} \frac{dx}{\sqrt{2\pi}} \quad (27)$$

در عمل تقریب به دست آمده برای n های به اندازه کافی بزرگ از قانون ε_2 متغیرهای تصادفی گاوسی با میانگین صفر و میانگین $\frac{\sigma^2}{n}$ نقش ایفا می کند. توجه داشته باشید که کران خطا غیر ممکن است، تا زمانی که از هر متغیر تصادفی R (غیر تباهیده) حمایت کند. با اینحال نقش فاصله اطمینان را ایفا می کند. برای هر نمونه مشاهده می شود که:

$$P(|G| \leq 1.96) \cong 0.95$$

¹ Chib

² Kou & Wang

بنابراین با احتمال ۰.۹۵ برای n های به اندازه کافی بزرگ داریم:

$$|\varepsilon_n| \leq 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

چگونه واریانس را برآورد کنیم: برآورد بسیار مهم از متغیرهای تصادفی، انحراف معیار σ است. به کاربردن نمونه های مشابه برای انجام دادن امید آسان است. فرض کنید x متغیر تصادفی $(x_1, \dots, x_n)$ ، یک نمونه در امتداد x باشد مشخص می کنیم $\bar{x}_N$ توسط برآوردگر مونت کارلو از $E(X)$ داده می شود با:

$$\bar{x}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

برآورد استاندارد برای واریانس داده می شود با:

$$\bar{\sigma}_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2$$

$\bar{\sigma}_N^2$ اغلب واریانس تجربی نمونه نامیده می شود. توجه کنید $\bar{\sigma}_N^2$ می تواند به صورت زیر نوشته شود

$$\bar{\sigma}_N^2 = \frac{N}{N-1} \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i^2 - \bar{x}_N^2) \right)$$

می تواند محاسبه شود و تنها در $\bar{\sigma}_N^2, \bar{x}_N$ در این فرمول آخری، بدیهی است که $\sum_{i=1}^N x_i^2, \sum_{i=1}^N x_i$ به کار می رود. علاوه بر این، این اثبات می تواند زمانی که $E(X^2) < \infty$ $\lim_{N \rightarrow +\infty} \bar{\sigma}_N^2 = \sigma^2$ مطمئنا که $E(\bar{\sigma}_N^2) = \sigma^2$ باشد (برآوردگر ناریب است) منجر به (تقریب) فاصله اطمینان با جایگزینی σ با $\bar{\sigma}_N$ در بازه اطمینان استاندارد شود. با احتمال متعلق به فاصله اطمینان (تصادفی) نزدیک ۰.۹۵ داده می شود با

$$\left(\bar{x}_N - \frac{1.96 \bar{\sigma}_N}{\sqrt{N}}, \bar{x}_N + \frac{1.96 \bar{\sigma}_N}{\sqrt{N}} \right)$$

پس محاسبات اضافی بسیار کمی وجود دارد، (تنها محاسبه $\bar{\sigma}_N$ روی نمونه در حال رسم را داریم). می توانیم یک برآورد از خطاهای انجام شده با تقریب $E(X)$ با $\bar{x}_N$ داشته باشیم. این احتمال در برآورد خطا با مقدار کوچک عددی داده می شود، که یکی از ویژگی های بسیار مفید در روش مونت کارلو است. در بعضی حالت ها قضیه حد مرکزی می تواند بهبود یابد (فتحی واجارگاه^۱، ۲۰۱۳).

¹ Vajargah, K.F.

۴- یافته‌های پژوهش

در این بخش از پژوهش حاضر برای ارایه نتایج عددی از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای قیمت‌گذاری اختیار معامله خرید مانع^۱ توسط متغیرهای کنترل شده ویژگی لپتوکورتیک استفان‌کو استفاده شده است. سطوح اختیار معامله مانع مختلف ($B=120, B=130, B=150$)، و $\lambda = 0.7$ ، و $\sigma = 0.4, \sigma = 0.6$ ، و $K=90$ ، و $r=0.1$ ، $\rho = 0.75$ ، $p=0.45, d=5, T=1, \eta_1=0.8, \eta_2$ در نظر گرفته شده است.

جدول ۱: $B=120$ و $\lambda = 0.7$

σ	S_0	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع واریانس (VAR)
۰/۴	۸۰	۹۶۰۵۷۲۶	۰.۲۱۸۴۲۰۶	۱۳۳,۱۶۶۹
	۱۰۰	۶۸۸۰۲۳	۰.۱۵۷۴۳۴۶	۱۳۳,۱۶۶۹
	۱۲۰	۴,۱۶۷۴۰۱	۰.۰۸۸۹۷۸۷۵	۱۳۳,۱۶۶۹
۰/۶	۸۰	۲۳,۳۳۳۱	۰.۳۸۱۹۷۳۹	۱۴۰,۲۸۲۶
	۱۰۰	۱۳,۷۲۳۵۹	۰.۲۴۰۳۱۳۵	۱۴۰,۲۸۲۶
	۱۲۰	.	.	۱۴۰,۲۸۲۶

منبع: یافته‌های پژوهشگران.

جدول ۲: $\lambda = 0.7$ $B=130$

σ	S_0	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع واریانس (VAR)
۰/۴	۸۰	۱۲.۶۳۲۹۵	۰.۲۴۲۵۵۳۱	۱۴۴,۱۲۶۴۱
	۱۰۰	۹.۲۰۷۵۷۵	۰.۲۱۶۴۴۲۹	۱۴۴,۱۲۶۴۱
	۱۲۰	۴.۶۹۸۷۹۶	۰.۰۹۷۳۱۱۳۹	۱۴۴,۱۲۶۴۱
۰/۶	۸۰	۳۰.۱۵۵۰۶	۰.۴۵۹۵۹۷۴	۱۵۱,۹۷۲۸
	۱۰۰	۲۰.۸۶۳۹۸	۰.۳۲۹۲۲۷	۱۵۱,۹۷۲۸
	۱۲۰	۷.۸۵۳۹۷۸	۰.۱۴۳۰۹۶	۱۵۱,۹۷۲۸

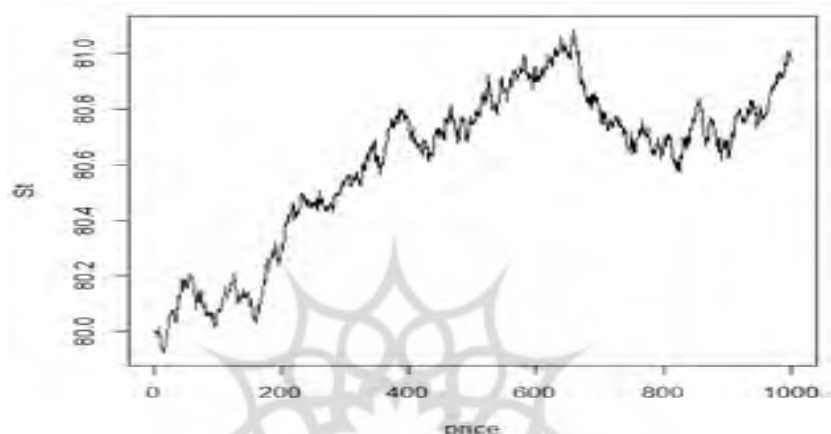
منبع: یافته‌های پژوهشگران.

جدول ۳: $\lambda = 0.7$ $B=150$

σ	S_0	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع واریانس (VAR)
۰/۴	۸۰	۲۱.۱۲۹۵۶	۰.۲۸۴۱۷۶۲	۱۶۶,۴۵۸۶
	۱۰۰	۱۵.۸۱۹	۰.۳۱۵۵۳۹۷	۱۶۶,۴۵۸۶
	۱۲۰	۱۱.۰۳۳۸	۰.۲۴۳۳۷۹۵	۱۶۶,۴۵۸۶

¹. up and out call Barrier option

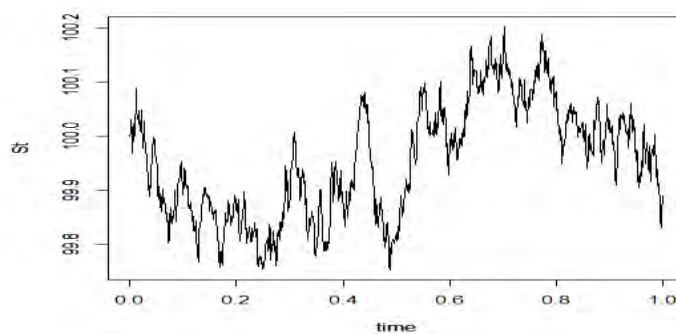
σ	S_0	تابع ارزش مورد انتظار (Expected)	تابع انحراف معیار (SD)	تابع واریانس (VAR)
۰/۶	۸۰	۴۱.۶۸۹۴۷	۰.۵۸۰۲۷۰۴	۱۷۵,۳۵۳۲
	۱۰۰	۳۵.۷۹۴۶۶	۰.۴۸۶۵۲۲۸	۱۷۵,۳۵۳۲
	۱۲۰	۲۳.۲۲۶۲۸	۰.۳۵۱۵۵۵۵	۱۷۵,۳۵۳۲



نمودار ۱: مسیر قیمت برای $S_0 = 80$
منبع: یافته های پژوهشگران.

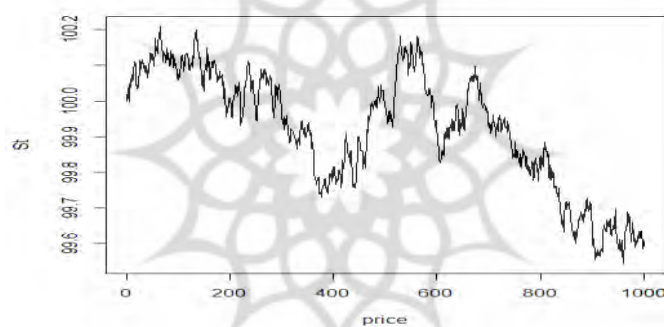


نمودار ۲: $S_0 = 80$ در زمان سررسید $T=1$
منبع: یافته های پژوهشگران.



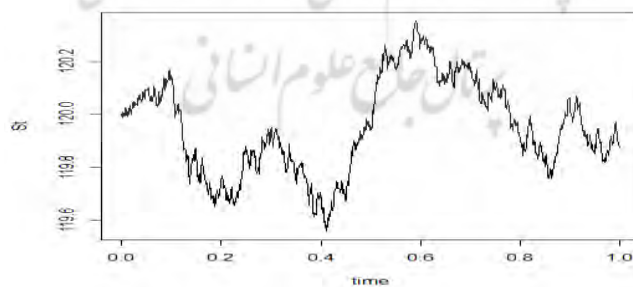
نمودار ۳: $S_0 = 100$ در زمان سررسید $T=1$

منبع: یافته های پژوهشگران.



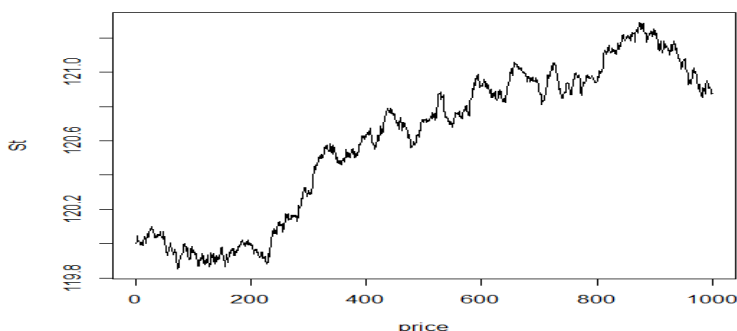
نمودار ۴: مسیر قیمت برای $S_0 = 100$ در زمان سررسید $T=1$

منبع: یافته های پژوهشگران.



نمودار ۵: $S_0 = 120$ در زمان سررسید $T=1$

منبع: یافته های پژوهشگران.



نمودار ۶: مسیر قیمت برای $120 = S_0$

منبع: یافته‌های پژوهشگران.

۵- نتیجه گیری

شبیه سازی مونت کارلو یک ابزاری است که به طور گسترده برای قیمت گذاری اختیار معامله استفاده می شود. با این حال اثر آن به شدت وابسته به استفاده از روش های موفق کاهش واریانس است. هدف از این مطالعات ارائه شده در این پژوهش ارزیابی روش مونت کارلو در قیمت گذاری مدل کو می باشد. الگوریتم های کنترل متغیر برای اختیار معامله مانع گسسته توسعه داده شده است. اندیشه اصلی استفاده مداوم از نسخه های تحت نظارت اختیار معامله به عنوان متغیرهای کنترل خارجی بوده است. در واقع متغیرهای کنترل پیشنهاد شده همراه با هم، با یک عامل ضریب تصحیح با حداکثر ضریب مداوم و برای اختیار معامله مانع استفاده می شود. روش مختلف که برای ارزیابی متغیرهای کنترل ارائه شده است که وابسته به شبیه سازی شرطی روی مسیرهای گسسته یا ارزیابی به صورت شرطی مورد انتظار می باشند. تمرکز این پژوهش نیز بر روی استخراج رابطه محاسباتی فرم بسته برای انتخاب اختیار معامله مانع اروپایی است که در بازارهای مالی مورد استفاده قرار می گیرد. از این رو، نتایج نشان داد که با استفاده از خواص حرکت بروانی در روند پل بروانی قادر به دست آوردن احتمال ضریب انباشتگی توسط حرکت بروانی با استفاده از فنون و اندیشه های کلیدی قیمت گذاری اختیار معامله است. از شبیه سازی مونت کارلو برای برآورد قیمت اختیار معامله های مانع استفاده شده است. به طوری که در آن از یک رویکرد بسیار سریع برای شبیه سازی خط سیر قیمت استفاده شده است. عملکرد شبیه سازی را برای طیف وسیعی از اختیار معامله های اختیار معامله که با فرمول قیمت ها مورد توافق هستند را پیدا می کنیم. علاوه بر این از روش کاهش واریانس برای متغیرهای ناهمسو برای بهبود متغیرهای اساسی برای برآورد دقت مونت کارلو استفاده شده است. به عنوان یک نتیجه این مورد را که خطاها ی استاندارد کوچکتر هستند به رسمیت شناخته شده است. همچنین، قلمرو

ناشناخته‌ای از اختیار معامله مانع با عنوان بالا و خارج^۱ اختیار معامله خرید مانع با $B_1 > B_2$ مورد توسعه قرار گرفته است که در اینجا از اختیار معامله حذفی^۱ در زمان جزئی استفاده شده است. براین اساس، نتایج نشان داد که این اختیار معامله ها بسیار ارزان تر هستند در مقایسه با سایر اختیار معامله های معمول به دلیل حضور دو اختیار معامله مانع محدود، بسیار ارزان تر هستند. برای زمان سررسید طولانی و جهش ناگهانی کم مقدار عامل کاهش واریانس بزرگتر به دست آمده است. همچنین، سطح اختیار معامله مانع تاثیر زیادی در عامل کاهش واریانس دارد. نتایج عددی نشان می دهد که به تازگی روش متغیر پیشنهادی برای کاهش واریانس موفقیت آمیز بوده است. علاوه بر این، مشاهده شد که عامل کاهش واریانس بین ۱۲۰ تا ۱۸۰ می باشد. بنابراین، هدف عمده در خصوص مطالعات ارائه شده در این پژوهش به منظور توسعه روش های کاهش واریانس در اختیار معامله های اروپایی چند متغیره و اختیار معامله های مسیر های وابسته بوده است. در این پژوهش به شبیه سازی اختیار معامله مانع به کمک روش کاهش واریانس کنترل متغیر مونت کارلو در ویژگی لپتوکورتیک مدل کو پرداخته شده است. از این رو، پیشنهاد می شود که پژوهشگران در آینده نتایج حاصل را با سایر مدل ها نظیر بلک شولز و مرتون مورد مقایسه قرار دهند. همچنین، این محاسبات را برای انواع دیگر از اختیار معامله های مانع^۲ (مانند بالا و داخل) و (پایین و بیرون) و برای اختیار معامله های فروش به دست آورده شود و با نتایج حاصل مقایسه گردد.

فهرست منابع

- بلغوریان، میثم؛ حاجی زاده، بابک؛ افشاری راد، مجید. (۱۴۰۰). مقایسه عملکرد نظریه قیمت گذاری آربیتراژ مبتنی بر ریسک نامطلوب و مدل بتای پاداشی در پیش بینی بازده سهام شرکت های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، *اقتصاد مالی*، ۱۵ (۵۶)، ۲۵-۵۸.
- ربیعی فرد، لیلان، و پورطاهری، رضا. (۱۳۹۵). قیمت گذاری اختیارات آمریکایی تحت مدل کو با استفاده از روش مونت کارلو. همایش ریاضیات و علوم انسانی. <https://sid.ir/paper/fa883821> SID.
- سلامی، امیر بهداد. (۱۳۸۲). مروری بر روش شبیه سازی مونت کارلو. پژوهشنامه اقتصادی، ۳ (۸)، ۱۱۷-۱۳۸. <https://joer.atu.ac.ir/article.html345>
- علیزاده، صدیقه؛ شهیکی تاش؛ محمد نبی. روشن، رضا. (۱۳۹۹). مقایسه تطبیقی الگوهای قیمت گذاری دارایی سرمایه ای مبتنی بر مصرف در بازار سرمایه ایران (رویکرد رگرسیون دو مرحله ای فاما و مکبث). *اقتصاد مالی*، ۱۴ (۵۰)، ۶۳-۹۰.
- غلامی، غلامحسین؛ میتراپی، آرش؛ (۱۳۹۱). روش های کاهش واریانس در روش مونت کارلو، سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، بهمن ۱۳۹۱، دانشگاه سمنان، ایران، (۳)، ۱-۱۴. <https://sid.ir/paper/503925/fa>

¹Up and out

1- Knock out

² Up and in& down and out

نصیری، کورش؛ عسکرزاده غلامرضا. (۱۴۰۲). بررسی تجربی مدل قیمت گذاری بلک شولز در معاملات اختیار خرید بورس اوراق بهادار تهران، *اقتصاد مالی*، ۱۷ (۶۵)، ۵۱-۷۲.

نوذر پور، محمود؛ کیقبادی، امیررضا. (۱۴۰۰). مدل سازی قیمت گذاری توزیع اطلاعات بر مبنای محدودیت تأمین مالی، استراتژی تجاری و راهبری شرکتی با رویکرد معادلات ساختاری پژوهش های حسابداری مالی و حسابرسی، ۱۳ (۵۱)، ۱۸۷-۲۱۴.

هوشمند نقابی، زهرا؛ وکیلی فرد، حمیدرضا؛ خلیلی عراقی، مریم؛ طالب نیا، قدرت اله. (۱۳۹۶). تبیین مقایسه ای مدل های قیمت گذاری دارایی سرمایه ای کلاسیک و رفتاری در بازار سرمایه ایران. *اقتصاد مالی*، ۱۱ (۴۱)، ۸۵-۱۲۲.

- Abbaspour, M., Vajargah, K. F., & Azhdari, P. (2023). An efficient algorithm for pricing reinsurance contract under the regime-switching model. *Mathematics and Computers in Simulation*, 211, 278-300. <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2023.04.018>
- Augustyniak, M., Badescu, A., Bégin, J. F., & Jayaraman, S. K. (2025). A general option pricing framework for affine fractionally integrated models. *Journal of Banking & Finance*, 171, 107346. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2024.107346>
- Black, F., & Scholes, M. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*, 81(3), 637-654. <http://www.jstor.org/stable/1831029>
- Burger, P., & Klaras, M. (2013). Jump diffusion models for option pricing vs. the black scholes model. *University of Applied Sciences bfi Vienna*, 81, 1-73.
- Carr, P., & Madan, D. B. (1999). Option pricing using the fast Fourier transform. *Journal of Computational Finance*, 2(4), 61-73.
- Chen, M., Shao, Q. and Ibrahim, J. (2000). Monte Carlo Methods in Bayesian Computation. Springer-Verlag, New York.
- Cont, R., & Tankov, P. (2004). "Financial Modelling with Jump Processes." *Chapman & Hall/CRC*. <https://doi.org/10.1201/9780203485217>
- Ding, Z., & Granger, C. W. (1996). Modeling volatility persistence of speculative returns: a new approach. *Journal of econometrics*, 73(1), 185-215. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(95\)01737-2](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01737-2)
- Ding, Z., Granger, C. W., & Engle, R. F. (1993). A long memory property of stock market returns and a new model. *Journal of empirical finance*, 1(1), 83-106. [https://doi.org/10.1016/0927-5398\(93\)90006-D](https://doi.org/10.1016/0927-5398(93)90006-D)
- Fathi Vajargah, K., & Eslami Mofidabadi, H. (2022). Comparison of Stochastic Sampling and Application in Financial Mathematics: Evidence from the European-Asian Option Markets. *International Journal of Finance, Accounting and Economics Studies*, 3(1), 35-44. <https://sanad.iau.ir/fa/Article/805217>
- Fathi Vajargah, K., Eslami Mofid Abadi, H., & Abbasi, E. (2021). Oil Price estimating Under Dynamic Economic Models Using Markov Chain Monte Carlo Simulation Approach. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 6(3), 631-651. <https://doi.org/10.22034/amfa.2020.1902265.1446>
- Gelfand, A. E., & Dey, D. K. (1994). Bayesian model choice: asymptotics and exact calculations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 56(3), 501-514.
- Gilli, M., Maringer, D., Schumann, E., (2019). Chapter 17 - Calibrating option pricing models, *Numerical Methods and Optimization in Finance* (Second edition), 551-596. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-815065-8.00029-7>

- Gregson, A. (2012). *Pricing strategies for small business*. Self-Counsel Press. ISBN 978-1-55180-979-3
- Kamalzadeh, F., Farnoosh, R., & Fathi, K. (2020). A numerical method for pricing discrete double barrier option by Chebyshev polynomials. *Mathematical Sciences*, 14, 91-96. <https://doi.org/10.1007/s40096-020-00319-8>
- Kianoush, F., & Masoomehni, K. (2015). Application REML model and determining cut off of ICC by multi-level model based on Markov Chains simulation in health. *Indian Journal of Fundamental and Applied Life Sciences*, 5, 1432-48.
- Kou, S. G. (2002). "A jump-diffusion model for option pricing." *Management Science*, 48(8), 1086-1101.**
- Kou, S. G., & Wang, H. (2004). Option pricing under a double exponential jump diffusion model. *Management science*, 50(9), 1178-1192.
- Mehrdoust, F., & Vajargah, K. F. (2012). A computational approach to financial option pricing using Quasi Monte Carlo methods via variance reduction techniques. *Journal of Mathematical Finance*, Vol.2 No.2(2012), Article ID:19218,4 pages DOI:10.4236/jmf.2012.22021
- Mehrdoust, F., Fathi, K., & Rahimi, A. A. (2013). Numerical simulation for multi-asset derivatives pricing under black-scholes model. *Chiang Mai Journal of Science*, 40, 725-735.
- Mehrdoust, F., Fathi, K., & Rahimi, A. A. (2013). Numerical simulation for multi-asset derivatives pricing under black-scholes model. *Chiang Mai Journal of Science*, 40, 725-735. <http://it.science.cmu.ac.th/ejournal/>
- Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. *Journal of Financial Economics*, 3(1-2), 125-144.**
- Mottaghi Golshan, H., & Arjomandfar, A. (2023). Optimization of estimates and comparison of their efficiency under stochastic methods and its application in financial models. *Advances in Mathematical Finance and Applications*, 4(3), 935 - 949. <https://doi.org/10.22034/amfa.2022.1943236.1664>
- Newton, M. and Raftery, A. (1994). Approximate Bayesian inference by the weighted likelihood bootstrap (with discussion). *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 56(1), 3-26. <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1994.tb01956.x>
- Robert, C. and Casella, G. (2004). *Monte Carlo Statistical Methods*. 2nd ed. Springer-Verlag, New York.
- Rubinstein, R. Y. (1981) *Simulation and the Monte Carlo Method*. John Wiley & Sons, New York, NY, 6-12. <https://doi.org/10.1002/9780470316511>
- Rue, H., Martino, S., & Chopin, N. (2008). Approximate Bayesian inference for latent Gaussian models by using integrated nested Laplace approximations. *Journal of the Royal Statistical Society Series B: Statistical Methodology*, 71(2), 319-392.
- Taylor, S. J. (2008). *Modelling financial time series*. world scientific. <https://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=KQ5pDQAAQBAJ&oi=fnd>
- Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2005). Parallel Monte Carlo methods with compressed data for solving Linear systems. *International Journal of Applied Mathematics*, 17(2), 127.
- Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2006). Parallel Monte Carlo computations for solving SLAE with minimum communications. *Applied mathematics and computation*, 183(1), 1-9. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2006.02.058>
- Vajargah, B. F., & Vajargah, K. F. (2007). Monte Carlo method for finding the solution of Dirichlet partial differential equations. *Applied Mathematical Sciences*, 1(10), 453-462.
- Vajargah, K. F., Benis, S. G., & Golshan, H. M. (2021). Detection of the quality of vital signals by the Monte Carlo Markov Chain (MCMC) method and noise deleting. *Health Information Science and Systems*, 9, 1-10. <https://doi.org/10.1007/s13755-021-00157-5>

- Vajargah, K. F., Mehrdoust, F., & Kamalzadeh, F. (2012). Variance Estimation of Linear Regression Coefficients Using Markov Chain Monte Carlo Simulation. *International Journal of Nonlinear Science*, 13(4), 396-400.
- Vajargah, K. F., Mehrdoust, F., & Kamalzadeh, F. (2012). Variance estimation of linear regression coefficients using Markov chain Monte Carlo simulation. *Middle East Journal of Scientific Research*, 11(9), 1317-1322. <https://doi.org/10.5829/idosi.mejsr.2012.11.09.1537>
- Vajargah, K.F. (2013). Comparing ridge regression and principal components regression by monte carlo simulation basedon MSE. *J. Comput. Sci. Comput. Math*, 3, 25-29.



**Examining the Leptokurtic Property in Stephen Kou Pricing
Modeling Based on Variance Reduction
Method - Monte Carlo Simulation**

Kianoush Fathi Vajargah¹
Hossein Eslami Mofibadi²

Received: 2025/March/27

Accepted: 2025/June/02

Abstract

The asymmetric characteristics of the leptokurtic distribution are skewed to one side and have a tall peak and heavy tails compared to the normal distribution, as empirically observed. The Black-Scholes model utilizes Brownian motion for option pricing; however, data from financial markets exhibit jumps in prices, stochastic volatility, and skewness compared to the normal distribution. To improve the performance of Black-Scholes, jumps need to be incorporated into asset pricing models. One of the research issues in the financial world is the pricing and hedging of options. In this research, the model of jump sizes with a double-exponential distribution by Stephen Kou is employed. Additionally, the Stephen Kou model is capable of generating the leptokurtic characteristics of the return distribution and sudden jump observations in option prices. Monte Carlo simulation is also a widely used tool for option pricing. However, its effectiveness is heavily dependent on the use of successful variance reduction techniques. In this paper, barrier options are utilized. Furthermore, a control variate method is employed for variance reduction. Therefore, this research investigates the role of changing the amounts of barrier options based on the leptokurtic characteristics in the model. Consequently, the results indicate that increasing the level of barrier options leads to an increase in options prices. Additionally, the results show that raising the level of barrier options has a significant impact on reducing variance.

JEL Classification: G12, G13, C6, C15, C17, C63, E37, E47, E47.

Keywords: Kou Model, Barrier Option, Monte Carlo Simulation, Leptokurtic Property.

¹ Department of Statistics, NT.C., Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Responsible author) k_fathi@iau-tnb.ac.ir

² Department of Accounting and Management, Shahr.C., Islamic Azad University, Shahrriar, Iran.hossein.eslamimofidabadi@iau.ac.ir,



پروہشگاہ علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی