

مدلسازی و حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه متفاوت با حمل بار در بازگشت، در حالت با گنجایش‌های نابرابر

محمد مهدی سپهری، استادیار، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
مصطفی ستاک، کارشناس ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران
E-mail: mehdi-sepehri@gmail.com

چکیده

مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با حمل بار در بازگشت یکی از زیر شاخه‌های اصلی مسئله معروف *Vehicle Routing Problem (VRP)* (مسیریابی وسیله نقلیه) است، که ضمن توجه به کلیت مسئله مسیریابی، به مسیر بازگشت وسیله نقلیه و کاستن از مسیرهای بدون بار و تحرکات غیر مفید وسیله نگاه ویژه ای دارد. در این مقاله برای مسئله *VRPB* یک مدل برنامه ریزی صفر و یک ارائه شده است. در ادامه دو روش ابتکاری برای این مسئله ارائه و سپس با توجه به ادبیات موضوع دسته ای از مسائل استاندارد برای این مسئله ایجاد شده اند و مسائل استاندارد به کمک آنها حل و در نهایت این روشها با هم و با جوابهای بهینه حاصل از حل مدل ارائه شده، مقایسه گردیده اند.

واژه های کلیدی: مسیریابی وسیله نقلیه با بار در بازگشت، حالت با گنجایش‌های نابرابر، برنامه ریزی عدد صحیح، روشهای ابتکاری

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

۱. مقدمه

کریستوفیدز و ایلون با عبارت توزیع^۳ و مسئله تحویل^۲ [۲] به این مبحث پرداخته اند. ولی همان طور که گلوگولاری [۸] اشاره می کند عموماً تحت عنوان مسیریابی وسیله نقلیه که برای اولین بار توسط دانتزیگ و رامسر [۴] مطرح شد، شناخته می شود. در مسئله مسیریابی وسیله نقلیه اگر مشتریان از دو گروه دریافت کننده کالا و ارسال کننده مواد تشکیل شده باشند و همچنین مشتریان دریافت کننده در هر مسیر از اولویت بیشتر در مقایسه با مشتریان ارسال کننده برخوردار باشند مسئله مسیریابی وسیله نقلیه به مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با حمل بار در بازگشت تبدیل می شود. [۱۳]

حمل و نقل در سیستمهای اقتصادی اعم از تولیدی و خدماتی از جایگاه مهمی برخوردار است و بخش قابل توجهی از تولید ناخالص ملی هر کشوری را به خود اختصاص می دهد. به همین علت بحث بهبود مسیر و حذف سفرهای غیر ضروری و ایجاد مسیرهای بهینه برای وسایل توسعه یافته است. مسئله مسیریابی وسیله نقلیه از مسائل مهم مدیریت در زمینه توزیع و لجستیک است. این مسئله در طیف گسترده‌ای از مباحث حمل و نقل عملی وجود دارد. در ادبیات موضوع به این مسئله با عناوین مختلفی اشاره شده است. از جمله کلرک و رایت زمان بندی وسایل نقلیه^۱ [۳] دانتزیگ و رامسر تحت عنوان توزیع کامیون^۲ [۵] و

۳ - Dispatching
۴ - Delivery Problem

۱ - Vehicle Scheduling
۲ - Truck Dispatching

در تمامی تحقیقات ذکر شده برای سادگی در حل مسئله تمام وسایل با گنجایش برابر در نظر گرفته شده اند که در دنیای واقعی توزیع کنندگان معمولاً از وسایل با گنجایش متفاوت بهره می گیرند.

این مسئله کاربردهای زیادی دارد که از آن جمله می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- ۱- سیستم توزیع و جمع آوری پالت
- ۲- حمل و نقل خواربار در فروشگاههای زنجیره ای [۱]
- ۳- فروش برخط^۵ کالاها در فروشگاه های مجازی
- ۴- توزیع و جمع آوری کپسولهای آتش نشانی [۱]
- ۵- سیستمهای تولید و توزیع نوشیدنی ها
- ۶- کاربرد در رباتهای صنعتی

در مسئله VRPB اگر تعداد نقاط برداشت (و یا تعداد نقاط گذاشت) صفر در نظر گرفته شود (و به علاوه وسایل نقلیه موجود کاملاً یکسان باشند)، مسئله به مسئله مسیریابی وسیله نقلیه پایه (VRP) تبدیل می شود. مسئله VRP توسط گری و جانسون [۷] در سال ۱۹۷۹ و نیز توسط لسترا و رینوی کان در سال ۱۹۸۱ [۱۲] یانو و همکارانش [۱۷] در سال ۱۹۸۷ مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که این مسئله به رده مسائل Np-hard^۱ تعلق دارد. لذا همان طور که مینگوزی و همکارانش (۱۹۹۶) اشاره می کنند مسئله VRPB نیز به طریق اولی Np-hard^۱ بوده و ارائه یک الگوریتم که بتواند با یک پیچیدگی زمانی از درجه چند جمله ای مسئله را حل کند غیرممکن است [۱۳].

در این مقاله ابتدا به ارائه یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای مسئله مذکور پرداخته و پس از ارائه دو روش ابتکاری، نتایج دقیق حاصل از حل مدل را (برای چندین مسئله استاندارد پیشنهاد شده در ادبیات موضوع مسیریابی وسیله نقلیه با حمل بار در بازگشت) با حل حاصل از روشهای ابتکاری پیشنهاد شده مقایسه می کنیم. لازم به ذکر است که مدل برنامه ریزی عدد صحیح پیشنهادی و روشهای ابتکاری ارائه شده در این مقاله برای مواجهه با شرایط ذکر شده در مسئله مورد نظر، برای اولین بار در ادبیات این موضوع ارائه می شوند.

فرض کنیم که در یک کارخانه تولیدی لازم است که محصولات تولید شده در بین مشتریان توزیع شده و افزون بر این مواد مورد نیاز کارخانه نیز از سوی تأمین کنندگان این مواد به کارخانه حمل شوند. تعداد مشتریان برابر n و تعداد تأمین کنندگان برابر m می باشد.

کارخانه برای حمل محصولات به مشتریان و نیز جمع آوری مواد اولیه مورد نیاز خود M وسیله نقلیه در اختیار دارد که هر یک ظرفیتی معادل Q_k ($k=1,2, \dots, M$) دارند (در حالت غیر همگن بر خلاف حالت همگن لزومی بر یکسان بودن تمام وسایل نبوده و هر وسیله می تواند ظرفیت و هزینه طی مسیر خاص خود را داشته باشد). به علاوه در این مسئله فرض می شود که مقدار تقاضای هر یک از مشتریان و نیز مقدار ماده اولیه ای که از هر یک از تأمین کنندگان تهیه می شود کمتر از ظرفیت هر یک از وسایل در دسترس است. کارخانه موظف است تا به همه مشتریان و تأمین کنندگان سر زده و تقاضاهای گذاشت (برای مشتریان) و برداشت (برای تأمین کنندگان) آنها را با اختصاص تنها یک وسیله به هر یک از مشتریان و تأمین کنندگان برآورده نماید. به عبارت دیگر برآورده کردن این تقاضاها برای هر یک از مشتریان و یا تأمین کنندگان نمی تواند به بیش از یک مرحله یا به بیش از یک وسیله نقلیه افزایش یابد. محدودیت مهم دیگری که در اینجا فرض می شود محدودیت تقدم مشتریان بر تأمین کنندگان است، به این معنی که هر یک از وسایل نقلیه در مسیر خود ابتدا باید تقاضاهای مورد نیاز مشتریان را تأمین کرده و سپس به سراغ تأمین کننده رفته و مواد اولیه مورد نیاز را از آنها به کارخانه حمل کند.

این مسئله اولین بار توسط دیف و بودین در سال ۱۹۸۴ مطرح شد [۶] و سپس گلدن و همکارانش [۱۱] در سال ۱۹۸۵ و کالیکو و همکاران وی [۱] در سال ۱۹۸۸ تحقیقات در این زمینه را دنبال کردند. [۱۸]

جتچالکس و جاکوبز در سالهای ۱۹۸۹ و ۱۹۹۳ [۹ و ۱۰] به منظور یافتن روش حل مناسبی برای VRPB تلاش کرده و روش ابتکاری LHBH را ارائه کردند و تنجیاه در سال ۱۹۹۶ از این تحقیقات بهره گرفت. [۱۴]

تات و ویگو نیز در تحقیقات متعددی به سالهای ۱۹۹۷ و ۱۹۹۹ به دنبال یافتن یک جواب بهینه دقیق برای مسئله VRPB بودند [۱۵ و ۱۶]. در ادامه این تحقیقات مینگوزی و همکارانش در سال ۱۹۹۹ یک روش حل دقیق برای VRPB ارائه کردند [۱۳]. البته

جدول ۱. پارامترهای مدل پیشنهادی

C_{ijk}	هزینه طی کمان $i-j$ توسط وسیله k ام
n	تعداد مشتریان (Line haul) (اندیسهای ۱ تا n)
m	تعداد تأمین کنندگان (Back haul) (اندیسهای $n+1$ تا $n+m$)
M	تعداد وسیله نقلیه
Q_k	ظرفیت وسیله k ام
d_i	تقاضای تأمین مشتری (Line haul)
f_i	تقاضای تأمین کننده (Back haul)
s	تعداد مشتریان در یک زیر تور (گره های همبند)
0	اندیس مربوط به انبار (محل استقرار وسایل نقلیه)

روابط هشتم و نهم بیان کننده آن است که اگر وسیله ای به گرهی (مرکزی) وارد شد از آن خارج شود. رابطه دهم مانع از ایجاد زیرتور می شود. رابطه یازدهم اجازه نمی دهد که پس از مراجعه به یک تأمین کننده در یک مسیر، مجدداً یک مشتری انتخاب شود. البته انتخاب تأمین کننده ها می تواند درست پس از مبداء (دپو) صورت گیرد ولی پس از انتخاب یک تأمین کننده هیچ مشتری انتخاب نخواهد شد. معادله دوازدهم اجازه برگشت به خود گره را نمی دهد.

۲. مدل پیشنهادی

مدل پیشنهادی یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح است که پارامترهای آن در جدول شماره ۱ تعریف شده اند. با توجه به این پارامترها و انتخاب متغیر تصمیم صفر و یک x_{ijk} (که برابر یک یا صفر است برحسب اینکه کمان $i-j$ توسط وسیله k ام طی شود یا نشود) در زیر به بسط مدل پیشنهادی می پردازیم.

۱-۲ بیان محدودیت ها

معادله اول بیان کننده مقدار هزینه راه حل های انتخابی است که در این مدل کمترین مقدار آن مطلوب است. رابطه های دوم و سوم بیان می کنند که هر مشتری و هر تأمین کننده فقط و فقط توسط یک وسیله سرویس داده می شود به این معنا که هیچ مشتری و تأمین کننده ای توسط دو وسیله یا بیشتر سرویس داده نمی شود، یعنی تقاضاها قابل شکستن نیست. رابطه های چهارم و پنجم بیان کننده تعداد وسایل هستند.

به عبارت دیگر تعداد وسایلی که از مبداء (دپو) عزم سفر دارند و یا به دپو باز می گردند در این روابط مشخص می شوند. محدودیت ظرفیت وسیله هنگام توزیع کالا در رابطه ششم بیان شده است به عبارت دیگر تضمین می کند مجموع تقاضاهای مشتریان که توسط وسایل برآورد می شوند از ظرفیت آن وسایل کمتر باشد. رابطه هفتم مشابه رابطه ششم است با این تفاوت که محدودیت ظرفیت وسیله هنگام جمع آوری مواد اولیه است.

$$\text{Min } Z = \sum_{i=0, \dots, n+m} \sum_{j=0, \dots, n+m} \sum_{k=1, \dots, M} C_{ijk} x_{ijk} \quad (1)$$

$$\text{S.t.} \\ \sum_{j=0, \dots, n+m} \sum_{k=1, \dots, M} x_{ijk} = 1 \quad i=1, \dots, n+m \quad i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{i=0, \dots, n+m} \sum_{k=1, \dots, M} x_{ijk} = 1 \quad j=1, \dots, n+m \quad j \neq i \quad (3)$$

$$\sum_{j=0, \dots, n+m} \sum_{k=1, \dots, M} x_{0jk} = M \quad (4)$$

$$\sum_{i=0, \dots, n+m} \sum_{k=1, \dots, M} x_{ik0} = M \quad (5)$$

$$\sum_{i=1, \dots, n} \sum_{j=1, \dots, n+m} d_i x_{ijk} \leq Q_k \\ k=1, \dots, M \quad j=0, 1, \dots, n+m \quad (6)$$

$$\sum_{i=n+1, \dots, n+m} \sum_{j=1, \dots, n+m} f_i x_{ijk} \leq Q_k \quad (7)$$

امکان پذیر نیست به نزدیک ترین گره از نوع گره های گذاشت بعدی می رویم و اگر هیچ تخصیصی امکان پذیر نباشد به سراغ وسیله بعدی در فهرست مرتب شده می رویم و این وسیله را از فهرست حذف می کنیم. بر اساس تخصیص صورت گرفته، ظرفیت باقی مانده و محل قرارگیری وسیله را بهنگام می کنیم. گام ۳: گام ۲ را به ترتیب فهرست برای سایر وسایل تکرار می کنیم (تا به هر وسیله دقیقاً یک گره تخصیص یافته باشد).

گام ۴: اگر هنوز گرهی از نوع گذاشت تخصیص نیافته وجود دارد به گام ۱ باز می گردیم.

گام ۵: با توجه به موقعیت فعلی هر وسیله و قرار دادن ظرفیت باقی مانده برابر ظرفیت کل هر وسیله، گام های ۱ تا ۴ را برای گره های برداشت تکرار می کنیم.

$$\sum_{k=1, \dots, M} \sum_{j=0, 1, \dots, n+m} f_i x_{ijk} \leq Q_k \quad (7)$$

$$\sum_{i=0, 1, \dots, n+m} x_{ijk} - \sum_{l=0, 1, \dots, n+m} x_{jlk} = 0 \quad (8)$$

$$\sum_{i=0, 1, \dots, n+m} x_{ijk} - \sum_{i=0, 1, \dots, n+m} x_{ijk} = 0 \quad (9)$$

$$\sum x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad (10)$$

$$S \subseteq \{2, 3, \dots, n+m\}$$

۲-۳ روش نزدیک بینانه غیر رقابتی

در این روش تصحیحاتی مبتنی بر محدودیت های ذکر شده مسئله در روش نزدیک ترین همسایه انجام گرفته تا با مسئله مذکور سازگار شود. همان گونه که بیان شد برای مواجهه با حالت غیر همگن، ابتدا با استفاده از حل مسئله بسته بندی ظروف^۶ به طور جداگانه تعداد وسایل مورد نیاز برای تامین تقاضای مشتریان (گره های گذاشت) و تامین کنندگان (گره های برداشت) و بر اساس ظرفیت وسیله پایه (۵,۰۰۰) تعیین و سپس بیشینه آنها به عنوان تعداد وسیله مورد نیاز در نظر گرفته شده و آنگاه این تعداد روی سه نوع وسیله در اختیار پخش شده اند.

سپس با روش نزدیک ترین همسایه ابتدا مسیرهای وسایل نقلیه نوع ۱ و سپس به صورت غیر رقابتی مسیرهای وسایل نقلیه نوع دوم و سوم تعیین می گردند. برای مواجهه با محدودیت تقدم گره های گذاشت برگره های برداشت در هر مسیر ابتدا و با توجه به موجه بودن تقاضای هر گره در مقابل ظرفیت باقی مانده، نزدیکترین همسایه ها از نوع گره های گذاشت درج می شوند و هنگامی که ظرفیت باقی مانده پاسخگوی هیچیک از گره های گذاشت نبود کار برداشت آغاز می گردد. با روندی مشابه و با روش نزدیک ترین همسایه، برای هر وسیله نقلیه مسیر عبور وسیله از گره های برداشت نیز تعیین می گردد و این روند برای

$$\sum_{i=n+1, \dots, n+m} \sum_{j=1, \dots, n} \sum_{k=1, \dots, M} x_{ijk} = 0 \quad (11)$$

$$x_{iik} = 0 \quad (12)$$

$$i=0, 1, \dots, n+m \quad k=1, \dots, M$$

$$x_{ijk} = \{0, 1\} \quad (13)$$

۳ روشهای ابتکاری پیشنهادی

در این بخش از مقاله دو روش ابتکاری برای حل مسئله ارائه می شود. این دو روش عبارتند از: ۱- روش نزدیک بینانه (greedy) ترتیبی و ۲- روش نزدیک بینانه غیر رقابتی.

۱-۳ روش نزدیک بینانه ترتیبی

در زیر گامهای روش پیشنهادی نزدیک بینانه ترتیبی بیان می شود. (این برنامه به صورت زیر نوشته می شود)

گام ۰: محل فعلی قرار گیری وسایل نقلیه را گره صفر و ظرفیت باقی مانده را برابر کل ظرفیت وسیله ها قرار می دهیم.

گام ۱: وسایل نقلیه را به ترتیب ظرفیت افزایشی باقی مانده فهرست می کنیم.

گام ۲: نزدیک ترین گره از بین گره های گذاشت (مشتریان) به محل قرار گیری فعلی اولین ماشین موجود در فهرست را در صورتی که تقاضای آن گره از ظرفیت باقی مانده وسیله بیشتر نباشد به آن وسیله تخصیص می دهیم (اگر این تخصیص

۶ - مسئله Bin Packing که خود جزء دسته مسائل سخت (Np-hard) محسوب می شود، در حالت کلاسیک خود عبارت است از یافتن حداقل تعداد ظرف لازم با ظرفیت معین b جهت برداشت n شیء که هر یک دارای وزن w_i ($i=1, 2, \dots, n$) هستند.

دسته دوم توسط تات و ویگو [۱۵] در سال ۱۹۹۷ پیشنهاد شده‌اند، برنامه نویسی و تولید گردیدند.

در دسته اول، جتچالکس و جاکوبز، ۶۲ نمونه مسئله VRPB را پیشنهاد کردند. در مسائل آنها مختصات مشتریان دارای توزیع تصادفی یکنواخت در بازه [۰ و ۲۴,۰۰۰] برای مختصات X و در

همه وسایل نقلیه تا جایی که همه مشتریان و تأمین کنندگان پوشش داده شده و کار گذاشت و برداشت همه آنها صورت پذیرد، ادامه می‌یابد.

۴. مسائل استاندارد تولید شده

برای انجام بررسی‌ها دو دسته مسائل استاندارد موجود در ادبیات که دسته اول توسط جتچالکس و جاکوبز [۹] (در سال ۱۹۸۹) و

جدول ۲. مشخصات مسائل تولید شده به روش پیشنهادی جتچالکس و جاکوبز با انجام اصلاحات لازم

Name	n	m	$n+m$	KL	KB	K	Name	n	m	$n+m$	KL	KB	K
A1	20	5	25	3	1	3	G2	45	12	57	7	2	7
A2	20	5	25	4	1	4	G3	45	12	57	7	2	7
A3	20	5	25	3	1	3	G4	45	12	57	7	2	7
A4	20	5	25	3	1	3	G5	45	12	57	6	2	6
B1	20	10	30	3	2	3	G6	45	12	57	7	2	7
B2	20	10	30	3	2	3	H1	45	23	68	7	4	7
B3	20	10	30	3	2	3	H2	45	23	68	7	4	7
C1	20	20	40	3	3	3	H3	45	23	68	7	4	7
C2	20	20	40	3	3	3	H4	45	23	68	7	4	7
C3	20	20	40	3	3	3	H5	45	23	68	7	4	7
C4	20	20	40	3	3	3	H6	45	23	68	7	4	7
D1	30	8	38	4	2	4	I1	45	45	90	7	7	7
D2	30	8	38	5	2	5	I2	45	45	90	7	7	7
D3	30	8	38	5	2	5	I3	45	45	90	7	6	7
D4	30	8	38	4	2	4	I4	45	45	90	7	7	7
E1	30	15	45	5	3	5	I5	45	45	90	6	7	7
E2	30	15	45	5	2	5	J1	75	19	94	11	3	11
E3	30	15	45	5	3	5	J2	75	19	94	11	3	11
F1	30	30	60	5	5	5	J3	75	19	94	11	3	11
F2	30	30	60	4	5	5	J4	75	19	94	11	3	11
F3	30	30	60	4	4	4	K1	75	38	113	11	6	11
F4	30	30	60	5	5	5	K2	75	38	113	11	6	11
G1	45	12	57	7	2	7	K3	75	38	113	11	6	11
							K4	75	38	113	11	5	11

مدلسازی و حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه متفاوت با حمل بار در بازگشت در حالت با گنجایش های نابرابر

لزوم تعداد وسیله نقلیه لازم پایه روی دو نوع وسیله دیگر نیز پخش شده و آن وسایل نیز بکار گرفته می شوند. به این معنی که مثلاً ۵ وسیله نقلیه پایه معادل ۳ وسیله از نوع اول (با ظرفیت ۵ تن) و یک وسیله از نوع دوم (با ظرفیت ۱۰ تن) در نظر گرفته می شوند. چگونگی پخش وسایل نقلیه در جدول ۵ آمده است. تعداد وسایل نقلیه پایه یعنی k برابر با بیشینه تعداد وسایل لازم برای مشتریان (k_I) و برای تأمین کنندگان (k_B) تعیین می شود. جدول شماره ۲ مشخصات مسائل تولید شده در دسته اول را نشان می دهد.

در دسته دوم مسائل استاندارد تات و ویگو در سال ۱۹۹۷، ۳۳ مسئله نمونه را برای مسئله مسیریابی وسیله نقلیه با حمل در بازگشت تولید کردند که دارای ۲۱ تا ۱۰۰ گره بودند. آنها برای هر مسئله تعداد تأمین کنندگان را سه حالت در نظر گرفته اند که به ترتیب ۵۰٪، ۶۶٪ و ۸۰٪، تعداد مشتریان موردنظر قرار داشتند. توابع تصادفی مورد نیاز مانند دسته اول فرض شده و اصلاحات انجام گرفته در گروه اول عیناً در دسته دوم هم صورت پذیرفته اند تا با فرضیات مسئله مورد نظر ما سازگار شوند. جدول ۳ مشخصات مسائل تولید شده در دسته دوم را نشان می دهد.

در بازه [۰ و ۳۲,۰۰۰] برای مختصات y است. دپو نیز در مختصات (۱۶,۰۰۰ و ۱۲,۰۰۰) قرار می گیرد و هزینه پیمودن کمان $i-j$ به عنوان فاصله اقلیدسی بین مشتری او [تعریف شده است. به علاوه تقاضای مشتریان دارای توزیع نرمال با میانگین ۵۰۰ و انحراف معیار ۲۰۰ است. ما نیز با ایجاد اصلاحات و برنامه نویسی های لازم در زبان Visual Basic و با استفاده از توابع توزیع فوق به تولید این مسائل استاندارد پرداختیم.

اصلاحات صورت پذیرفته، شامل در نظر گرفتن تفاوت موجود بین وسایل نقلیه و تعیین تعداد وسیله مورد نیاز از طریق روش بسته بندی ظروف است. تفاوت موجود بین وسایل نقلیه، با در نظر گرفتن سه نوع وسیله نقلیه با ظرفیتهای ۵,۰۰۰، ۱۰,۰۰۰ و ۱۵,۰۰۰ تن در نظر گرفته شده است. به علاوه هزینه طی کردن کمان $i-j$ برای وسیله نقلیه با ظرفیت ۵,۰۰۰ برابر فاصله اقلیدسی نقاط i و j و برای دو نوع وسیله دیگر به ترتیب $1/1$ و $1/2$ برابر وسیله نقلیه پایه (وسیله با ظرفیت ۵,۰۰۰) در نظر گرفته شده اند.

تعداد وسیله موردنظر برای هر مسئله توسط روش بسته بندی ظروف و به طور مجزا برای مشتریان و تأمین کنندگان و برحسب وسیله با ظرفیت پایه در نظر گرفته شده که سپس و در صورت

جدول ۳. مشخصات مسائل تولید شده به روش پیشنهادی تات و ویگو با انجام اصلاحات لازم

Name	n	m	$n+m$	KI	KB	K	Node	n	m	$n+m$	KI	KB	K
eli22_50	11	10	21	2	2	2	eliA76_66	50	25	75	8	4	8
eli22_66	14	7	21	2	2	2	eliA76_80	60	15	75	9	3	9
eli22_80	17	4	21	3	1	3	eliB76_50	37	38	75	6	6	6
eli23_50	11	11	22	2	2	2	eliB76_66	50	25	75	7	4	7
eli23_66	15	7	22	2	1	2	eliB76_80	60	15	75	9	3	9
eli23_80	18	4	22	3	1	3	eliC76_50	37	38	75	6	6	6
eli30_50	15	14	29	2	2	2	eliC76_66	50	25	75	8	4	8
eli30_66	20	9	29	3	2	3	eliC76_80	60	15	75	9	2	9
eli30_80	24	5	29	4	1	4	eliD76_50	37	38	75	6	6	6
eli33_50	16	16	32	3	3	3	eliD76_66	50	25	75	8	4	8
eli33_66	22	10	32	3	2	3	eliD76_80	60	15	75	8	2	8
eli33_80	26	6	32	4	1	4	eliA101_50	50	50	100	7	7	7
eli51_50	25	25	50	4	4	4	eliA101_66	67	67	134	10	10	10
eli51_66	34	16	50	5	3	5	eliB101_50	50	50	100	7	8	8
eli51_80	40	10	50	6	2	6	eliB101_66	67	67	134	10	10	10

5. حل مسائل تولید شده و مقایسه نتایج آنها

در این بخش ابتدا جوابهای حاصل از دو روش پیشنهادی را مقایسه می‌کنیم. این کار پس از برنامه نویسی هر دو روش در زبان Visual Basic در جدول 5 صورت پذیرفته و همان طور که نمودار 1 نیز نشان می‌دهد روش پیشنهادی دوم یعنی روش نزدیک بینانه غیر رقابتی پاسخ‌های نسبتاً بهتری تولید کرده و لذا این روش را برای مقایسه‌های آتی مورد استفاده قرار می‌دهیم. در جداول و نمودارهای آتی NVi عبارت است از تعداد وسیله دراختیار از نوع i و $Z1$ و $Z2$ به ترتیب نشان‌دهنده پاسخ‌های حاصل از روشهای پیشنهادی نزدیک بینانه ترتیبی و نزدیک بینانه غیررقابتی هستند.

تعدادی مسئله با ابعاد کوچک تر نیز تولید شده‌اند که مشخصات آنها در جدول 4 آورده شده‌اند. لازم به یاد آوری است که در تولید این مسائل نیز از روش پیشنهادی تات و ویگو استفاده شده با این تفاوت که ابعاد مسائل کوچک تر انتخاب گردیده‌اند.

جدول 4: مشخصات مسائل تولید شده به روش پیشنهادی تات و ویگو با انجام اصلاحات لازم و با ابعاد کوچک تر

Name	n	m	n+m	K
eli 6	3	2	5	1
eli 9	5	3	8	1
eli 11	6	4	10	1
eli 12	7	4	11	1
eli 14	8	5	13	2
eli 16	9	6	15	2
eli 17	10	6	16	2
eli 22	17	4	21	2

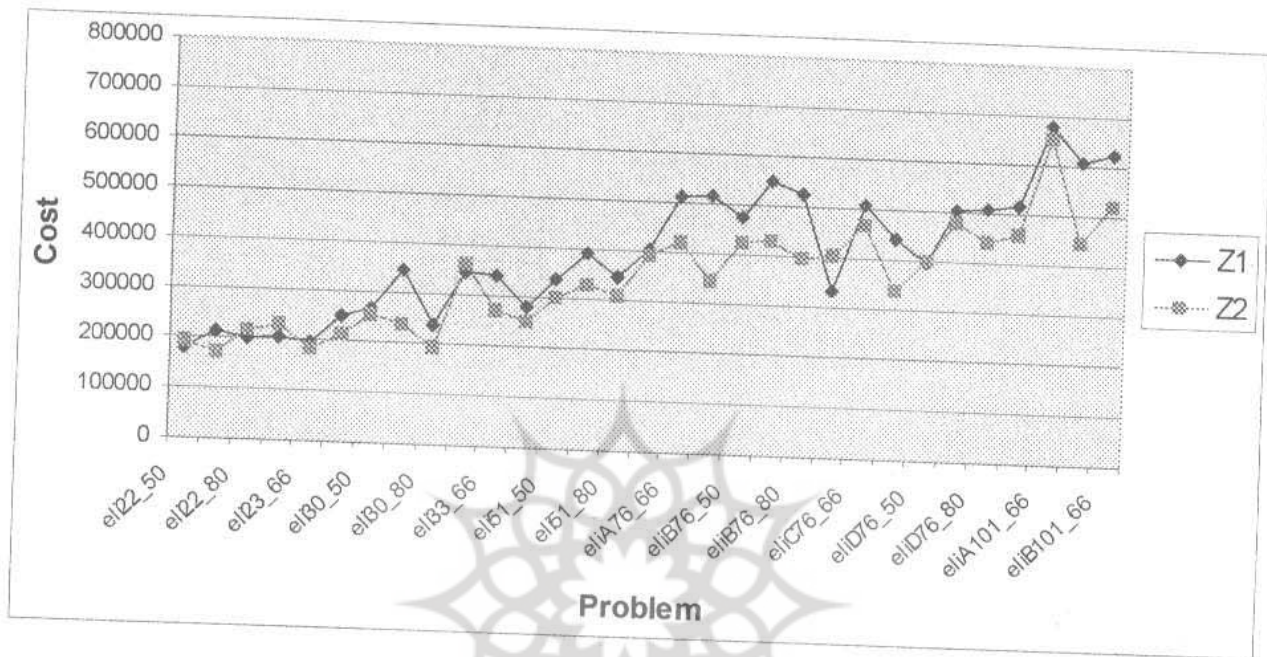
جدول 6: مقایسه نتایج دو روش ابتکاری پیشنهادی ($Z1$: روش نزدیکبینانه ترتیبی و $Z2$: روش نزدیکبینانه غیر رقابتی)

Name	KL	KB	K	NV1	NV2	NV3	Z1	Z2	Name	KL	KB	K	NV1	NV2	NV3	Z1	Z2
eli22_50	2	2	2	2	0	0	178616	189632	eliA76_50	6	6	6	1	1	1	402412	393746.6
eli22_66	2	2	2	2	0	0	211283	171328	eliA76_66	8	4	8	3	1	1	510604	422103.1
eli22_80	3	1	3	3	0	0	200215	218471.6	eliA76_80	9	3	9	2	2	1	515292	344213
eli23_50	2	2	2	2	0	0	204910	228633	eliB76_50	6	6	6	1	1	1	476462	424686.6
eli23_66	2	1	2	2	0	0	196080	183668.9	eliB76_66	7	4	7	2	1	1	551289	428624.6
eli23_80	3	1	3	3	0	0	251564	213186.7	eliB76_80	9	3	9	2	2	1	523581	394985.9
eli30_50	2	2	2	2	0	0	268220	256053.2	eliC76_50	6	6	6	1	1	1	333848	404157.8
eli30_66	3	2	3	3	0	0	346291	236782.6	eliC76_66	8	4	8	3	1	1	508663	467779
eli30_80	4	1	4	2	1	0	239274	193410.1	eliC_76_80	9	2	9	2	2	1	442771	338139.7
eli33_50	3	3	3	3	0	0	344450	362344	eliD76_50	6	6	6	1	1	1	396150	400234.3
eli33_66	3	2	3	3	0	0	342500	268872.5	eliD76_66	8	4	8	3	1	1	504481	477451.4
eli33_80	4	1	4	2	1	0	278104	251427.2	eliD76_80	8	2	8	3	1	1	508250	440984.1
eli51_50	4	4	4	2	1	0	338737	298891	eliA101_50	7	7	7	2	1	1	516921	459006.0
eli51_66	5	3	5	3	1	0	392027	327411.6	eliA101_66	10	10	10	3	2	1	679725	654501.1
eli51_80	6	2	6	1	1	1	343900	307710.7	eliB101_50	7	8	8	3	1	1	609169	446875.5
									eliB101_66	10	10	10	3	2	1	625630	519679

مدلسازی و حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه متفاوت با حمل بار در بازگشت در حالت با گنجایش های نابرابر

بیانکننده زمان لازم برای به دست آوردن جواب بهینه است. همان طور که این نمودار نشان می دهد با افزایش ابعاد مسئله زمان لازم برای حل مسئله به صورت نمایی افزایش می یابد، به گونه ای که حل بهینه مدل در ابعاد با بیش از ۲۲ گره نیازمند زمان بسیار زیادی بوده و عملاً ناممکن است.

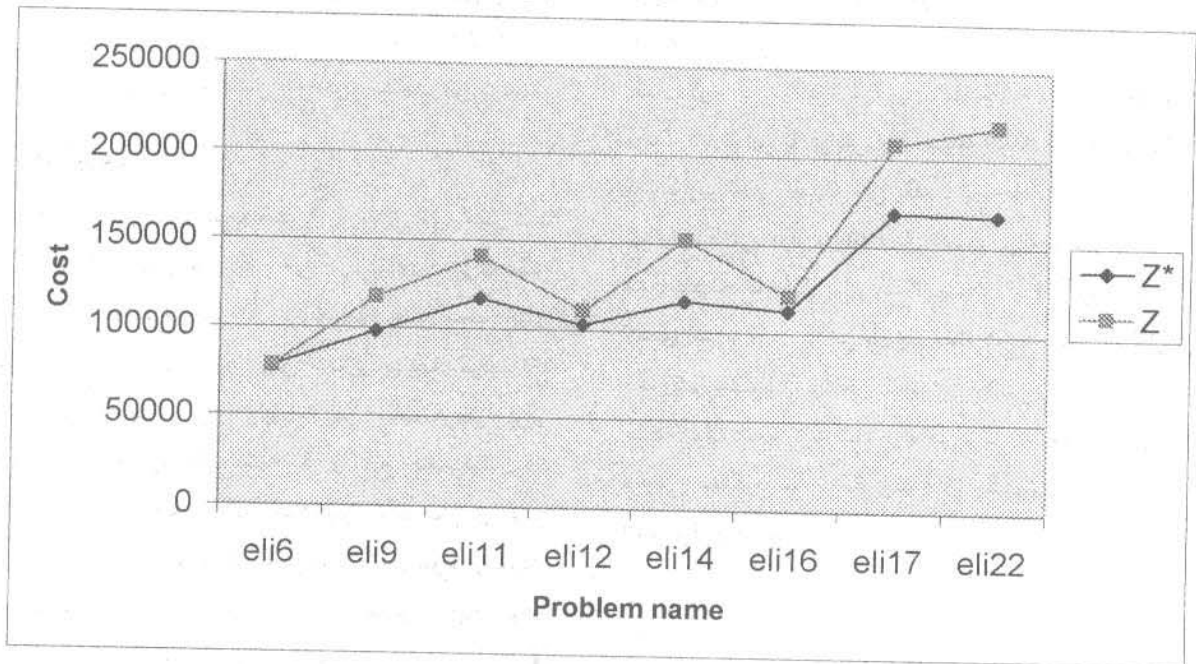
مقایسه پاسخ های حاصل از حل مدل ارائه شده و همچنین پاسخ های حاصل از حل روش ابتکاری نزدیک بینانه غیر رقابتی در جدول ۶ آورده شده اند. نمودار ۲ مقایسه جوابهای بهینه حاصل از حل مدل (توسط نرم افزار Lingo) و جوابهای روش ابتکاری نزدیک بینانه غیر رقابتی را نشان می دهد. نمودار ۳ نیز



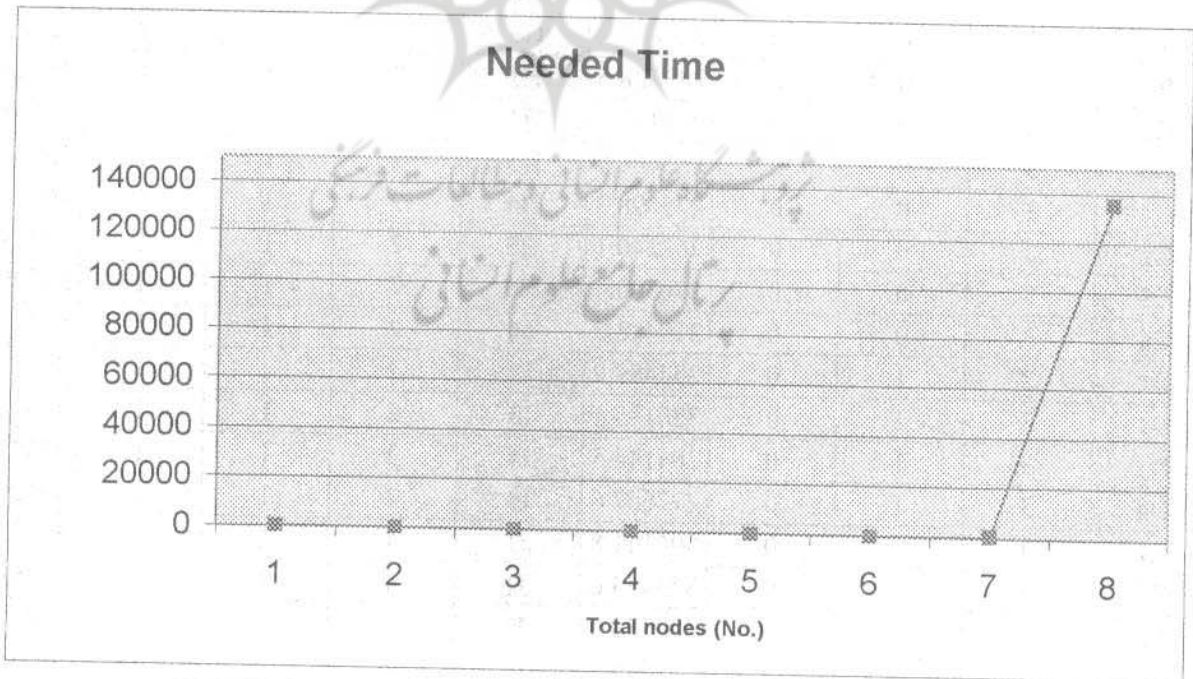
شکل ۱. نمودار مقایسه نتایج دو روش ابتکاری پیشنهادی (Z1): روش نزدیک بینانه ترتیبی و (Z2): روش نزدیک بینانه غیر رقابتی

جدول ۶: مقایسه نتایج مدل ارائه شده و روش ابتکاری نزدیک بینانه غیر رقابتی روی دسته مسئله استاندارد تولیدی

Name	n	m	n+m	K	Z*	Time (Secs for gaining Z*)	Z	Time (Secs for gaining Z)	درصد بهینگی روش غیر رقابتی
eli 6	3	2	5	1	77992	0	77998	0	99.99
eli 9	5	3	8	1	98246	0	117598	0	80.30
eli 11	6	4	10	1	117315	0	141127	0	79.70
eli 12	7	4	11	1	103038	0	111272	0	92.01
eli 14	8	5	13	2	117141	0	152350	0	69.94
eli 16	9	6	15	2	112385	20	120971	0	92.36
eli 17	10	6	16	2	168944	627	207860	0	76.97
eli 22	17	4	21	2	167613	135420	218471	0	69.66



شکل ۲: نمودار مقایسه نتایج مدل ارائه شده و روش ابتکاری نزدیک‌بینانه غیر رقابتی روی دسته سوم مسئله استاندارد تولیدی



شکل ۳: نمودار زمان مورد نیاز برای حل مدل ارائه شده توسط نرم افزار LINGO

مدلسازی و حل مسئله مسیریابی وسایل نقلیه متفاوت با حمل بار در بازگشت در حالت با گنجایش های نابرابر

غیررقابتی انتخاب گردید و جوابهای بهینه مدل ارائه شده با جوابهای حاصل از آن مقایسه شدند.

همان گونه که در این مقاله بیان شد مسئله مذکور **Np-hard** بوده و بنا بر این با افزایش ابعاد مسئله (تعداد گره ها) زمان حل به صورت نمایی افزایش می یابد. نتایج حاصل از حل مدل ارائه شده توسط نرم افزار **Lingo** نیز صحت این مطلب را تایید کرد و نشان داد که حل مدل برای مسائل با بیش از ۲۲ گره نیازمند زمان زیادی است. افزون بر این در این مقاله نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم پیشنهادی نزدیک بینانه غیر رقابتی روی هر سه دسته مسئله تولید شده ارائه شدند که می توانند به عنوان مبنایی برای بررسی عملکرد سایر الگوریتم های پیشنهادی در آینده مورد استفاده قرار گیرند.

در جدول ۷ نیز نتایج حاصل از بکارگیری روش ابتکاری نزدیک بینانه غیر رقابتی پیشنهادی روی دسته مسئله استاندارد تولید شده توسط روش پیشنهادی جتچالکس و جاکویز مشاهده می گردد.

۶. نتیجه گیری

در این مقاله پس از بیان مسئله مسیریابی وسایل نقلیه متفاوت با حمل بار در بازگشت و اشاره به برخی کاربردهای آن، برای اولین بار در ادبیات موضوع یک مدل برنامه ریزی عدد صحیح برای مسئله ارائه شد. پس از آن دو روش ابتکاری پیشنهاد گردید (که هر دوی این روشها نیز برای اولین بار در ادبیات موضوع برای مواجهه با مسئله مذکور مطرح شده اند) و نتایج حاصل نشان داد که روش ابتکاری نزدیک بینانه غیررقابتی نسبتاً بهتر از روش نزدیک بینانه ترتیبی عمل می کند (این مطلب به وضوح از نمودار قابل تشخیص است). در نتیجه روش ابتکاری نزدیک بینانه

جدول ۷. نتایج حاصل از روش ابتکاری نزدیک بینانه غیر رقابتی روی دسته مسئله استاندارد تولید شده توسط روش

پیشنهادی جتچالکس و جاکویز

Name	NV1	NV2	NV3	Z	Name	NV1	NV2	NV3	Z
A1	3	0	0	220380	G3	2	1	1	368724.1
A2	2	1	0	241082.7	G4	2	1	1	368724.1
A3	3	0	0	170605.4	G5	1	1	1	328158.8
A4	3	0	0	216667.2	G6	2	1	1	322292.6
B1	3	0	0	233528.5	H1	2	1	1	409863.2
B2	3	0	0	248172.2	H2	2	1	1	437019
B3	3	0	0	255666.7	H3	2	1	1	338232.2
C1	3	0	0	275698.3	H4	2	1	1	401493.3
C2	3	0	0	267240.1	H5	2	1	1	399712.7
C3	3	0	0	270300.4	H6	2	1	1	332097.5
C4	3	0	0	310418.3	I1	2	1	1	535263.6
D1	2	1	0	234489.9	I2	2	1	1	397622.4
D2	3	1	0	320135.1	I3	2	1	1	446120.9
D3	3	1	0	284144.5	I4	2	1	1	433240.1
D4	3	1	0	277667.6	I5	2	1	1	481200.3
E1	3	1	0	306141.8	J1	4	2	1	519059.6
E2	3	1	0	325454.6	J2	4	2	1	454992.3
E3	3	1	0	322728.4	J3	4	2	1	435075.7
F1	3	1	0	351315.1	J4	4	2	1	491806.4
F2	3	1	0	349879.8	K1	4	2	1	523393
F3	2	1	0	336433.4	K2	4	2	1	548714.5
G1	2	1	1	325485.4	K3	4	2	1	543058.6
G2	2	1	1	364616.8	K4	4	2	1	580418.6

- 10- Goetschalckx, M. and Jacobs, B.(1993) "The vehicle routing problem with backhauls: Properties and solution algorithms", Technical Report MHRC-TR-88-13, Georgia Institute of Technology.
- 11- Golden, B., Baker, E., Alfaro, J. and Schaffer, J. (1985) "The vehicle routing problem with backhauling: two approaches" In R. Hammesfahr, editor, Proceedings of the XXT Annual Meeting of S.F. Tims, Myrtle Beach, SC., p.90-92
- 12- Lenstra, J.K. and Rinooy Kan AH.G. (1981) "Complexity of vehicle routing and scheduling problems", Networks, Vol. 11, No.2, p.221-227.
- 13- Mingozzi, A., Giorgi, S. and Baldacci, R. (1999) "An exact method for the vehicle routing problem with backhauls", Transportation Science, Vol. 33 ,p. 315-329
- 14- Thangiah, S., Potvin, J. and Sun, T. (1996) "Heuristic approaches to vehicle routing with backhauls and time windows", International Journal of Computers and Operations Research, Vol. 23, No. 11, p. 1043-1057
- 15- Toth, P. and Vigo, D. (1997) "An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls", Transportation Science, Vol. 31 , No. 4 , p.372-385
- 16- Toth, P. and Vigo, D. (1999) "A heuristic algorithm for the symmetric and asymmetric vehicle routing problems with backhauls", European Journal of Operations Research, Vol. 113, p.528-543
- 17- Yano,C., McGettigan, D. (1987) "Vehicle routing at quality stores", Interfaces, Vol. 17, No.2, p. 52-63.
- 18- Zhong, Y. and Cole, H.(2000) "A simple approach to linehaul problems: A guided search approach for the vehicle routing problem, University of Arkansas.
- 1- Casco, O., Golden, L., Wasil, A. (1988) "Vehicle routing with back hauls: models, algorithms and case studies", In Vehicle routing: methods and studies, by L. Golden and A.A. Assad, 1988, p. 127-147
- 2- Christofides, N. and Eilon, S. (1969) "An algorithm for the vehicle dispatching problem", Operational Research Quarterly, Vol. 20 , p. 510-518
- 3- Clarke, C. and Wright, J.Q. (1964) "Scheduling of vehicle from and central depot to a number of delivery points, Operational Research Quarterly, Vol. 12, p.568-581
- 4- Dantzig, G.B., Julderson. R. and Johnson, S.M. (1954). "Solution of a large scale traveling salesman problem", Management Science, Vol. 6, p. 80-91
- 5- Dantzig, G.B. and Ramser, J.H. (1959). "The truck dispatching problem, management science", Vol. 6, p.80-91
- 6- Deif, I. and Bodin, L. (1984) "Extension of the Clark and Wright Algorithm for solving the vehicle routing problem with backhauling" Proceedings of the Babson Conference on Software Uses in Transportation and Logistics Management, A. E. Kidder, Editor, Babson Park, MA, p. 75-96
- 7- Garey, M. R. and Johnson, D. S.(1979) "Computers and intractability: a guide to the theory of NP Completeness, Freeman, San Francisco.
- 8- Gelogullari, C.A.(2001) "An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls, Master Thesis, Backet University, Ankara.
- 9- Goetschalckx, M. and Jacobs, B. (1989) "The vehicle routing problem with backhauls", European Journal of Operational Research , Vol. 42, p.39-51.