

نقش استعاره‌های مفهومی در فرایند پویای تدریس ریاضی (مطالعه موردی: رسم نمودار توابع در ریاضیات دبیرستان)

سید جعفر مهدیخانی سروجهانی^۱ * دکتر حسین دوستی^۲ * دکتر ابوالفضل تهرانیان^۳ * دکتر مهدی آژینی^۴ * دکتر احمد شاهورانی^۵

چکیده:

این پژوهش با هدف بررسی نقش استعاره‌های مفهومی در فرایند پویای تدریس ریاضی انجام شده است. پژوهش حاضر تحلیلی از پدیده‌هایی ارائه می‌کند که در فرایند پویای تدریس و یادگیری ریاضی، برای بررسی، رسم و تفسیر نمودارهای دکارتی توابع، در سطح دبیرستان مشاهده شده است. تمرکز اصلی این مطالعه بر گفت‌وگوهای معلمان با دانش‌آموزان و شیوه تدریس و بیان معلمان استوار بوده است. علاوه بر آن، رفتار معلمان، به‌ویژه حرکات دست و بدن آنها هنگام رسم و توضیح نمودارهای توابع به‌دقت مورد بررسی قرار گرفته است. در این پژوهش دو پرسش اساسی مطرح شده است: اول اینکه معلمان از چه نوع استعاره‌هایی برای نمایش گرافیکی و رسم توابع برای دانش‌آموزان دبیرستانی استفاده می‌کنند؟ دوم اینکه آیا معلمان از استعاره‌هایی که در روند تدریس خود استفاده می‌کنند آگاه‌اند؟ چارچوب نظری این پژوهش بر مبنای نظریه شناخت بدن‌مند توسعه یافته است. یافته‌ها شامل عباراتی استعاری‌اند که معلمان هنگام تدریس بخش نمودارهای دکارتی توابع به کار برده‌اند. هریک از آنها در یک یا چند حیطه از دسته‌بندی استعاره‌های مفهومی – استعاره‌های جهتی، مانند «محور طولها افقی است»، استعاره‌های حرکت ساختگی، مانند «نمودار یک تابع به‌عنوان حرکت نقطه روی نمودار» و استعاره‌های هستی‌شناسی – طبقه‌بندی شده‌اند. همچنین در این پژوهش نشان داده شده است که معلمان نسبت به استعاره‌هایی که در روند تدریس خود به کار می‌برند، آگاه نیستند.

کلیدواژگان: استعاره‌های مفهومی، فرایند پویای تدریس، نمودار دکارتی توابع، معلمان ریاضی

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۱/۷

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۳/۱۰

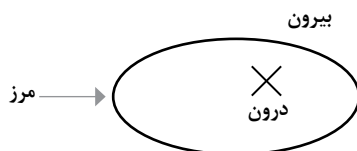
این مقاله مستخرج از رساله دکتری نویسنده اول است.

۱. دانش‌آموخته دوره دکتری آموزش ریاضی، گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
۲. استاد گروه ریاضی، دانشگاه خوارزمی، تهران، ایران. (نویسنده مسئول). Email: doostih@khu.ac.ir
۳. استاد گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
۴. دانشیار گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
۴. دانشیار گروه ریاضی، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

مقدمه

بی‌شک درک و کاربرد نمودارهای دکارتی یک مؤلفه حیاتی در مفهوم‌سازی توابع در ریاضیات دبیرستانی است. هنگامی که سخن از مفهوم‌سازی به میان می‌آید، استعاره‌ها^۱ به‌مثابه ابزاری مناسب و قدرتمند برای آموزش و درک مفاهیم انتزاعی، به‌ویژه به دانش‌آموزان، نقشی اساسی دارند. ریاضیات، یک رشته علمی سلسله‌مراتبی است که صرفاً با مفاهیم انتزاعی سروکار دارد و لایه به لایه از استعاره‌ها ساخته شده است (کوئیگلی^۲، ۲۰۱۱). فرد برای درک سلسله‌مراتبی مفاهیم ریاضی، از مفاهیم اولیه که مستقیماً از تجربه حسی به‌دست می‌آیند، شروع می‌کند. مثلاً قرمز، سبز، آبی، رنگ‌های اصلی‌اند. رنگ، یک مفهوم ثانویه است و پس‌ازاینکه مفاهیم قرمز، سبز و آبی را متوجه شدیم، شکل می‌گیرد. به‌طور مشابه مفهوم شکل از تجربه تصویری مربع، دایره، مثلث و... حاصل می‌شود (اسکمپ^۳، ۱۹۸۹ الف). سریرمان و اینگلیش^۴ (۲۰۰۵)، در بررسی خود در مورد چارچوب نظری در پژوهش‌های آموزش ریاضیات، به اهمیت نظریه شناخت بدن‌مند^۵ تأکید کرده‌اند. برخی روان‌شناسان معتقدند که حافظه درازمدت شامل تصاویر مکانی است، در حالی که برخی دیگر معتقدند که این تصاویر ذهنی در حافظه به‌صورت گزاره‌ای ذخیره می‌شوند نه تصویری. جانسون^۶ (۱۹۸۷) طرحواره‌های خاصی را مطرح می‌کند که میان طرحواره‌های تصویری و طرحواره‌های گزاره‌ای قرار می‌گیرند. این طرحواره‌ها از تجربیات متعدد به‌صورت فیزیکی به وجود می‌آیند. برخی از این تجربیات ویژگی‌های مشترکی دارند که در طرحواره‌های تصویر گنجانده شده‌اند. هم تجربیات و هم ویژگی‌های مشترک، ناشی از شرایطی‌اند که به‌صورت فیزیکی و جسمی مکرراً در زندگی رخ می‌دهند. به‌طور خلاصه، یک طرحواره تصویری، بازتوصیف تدریجی از تجربه ادراکی به ساختاری خاص و مفهومی است. برای مثال، شکل شماره ۱ نشان‌دهنده طرحواره تصویر ظرف^۷ است. طرحواره‌های تصویری به ایجاد استدلال با استفاده از استنتاج مفهومی کمک می‌کنند که استعاره نیز یکی از آنهاست. از دیدگاه لیکاف^۸ و جانسون (۱۹۸۰) و لیکاف و نونیز^۹ (۲۰۰۰)، طرحواره استعاری یک مکانیسم شناختی است که نهادهای ریاضی انتزاعی را از طریق تجربیات جسمی، ملموس می‌سازد. استعاره به‌منزله درک یک جسم، چیز یا دامنه، تفسیر می‌شود. استعاره‌ها یک رابطه مفهومی میان یک یا دو دامنه منبع (دامنه‌ای که ما با آن آشنا هستیم) و دامنه هدف (جدید یا انتزاعی) ایجاد می‌کنند، در حالی که ویژگی‌ها از اولی به دومی نگاشت می‌شوند. از آنجایی که استعاره‌ها حواس گوناگون را پیوند می‌دهند، لذا برای افراد از نظر ایجاد معانی برای نهادهای ریاضی بسیار مهم‌اند. ماهیت تعداد زیادی از اساسی‌ترین و همچنین پیچیده‌ترین ایده‌های ریاضی، استعاری است.

1. Metaphors
2. Quigley
3. Skemp
4. Sriraman & English
5. Embodied cognition theory
6. Johnson
7. Container image schema
8. Lakoff
9. Núñez



شکل ۱. طرحواره تصویر ظرف (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰)

استعاره مفهومی^۱ اصطلاحی است در زبان‌شناسی شناختی که به فهمیدن یک ایده یا یک حوزه مفهومی براساس ایده یا حوزه مفهومی دیگر اشاره می‌کند. مثلاً، هنگامی که می‌گوییم «قیمتها بالا می‌رود»، از مفهوم «بالا رفتن» در حوزه مفهومی «جهتها» برای درک «کمیتها» استفاده می‌کنیم (فونت^۲ و همکاران، ۲۰۱۰). یک حوزه مفهومی می‌تواند متشکل از هرگونه سازمان‌دهی منظم تجربیات انسانی باشد. زبانهای متفاوت به شکلی منظم از استعاره‌های یکسانی استفاده می‌کنند (فلدمن و نارایانان^۳، ۲۰۰۴). لیکاف و نونیز (۲۰۰۰) در زمینهٔ ریاضیات، دو نوع استعاره مفهومی را از هم متمایز می‌کنند؛ استعاره‌های پایه^۴ و استعاره‌های رابط^۵. استعاره‌هایی‌اند که یک دامنه هدف در ریاضیات را به یک دامنه منبع در خارج از آن مرتبط می‌کنند. استعاره‌های رابط، استعاره‌هایی‌اند که دامنه‌های منبع و هدف را در ریاضیات حفظ می‌کنند و ویژگیها را در میان رشته‌های گوناگون ریاضی مبادله می‌کنند. استعاره‌های رابط ایده‌های پیشرفته یا پیچیده را نتیجه می‌دهند که گاهی ایده‌های انتزاعی نامیده می‌شوند. مثلاً استعاره‌های «اعداد به‌مثابه نقاط روی خط»، «اشکال هندسی به‌مثابه معادلات جبری» نمونه‌هایی از استعاره رابط‌اند که حوزه‌ای از ریاضیات مانند جبر را به حوزه‌ای دیگر مانند هندسه مرتبط می‌سازند. مثالی دیگر می‌زنیم. طرحواره تصویر ظرف را در نظر بگیرید. این طرحواره ممکن است به‌صورت استعاری به‌منظور درک بخشهایی از دیگر دامنه‌های انتزاعی، مانند آنچه نظریه کلاسها^۶ ارائه کرده است، استفاده شود. در این مورد ما استعاره پایه «کلاسها ظرف‌اند»^۷ را خواهیم داشت (جدول شماره ۱). ما همچنین می‌دانیم که تنها برخی از جنبه‌های دامنه منبع با یک استعاره نشان داده می‌شوند و به‌طور کلی نمی‌دانیم که کدام جنبه‌ها از دامنه منبع به دانش‌آموزان منتقل می‌شوند. استعاره «ریاضیات یک ساختمان است»^۸ را در نظر بگیرید. در این استعاره، استنتاج مطلوب این است که ریاضیات موضوعی است که باید از واقعیتهای اساسی یاد گرفته شود تا حمایتی قوی از یادگیری موضوع بعدی شکل گیرد. بنابراین آنچه نگاشت شده است، این است که یک ساختمان برای قرار دادن یک طبقه روی طبقه دیگر

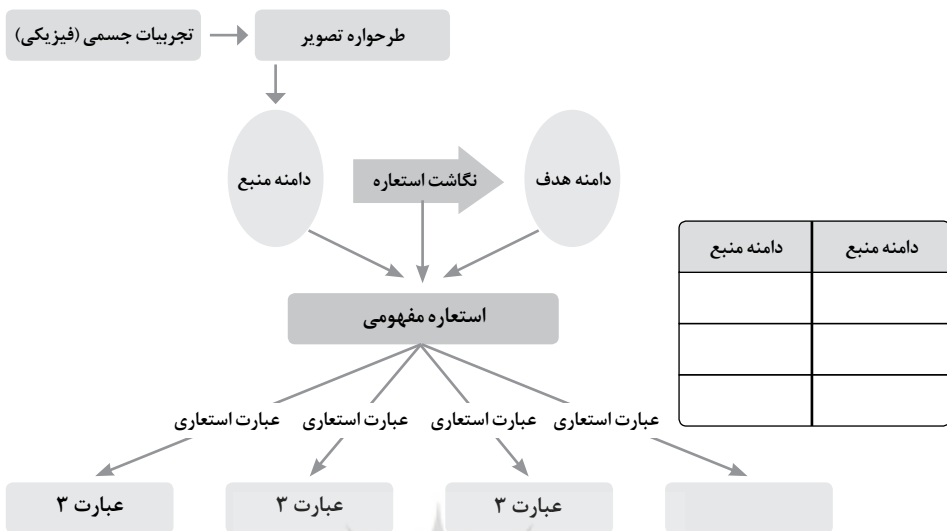
1. Conceptual metaphor
2. Font
3. Feldman & Narayanan
4. Grounding metaphors
5. Linking metaphors
6. Theory of classes
7. Classes are containers
8. Mathematics is a building

باید دارای پایه‌های بسیار قوی باشد. استعاره به ما امکان می‌دهد یک سیستم جدید از شیوه‌ها را به‌منزله یک نتیجه از درک دامنه هدف با توجه به دامنه منبع ایجاد کنیم (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰).

جدول ۱. استعاره کلاسها ظرف‌اند. (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰)

دامنه منبع: ناحیه درونی طرحواره ظرف	دامنه هدف: کلاسها
ناحیه درونی طرحواره ظرف	کلاسها
اشیا در درون ظرف	اعضای کلاس
وجود شیء در ظرف	رابطه عضویت
یک طرحواره ظرف درون یک طرحواره بزرگ‌تر	یک زیرکلاس در کلاس بزرگ‌تر
همپوشانی نواحی درونی دو طرحواره ظرف	اشتراک دو کلاس
اجتماع نواحی درونی دو طرحواره ظرف	اجتماع دو کلاس
ناحیه بیرونی طرحواره ظرف	مکمل یک کلاس

بیشتر پژوهش‌هایی که درباره استعاره‌ها انجام شده، بر همین اساس بوده است. به عبارت دیگر، با توجه به نوع استعاره، دامنه‌های منبع و هدف تجزیه می‌شوند تا تعیین کنند کدام مفاهیم، ویژگی‌ها و روابط از دامنه منبع به دامنه هدف انتقال می‌یابند. دیدگاه سیستمی به استعاره سبب می‌شود ما آن را به‌صورت یک مولد شیوه‌های جدید دریابیم. یک استعاره مفهومی مستقیماً مربوط به فردی است که آن را ایجاد می‌کند و در گفتمان خود، حرکات یا اسناد نوشته‌شده خود، به کار می‌گیرد. هم‌راستا با پژوهش‌های فونت و همکاران (۲۰۱۰)، ما نیز میان عبارات استعاری و استعاره‌های مفهومی تمایز قائل می‌شویم. استعاره‌های مفهومی، عبارات استعاری را با یکدیگر ترکیب می‌کنند. یک عبارت استعاری، یک مورد خاص از استعاره مفهومی است. مثلاً، استعاره مفهومی «نمودار یک مسیر است» در گفتمانهای کلاس درس از طریق عبارتهایی مانند «تابع از مختصات عبور می‌کند» یا «قبل از نقطه A صعودی است و پس از آن نزولی است» ظاهر می‌شود. بعید است که معلم به دانش‌آموزان بگوید که «نمودار یک مسیر است» بلکه از عبارات استعاری استفاده می‌کند. شکل شماره ۲ فرایندی را نشان می‌دهد که به‌منظور مشخص کردن استعاره‌های پایه در پژوهش حاضر در نظر گرفته شده است. این فرایند، یک استعاره مفهومی را پیشنهاد می‌دهد و مشخص می‌کند که استعاره‌های مشابه باهم گروه‌بندی می‌شوند. گام بعدی شامل توجه به طرحواره تصویر است که می‌تواند شامل دامنه منبع و تجربیات فرد باشد. سپس دامنه‌های منبع و هدف تجزیه می‌شوند تا تعیین کنند کدام مفاهیم، خواص و روابط و غیره از دامنه منبع به دامنه هدف انتقال داده می‌شوند.



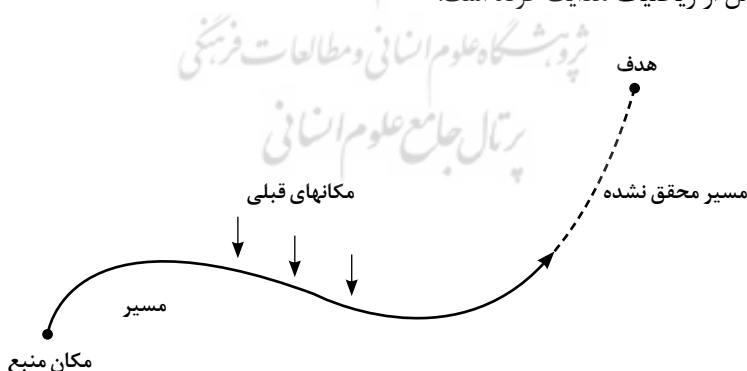
شکل ۲. ویژگی استعاره‌های پایه (فونت و همکاران ۲۰۱۰)

پیشینه پژوهش

پژوهشهای انجام گرفته در مورد حرکت و نمودار، نقش جسم در تفکر ریاضی را با توجه به بررسی و تفسیر نمودارهای دکارتی برجسته می‌کنند. بعضی از این پژوهشها (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰؛ نونیز، ۲۰۰۷؛ فونت و همکاران، ۲۰۱۰) بر اهمیت طرحواره منبع-مسیر-هدف در درک نمودارهای توابع (شکل شماره ۳) تأکید دارند. این طرحواره دارای عناصر زیر است: مؤلفه محرک (شیء در حال حرکت)، منبع (مبدأ یا نقطه شروع)، هدف (مقصد یا نقطه پایان) و مسیر (مجموعه‌ای از مکانهای هموار از منبع تا مقصد). لیکاف و نونیز (۲۰۰۰) معتقدند که نمودار توابع از طریق نگاشت استعاری از این طرحواره سازمان‌دهی شده‌اند. این نگاشت نمودار تابع را از نظر حرکت در طول مسیر تفسیر می‌کند. فونت و همکاران (۲۰۱۰) معتقدند که طرحواره بهینه‌سازی می‌تواند از طرحواره منبع-مسیر-هدف مشتق شود. مثلاً، هنگامی که یک تابع صعودی یا نزولی توصیف می‌شود، ایده صعود و نزول یک جاده برای درک مفاهیم نقاط حداکثر و حداقل ضروری است. آنها علاوه بر تأکید بر اهمیت طرحواره منبع-مسیر-هدف برای درک نمودارهای توابع، معتقدند سایر طرحواره‌های استعاری نیز که در فرایندهای پویای تدریس و یادگیری وجود دارند، باید برای بررسی و تفسیر نمودارهای دکارتی در سطح دبیرستان در نظر گرفته شوند. یی^۱ (۲۰۱۷) در مطالعه‌ای با عنوان «استعاره‌های مفهومی دانش‌آموزان و معلمان برای حل مسائل ریاضی» از طریق مصاحبه با بیست دانش‌آموز و شش معلم، دریافت که چگونه دانش‌آموزان و معلمان از طریق

1. Yee

انتخاب کردن استعاره‌ها، حل مسائل ریاضی را مفهوم‌سازی می‌کنند. در این پژوهش وجود مجموعه‌ای از استعاره‌ها شناسایی شدند که توضیح می‌دهند چگونه در کلاسهای درس هندسه، استعاره‌ها، حل مسائل ریاضی را معنادار می‌کنند و چگونه وجود مجموعه‌ای منسجم از استعاره‌ها برای حل مسئله، فضای گفتگویی را برای معلمان ایجاد می‌کنند تا با دانش‌آموزان در مورد حل مسئله به‌طور عینی گفتگو کنند. روپناو و راندازو^۱ (۲۰۲۴) در پژوهشی، استعاره‌هایی را بررسی کرده‌اند که دانش‌آموزان از آنها برای بیان فرایندهای فکری خود ضمن حل مسئله استفاده می‌کنند. در این پژوهش از طریق مصاحبه با چهار دانش‌آموز، مفاهیمی شامل همسویی میان استعاره‌های دانش‌آموز و استعاره‌های مورد استفاده در آموزش مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین در این پژوهش درک دانش‌آموزان از یکریختی و همریختی در گروه‌ها و استعاره‌هایی که دانش‌آموزان برای بیان فرایندهای فکری خود ضمن حل مسئله استفاده می‌کنند، مورد توجه قرار گرفته است. کوئیگی (۲۰۱۱) در پژوهشی با عنوان «محوریت استعاره در تدریس ریاضیات»، اظهار داشته است که شاید در سالهای اولیه تحصیل، استعاره‌ها را بتوان از دنیای واقعی استخراج کرد، اما کودکان ریاضیات را زمانی به درستی خواهند آموخت که درگیر استعاره‌هایی شوند که یک حوزه انتزاعی (دامنه منبع) را به حوزه انتزاعی دیگر (دامنه مقصد) بنگارند. همچنین این خطر وجود دارد که معلم به این نتیجه برسد که استعاره‌ها برای کودکان دشوارند و در روند آموزش میانبر بزند. مثلاً، هنگام معرفی تقسیم کسرها، هر تلاشی را در به‌کارگیری روشهای غیرمعارف برای فهماندن این فرایند کنار بگذارد و به‌جای آن از دانش‌آموزان بخواهد فقط کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب کنند. ریچارد اسکمپ (۱۹۸۹ب) در کتاب فعالیتهای ساختاریافته برای ریاضیات ابتدایی، به کمک مجموعه‌ای از فعالیتهای به‌دقت ساختاریافته، کودکان را از طریق لایه‌های استعاره‌های مفهومی به درک کامل از ریاضیات هدایت کرده است.



شکل ۳. طرحواره تصویری منبع - مسیر - هدف (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰)

1. Rupnow & Randazzo

روش‌شناسی پژوهش

این پژوهش تحلیلی از گفتمان معلمان ریاضی را ضمن آموزش نمایش گرافیکی توابع در دبیرستانهای تهران در سال ۱۴۰۳-۱۴۰۲ ارائه می‌کند. بیشتر تمرکز پژوهش بر گفتمان، شیوه تدریس و بیان معلمان استوار بود. معلمان در این پژوهش داوطلبانه شرکت کردند و رضایت آنها مبنی بر مشارکت در کار تدریس (مشاهدات کلاس، ضبط ویدئو، تجزیه و تحلیل داده‌ها، و ...) اخذ شد. از شش معلم شرکت‌کننده در این پژوهش، چهار نفر مرد و ۲ نفر زن بودند. برای هر معلم، واحدهای درسی مرتبط با توابع و محتویات شخصی آنها از قبیل دست‌نوشته‌ها، تابلونویسی و غیره را تحلیل کردیم. معلمان الف، ب، پ، ت، ث، ج کلاس ۷۵ دقیقه‌ای خود برای توضیح نمودار توابع را ضبط و برای پژوهشگران ارسال کردند. سپس با همه معلمان در مورد استفاده از استعاره‌ها مصاحبه شد. روش مصاحبه ترکیبی بود. ابتدا معلمان از عبارات خاص و حرکتی که استفاده کرده‌اند آگاه شدند، سپس از آنها پرسیده شد که چرا این کار را انجام داده‌اند و هدف آنها از اجرای این حرکات چه بوده است. همه معلمان دارای حداقل مدرک کارشناسی ریاضی بودند. برای تجزیه و تحلیل فرایندهای آموزشی به‌طور مؤثر، تمامی مراحل تدریس معلمان ضبط و رونوشت شد. این رونوشتها به سه دسته تقسیم شدند: ۱. رونویسی گفتمان شفاهی معلمان با دانش‌آموزان، ۲. یادداشتهای روی تخته معلمان (از جمله نمودارها) و ۳. بخشهای مربوط به حرکات معلمان.

جدول ۲. ویژگیهای معلمانی که در این پژوهش مشارکت کردند.

معلم	سنوآت خدمت	رشته دانشگاهی	مدرک دانشگاهی	شهر / منطقه	جنسیت
الف	۱۵	ریاضی	کارشناسی ارشد	تهران منطقه ۱۰	مرد
ب	۲۸	ریاضی	کارشناسی	تهران منطقه ۱	زن
پ	۲۵	ریاضی	کارشناسی ارشد	تهران منطقه ۱	مرد
ت	۱۹	ریاضی	کارشناسی ارشد	تهران منطقه ۴	مرد
ث	۷	ریاضی	کارشناسی	تهران منطقه ۱۱	مرد
ج	۳	ریاضی	کارشناسی	تهران منطقه ۱۴	زن

برای دستیابی به داده‌های موردنظر باید رونوشتها را به واحدهایی قابل تجزیه و تحلیل تبدیل می‌کردیم. یکی از راههای انجام دادن این کار، ساختن پیکربندی آموزشی^۱ به‌منزله واحد اصلی تجزیه و تحلیل بود. گودینو^۲ و همکاران (۲۰۰۶) معتقدند که یک پیکربندی آموزشی یا DC با استفاده از تعاملات معلم و دانش‌آموز بر مبنای یک وظیفه ریاضی تعریف می‌شود. فرایند تدریس با محتوای ریاضی در یک دوره زمانی صورت می‌گیرد. اگرچه معیار اساسی برای تعیین DC عملکرد وظیفه است، اما فرایند گروه‌بندی و تنظیمات آموزشی، انعطاف‌پذیر و در اختیار پژوهشگر است. در این پژوهش، هنگامی که یک DC تعریف شد، ما تجزیه و تحلیل خود را روی پدیده مربوط به استفاده از استعاره‌های دیده‌شده در آن متمرکز کردیم. روش تعیین استعاره‌هایی که معلمان استفاده می‌کنند در شکل شماره ۲ نشان داده شده است. ۱. شناسایی عبارات استعاری؛ ۲. گروه‌بندی استعاره‌های مشابه؛ ۳. در نظر گرفتن طرحواره تصویری که می‌تواند دامنه منبع باشد و ۴. تجزیه دامنه‌های منبع و هدف تا مشخص شود کدام مفاهیم، خواص و روابط و غیره از دامنه منبع به دامنه هدف منتقل می‌شوند. مک‌نیل^۳ (۱۹۹۲)، معتقد است که حرکات و زبان یک سیستم‌اند و این سیستم است که استعاره مفهومی را تولید می‌کند. از این رو حرکات معلمان ضمن تدریس نیز لحاظ شدند. باین‌حال، باید اشاره کرد که مطالعه حرکات یک هدف ثانویه در پژوهش حاضر است که تأثیر یک عبارت استعاری را تقویت می‌کند.

■ تجزیه و تحلیل داده‌ها

در این بخش، داده‌ها براساس دو سؤال اساسی، تحلیل می‌شوند که عبارت‌اند از:

۱. معلمان، هنگام نمایش گرافیکی توابع برای دانش‌آموزان مقطع دبیرستان، از چه نوع استعاره‌هایی استفاده می‌کنند؟

۲. آیا معلمان از استعاره‌هایی که ضمن تدریس خود از آنها استفاده می‌کنند آگاهی دارند؟

یکی از دلایل انتخاب مقطع دبیرستان برای این پژوهش تنوع به‌کارگیری نمودار توابع، از سوی معلمان و دانش‌آموزان بود. ما دریافتیم که معلمان ساختار گفتمان خود را با توجه به نوعی خاص از استعاره‌ها ایجاد می‌کنند. طرحواره‌های تصویری مورداستفاده آنها عبارت بودند از: «طرحواره تصویر جهت، طرحواره تصویر منبع - مسیر - هدف، طرحواره تصویر ظرف و طرحواره تصویر شیء». برای پاسخ به سؤال اول ابتدا استعاره‌ها معرفی، سپس استعاره‌های مفهومی مرتبط در گفتمان معلمان، نشان داده خواهد شد.

1. Didactic configuration
2. Godino
3. McNeill

◎ استعاره‌های هستی‌شناختی

نقش شناختی استعاره‌های هستی‌شناختی ایجاد یک مبنای هستی‌شناسانه جدید برای هر مفهوم است. در استعاره‌های هستی‌شناختی مفاهیم انتزاعی بر مبنای اشیاء، مواد و حجم مفهوم‌سازی می‌شوند. برای روشن شدن موضوع به مثالهای زیر توجه کنید: اگر به دنبال جوانمردی می‌گردی نایاب شده است. عجب آدم پری است. حس نوع‌دوستی در جامعه ته کشیده است. بر اساس مثالهای بالا مفاهیم جوانمردی، دانش و اطلاعات و جامعه به ترتیب براساس حوزه‌های مبدأ شیء، ماده و حجم مفهوم‌سازی شده‌اند. در این نوع از استعاره‌ها حوزه مقصد با توجه به برداشتی کلی از مفهوم حوزه مبدأ به ساخت استعاره مفهومی وارد می‌شود (افراشی، ۱۳۹۷). استعاره‌های پایه شامل انواع استعاره‌های هستی‌شناختی‌اند. استعاره شیء یک استعاره مفهومی است که ریشه آن در تجربه ما با اشیاء فیزیکی و تفسیر وقایع، فعالیتها، احساسات و ایده‌ها و غیره است، به شرط اینکه آنها نهادهای واقعی با خواص ویژه باشند. این نوع استعاره با دیگر استعاره‌های هستی‌شناسی کلاسیک مانند ظرف و جزء - کل ترکیب می‌شود. ترکیب آنها منجر به تفسیر ایده‌ها و مفاهیم، به‌منزله نهادهایی می‌شود که خود بخشی از نهادهای دیگر هستند.

استعاره‌های هستی‌شناختی را می‌توان در گفتمان معلمان هنگام توضیح نمایش گرافیکی توابع مشاهده کرد. با توجه به نظر لیکاف و جانسون (۱۹۸۰)، این نوع استعاره‌ها اجازه می‌دهند تا ما بخشی از تجربه خود را انتخاب و با آنها به‌مثابه نهادهای گسسته رفتار کنیم. در این پژوهش، استعاره‌های هستی‌شناختی به‌منزله یک گروه از استعاره‌های پایه (ظرف، جزء - کل، استعاره شیء، و ...) مورد توجه قرار گرفتند که از یک طرحواره تصویر حاصل می‌شوند و قلمرو مشترکی دارند، بنابراین ممکن است یک سلسله‌مراتب مشخص در میان آنها باشد. در بخشهای ذیل تجزیه و تحلیل دقیق‌تری از سه استعاره مفهومی ارائه می‌شود که در گفتمان معلم یا در متن کتاب مورد استفاده آنها یافت می‌شوند. استعاره شیء، استعاره پایه است که طرحواره تصویر شیء را به حوزه ریاضیات می‌نگارد. این طرحواره، ریشه در تعاملات فیزیکی و اجتماعی ما، جسم ما و سایر نهادهای گسسته در جهان دارد. طرحواره تصویر ما را قادر می‌سازد تا در مورد انواع مختلفی از نهادهای انتزاعی به‌مثابه اشیاء گسسته صحبت کنیم. مثلاً، در گفتمان معلمان، نهادهای ریاضی به‌مثابه اشیای با خواص مشخص ارائه می‌شوند که می‌توانند به‌صورت فیزیکی (روی تخته، حرکات و غیره) نمایش داده شوند. در مورد نمودارهای توابع، دانش‌آموزان عباراتی استعاری مانند: پیدا کردن تابع، پیدا کردن دامنه تابع و مشخص نمودن نقاط برخورد تابع با محور را می‌شنوند یا می‌خوانند. جدول شماره ۳ به دامنه‌های منبع و دامنه‌های هدف اشاره دارد که در تفسیر این استعاره مداخله می‌کنند. در اینجا، عبارات استعاری استعاره شیء هنگامی رخ می‌دهند که معلم ریاضی به نمودار یک تابع به‌مثابه یک شیء با خواص فیزیکی اشاره می‌کند. معلمها از اصطلاحات کلامی و حرکات استفاده می‌کنند و اشیای ریاضی را به‌گونه‌ای تعریف می‌کنند که اشیایی با وجود فیزیکی‌اند.

معلم الف:

برای رسم توابع رادیکالی بهتر است ابتدا دامنه تابع را پیدا کنیم. همان طور که می بینید دامنه این تابع اعداد حقیقی بزرگ تر یا مساوی ۲ است؛ یعنی اعداد کوچک تر از ۲ در دامنه این تابع قرار ندارند زیرا باعث می شوند عبارت زیر رادیکال عددی منفی شود... بنابراین نمودار این تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ از نقطه $x=2$ شروع به حرکت می کند و به این شکل (با حرکت دست یک منحنی رسم می کند) تا بی نهایت ادامه می یابد.

معلم ب:

شما می دانید که چگونه نقاط ماکزیمم و مینیمم این تابع را پیدا کنید. (منظور معلم تابع درجه سوم $f(x) = x^3 - 3x + 1$ است). ما قبلاً روی مسائل مشابه کار کرده ایم. به نظر شما برای پیدا کردن نقاط ماکزیمم و مینیمم این تابع باید چه کار کنیم؟ بله درست است باید مشتق بگیریم. [دانش آموزان مشغول گرفتن مشتق از تابع مورد نظر هستند]. ... حالا به کمک ریشه های مشتق، f' را تعیین علامت کنید... همان طور که می بینید اینجا علامت مشتق مثبت است، پس نمودار صعودی است و اینجا علامت مشتق منفی است پس نمودار در حال نزول است. [با حرکات دست نواحی مشخص شده در جدول تعیین علامت را نشان می دهد]. اینجا، در این نقطه است که نقطه ماکزیمم تابع شکل می گیرد. ... [دانش آموزان سعی می کنند به کمک جدول، تابع را رسم کنند].

جدول ۳. استعاره اشیاء ریاضی اشیاء فیزیکی اند

دامنه منبع: طر حواره تصویری شیء	دامنه هدف: ریاضیات
شیء فیزیکی	شیء ریاضی
اشیاء فیزیکی دستکاری و کشف می شوند.	اشیاء ریاضی دستکاری و کشف می شوند.
اشیاء فیزیکی متفاوت از بازنمایی محتوایی شان هستند (مثلاً ساعت از کشیدن یک ساعت متفاوت است)	اشیاء ریاضی متفاوت از بازنمایی محتوایی شان هستند.
ویژگیهای شیء فیزیکی	ویژگیهای شیء ریاضی
اشیاء فیزیکی وجود دارند.	اشیاء ریاضی وجود دارند.

در کتابهای درسی که معلمان تدریس می‌کنند و در گفتمان آنها، توابع و نمودارها به‌عنوان اشیاء با خواص معین ارائه شده‌اند (مثلاً اگر مشتق تابع در یک بازه مثبت باشد، تابع در آن بازه صعودی است). یکی از خواص اشیاء فیزیکی که معمولاً مورد سؤال نیست این است که آنها مستقل از افرادند (اگرچه آنها را خود افراد هم می‌توانند بسازند). اشیایی مانند صندلیها، درختان و سنگها و غیره به جهان اشیاء ریاضی ترجمه می‌شوند، به این ترتیب می‌توان آنها را مستقل از افراد در نظر گرفت. اگرچه شکل «وجودی» که در بالا مطرح شده، ممکن است مشکل‌ساز باشد، اما شکل دیگری هم وجود دارد که می‌توان گفت: «اشیاء ریاضی وجود دارند و برای اکثریت ریاضیدانان مشکل‌ساز نیستند» (فونت و همکاران، ۲۰۱۰). به‌منظور تمایز میان این دو نوع وجود و هم‌راستا با دیدگاه کارناپ^۱ (۱۹۵۰) وجود ذکر شده اول را وجود خارجی و وجودی را که ریاضی‌دانان معتقدند یک شیء ریاضی وجود دارد وجود داخلی در نظر می‌گیریم. وقتی که معلمان درباره وجود صحبت می‌کنند، معمولاً منظور آنها دیدگاه داخلی است هرچند در عین حال دیدگاه خارجی را هم می‌پذیرند. مثلاً، در بحث کلاس معلم «پ» در حوزه تابع لگاریتم و در حین تدریس نمایش گرافیکی این تابع، «وجود» در گفتمان ریاضی، داخلی در نظر گرفته شده است.

معلم پ:

دامنه این تابع $f(x) = \log_a^x$ از نزدیکی صفر به مثبت بی‌نهایت می‌رود، چون لگاریتم اعداد منفی و صفر وجود ندارد. همچنین می‌توانیم ساده‌تر بگوییم، تمام اعداد حقیقی مثبت عضو دامنه این تابع هستند. ما می‌توانیم آن را با یک بازه باز، از صفر تا مثبت بی‌نهایت بنویسیم. $(0, +\infty) \dots$

استعاره ظرف

استعاره مفهومی «یک دامنه یک ظرف از نقاط است» یک استعاره پایه است (جدول شماره ۴)، که در آن دامنه منبع، طرحواره تصویری از ظرف است. در مورد نمودارهای توابع، دانش‌آموزان معمولاً عباراتی استعاری مانند: «آیا این مقدار در دامنه تابع وجود دارد؟» را می‌شنوند یا می‌خوانند. این استعاره، یک استعاره هستی‌شناسی پایه را نشان می‌دهد. این استعاره را می‌توان از طریق توضیحات ارائه شده معلم «پ» در مورد تابع لگاریتمی زمانی که او به دنبال توضیح دامنه تابع $f(x) = \log_a^x$ است (... تمام اعداد حقیقی مثبت عضو دامنه این تابع هستند...) و همچنین در توضیحات معلم «الف» در مورد دامنه تابع رادیکالی $f(x) = \sqrt{x-2}$ مشاهده کرد (...همان‌طور که می‌بینید دامنه این تابع اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است، یعنی اعداد کوچک‌تر از ۲ در دامنه این تابع قرار ندارند...).

1. Carnap

جدول ۴. استعاره یک دامنه یک ظرف از نقاط است.

دامنه منبع: طرحواره تصویر ظرف	دامنه هدف: دامنه توابع
ظرف	دامنه
شیء درون ظرف	نقطه دامنه
بودن شیء در ظرف	بودن (وجود) در دامنه
یک ظرف درون ظرف دیگر	بخشی از یک دامنه که در دامنه بزرگتر است
ناحیه بیرونی ظرف	نقاطی که به دامنه تعلق ندارند

◎ استعاره جزء - کل

استعاره مفهومی «نقاط بخشی از نمودار هستند» یک استعاره هستی‌شناسی پایه‌ای است (جدول شماره ۵). دامنه منبع این استعاره یک طرحواره تصویری جزء - کل است. این طرحواره بر مبنای این موضوع شکل گرفته است که بدن ما مجموعه‌ای از قطعات و اجزا است. در مورد رسم نمودارهای توابع، دانش‌آموزان اصطلاحات استعاری مانند «این تابع از چندین قطعه ساخته شده است» را می‌خوانند یا می‌شنوند که یک استعاره هستی‌شناسی را نشان می‌دهد. این طرحواره استعاری از نوع پایه‌ای است. مثالهای توضیح داده‌شده دو معلم «ب» و «ت» را که در زیر مشاهده می‌کنید مرتبط با این استعاره است.

معلم ب:	به نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ که به کمک هم آن را رسم نمودیم توجه کنید. نقاط ماکزیمم و مینیمم روی نمودار این تابع قرار دارند و جزئی از نمودار هستند، پس مختصات آنها در معادله تابع صدق می‌کند... آو به نقاط برخورد نمودار تابع با محور مختصات افقی اشاره می‌کند. این نقاط همان صفرهای تابع هستند...
معلم ت:	برای رسم تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ ابتدا به دامنه این تابع توجه کنید. دامنه این تابع از مجموعه‌ای از اعداد حقیقی ساخته شده است که صفر در آنها نیست. برای رسم این تابع مجموعه‌ای از مقادیر غیر صفر را به جای x قرار می‌دهیم [دانش‌آموزان معلم ت کلاس دهم‌اند]. می‌توانم این محاسبه را در این جدول انجام دهم... به ازای هر عدد که جایگزین x کنیم، تصویری از آن پیدا می‌شود. کافی است این نقاط را در دستگاه مختصات دکارتی مشخص کنیم. با به هم وصل کردن این نقاط نمودار تابع پدیدار می‌شود...

جدول ۵. استعاره نقاط بخشی از نمودارند.

دامنه منبع: طرح‌واره تصویر جزء - کل	دامنه هدف: نمودار توابع
کل	نمودار
بخشهای تشکیل دهنده	نقطه‌های نمودار
کل بیشتر از جزء است	نمودار مشاهده‌شده بخشی از نمودار کل است
اجتماع همه جزءها برابر با کل است	نمودار از همه نقاط ساخته شده است

◎ استعاره‌های جهتی^۱

استعاره جهتی یک استعاره توپولوژیک است که بر مبنای جهات مکانی مبتنی بر جسم به‌عنوان حوزه مبدأ شکل می‌گیرد و با مفاهیمی که نشان‌دهنده جهت و موقعیت مکانی‌اند، مانند «بالا - پایین»، «درون - بیرون»، «جلو - عقب»، «عمق - سطح» و «مرکز - حاشیه»، در ارتباط است. باید توجه داشت که این استعاره‌ها، دلخواه نیستند و از تجارب فیزیکی ما ناشی می‌شوند و بسته به فرهنگها و زبانهای مختلف می‌توانند تغییر کنند (لیکاف و نونیز، ۲۰۰۰). استعاره جهتی کل سیستم را با توجه به مفاهیم موجود در آن سازمان‌دهی می‌کند و یک مفهوم خاص را در رابطه با مفاهیم دیگر تعریف نمی‌کند. نام استعاره جهتی با این واقعیت ارتباط دارد که در اغلب موارد چنین استعاره‌هایی دارای جهتی مکانی‌اند (لیکاف و جانسون، ۱۹۸۰). بر پایه این دیدگاه ما از استعاره‌های جهتی برای سازمان‌دهی تجربیات خود در دنیای فیزیکی استفاده می‌کنیم؛ بنابراین ما می‌توانیم موقعیت اشیاء را در اطراف موضوع با توجه به نقطه مرجع توضیح دهیم.

جدول ۶. استعاره جهتی

دامنه منبع: جهتها	دامنه هدف: ریاضیات
بالا	$y > 0$
پایین	$y < 0$
راست	$x > 0$
چپ	$x < 0$
چیزی در سمت چپ چیزی که در سمت راست آن است.	$x_1 < x_2$
چیزی که زیر چیز دیگری است	$y_1 < y_2$
چیزی که میان دو چیز دیگر است.	$y_1 < y_2 < y_3$ یا $x_1 < x_2 < x_3$

1. Orientational metaphors

در مورد رسم نمودارهای توابع، دانش‌آموزان عبارات استعاری مشابه عبارات استعاری زیر را می‌شنوند یا می‌خوانند: «این عدد بین دو عدد منفی ۲ و ۳ قرار دارد»، «در این تابع نقطه ماکزیمم بالای محور X هاست پس مقدار آن مثبت است». طر حواره استعاری جهتی را می‌توانیم در توضیحاتی ببینیم که معلم «ب» و «ث» ارائه می‌کنند.

نقطه عطف این تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ بین ماکزیمم و مینیمم تابع قرار دارد [با دست نقطه عطف را نشان می‌دهد]. در دو طرف این نقطه همان‌طور که می‌بینید جهت تقعر تابع تغییر نموده است [با حرکت دست جهت تقعر رو به بالا و رو به پایین را نشان می‌دهد].	معلم ب:
برای رسم تابع $f(x) = \sin x + 1$ ابتدا باید نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را رسم کنیم و سپس به کمک انتقال آن را یک واحد در جهت محور عرضها به سمت بالا انتقال دهیم...	معلم ث:

دیگر عبارات استفاده شده توسط معلمان که حاوی استعاره‌های جهتی هستند شامل کلماتی مانند افقی و عمودی می‌باشند.

در رسم نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ توجه کنید که نمودار این تابع هیچ‌گاه محورهای افقی و قائم را قطع نمی‌کند بلکه در مجاورت آنها به سمت بی‌نهایت می‌رود [دانش‌آموزان کلاس دهم‌اند و با مفهوم مجانب آشنا نیستند].	معلم ت:
همان‌طور که روی تابلو می‌بینید تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ در نقاط $x=1$ و $x=-1$ دارای ماکزیمم و مینیمم نسبی است. در نقاط ماکزیمم و مینیمم نسبی، خط مماس موازی محور افقی است.	معلم ب:

● استعاره نمودار به مثابه یک مسیر

گفتمان معلمان با دانش‌آموزان نشان می‌دهد که آنها سعی دارند نمودار را به مثابه یک مسیر برای دانش‌آموزان قابل درک کنند.

معلم الف:

... بنابراین نمودار این تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ از نقطه $x=2$ شروع به حرکت می‌کند و به این شکل [با حرکت دست یک منحنی رسم می‌کند] تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد. شما کافی است نقطه $x=2$ را روی محور طولها پیدا کرده و از آنجا مسیری مشابه یک ایرو را به سمت مثبت محور طولها ادامه دهید.

معلم ث:

برای رسم تابع $f(x) = \sin x + 1$... همان‌طور که قبلاً دیدیم، نمودار تابع $f(x) = \sin x$ را ابتدا در بازه‌ای مانند $[0, 2\pi]$ رسم می‌کنیم و سپس از هر دو طرف نمودار را مشابه نمودار در این بازه ادامه می‌دهیم.

معلم الف در توضیح رسم نمودار تابع رادیکالی $f(x) = \sqrt{x-2}$ به استعاره‌ای (نمودار تابع رادیکالی همانند ایرو است) اشاره کرد که هرچند در محدوده استعاره‌های هستی‌شناسی قرار نمی‌گیرد ولی جا دارد در مورد چنین استعاراتی توضیح داده شود. لیکاف و نونیز (۲۰۰۰) علاوه بر استعاره‌های پایه و رابط، نوع دیگری از استعاره‌ها را در ریاضیات معرفی کردند که نه به مبانی ریاضیات مربوط‌اند و نه به ساختار خود ریاضیات. آنها این نوع استعاره‌ها را استعاره‌های فرعی^۱ نامیدند. یک نمونه گویا از استعاره فرعی، ایده «تابع پله‌ای» است که می‌توان آن را به شکل پلکان ترسیم کرد. تصویر پلکان، گرچه برای تجسم مفید است، اما هیچ ربطی نه به محتوای درونی ریاضیات دارد نه به مبانی آن. استعاره‌های فرعی را می‌توان بدون تغییر اساسی در ساختار مفهومی ریاضیات حذف کرد، درحالی‌که حذف استعاره‌های پایه یا رابط بخشی عمده از محتوای مفهومی ریاضیات را از بین می‌برد.

از دیدگاه تالمی^۲ (۲۰۰۰)، اینها نمونه‌هایی از استعاره حرکت ساختنی‌اند و ریشه در طرحواره تصویری منبع - مسیر - هدف دارند. در بعضی موارد، نقطه شروع منفی بی‌نهایت و نقطه پایان مثبت بی‌نهایت است. ما می‌توانیم استعاره نمودار یک مسیر است را یک استعاره پایه در نظر بگیریم. دامنه منبع این استعاره، طرحواره تصویری منبع - مسیر - هدف است (جدول ۷). استعاره نمودار یک مسیر است، ناشی از این واقعیت است که نمودار به‌نوبه خود به‌مثابه مسیری که از مناطق مختلف عبور می‌کند در نظر گرفته می‌شود.

جدول ۷. استعاره نمودار یک مسیر است.

دامنه منبع: طرحواره مسیر	دامنه هدف: نمودار توابع
مسیر	نمودار
یک مکان در مسیر	یک نقطه روی نمودار
مبدأ مسیر	مبدأ نمودار

1. Extraneous metaphors
2. Talmly

جدول ۷. (ادامه)

دامنه منبع: طرحواره مسیر	دامنه هدف: نمودار توابع
پایان مسیر	پایان نمودار
خارج از مسیر	یک نقطه که متعلق به نمودار نیست

معلم ج:

اگر تلاش برای رسم نمودار $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ شما باید مجانبهای افقی و قائم این تابع را تعیین کنید. مطمئناً این تابع در $x=1$ ناپیوسته است. همچنین در این نقطه مجانب قائم خواهد داشت. ... نمودار این تابع از منفی بی‌نهایت و در مجاورت مجانب افقی شروع و از نقطه‌ای مانند $(-2, 0)$ گذشته و در مجاورت مجانب قائم به منفی بی‌نهایت می‌رود... [این معلم این مطالب را از روی پی‌دی‌اف آماده روی تخته هوشمند برای دانش‌آموزان توضیح می‌دهد].

بسیاری از نمودارها شروع یا پایان ندارند. درواقع پایان مسیر نمی‌تواند به یک بی‌نهایت مثبت یا منفی نگاشت شود. با این حال، صحبت کردن در مورد یک بخش از یک نمودار، اجازه می‌دهد که این طرحواره تصویر مورد استفاده قرار گیرد. ما دو حالت را با توجه به نقاط شروع و پایان نمودار در بی‌نهایت مشاهده کردیم. یکی زمانی که معلم نمودار را رسم می‌کند (مثلاً شروع از منفی بی‌نهایت و پایان در مثبت بی‌نهایت)، و از حرکات خاص دست استفاده می‌کند برای اینکه نشان دهد هر دو بی‌نهایت خارج از نمودارند، یعنی با حرکات نشان می‌دهد که نمودار می‌تواند ادامه یابد. دیگری زمانی است که نمودار قبلاً کشیده شده است و معلم باید حرکات مربوط به نمودار را به‌منظور روشن کردن برخی نکات به دانش‌آموزان بروز دهد. مثلاً هنگامی که معلم «ب» سعی در رسم نمودار داشت، خودش را در ابتدای نمودار قرار می‌داد و با حرکات دست سعی می‌کرد بی‌نهایتها را در نمودار برای دانش‌آموزان بازنمایی کند. با این حال، معلم «ج» هیچ تلاشی انجام نمی‌داد، چه به‌صورت گفتار و چه با حرکات بدن مبنی بر اینکه نمودار کشیده شده تنها بخشی از نمودار تابع است.

● ترکیب استعاره‌ها

گفتمان معلمان گاهی اوقات ترکیب انعطاف‌پذیری از اصطلاحات استعاری (اغلب همراه با حرکات) را نشان می‌دهد. ترکیبی از استعاره‌های ایستا (استعاره‌هایی که دامنه منبع آن طرحواره‌های تصویری ظرف و جزء - کل است)، استعاره‌هایی حرکتی مانند نمودار یک مسیر است (دامنه منبع آن یک طرحواره تصویری منبع - مسیر - هدف است) و یا استعاره‌های جهتی را نشان می‌دهد. نمونه‌هایی از این ترکیب در جداول شماره ۸ و ۹ دیده می‌شوند.

جدول ۸. ترکیب عبارتهای استعاری ناشی از ترکیب استعاره شیء با استعاره نمودار یک مسیر است (معلم «ج»)

مشاهدات	نمایش گرافیکی تابع	رونوشت سخنان معلم ج
او دستش را برای نشان دادن روند رسم نمودار زمانی که X به ۱ متمایل است حرکت می‌دهد.		هنگامی که مقدار X از چپ به عدد ۱ نزدیک می‌شود نمودار به سمت بی‌نهایت منفی میل می‌کند و به صورت نزولی به خط $X=1$ نزدیک می‌شود و زمانی که X به ۱ از راست نزدیک می‌شود نمودار بالا می‌رود و به خط $X=1$ نزدیک می‌شود؛ پس می‌توانیم بگوییم که خط $X=1$ مجانب قائم منحنی تابع است.

جدول ۹. ترکیب استعاره‌های نقاط بخشی از نمودارند، استعاره جهتی و استعاره نمودار یک مسیر است (معلم «ب»)

مشاهدات	نمایش گرافیکی تابع	رونوشت سخنان معلم «ب»
- او دستش را تکان می‌دهد گویا او به‌طور پیوسته می‌خواهد یک قطعه را روی نمودار رسم کند یعنی می‌خواهد پیوستگی تابع را نشان دهد. - او همچنین با حرکات دست نقاط ماکزیمم و مینیمم تابع، جهت تقرر و نقطه عطف تابع را نشان می‌دهد و سعی دارد به کمک حرکات دست شروع و پایان نموداری را نشان دهد که رسم کرده است.		- در اینجا ما با یک تابع چندجمله‌ای درجه ۳ طرف هستیم. تابع از منفی بی‌نهایت شروع و با گذر از نقاط ماکزیمم و مینیمم و عطف به مثبت بی‌نهایت می‌رود... در نقاط $\max$ و $\min$ خط مماس موازی محور X هاست... - همان‌طور که می‌بینید این نقطه عطف منحنی است. مشتق دوم تابع در نقطه عطف برابر صفر است...

در پاسخ به سؤال دوم: «آیا معلمان از استعاره‌هایی که در گفتمان خود از آنها استفاده می‌کنند، آگاهی دارند؟» و به‌منظور ارزیابی این جنبه، کلاس درس همه معلمان را به‌صورت فایل ویدیویی ضبط‌شده، آماده کردیم، سپس با آنها مصاحبه‌هایی انجام دادیم. از معلمان خواسته شد تا بگویند چگونه روشها و گفتمانهایی را که برای انتقال مفهوم رسم گرافیکی تابع برای دانش‌آموزان به‌کار برده‌اند تفسیر می‌کنند؟ رونوشت توضیحات آنها در مورد نمایش گرافیکی توابع موارد قابل توجه ذیل را نشان داد:

۱. معلمان از استعاره‌های مختلف در گفتمان خود استفاده می‌کردند؛ ۲. آنها از یک گفتگوی پویا همراه با حرکات به‌منظور توضیح و رسم نمودار استفاده می‌کردند. ۳. در استفاده از استعاره‌ها در گفتمان

معلمان، میان معلمان باتجربه و کم‌تجربه تفاوت چندانی وجود نداشت. در مصاحبه با معلمان موارد ذیل را مشاهده کردیم: ۱. آنها از استعاره‌هایی که ضمن تدریس به کار می‌بردند، آگاهی نداشتند. ۲. پس از مشاهده ویدیو، معلمان از وجود استعاره‌هایی که ضمن تدریس از آنها استفاده می‌کردند، متعجب شدند. ۳. هیچ کنترلی روی استفاده از استعاره‌ها وجود نداشت، زیرا معلمان از وجود آنها بی‌اطلاع بودند. ۴. همه معلمان شرکت‌کننده، پس از آگاهی از وجود استعاره‌ها اذعان داشتند که استفاده از استعاره‌ها راهی برای تسهیل درک دانش آموزان از ریاضیات است. بخشی از این مصاحبه‌ها در جدول شماره ۱۰ قابل مشاهده است.

جدول ۱۰. بخش مصاحبه با معلم «ب» برای پاسخ به سؤال دوم پژوهش

اهداف و مشاهدات	رونوشت مصاحبه
هدف این بود که مشخص شود آیا معلم در استفاده از استعاره و حرکات در گفتمان خودآگاه است یا خیر؟	در ویدیو شما از عباراتی مانند «از اینجا می‌روید به» یا «از صفر عبور می‌کنید» یا «به بی‌نهایت می‌رود» و... در انجام دادن این کار شما از حرکات دست هم استفاده می‌کنید. با انجام چنین کاری سعی می‌کنید چه چیزی را بیان کنید؟
این نشان می‌دهد که معلم از استفاده از استعاره‌ها و حرکات آگاه نبوده است. او فکر می‌کند که حرکات برای تأکید بر ایده‌هاست. در کلاس درس، حرکات یک وضعیت ایستار را به یک وضعیت پویا تغییر می‌دهند.	خب، من حدس می‌زنم این وضعیت کاملاً ناخودآگاه است، زیرا من در مورد آن فکر نمی‌کنم. به خودم نمی‌گویم که الان باید دستم را تکان بدهم یا از جمله‌ای خاص استفاده کنم. بنابراین زمانی که می‌گویم «می‌رود یا می‌گذرد یا...» باید نشان دهم که تابع از طریق آن عبور می‌کند و سپس ادامه می‌یابد. منظور من این است تصور کنید که شما یک تابع را دنبال می‌کنید، مقادیر x را به صورت تدریجی به تابع بدهید، حالا نمودار منحنی این خواهد بود. البته، اینها چیزهایی هستند که من هرگز به آن فکر نکرده‌ام، اگرچه می‌دانم که این حرکات را برای ملموس‌تر کردن تدریس انجام می‌دهم.

نتایج و یافته‌ها

این پژوهش به‌طور کلی باهدف پاسخگویی به دو پرسش اساسی شکل گرفته است. اول اینکه معلمان در روند تدریس ریاضی (به‌طور خاص بخش رسم نمودار توابع) چه استعاره‌هایی را به کار می‌برند و دوم اینکه آیا با آگاهی اقدام به به‌کارگیری این استعاره‌ها می‌کنند؟ معلمان گفتمان خود را در مورد نمودارهای توابع حول یک گروه کوچک از استعاره‌ها سازمان‌دهی می‌کنند که شامل طرحواره‌های تصویری «جهتی، مسیر، ظرف، جزء - کل و طرحواره شیء» اند. براساس یافته‌های پژوهش متوجه شدیم که طرحواره شیء نقشی مهم در گفتمان کلاس درس دارد که در آن معلمان در مورد اشیاء ریاضی صحبت می‌کنند. همچنین مشخص شد که طرحواره شیء دارای یک قلمرو مشترک با طرحواره ظرف و طرحواره

جزء - کل است. بدون اینکه سلسله‌مراتبی در میان آنها ایجاد شود. پرسشی که همچنان باقی می‌ماند، مربوط به رابطه میان این طرحواره‌های تصویری است. با توجه به دیدگاه کوئین^۱ (۱۹۹۱) می‌توان تصور کرد که طرحواره تصویر شیء، طرحواره پایه است و طرحواره‌های دیگر از آن استخراج شده‌اند یا به‌طور خلاصه، یک طرحواره خاص است که همه طرحواره‌های دیگر حاصل آن هستند، یعنی یک طرحواره اولیه است. به هر حال، در این مورد توافق خاصی وجود ندارد. حال این پرسش مطرح است که در یک طرحواره تصویری دقیقاً چه مؤلفه‌هایی وجود دارد و آیا نیاز به سطح انتزاعی بیشتر نسبت به طرحواره تصویر وجود دارد یا خیر؟ از دیدگاه رادفورد^۲ (۲۰۰۸) این سؤال از این جهت که مربوط به وضعیت هستی‌شناسی اشیاء ریاضی است، مهم است. این یکی از مشکلات فلسفه یا ریاضیات و برای پژوهش در زمینه ریاضیات مورد توجه است. همراستا با گودینو و همکاران (۲۰۰۶) موضع ما در این پژوهش، این است که روش لیکاف و نونیز یعنی «تجزیه و تحلیل ایده‌های ریاضی» از نظر توضیح ظهور اشیاء ریاضی بسیار مهم است، اما برای توصیف ماهیت اشیاء ریاضی کافی نیست. این محدودیت را نویسندگانی همچون سینکلر و شیرالی^۳ (۲۰۰۳) پس از انتشار کتاب لیکاف و نونیز مطرح کرده‌اند. ما می‌دانیم که روندی که از طریق آن اشیاء ریاضی از مضامین ریاضی ظاهر می‌شوند، بسیار پیچیده است. در یک سطح، ظهور مفاهیم، تعاریف، گزاره‌ها، تمرینها، مسائل و استدلالها وجود دارند، در حالی که در سطح دیگر ظهور یک شیء ریاضی، مانند شیء تابع مطرح می‌شود که ممکن است بازنماییهای مختلف داشته باشد و ممکن است با تعاریف متعدد معادل و با خواص چندگانه همراه باشد. با این حال انطباق و راحتی و سادگی که از وجود اشیاء ریاضی نشأت می‌گیرند، موجب می‌شود معلمان در فرایند تدریس از اشیاء ریاضی استفاده کنند. همچنین استعاره‌های ایستا در مفاهیم نظری تکرار شده‌اند، از این رو استفاده از آنها در گفت‌وگو معلمان نیز رایج شده است. همچنین مشاهده شده است که استفاده از استعاره‌های پویا نیز در توضیحات معلمان وجود دارد، اگرچه معلمان شرکت‌کننده در این مطالعه عمدتاً از نحوه استفاده از آنها آگاه نبودند. نونیز و همکاران (۱۹۹۹) معتقدند که دیدگاه ایستا یا گسسته که معمولاً معلمان به کار می‌برند، ممکن است برای دانش‌آموزان بلافاصله قابل درک نباشد. همچنین بازنمایی گرافیکی توابع نیاز به معرفی مفاهیم دیگری دارد که باید دقیقاً در قالب مؤلفه‌های ایستا، با استفاده از مفهوم مجموعه اعداد بیان شود. درک این مفاهیم برای دانش‌آموزان دبیرستانی بسیار دشوار است، از این رو بسیاری از معلمان ترجیح می‌دهند (هرچند اغلب بدون اینکه از این موضوع کاملاً آگاه باشند) از توضیحات پویا استفاده کنند.

در این پژوهش نشان داده شد که استعاره مفهومی ابزاری مناسب برای تحلیل گفت‌وگو معلمان ریاضی معلمان در کلاس است. پژوهش حاضر داده‌هایی تجربی را ارائه می‌دهد که می‌تواند منجر به خودآگاهی معلمان در شیوه استفاده از استعاره‌ها به هنگام ترسیم نمودار توابع شود و به تبع آن این خودآگاهی

1. Quinn
2. Radford
3. Sinclair & Schiralli

موجب درک بهتر و انتقال سریع‌تر مطالب درسی به دانش‌آموزان به‌ویژه در بخش رسم نمودارها شود. اگرچه ابتدا کاربرد استعاره‌ها اجتناب‌ناپذیر و گاهی ناخودآگاه است، اما همین ناخودآگاهی در درک اشیاء ریاضی اهمیت اساسی دارد. از آنجایی که تبدیل این ناخودآگاه شناختی به خودآگاه، یک فراشناخت را در پی دارد، لذا بیان کردن چند راهکار برای دستیابی به این خودآگاهی ضروری است. اول اینکه ضروری است همه معلمان که با ریاضیات سروکار دارند، در همه مقاطع تحصیلی با استعاره‌های مفهومی و سازوکار آنها آشنا شوند و بهتر آنکه آموزش و پرورش خود متولی این امر باشد. دوم آنکه همان‌طور که پیشتر نیز گفته شد مبنای کتابهای درسی ریاضی، استعاره است، لذا معلمان هنگام تدریس مطالب درسی ریاضی به استعاره‌های مطرح شده در کتاب درسی نه‌فقط به دید یک راهکار یا رهنمود، بلکه به‌مثابه یک استعاره مفهومی توجه کنند که می‌تواند موجب تسهیل فرایند یادگیری شود. سوم آنکه معلمان بهتر است با زبانی ساده و گویا دانش‌آموزان را از وجود استعاره‌های مفهومی گوناگون در کتابهای درسی آگاه سازند. از دیدگاه کوئیگلی (۲۰۱۱) استعاره، ابزار اصلی و شاید تنها ابزار در اختیار معلم برای دستیابی به این هدف است و مهم‌ترین کار معلم، انتخاب استعاره‌ای مناسب برای کمک به دانش‌آموزان در ساختن مفهوم شخصی متعلق به خودشان است. چهارم آنکه معلمان به ارائه تنها یک استعاره برای تدریس یک واحد یادگیری ریاضی به دانش‌آموزان بسنده نکنند. هر مفهوم ریاضی داده‌شده، دارای چندین استعاره است تا اینکه معلم بتواند از میان آنها گزینش کند. همچنین هیچ استعاره واحد نمی‌تواند به‌اندازه کافی قوی باشد تا به‌طور قابل‌اطمینان همه ویژگیهای مفاهیم را نشان دهد. بنابراین معلم، با وظیفه گزینش نه‌تنها یک استعاره، بلکه یک توالی از استعاره‌ها مواجه است. پنجم، معلمان باید بتوانند دانش‌آموزان خود را از طریق برنامه‌های درسی، با ساختن رشته‌ای از فعالیتهای ذهنی یا فیزیکی که مناسب آنهاست، همانند اسکمپ (۱۹۸۹ب) در فرایند یادگیری هدایت کنند.

هرچند پژوهشهای کافی در زمینه به‌کارگیری استعاره‌های مفهومی در کلاسهای درس ریاضی صورت نگرفته است، باین حال پژوهش حاضر از نظر محتوا و یافته‌ها با پژوهشهای کوئیگلی (۲۰۱۱)، فونت و همکاران (۲۰۱۰)، بوئرو^۱ و همکاران (۲۰۰۱)، روباتی^۲ (۲۰۰۶)، پرسمگ^۳ (۱۹۹۲، ۱۹۹۷)، روپناو و راندازو (۲۰۲۴) و یی (۲۰۱۷) همخوانی دارد. تمرکز اصلی این پژوهش بر استعاره‌هایی بود که معلمان ضمن تدریس در کلاس درس ریاضی به‌کاربرده‌اند، از این رو پیشنهاد می‌شود پژوهشهایی گسترده‌تر، روی نمونه آماری بزرگ‌تر، به‌ویژه روی دانش‌آموزان دوره ابتدایی و متوسطه اول انجام و اثر این استعاره‌ها بررسی شود. از آنجا که آگاهی از استعاره‌ها و نحوه کاربست آنها در آموزش و تدریس ریاضیات مؤثر است، بنابراین پیشنهاد می‌شود که آموزش استعاره‌های مفهومی به‌صورت یک درس حداقل ۲ واحدی، برای دانشجویان رشته آموزش ریاضی و در قالب کارگاههای آموزشی ضمن خدمت برای نومعلمان و معلمان در حال خدمت ارائه شود.

1. Boero
2. Robutti
3. Presmeg

افراشی، آریتا. (۱۳۹۷). *استعاره و شناخت*. تهران: پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی.

- Boero, P., Bazzini, L., & Garuti, R. (2001). Metaphors in teaching and learning mathematics: A case study concerning in equalities. *Proceedings of PME 25*, Utrecht, The Netherlands, Vol.2, 185-192. <https://www.researchgate.net/publication/266480158>
- Carnap, R. (1950). Empiricism, semantics, and ontology. *Revue Internationale de Philosophie*, 4(11), 20-40.
- Feldman, J., & Narayanan, S. (2004). Embodied meaning in a neural theory of language. *Brain and Language*, 89(2), 385-392. [https://doi.org/10.1016/S0093-934X\(03\)00355-9](https://doi.org/10.1016/S0093-934X(03)00355-9)
- Font, V., Godino, J. D., Planas, N. & Acevedo, J. I. (2010). The object metaphor and synecdoche in mathematics classroom discourse. *For the Learning of Mathematics*, 30(1), 15-19. <https://doi.org/10.2307/20749432>
- Godino, J. D., Contreras, A., & Font, V. (2006). Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico-semiótico de la cognición matemática. [Analysis of teaching processes based on the ontosemiotic approach to mathematical cognition.]. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26(1), 39-88. <https://revue-rdm.com/2006/analisis-de-procesos-de/>
- Johnson, M. (1987). *The body in the mind: The bodily basis of meaning, imagination, and reason*. Chicago, IL: Chicago University Press.
- Lakoff, G., & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago, IL: Chicago University Press.
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). *Where mathematics comes from: How the embodied mind brings mathematics into being*. New York, NY: Basic Books.
- McNeill, D. (1992). *Metaphors in mathematics classrooms. Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: Chicago University Press.
- Núñez, R. (2007). The cognitive science of mathematics: Why is it relevant for mathematics education? In R. Lesh, E. Hamilton, & J. Kaput (Eds.), *Foundations for the future in mathematics education* (pp. 127-154). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Núñez, R., Edwards, L., & Matos, J. F. (1999). Embodied cognition as grounding for situatedness and context in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 39(1-3), 45-65. <https://doi.org/10.1023/A:1003759711966>
- Presmeg, N. C. (1992). Prototypes, metaphors, metonymies, and imaginative rationality in high school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 23(6), 595-610. <https://doi.org/10.1007/BF00540062>
- Presmeg, N. C. (1997). Reasoning with metaphors and metonymies in mathematics learning. In L. D. English (Ed.), *Mathematical reasoning: Analogies, metaphors, and images* (pp. 267-279). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Quigley, M. (2011). The centrality of metaphor in the teaching of mathematics *VEREDAS ON LINE – TEMÁTICA*, 57-69. <https://periodicos.ufjf.br/index.php/veredas/article/view/25077>
- Quinn, N. (1991). The cultural basis of metaphor. In J. W. Fernández (Eds.), *Beyond metaphor: The theory of tropes in anthropology* (pp. 56-93). Stanford, CA: Stanford University Press.
- Radford, L. (2008). The ethics of being and knowing: Towards a cultural theory of learning. In L. Radford, G. Schubring, & F. Seeger (Eds.), *Semiotics in mathematics education: Epistemology,*

- history, classroom, and culture* (pp. 215-234). Rotterdam: Sense Publishers.
https://doi.org/10.1163/9789087905972_013
- Robutti, O. (2006). Motion, technology, gesture in interpreting graphs. *International Journal of Technology in Mathematics Education*, 13(3), 117-126. <https://www.researchgate.net/publication/234746206>
- Rupnow, R., & Randazzo, B. (2024). Abstract algebra students' conceptual metaphors for isomorphism and homomorphism. *The Journal of Mathematical Behavior*, 75, 101173. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2024.101173>
- Sinclair, N., & Schiralli, M. (2003). A constructive response to 'Where mathematics comes from'. *Educational Studies in Mathematics*, 52(1), 79-91. <https://doi.org/10.1023/A:1023673520853>
- Skemp, R. R. (1989a). *Mathematics in the primary school*. London: Routledge.
<https://doi.org/10.4324/9780203403891>
- Skemp, R. R. (1989b). *Structured activities for primary mathematics*. London: Routledge.
- Sriraman, B., & English, L. D. (2005). Theories of mathematics education: A global survey of theoretical frameworks/trends in mathematics education research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(6), 450-456
<https://doi.org/10.1007/BF02655853>
- Talmy, L. (2000). *Toward a cognitive semantics*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Yee, S. P. (2017). Students' and teachers' conceptual metaphors for mathematical problem solving. *School Science and Mathematics*, 117(3-4), 146-157. <https://doi.org/10.1111/ssm.12217>



The Role of Conceptual Metaphors in the Dynamic Proves of Teaching Math

S. J. Mahdikhani Sarvjahani¹ © H. Doosti, Ph.D.^{2*} © A. Tehraaniaan, Ph.D.³ © M. Aazhini, Ph.D.⁴ © A. Shahvaraani, Ph.D.⁴

Abstract

Based on the theory of embodied cognition, the present study looks at the role of conceptual metaphors in teaching high school mathematics, especially when Cartesian functions are graphed and analyzed. The main focus of the study has been the discourse between teachers and students while teaching and learning these concepts, especially on the hand, and other bodily movements exhibited by teachers when teaching. Two questions were sought answers to: one, what kind of metaphors teachers use when graphing functions, and two, are teachers aware of metaphors they use. The collected data seem to indicate that the metaphoric phrases used by teachers can be categorized as directional, locomotional, and ontological. Furthermore, it was found that teachers were not aware of their use of metaphors.

Keywords: conceptual metaphors, dynamic process of teaching, Cartesian functions, math teachers

Date Received: May 30, 2024

Date Accepted: Jan. 26, 2025

This paper is derived from the first author's Doctoral Dissertation.

1. Doctoral Graduate in Teaching Math, Math Department, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
2. Professor of mathematics, Kharazmi University, Tehran, Iran. (Corresponding Author)
E-mail: doostih@khu.ac.ir
3. Professor of mathematics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
4. Associate Professor of mathematics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.
4. Associate Professor of mathematics, Science and Research Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.