

بررسی اثرات نويز بر مسئله بهينه‌سازي سبد سهام

حميدرضا جالاليان*

تاريخ دريافت: ۱۴۰۱/۳/۲۹ تاريخ پذيرش: ۱۴۰۱/۵/۱ نوع مقاله: ترويجي

چکیده بهينه‌سازي سبد سهام يك مسئله کاربردي عملي است. وظيفه اين مسئله اين است كه سرمايه را به مجموعه‌اي از دارايي‌ها اختصاص دهد و هدف آن حداكثر كردن سود سرمايه‌گذاري با كم كردن احتمال ضرر و زيان (ريسك) است. اين باعث مي‌شود كه بهينه‌سازي سبد سهام يك مسئله بهينه‌سازي چند هدفه باشد. همچنين اين يك مسئله نويزي نيز است اما در اغلب تحقيقات نويز نادیده گرفته می‌شود. در بهينه‌سازي سبد سهام كلاسيك، با استفاده از سود سهام ساليان گذشته نسبت به ايجاد سبد سهام بهينه كارآمد اقدام مي‌شود. ناگزير سود مورد انتظار از سبد سهام دستخوش عدم قطييت و نويز است. به طور طبيعي ما از سود سهام در آينده هيچ اطلاعي نداريم و فقط بر اساس تخمين و انتظار خود از عملکرد سهام در آينده اقدام به سرمايه‌گذاري مي‌كنيم كه اين خود نويز بالايي را در بر دارد. در اين تحقيق از مدل ميانگين-واريانس ماركويچ براي بررسي اثرات نويز بر سود حاصله از سبد سهام بهينه استفاده شده است. در اين مقاله، نشان خواهيم داد، اگر نويز نادیده گرفته شود، تصميمات سرمايه‌گذاري مي‌تواند به طور قابل توجهي اشتباه باشد. اگر چه نتايج در اين مقاله منفي است اما نتايج فوايد قابل توجهي براي سرمايه‌گذاران دارد. زماني كه سود سهام دستخوش اغتشاش و نويز است، سرمايه‌گذاران بايد نسبت به انتخاب سبد سهام خود و نحوه سرمايه‌گذاري بسيار محتاط باشند. **واژگان** كليدي: بهينه‌سازي سبد سهام، بهينه‌سازي نويزي، بهينه‌سازي چندهدفه،

الگوريتم تكاملي.

مقدمه

نویز اقتصادی و یا به سادگی نویز، یک نظریه قیمت‌گذاری را که از سوی فیشر بلک^۱ طراحی شده است، توصیف می‌کند. بلک، نویز را به عنوان نقطه مقابل اطلاعات^۲ توصیف می‌کند. نظریه او بیان می‌کند که نویز در همه قسمت‌های اقتصاد حضور دارد و ما به ندرت می‌توانیم تفاوت بین نویز و اطلاعات را بیان کنیم (بلک، ۱۹۸۶)^۳.

این مقاله، به اثر نویز بر روی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام که یکی از مسائل کلاسیک در امور مالی (مارکوویچ، ۱۹۵۲)^۴ و اقتصادی است، می‌پردازد. در این مسئله، حداکثر بازده با به حداقل رساندن ریسک از طریق سرمایه‌گذاری بر سهام متنوع میسر می‌شود. مدیریت سبد سهام یک موضوع پژوهشی مهم در دنیای مالی است. یک سبد سهام شامل تعدادی از دارایی‌هاست که درآمد حاصل از آن براساس الگوهای فرایندهای تصادفی مختلف متفاوت است. هدف این است که با به دست آوردن تخصیص بهینه از سرمایه به مجموعه‌ای از دارایی‌ها، مجموع درآمد حاصل از سبد سهام را به حداکثر برسانیم. عوامل زیر عوامل اساسی در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام هستند:

ارتباطات دارایی^۵

اولویت‌های تصمیم‌گیرنده^۶

تخصیص منابع^۷

محدودیت کل بودجه^۸

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام یک مسئله پیچیده دنیای واقعی است. مدل‌سازی این مسئله بسیار مهم است. بدون مدل درست، حتی بهترین الگوریتم بهینه‌سازی بی فایده است؛ زیرا نتایج حاصل از چنین الگوریتمی‌هایی ممکن است منجر به سرمایه‌گذاری خوبی در واقعیت نشوند.

مارکوویچ در سال ۱۹۹۰ جایزه نوبل اقتصاد را برای مدل‌سازی مسئله بهینه‌سازی سبد سهام دریافت کرد. او یک پاسخ اساسی برای این مسئله بر اساس مدل میانگین و واریانس^۹ ارائه کرد. او این مسئله را به عنوان یک مسئله بهینه‌سازی با دو معیار (مسئله بهینه‌سازی دو هدفه) تدوین کرد: حداکثر سود یا درآمد (اندازه‌گیری شده با میانگین) با به حداقل رساندن ریسک سبد سهام

1. Fisher Black

2. Information

3. Black

4. Markowitz

5. Asset interrelationship

6. Decision maker's preferences

7. Resource allocation

8. Total budget limitation

9. Mean-Variance

(اندازه‌گیری شده با واریانس بازده سهام) و مبادلات بین سود و ریسک که منجر به یک مجموعه از جواب‌های بهینه به نام مجموعه جواب‌های بهینه پارتو^۱ می‌شود.

با توجه به اینکه هر مدل شامل نويز است، انتظار می‌رود که مدل مسئله بهينه‌سازی سبد سهام نیز نويزی باشد. در حال حاضر، این سوال مطرح می‌شود که آیا اندکی نويز بر سود یا درآمد مشکل‌ساز است؟

این مقاله، به روش زیر سازماندهی شده است:

در بخش ۲ مدل میانگین- واریانس^۲ توصیف می‌شود. مفاهیم عدم قطعیت در امور مالی در بخش ۳ مورد بحث قرار خواهد گرفت. الگوریتم تکاملی برای حل مسئله بهينه‌سازی چند هدفه در بخش ۴ ارائه خواهد شد و بخش ۵ نتایج و بحث‌های تجربی را پوشش می‌دهد. سرانجام، بخش ۶ مقاله را با نتیجه‌گیری به پایان خواهد برد.

تعریف مسئله

یک مدل میانگین- واریانس، به صورت مسئله بهينه‌سازی دو هدفه می‌تواند به صورت زیر بیان شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } R(x) &= \sum_{i=1}^n x_i r_i \\ \text{Min } V(x) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \\ \text{s.t. } x &\geq 0 \in X \end{aligned} \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1$$

به طوری که r_i بازده مورد انتظار برای دارایی (سهام) i است و σ_{ij} کوواریانس بین دارایی (سهام) i و j است. در نهایت، x_i متغیر تصمیم با مقدار $[0,1]$ برای $i=1,2,\dots,n$ است که نشان‌دهنده ترکیب دارایی (سهام) i در سبد سهام به عنوان نسبتی از کل سرمایه موجود است.

-
1. Pareto optimal solutions
 2. Mean-Variance

محدودیت غیر منفی $x \geq 0$ نشان می‌دهد که فروش کوتاه مدت ۱ مجاز نمی‌باشد (مارکوویچ، ۱۹۵۲)^۲.

همان طور که ما نشان دادیم، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام یک مسئله بهینه‌سازی چند هدفه با دو هدف ریسک ۳ کمینه شده و بازده ۴ (سود) حداکثر شده است. تعامل بین این دو تابع هدف منجر به یک مجموعه از جواب‌های بهینه نامغلوب به نام مجموع جواب بهینه پارتو ۵ می‌شود.

تعریف عدم قطعیت (نویز)

اصطلاحات "ریسک" و "نویز" به عنوان عامل عدم قطعیت در مسائل دنیای واقعی گاهی به اشتباه یکسان تلقی می‌شود. این در حالی است که وقوع نویز در سیستم می‌تواند به سطح بالایی از ریسک برای سرمایه‌گذاران منجر شود اما این به این معنی نیست که ریسک و نویز یکسان هستند. به همین دلیل، ما به بررسی تأثیر نویز در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام می‌پردازیم. برای وضوح بیشتر، تعاریف اصطلاحات ریسک و نویز در زیر آورده شده است.

ریسک، به احتمال اینکه سود حاصله با سود مورد انتظار چه میزان تفاوت خواهد داشت می‌پردازد. ریسک، احتمال از دست دادن بخشی یا کل سرمایه‌گذاری اصلی را نیز شامل می‌شود. نسخه‌های مختلف ریسک معمولاً با محاسبه انحراف معیار از بازده‌های سالیان گذشته یا بازده میانگین از سرمایه‌گذاری‌های خاص اندازه‌گیری می‌شوند. یک انحراف از معیار بزرگ نشانگر ریسک بالای سرمایه‌گذاری خواهد بود.

نویز، نقطه مقابل مفهوم اطلاعات^۶ است. به دلیل ماهیت پیچیده بازارهای جهانی، تمام داده‌های بازار اطلاعات نیستند. علاوه بر این، بسیاری از نوسانات قیمت که روز به روز می‌بینیم، بیشتر تغییرات تصادفی هستند تا یک روند معنی‌دار. بنابراین، بهینه‌سازی سبد سهام با توجه به ماهیت آن نویزی است؛ همچنین نویز می‌تواند ناشی از تغییرات سیاسی اجتماعی، تغییرات سیاست بازار، بلایای طبیعی یا جنگ و... باشد.

دلایل بسیاری وجود دارد که چرا مردم با توجه به نویز معامله خواهند کرد؟

آنها فکر می‌کنند نویزی که آنها با آن تجارت می‌نمایند اطلاعات است.

آنها فقط دوست دارند که با وجود نویز هم تجارت کنند.

1. Short Sales
2. Markowitz
3. Risk
4. Return
5. Pareto
6. Information

آنها ممکن است احساس کنند که هر تجارتی بهتر از هیچ تجارت است، حتی اگر به خوبی از نویز آگاه باشد.

در اغلب موارد، معامله‌گران نویز پول خود را در معاملات از دست می‌دهند؛ در حالی که معامله‌گران اطلاعات سود می‌کنند؛ به عبارت دیگر، معامله‌گران نویز برای کسانی که با اطلاعات به تجارت می‌پردازند، پرداخت می‌کنند (بلک، ۱۹۸۶)^۱.

در این مطالعه، یک نویز با توزیع نرمال، میانگین صفر با انحراف از معیارهای متفاوت به تابع سود مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بیان شده در معادله (۱) اضافه شده است. انحراف از معیارهای متفاوت را برای بیان سطوح مختلف از نویز مورد استفاده قرار می‌دهیم.

$$\bar{R}(x) = R(x) + N(0, \sigma^2) \quad (2)$$

این معادله نویز را در مسئله بهینه‌سازی سبد سهام مدل می‌نماید. در این تحقیق، مسئله بهینه‌سازی سبد سهام با نویزهای با شدت متفاوت سنجیده خواهد شد؛ به طور مثال، با نویز شدت بالا مانند (۱۰٪ و ۲۰٪)، نویز متوسط (۵٪) و نویز ضعیف (۱٪ و ۲٪).

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه تکاملی

الگوریتم‌های تکاملی یک کلاس از روش‌های جست و جو تصادفی هستند. آنها به یک ابزار محبوب برای جست و جو، بهینه‌سازی و یادگیری ماشین بدل شده‌اند. با استفاده از تحول شبیه‌سازی شده، این الگوریتم‌ها راه‌حلهایی را برای بسیاری از مشکلات پیچیده پیدا می‌کنند. الگوریتم‌های تکاملی با جمعیتی از جواب‌ها کار می‌کنند. بنابراین، آنها قادر به تقریب زدن مجموعه‌ای از جواب‌ها در یک اجرا واحد هستند. این ویژگی برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه (MOP) ایده آل است که مجموعه‌ای از جواب‌های نامغلوب دارند. این مجموعه از جواب‌های نامغلوب جبهه پارتو^۱ نامیده می‌شود (دب، ۲۰۰۱)^۲.

بسیاری از الگوریتم‌های تکاملی بهینه‌سازی چندهدفه از جمله NSGA-II یا SPEA2 در چند دهه گذشته، توسعه داده شده است. همه آنها برای مسائل پیچیده بهینه‌سازی با مشخصات و محدودیت‌های مختلف اعمال شده‌اند (کویلیو و همکاران، ۲۰۰۷)^۳.

در این تحقیق، از الگوریتم MOEA/D برای حل مسئله بهینه‌سازی سبد سهام بیان شده در معادله (۱) استفاده می‌کنیم. این الگوریتم بهینه‌سازی یک الگوریتم تکاملی مبتنی بر تجزیه برای

1. Pareto Front
2. Deb
3. Coello & Lamont and Veldhuizen

حل مسائل MOP است (زانگ و لی، ۲۰۰۷)^۱ دستورالعمل مختصری از این الگوریتم در بخش (۴،۱) بیان شده است.

۱. الگوریتم MOEA/D

MOEA / D یک الگوریتم مبتنی بر جمعیت است که MOP را به N زیر مسئله تک هدفه تجزیه می کند و این N مسئله را به طور همزمان بهینه می نماید. تمام تکنیک های تجزیه سنتی از ریاضیات مانند مقادیر وزنی، روش چبیشف^۲ و غیره می تواند استفاده شود. تنوع در میان زیرمسئله ها MOEA/D به طور طبیعی تنوع در بین جمعیت را ایجاد می کند. انتخاب صحیحی از بردارهای وزن و روش تجزیه می تواند به جواب هایی منجر بشود که به طور یکنواخت در طول جبهه پارتو توزیع شده اند (لی، ۲۰۰۷)^۳. در MOEA / D یک همسایگی از زیرمسئله ها به صورت T زیرمسئله نزدیک به هم تعریف شده است. نزدیک بودن زیرمجموعه ها با نرم اقلیدسی از بردارهای وزن هر زیرمسئله اندازه گیری می شود. زیرمسئله ها اطلاعات خود، مانند نقطه مطلوب را با سایر زیر مسئله های همسایه به اشتراک می گذارد. MOEA / D با روش تجزیه چبیشف در این تحقیق در نظر گرفته شده است. تمام مراحل در الگوریتم (۱) ذکر شده است، جزئیات بیشتر در مقاله (زانگ و لی، ۲۰۰۷)^۴ موجود است.

Algorithm 1: MOEA/D

Input

MOP (1);

A stopping criterion;

N : the number of subproblems considered in MOEA/D.

A uniform spread of the weight vectors: $\lambda^1 \dots \lambda^N$.

T : the number of the weight vectors in the neighborhood of each weight vector.

Output

EP: $\{F(x^1) \dots F(x^N)\}$.

Step 1) Initialisation:

Step 1.1) Set $EP = \emptyset$

Step 1.2) Compute the Euclidean distances between any two weight vectors. For each subproblem $i = 1 \dots N$, set the neighborhood $B(i) = \{i_1 \dots i_T\}$. Where $\lambda^{i_1} \dots \lambda^{i_T}$ are the T closest weight vector to λ^i .

Step 1.3) Generate an initial population $x^1 \dots x^N$ randomly.

1. Zhang and Li

2. Tchebycheff

3. Li

4. Zhang and Li

Step 1.4) Evaluate the population.
 Step 1.5) Set the reference point $z = (z_1 \dots z_m)$ by a problem specific method.
 Step 2) Update:
 For $i = 1 \dots N$ do
 Step 2.1) Reproduction: Randomly select two solutions from $B(i)$ to generate a new solution y by using genetic operators.
 Step 2.2) Improvement: Apply a problem specific (repair/ improvement heuristics) on y to produce y' .
 Step 2.3) Update of Z: Update the reference point z by a problem specific method.
 Step 2.4) Update of Neighboring Solutions: For each index $j \in B(i)$, set $x^j = y'$ if x^j worse than y' regarding to the subproblem j .
 Step 3) Stopping Criteria:
 If stopping criteria are satisfied stop and return EP. Otherwise, go to Step 2.

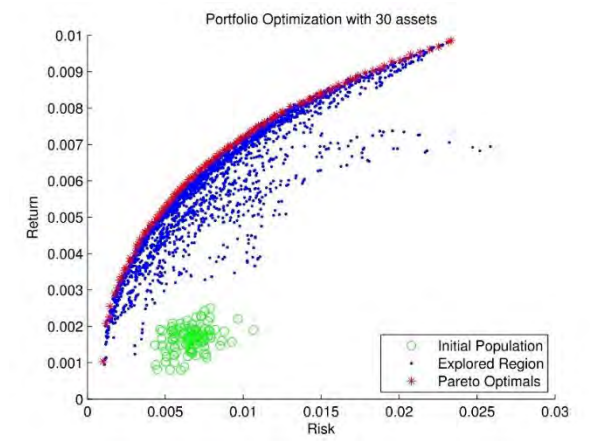
آزمایش عملی^۱

هدف از این آزمایش نشان دادن تأثیر نویز در تابع بازده (سود) مسئله بهینه سازی سبد سهام است. در آزمایش ما سبد سهام شامل ۳۰ دارایی ($n = 30$) است. نویزهای با سطح شدت متفاوت به عنوان مثال سطح پایین (۱٪، ۲٪، متوسط (۵٪) و سطح بالا (۱۰٪ و ۲۰٪) به مدل بیان شده در معادله (۲) اضافه می شوند. الگوریتم MOEA/D برای حل مسئله (۱) استفاده می شود. این یک مسئله بهینه سازی دو هدفه با هدف به حداقل رساندن ریسک سرمایه گذاری و به حداکثر رساندن بازگشت سود است. الگوریتم تنظیم شده است تا پس از ۱۰۰ نسل متوقف شود. جمعیتی از ۱۰۰ نفر نیز برای این آزمایش استفاده می شود.

نتایج

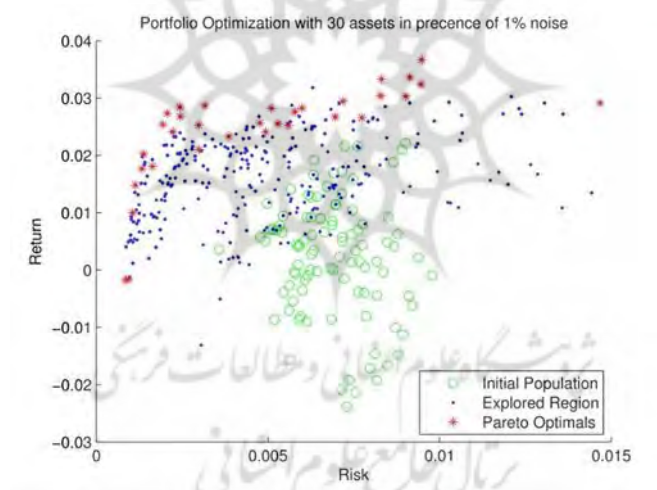
شکل (۱) سبد سهام کارآمد را بدون هیچ گونه نویز افزوده شده نشان می دهد. برای این مسئله، بازده (سود برگشتی) مورد انتظار ما در محدوده ۰٫۱٪ تا ۱٪ قرار دارد. سبد سهام واقعی کارآمد (جبهه پارتو)^۲ برای ما شناخته شده نیست؛ بنابراین، نتایج حاصل از مسائل نویزی را با نتیجه حاصل از مسئله سبد سهام بدون نویز اضافی مقایسه می کنیم.

1. Experiment
2. True Pareto Front



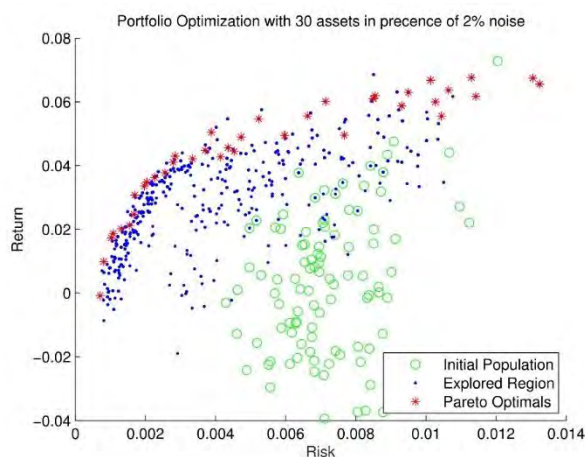
شکل ۱: مسئله سبد سهام بدون حضور نویز

در شکل (۲) تأثیر نویز ۱٪ را بر مسئله بهینه‌سازی سبد سهام ملاحظه می‌کنیم. همان طور که در محور Y نشان داده شده است، محدوده بازده مورد انتظار به صورت نمایی به ۰ تا ۴ درصد گسترش یافته است (در مقایسه با محدوده بین ۰,۰۰۱ تا ۰,۰۱ در مسئله بدون نویز، به شکل (۱) مراجعه کنید).

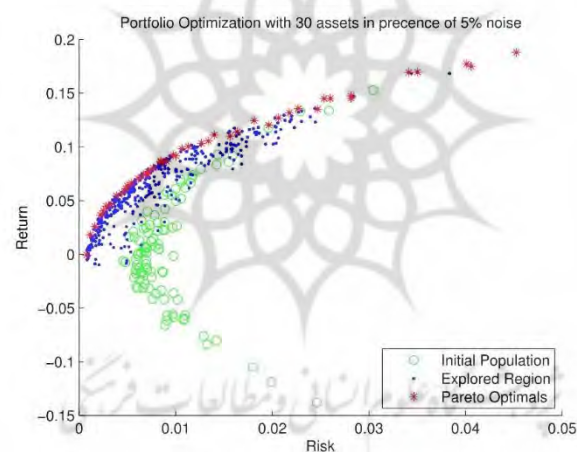


شکل ۲: مسئله سبد سهام در حضور نویز ۱٪

به طور شگفت‌انگیزی، این مقدار نویز (۱٪) نیز جبهه پارتو را به میزان زیادی تغییر می‌دهد. همان طور که از تحقیقات قبلی می‌دانیم (گو و تان، ۲۰۰۷)، MOEA ها به دلیل اینکه از روش‌های تصادفی استفاده می‌نمایند نسبت به نویزهای کم نسبتاً مقاوم هستند.

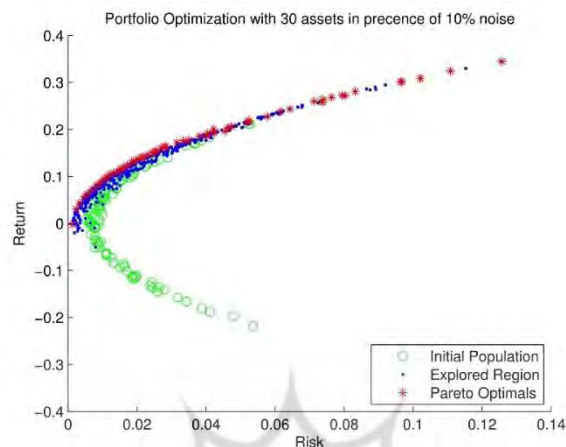


شکل ۳: مسئله سبد سهام در حضور نویز ۲٪

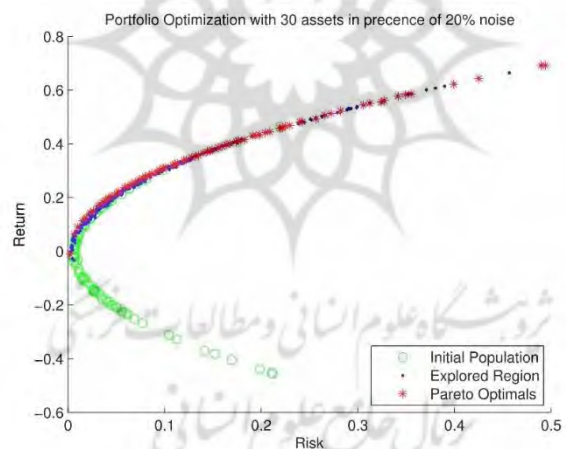


شکل ۴: مسئله سبد سهام در حضور نویز ۵٪

با توجه به شکل (۳)، محدوده بازده مورد انتظار در حضور نویز ۲٪ دو برابر میزان نویز ۱٪ و ۸ برابر بیشتر از نتایج حاصل شده در مسئله بدون نویز است. این روند برای نویز ۲۰٪ نیز ادامه می‌یابد؛ همان‌طور که در شکل (۶) دیده می‌شود، در آن طیف بازده‌های پیش‌بینی شده به ۸۰٪ می‌رسد. این می‌تواند برای سرمایه‌گذار بسیار گمراه‌کننده باشد، نظر به اینکه بازده، بدون حضور نویز فقط حداکثر ۰٫۰۱٪ است.



شکل ۵: مسئله سبد سهام در حضور نویز ۱۰٪



شکل ۶: مسئله سبد سهام در حضور نویز ۲۰٪

بحث

مسئله بهينه‌سازي سبد سهام شامل نويز در هر دو تابع هدف، يعني بازده مورد انتظار ۱ و ماتريس کوواريانس ۲ است.

ماتريس‌هاي کوواريانس نويزي با مطالعات مختلف مورد بررسي قرار گرفته است (پافکا و کوندور، ۲۰۰۳)^۳ اما هيچ تحقيق قابل توجهي در مورد مدل سازي تابع بازده مورد انتظار نويزي وجود نداشته است.

در اين مقاله پژوهشي، اثر نويز بر روي تابع بازده مورد انتظار بررسي شده است. نتايج تجربي نشان مي‌دهد که مسئله بهينه‌سازي سبد سهام بسيار حساس به نويز است؛ حتي یک نويز سطح پايين مي‌تواند به نتايج آسيب برساند.

نتيجه‌گيري

بهينه‌سازي نمونه کارها یک مسئله بهينه‌سازي چند هدفه است. طبيعت آن نويزي است؛ زيرا ما نمي‌توانيم آينده را با اطمينان پيش‌بنی کنیم. در اين مقاله، ما براي اولين بار مشکل بهينه‌سازي نمونه کارها را با بازده‌هاي نويزي بررسي کرده‌ايم. ما نشان داده‌ايم که اندکي نويز مي‌تواند به طور قابل توجهي در نتيجه مسئله سبد سهام نتيجه نامطلوب بگذارد. ما نشان داديم که دامنه تغييرات سود مورد انتظار به صورت نمایی رشد مي‌کند که مي‌تواند به طور چشمگيري تصميمات سرمايه‌گذاري را دستخوش اشتباه کند. در حالي که اين یک نتيجه منفي است اما پيامدهاي قابل توجهي دارد. اين نشان مي‌دهد، هنگامي که تابع سود نويزي است، بهينه‌سازي سبد سهام مي‌تواند گمراه‌کننده باشد. تحقيقات آينده بايد بر روي هر دو امکان يعني مدل سازي بهتر مسئله و روش‌هاي بهينه‌سازي مقاوم‌تر تمرکز داشته باشند.

پژوهشگاه علوم انساني و مطالعات فرهنگي
پرتال جامع علوم انساني

1. Expected Return
2. Covariance Matrix
3. Pafka and Kondor

منابع

- Black, F. (1986). Noise. *The Journal of Finance*, 41(3), 529 - 543.
- Coello, C., Lamont, G., & Veldhuizen, D. (2007). *Evolutionary Algorithms for Solving Multi-Objective Problems*, Genetic and Evolutionary Computation (Vol. 5). New York: Springer.
- Deb, K. (2001). *Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. New York, NY, USA: John Wiley & Sons.
- Goh, C., & Tan, K. (2007). An Investigation on Noisy Environments in Evolutionary Multiobjective Optimization. *IEEE Transaction on Evolutionary Computation*, 11(3), 354-381.
- Li, H. (2007). *Combination of Evolutionary Algorithms with Decomposition Techniques for Multiobjective Optimization*. Colchester, UK: PhD Dissertation, University of Essex.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77 - 91.
- Pafka, S., & Kondor, I. (2003). Noisy covariance matrices and portfolio optimization II. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 319, 487 - 494.
- Zhang, Q., & Li, H. (2007). MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, 11(6), 712 - 731.

