

بررسی رفتار و میزان حد نهایی پایداری قوس‌های ایرانی پنج‌وهفت‌کند و شبدری‌کند بر اثر رانش

فرزین ایزدپناه*

فائزه کمالی**

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۴/۲۸ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۶/۲۹

چکیده

یکی از مسئله‌های حوزه طراحی و حفاظت سازه‌های طاقی، ناپایداری طاق بر اثر باز شدن پای آن به سمت بیرون در صفحه قوس طاق است. در راستای بررسی دقیق‌تر این مسئله در طاق‌های ساخته شده از قوس‌های ایرانی شبدری‌کند و پنج‌وهفت‌کند، این نوشتار بر این پرسش متمرکز است که حد نهایی پایداری این قوس‌ها بر اثر باز شدن دهانه، برای نسبت ضخامت به دهانه‌های مختلف به چه میزان است و در فرایند تسلیم اولیه تا فروریختگی چه رویدادهایی در این قوس‌ها اتفاق خواهد افتاد. پژوهش در چهارچوب نظریه مومسان و به صورت تحلیل در حالت حد نهایی انجام می‌شود. ابزار تحلیل خط رانش است که بر روی قوس‌های یادشده با نسبت ضخامت به دهانه‌های متفاوت پیاده می‌شود. پاسخ تحلیلی با پاسخ حاصل از اعمال حرکت پایه بر روی مدل‌های فیزیکی، مقایسه و اعتبارسنجی می‌شوند. ضمن استخراج حد نهایی پایداری قوس‌ها برای نسبت ضخامت به دهانه‌های مختلف، نتایج نشان می‌دهند در لحظه آغاز حرکت، قوس‌های مورد نظر به یک مکانیسم چهارمیله‌ای تبدیل می‌شوند. در ادامه، با بسته شدن یکی از ترک‌ها، قوس مانند مکانیسم لنگ-لغزنده حرکت کرده و در طول حرکت پای قوس، محل ترک‌ها تغییر می‌کند که این تغییر بر کاهش حد نهایی پایداری این قوس‌ها تأثیر جدی دارد. همچنین، مقایسه پاسخ حاصل از دو فرض حرکت متقارن و نامتقارن ترک‌ها با یکدیگر نشان می‌دهد که فرض اول برای تحلیل ایمن است. اضافه بر آن، با افزایش دهانه قوس، رانش قوس افزایش می‌یابد که نشان از اثر تخریبی فزاینده رانش در طول زمان دارد. در برخی موارد بررسی شده، رانش قوس در زمان فروریختن به بیش از پنج برابر رانش اولیه می‌رسد.

کلیدواژه‌ها:

باز شدن پای قوس، شبدری‌کند، پنج‌وهفت‌کند، تحلیل خط رانش، تحلیل در حد نهایی.

* استادیار، دانشگاه شهید باهنر کرمان، نویسنده مسئول، fizardpanah@uk.ac.ir
** کارشناس ارشد، معماری، دانشگاه شهید باهنر کرمان.

پرسش‌های مقاله

۱. حد نهایی پایداری قوس‌های ایرانی شبدری کند و پنج‌وهفت کند، در نسبت ضخامت به دهانه‌های مختلف، در حرکت پای آن‌ها به سمت بیرون به چه میزان است؟
۲. در فرایند حرکت، از تسلیم اولیه تا فروریختگی نهایی چه رویدادهایی در این قوس‌ها رخ می‌دهند؟

مقدمه

با توجه به لزوم حفاظت از بناهای تاریخی، تداوم سکونت در سازه‌های طاقی با مصالح بنایی در معماری بومی و ارزش‌های زیست‌محیطی آن‌ها، بررسی رفتار این سازه‌ها حائز اهمیت است. در این میان، یکی از مسئله‌های مهم، رفتار قوس (مقطع طاق آهنگ) بر اثر باز شدن دهانه آن است که ممکن است به علت دوران پایه و دیوار تکیه‌گاهی قوس بر اثر عواملی چون نشست باشد. اوشندورف^۱ (۲۰۰۴) بیان می‌کند صدها نوشتار به بارگذاری و تعیین ظرفیت باربری قوس‌ها پرداخته‌اند، اما شگفت‌آور است که تعداد کمی از این پژوهش‌ها ظرفیت قوس‌ها را در برابر جابه‌جایی پای آن‌ها و اثر این جابه‌جایی را بر روی میزان رانش افقی مورد توجه قرار داده‌اند؛ درحالی‌که چنین روشی در قیاس با تحلیل‌های مبتنی بر اعمال بارهای سنگین بر روی طاق‌های ساختمان که عموماً بار غالب آن‌ها وزن خودشان است، واقعی‌تر است (Ochsendorf 2004; Heyman 1966). با توجه به اهمیت بررسی اثر باز شدن دهانه بر پایداری قوس، این نوشتار تلاش دارد به بررسی دقیق‌تر این مسئله در زمینه قوس‌های ایرانی بپردازد.

با توجه به پیچیدگی تحلیل سازه‌های طاقی تاریخی و حساسیت تحلیل آن‌ها به دقت تعیین عوامل اثرگذار، و بالتبع، افزایش دشواری و هزینه تحلیل، این حوزه همواره بحث‌انگیز بوده است. گاه روش تحلیل پیشرفته‌تر، با هزینه و زمان بیشتر، به دلیل حساسیت به تعریف ویژگی‌های مصالح، در عمل، پاسخ بهتری نسبت به نتایج حاصل از روش‌های مبتنی بر فرض‌های کلی نمی‌دهد. برای مثال، لورنزو^۲ (۲۰۰۱) بیان می‌کند که فرض اندکی مقاومت کششی برای مصالح در تحلیل اجزای محدود غیرخطی می‌تواند پاسخ حد نهایی پایداری را ۲۵ تا ۵۰ درصد بیشتر از واقعیت تخمین بزند. از این رو، به‌مرور، روش‌هایی مانند تحلیل حدی به روش خط رانش (See: Block 2005) و معادلات تعادل و کار مجازی (See: Clemente 1998)، مبتنی بر فرض‌های کلی و با احتساب ضریب اطمینان‌های حاصل از تجارب واقعی توسعه یافته‌اند که از نظر زمان و هزینه اختصاص‌یافته برای تحلیل مناسب‌ترند.^۳ روش‌های اخیر ممکن است به‌منظور بررسی اولیه رفتار برای غربال‌گری گونه‌ها برای تحلیل دقیق‌تر در مراحل بعد، یا حتی برای اعتبارسنجی دوسویه در قیاس با روش‌های پیچیده‌تر، چون اجزای منفرد، مورد استفاده قرار گیرند. نوشتار حاضر روش تحلیل حدی را که به هندسه وابسته است، برای بررسی اولیه رفتار دو قوس ایرانی به کار می‌برد. همان‌گونه که مشاهده خواهیم کرد، حتی در بررسی با روش مبتنی بر فرض‌های کلی، بررسی رفتار قوس‌ها دارای پیچیدگی‌هایی است.

۱. روش انجام پژوهش و مدل‌سازی

روش این پژوهش، ریاضی و تجربی بوده است. تحلیل ریاضی با استفاده از خط رانش انجام شده و نتایج آن با نتایج آزمون تجربی مدل‌های فیزیکی مقایسه می‌شوند. مدل هندسی تحلیل خط رانش در نرم‌افزار گبری دوعبدی^۴ ترسیم شده^۵ و امکان جابه‌جایی محل بار وزن قطعه‌های قوس و بررسی شرایط تعادل جدید را با تغییر هندسه در هر لحظه فراهم می‌کند. برای ساخت مدل فیزیکی، قوس‌ها به ۱۲ قسمت^۶ تقسیم شده‌اند. با توجه به اینکه تحلیل مبتنی بر پایداری برخلاف تحلیل مبتنی بر تنش‌ها مقیاس‌پذیر است^۷ (Clemente 1998; Huerta 2006)، مدل‌های فیزیکی کوچک‌مقیاسی با دو نسبت ضخامت به دهانه ۰/۱ و ۰/۲^۸ برای اعتبارسنجی تحلیل مورد استفاده قرار گرفته‌اند. مدل‌ها از فوم‌حجمی زرد ساخت شده که ضریب اصطکاک متوسط آن، براساس میانگین آزمون اصطکاک بر روی سطح

شیب‌دار، حدود یک است (زاویه ۴۵ درجه در سطح شیب‌دار). از حرکت مدل‌ها در هنگام باز شدن پای آن‌ها، از آغاز تا لحظه فروریختگی، فیلم‌برداری شده و قاب‌های لازم برای بررسی استخراج شده‌اند.

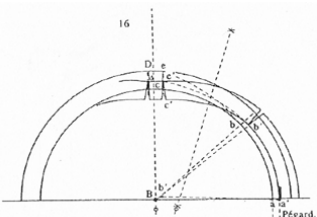
۲. تحلیل مبتنی بر جابه‌جایی به‌عنوان محور اصلی بررسی پیشینه پژوهش به‌جای تحلیل مبتنی بر بارگذاری

نخستین بار، کولمب^۹ (۱۷۷۳) قانونی برای یافتن محل ترک‌ها در آغاز حرکت پای قوس معرفی کرد. در قرن ۱۹ میلادی نیز، ویولت-لودوک^۱ محل تسلیم در طاقی تغییرشکل‌یافته، در کلیسایی در وزلای^{۱۰} فرانسه را بررسی نمود (Viollet-le-Duc 1854)، اما به‌طور کلی، مسئله قوس‌ها را بر روی تکیه‌گاه‌های متحرک مورد توجه قرار نداد (تصویر ۱). هیمن^{۱۱} (۱۹۶۶) نخستین بار، مسئله تحلیل سازه‌های طاقی را در قالب نظریه مومسان طرح کرد و چهارچوبی را برای پژوهش‌های بعدی مشخص کرد. هیمن (۱۹۸۲) اشاره کرد که در حرکت پای قوس به‌سمت بیرون و درون، به‌ترتیب، قوس با مسیر کمینه رانش (مسیر مماس بر قسمت بالای تاج قوس نیم‌دایره) و بیشینه رانش کار می‌کند و بدین طریق، معیاری برای یافتن محل مفصل‌های مومسان ارائه داد (تصویر ۲). اسمارس^{۱۲} (۲۰۰۰) پایداری قوس‌ها و طاق‌ها را با توجه به اثر تکیه‌گاه‌ها مورد بررسی قرار داد. وی دامنه جابه‌جایی‌های مجاز برای حفظ تعادل استاتیکی را برای یک قوس نیم‌دایره متشکل از قطعه‌های گوه‌شکل چوبی مشخص نمود. پیش از اوشندورف (۲۰۰۴)، پژوهشگران اندکی اثر جابه‌جایی‌ها را بر روی پایداری قوس‌های بنایی بررسی کرده‌اند. تقریباً تمام پژوهش‌های پیش از وی، در دوران معاصر، بر روی ایمنی قوس‌ها، نگران پایداری یک قوس تحت بارهای وارده اضافه بر وزن خود قوس بوده‌اند. او نخستین بار، به‌صورت منظم، میزان باز شدن دهانه را برای فروریختن قوس برای نسبت‌های مختلف ضخامت به دهانه در قوس‌های قطاع دایره بررسی کرد. علاوه بر آن، وی این مسئله را طرح کرد که برای قوس‌های بنایی، باز شدن پای قوس‌ها منجر به تغییر در هندسه آن‌ها خواهد شد که این امر رانش افقی را افزایش می‌دهد. یافتن موقعیت ترک یک قوس بر روی تکیه‌گاه‌های متحرک مسئله کم‌اهمیتی نیست. اوشندورف (۲۰۰۴) نشان داد که موقعیت مفصل در قسمت شانه قوس نیم‌دایره می‌تواند با تغییر هندسه قوس به‌سمت بالا حرکت کند که محل آن باید با بررسی لحظه به لحظه تغییر اندازه دهانه تعیین شود. وی اشاره کرد که جابه‌جایی مفصل درونی (مفصل شانه قوس) سبب کاهش حد نهایی پایداری قوس در حرکت پایه می‌شود و صرف‌نظر کردن از آن ناایمن است. بلاک^{۱۳} (۲۰۰۵) امکان استفاده از قابلیت نرم‌افزار کبری را برای بررسی موضوع فراهم کرد. رومانو^{۱۴} (۲۰۰۵) نخستین بار مسئله را بر روی قوس‌های تیزه‌دار گوتیک که با دو پرگار ترسیم می‌شوند، با استفاده از تحلیل فونیکولار و مدل‌های فیزیکی بررسی کرد. گالاسی^{۱۵} و همکاران (۲۰۲۱)، این مسئله را به روش عددی تحلیل کردند و با نتایج مدل رومانو مقایسه کردند. همچنین، دی جونگ^{۱۶} (۲۰۰۹) در جریان مطالعه مدل فیزیکی بلوک‌های صلب، ضریب اطمینانی برای تحلیل پیشنهاد کرد. فانگ^{۱۷} و همکاران (۲۰۱۸) به مقایسه نتایج تحلیل خط رانش و اجزای منفرد پرداختند و رعایت ضریب اطمینان‌های پیشنهادی خود را برای تحلیل حدی توصیه کردند. آن‌ها علت تفاوت تحلیل و نتایج مدل فیزیکی را اثر لغزش دانسته‌اند، درحالی که «تحلیل حساسیت» آن‌ها نشان می‌دهد اثر تغییر مقاومت فشاری بر پایداری نهایی قوس قابل اعتنا نیست. منابعی، چون آ. شبانا (۱۳۹۱)، مبانی مطالعه حرکت مکانیسم‌ها را برای بررسی موضوع فراهم کردند.

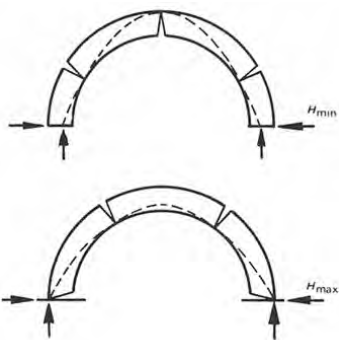
نوشتار حاضر، نخستین بار این مسئله را برای دو قوس تیزه‌دار ایرانی بررسی می‌کند و میزان حد نهایی باز شدن پای قوس، محل مفصل‌های مومسان، جابه‌جایی آن‌ها در طول زمان و تغییر در میزان رانش را با تحلیل خط رانش بررسی و با نتایج مدل فیزیکی مقایسه و بحث می‌کند.

۳. تحلیل مومسان به‌عنوان مبانی نظری پژوهش

پژوهش حاضر در چهارچوب نظری طرح و تحلیل مومسان (پلاستیک) سازه‌ها انجام می‌شود^{۱۸} که سازه‌های با مصالح بنایی را به‌عنوان آرایش هندسی متعادلی از بلوک‌های صلب در نظر می‌گیرد. این تحلیل فرض‌های معروف هیمن



تصویر ۱: تغییر شکل قوس کلیسا در وزلای فرانسه به‌دلیل حرکت تکیه‌گاه (Viollet-le-Duc 1854)



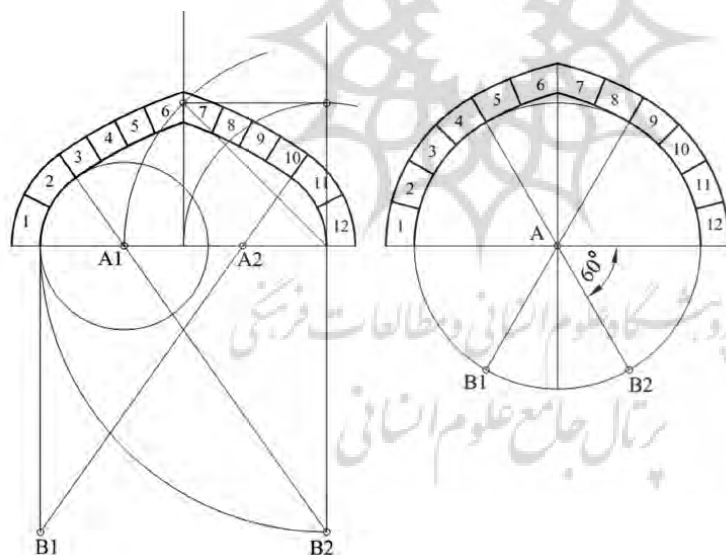
تصویر ۲: قوس در هنگام حرکت به‌سمت بیرون (تصویر بالا) در کمینه رانش خود، خط رانشی با بلندترین خیز، و در هنگام حرکت به درون در بیشینه رانش خود قرار می‌گیرد. (Heyman 1982)

(۱۹۶۶)، یعنی مقاومت فشاری مناسب، مقاومت کششی صفر و اصطکاک کافی را برای جلوگیری از لغزش مد نظر قرار می‌دهد. شرط دوم کاملاً محافظه‌کارانه و ایمن است. دو شرط دیگر ممکن است در شرایطی به‌طور موضعی مخدوش شوند، که اثر آن‌ها در پژوهش‌های پیشین در حوزه تحلیل حدی از طریق استفاده از ضریب اطمینان لحاظ شده است. یافتن یک مسیر نیروی متعادل در قوس، در این نوشتار با استفاده از خط رانش، براساس قضیه حد پایین تحلیل مومسان (قضیه ایمن^{۱۹}) تضمین می‌کند که سازه پایدار است. چنانچه حرکت پای قوس به مرحله‌ای برسد که تنها یک خط رانش منحصربه‌فرد در سازه باقی بماند و قوس با این خط رانش در آستانه فرو ریختن باشد، یا به تعبیر دیگر، پس از این مرحله، نتوان خط رانشی در قوس یافت، براساس قضیه حد بالای تحلیل مومسان (قضیه ناایمن^{۲۰})، سازه به حد نهایی پایداری خود رسیده است. همچنین، با توجه به اینکه تحلیل سازه مرسوم در سازه‌های قابی و مبتنی بر نظریه‌های تغییر شکل‌های کوچک (مشهور به تحلیل مرتبه اول) و با فرض ثابت ماندن مکان بارهای اولیه نمی‌تواند پاسخ‌گوی مسئله جابه‌جایی‌های نسبتاً بزرگ سازه‌های طاقی باشد (Ochsendorf 2004)، باید تغییر مکان بارهای وزن قطعه‌ها (اثر مرتبه دوم^{۲۱}) در تحلیل مورد توجه قرار گیرد.

پس از معرفی روش ترسیم قوس‌ها، به بررسی گام‌به‌گام رفتار قوس‌ها در حرکت پای آن‌ها به بیرون پرداخته می‌شود.

۴. تحلیل قوس‌ها بر اثر باز شدن دهانه آن‌ها

قوس‌های پنج‌وهفت‌کند و شبدری‌کند^{۲۲} براساس روش زمشیدی (۱۳۷۳) ترسیم شده و قطعه‌های آن شماره‌گذاری شده‌اند (تصویر ۳).



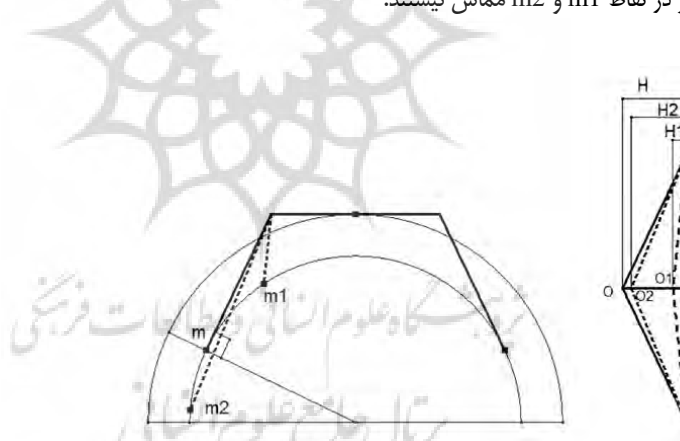
تصویر ۳: روش ترسیم و شماره‌گذاری قوس پنج‌وهفت‌کند (چپ) و شبدری‌کند (راست) (زمشیدی ۱۳۷۳). (بازترسیم از نگارندگان)

در تصویرهای ۵ تا ۸، پای سمت راست قوس به بیرون حرکت داده شده است. در این تصویرها، در قسمت بالا، تحلیل خط رانش در نرم‌افزار کبری و در قسمت پایین آزمون مدل تجربی قابل مشاهده‌اند: t/s نسبت ضخامت به دهانه و ds/s نسبت جابه‌جایی نهایی به دهانه و H_f/H_i نسبت میزان رانش در لحظه فرو ریختگی به رانش اولیه هستند. با توجه به چهارپیرگاری بودن قوس پنج‌وهفت‌کند، در ارائه نتایج تحلیل خط رانش در تصویرهای ۵ تا ۸ و جدول ۱، زاویه محل قرارگیری مفصل‌های مومسان (ترک‌ها) از مرکز کمان نظیر آن مشخص شده و نام مرکز (A1)

یا A2 یا B1 یا B2) در کنار زاویه مورد نظر قید شده است. برای قوس سه پرگاری شیدری کند، در جدول ۱، برای مفصل‌های پای قوس، مرکز نظیر (A) به علاوه سمت مفصل مشخص شده که برای مفصل سمت راست حرف انگلیسی R و برای مفصل چپ حرف L انتخاب شده است. برای دقت و یافتن محل دقیق مفصل‌ها، در تصویرهای مرتبط با حرکت پایه، تنها شعاع‌های مرتبط با نقاط تماس، شعاع‌های گذرنده از سه نقطه، ترسیم شده است که بر قوس مماس هستند.

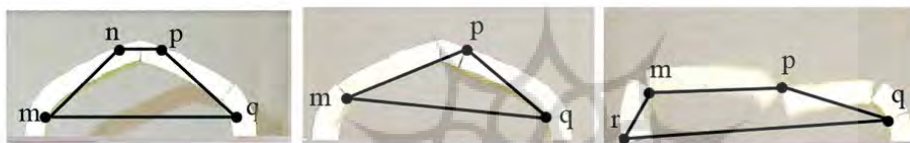
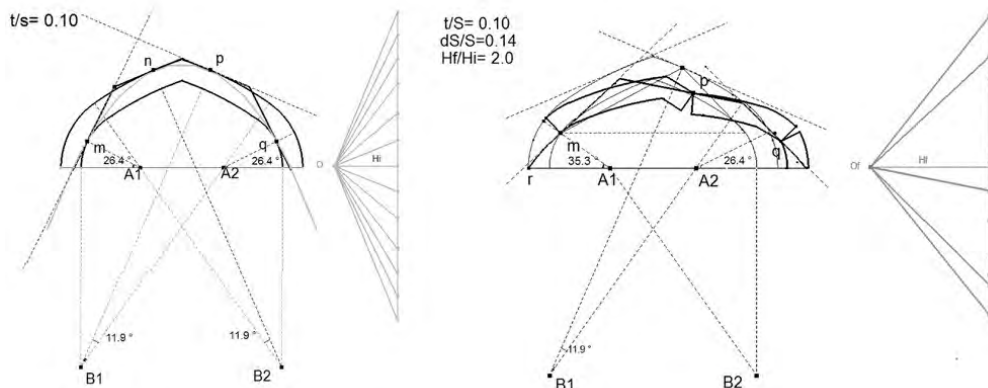
ترسیم فونیکولار براساس شرح تیموشنکو و یانگ (۱۳۷۳) برای خط رانش گذرنده از سه نقطه انجام شده و بدین طریق با حرکت پایه، عبور مسیر خط رانش از سه مفصل (ترک) در هر لحظه حرکت تضمین می‌شود. همچنین، امکان جابه‌جایی امتداد بارهای وزن با حرکت قوس، جابه‌جایی مفصل‌های مومسان و بررسی لحظه به لحظه تعادل در مدل ترسیم شده پیش‌بینی شده است.

پیش از شروع، به دلیل قدیمی بودن رساله کولمب (۱۷۷۳)، شرح هندسی مختصری از قاعده وی ارائه می‌دهیم. پیش از حرکت و ترک خوردن، قوسی با ضخامت کافی نامعین و پایدار است (قضیه حد پایین) و مسیرهای متعادل بی‌شماری می‌توان در آن یافت. در صورت حرکت پای قوس به بیرون، محل مفصل اولیه براساس اصل کمینه رانش، محل تماس خط رانشی با بیشترین خیز با جداره سازه است (Heyman 1982). در شرح هندسی قانون کولمب، برای یافتن محل مفصل‌های، می‌توان گفت با توجه به اینکه خطر رانش باید در محل شکل‌گیری مفصل بر شانه قوس مماس باشد (زیرا مسیر نیرو باید در مقطع قوس بماند)، محل دقیق این مفصل را پاسخی مشخص می‌کند که در آن، میزان رانش کمینه، در بیشترین حالت خود قرار گیرد. این موضوع برای قوس نیم‌دایره ترسیم شده است (تصویر ۴). پاسخ صحیح نقطه m است و خط‌های رانش دیگر در نقاط $m1$ و $m2$ مماس نیستند.

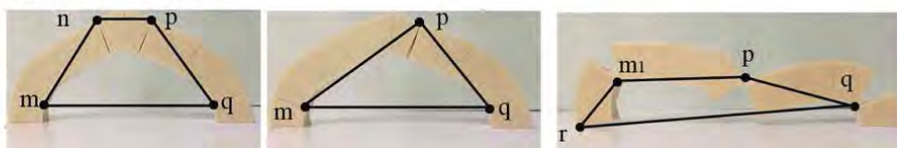
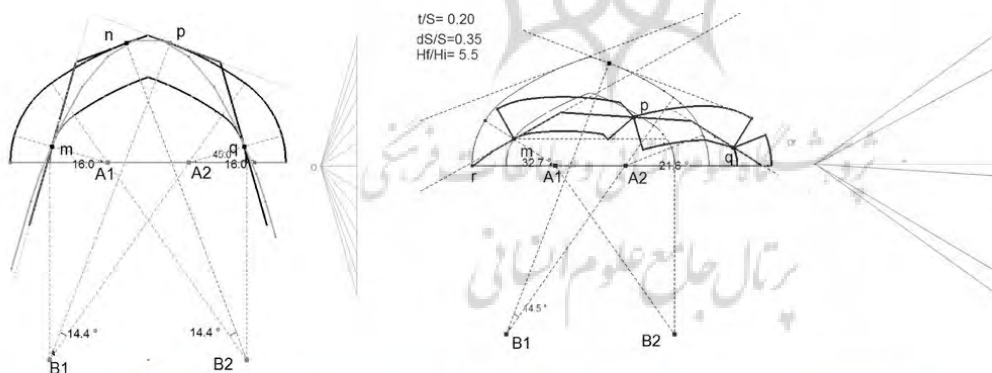


تصویر ۴: سه فونیکولار در وضعیت کمینه رانش (مماس بر تاج قوس) ترسیم شده است که از نقاط $m1$ ، $m2$ و m می‌گذرند. به دلیل لزوم مماس بودن فونیکولار بر جداره قوس، پاسخ مسئله فونیکولاری است که این رانش را بیشینه می‌کند. در این شکل، فونیکولار مماس بر نقطه m پاسخ مسئله است.

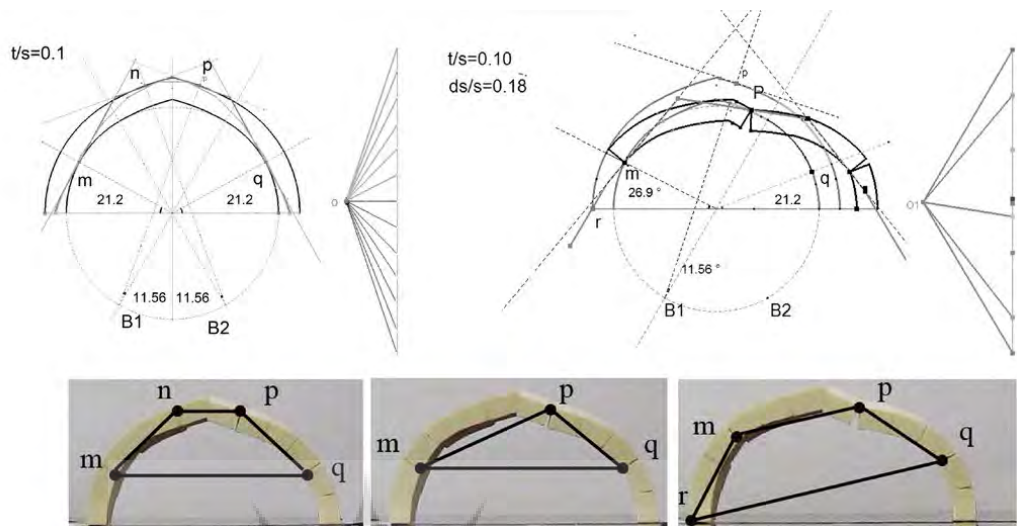
در قوس تیزه‌دار، به دلیل هندسی، مسیر نیرویی با کمینه رانش قوس را در چهار نقطه لمس می‌کند: مفصل‌های m ، n ، p و q (تصویرهای ۵ تا ۸). این بدان معناست که قوس در لحظه حرکت اولیه، چهار ترک می‌خورد و به مکانیسم فروریختگی چهارمیله‌ای تبدیل می‌شود و در این لحظه، ناپایدار است. با گذر از این لحظه اولیه، مکانیسم چهارمفصلی ایجاد شده، به دلیل عدم تقارن جزئی در قوس، بلافاصله حرکت می‌کند و یکی از ترک‌ها بسته می‌شود (تصویرهای ۵ تا ۸). بسته به نحوه عدم تقارن جزئی مدل، ممکن است ترک سمت راست یا چپ بسته شود. این مسئله تأثیری در پاسخ ندارد، زیرا دو حالت تصویر آینه‌ای یکدیگرند.



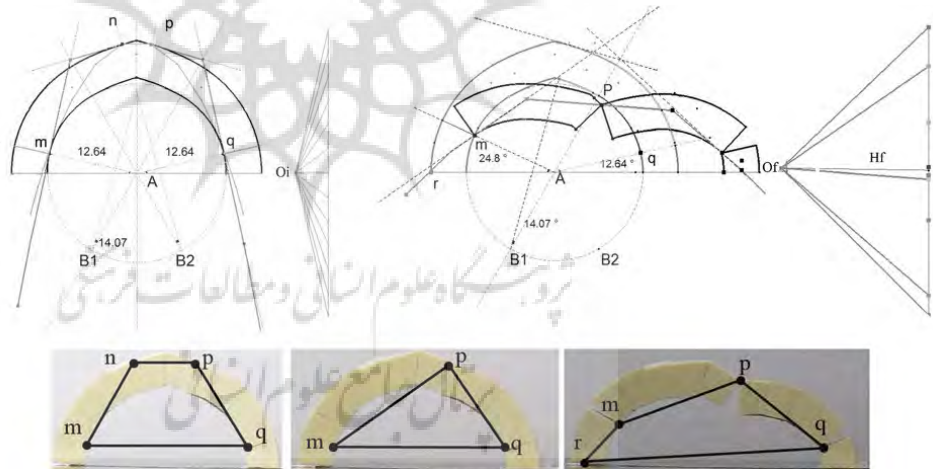
تصویر ۵: آغاز حرکت تا فروریختن قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/1$ ، در حرکت پای قوس. بالا-چپ: تحلیل خط رانش برای لحظه آغاز حرکت؛ بالا-راست: بررسی حد نهایی پایداری و مکانیسم فروریختگی چهارمفصلی با تحلیل خط رانش. در لحظه فروریختن نسبت افزایش دهانه $0/14$ است؛ پایین-چپ: لحظه آغاز حرکت در مدل فیزیکی و ایجاد مکانیسم چهارمفصلی لحظه‌ای؛ پایین-وسط: تبدیل قوس به یک سازه سه‌مفصلی پس از بسته شدن یکی از ترک‌ها؛ پایین-راست: حد نهایی پایداری قوس در برابر باز شدن دهانه.



تصویر ۶: آغاز حرکت تا فروریختن قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/2$ ، در حرکت پای قوس. بالا-چپ: تحلیل خط رانش برای لحظه آغاز حرکت؛ بالا-راست: بررسی حد نهایی پایداری و مکانیسم فروریختگی چهارمفصلی با تحلیل خط رانش. در لحظه فروریختن نسبت افزایش دهانه $0/25$ است؛ پایین-چپ: لحظه آغاز حرکت در مدل فیزیکی و ایجاد مکانیسم چهارمفصلی لحظه‌ای؛ پایین-وسط: تبدیل قوس به یک سازه سه‌مفصلی پس از بسته شدن یکی از ترک‌ها؛ پایین-راست: حد نهایی پایداری قوس در برابر باز شدن دهانه.

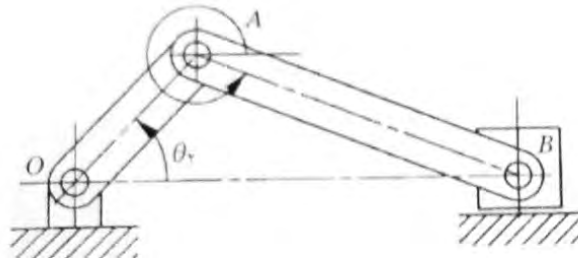


تصویر ۷: آغاز حرکت تا فروریختن قوس شبدری کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/1$ ، در حرکت پای قوس. بالا-چپ: تحلیل خط رانش برای لحظه آغاز حرکت؛ بالا-راست: بررسی حد نهایی پایداری و مکانیسم فروریختگی چهارمفصلی با تحلیل خط رانش. در لحظه فروریختن نسبت افزایش دهانه $0/18$ است؛ پایین-چپ: لحظه آغاز حرکت در مدل فیزیکی و ایجاد مکانیسم چهارمفصلی لحظه‌ای؛ پایین-وسط: تبدیل قوس به یک سازه سه‌مفصلی پس از بسته شدن یکی از ترک‌ها؛ پایین-راست: حد نهایی پایداری قوس در برابر باز شدن دهانه.



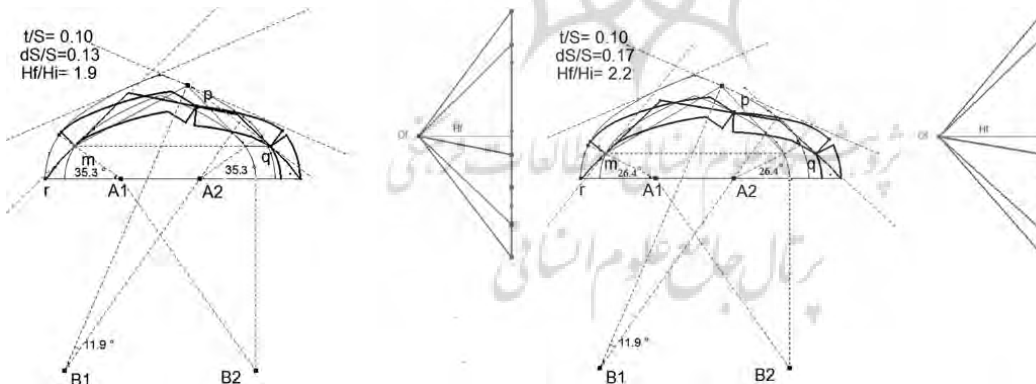
تصویر ۸: آغاز حرکت تا فروریختن قوس شبدری کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/2$ ، در حرکت پای قوس. بالا-چپ: تحلیل خط رانش برای لحظه آغاز حرکت؛ بالا-راست: بررسی حد نهایی پایداری و مکانیسم فروریختگی چهارمفصلی با تحلیل خط رانش. در لحظه فروریختن نسبت افزایش دهانه $0/46$ است؛ پایین-چپ: لحظه آغاز حرکت در مدل فیزیکی و ایجاد مکانیسم چهارمفصلی لحظه‌ای؛ پایین-وسط: تبدیل قوس به یک سازه سه‌مفصلی پس از بسته شدن یکی از ترک‌ها؛ پایین-راست: حد نهایی پایداری قوس در برابر باز شدن دهانه.

با ایجاد سه ترک، قوس تبدیل به سازه‌ای معین می‌شود. اگر حرکت پای قوس باز داشته شود، قوس مانند یک سیستم خرابایی با آرایش مثلثی سه‌مفصل پایدار می‌ماند؛ در غیر این صورت، قوس به حرکت خود ادامه داده و تبدیل به مکانیسم لنگ-لغزنده^{۲۳} (مشابه پیستون) می‌شود (تصویر ۹) و به دلیل حرکت، موقعیت بار وزن قطعه‌ها در طول زمان، مرتب تغییر می‌کند.



تصویر ۹: حرکت قوس به صورت مکانیسم لنگ-لغزنده (آ. شبانا ۱۳۹۱)

محل مفصل‌ها در شانه‌های قوس ممکن است در طول مسیر حرکت جابه‌جا شوند؛ یعنی ترک‌های قبلی بسته شده و ترک‌های جدید باز شوند. علت تغییر محل ترک‌ها این واقعیت ساده است که با تغییر هندسه قوس، شرایط تعادل آن نیز تغییر می‌کند. برای یافتن محل جدید مفصل‌ها، در هر لحظه باید شرایط تعادل جدید بررسی شود تا جایی که قوس به مرحله فروریختگی برسد. برای مثال، تصویر ۱۰ و ۱۱ به ترتیب، حد نهایی پایداری بدون جابه‌جایی ترک‌ها و با فرض جابه‌جایی متقارن ترک‌ها را برای قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۱ نشان می‌دهند. (حالت حرکت نامتقارن در تصویر ۵ ارائه شده است). فرض جابه‌جایی متقارن یا نامتقارن در پاسخ حد نهایی حدود ۷ درصد در پاسخ نقش داشته است. جابه‌جایی ترک‌ها، ناشی از تغییر شرایط تعادل، در میزان پایداری نهایی قوس تأثیر منفی دارد. برای مثال، اگر قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۱ با همان مفصل‌های اولیه تا مرکز فروریختگی حرکت کند، پای قوس می‌تواند تا ۰/۱۷ دهانه آن باز شود (تصویر ۱۰)؛ حال آنکه با جابه‌جا شدن محل مفصل‌های اولیه، پای قوس تنها می‌تواند تا ۰/۱۴ دهانه آن باز شود (تصویر ۵). در نظر نگرفتن این جابه‌جایی در تحلیل این قوس، حدود ۲۰ درصد خطا ایجاد می‌کند.



تصویر ۱۱: حد نهایی «فرضی» پایداری قوس پنج‌وهفت‌کند در برابر باز شدن دهانه، با فرض جابه‌جایی محل ترک‌ها به صورت متقارن. در این حالت دهانه ۰/۱۳ اندازه اولیه خود افزایش یافته است.

تصویر ۱۰: حد نهایی «فرضی» پایداری قوس پنج‌وهفت‌کند در برابر باز شدن دهانه، بدون جابه‌جایی محل ترک‌ها. در این حالت نسبت افزایش دهانه ۰/۱۷ است.

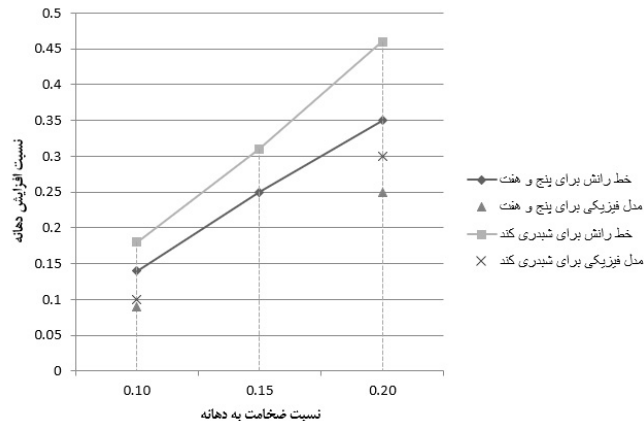
با ادامه حرکت و رسیدن مسیر خط رانش به یک نقطه انتهایی مقطع قوس در پای آن، چهار مفصل تشکیل می‌شود و قوس فرومی‌ریزد (تصویر ۵ تا ۸). با توجه به عدم تقارن شکل سازه ترک‌خورده، مکانیسم فروریختگی چهارمیله‌ای است.

به همین طریق، نتیجه‌ها برای نسبت ضخامت به دهانه‌های متفاوت دو قوس استخراج شده‌اند (جدول ۱ و تصویر ۱۲).

جدول ۱: حد نهایی پایداری و محل مفصل‌های مومسان در مدل تحلیلی و فیزیکی

نام قوس		پنج وهفت کند								شیدری کند	
		-/۱۰		-/۱۵		-/۲۰		-/۱۰		-/۲۰	
		محل تحلیلی		محل فیزیکی		محل تحلیلی		محل فیزیکی		محل تحلیلی	
		محل تحلیلی		محل فیزیکی		محل تحلیلی		محل فیزیکی		محل تحلیلی	
محل مفصل‌ها در لحظه آغاز حرکت (درجه)	m	۲۶/۴۰ (A1)	۲۰/۰۰ (A1)	۲۰/۳۰ (A1)	۱۶/۰۰ (A1)	۲۰/۰۰ (A1)	۲۱/۲۰ (A)	۳۰/۰۰ (A:L)	۱۶/۵۹ (A:L)	۱۲/۶۴ (A:L)	۱۵/۰۰ (A:L)
	n	۱۱/۹۰ (B2)	۱۲/۸۰ (B2)	۱۳/۱۰ (B2)	۱۴/۴۰ (B2)	۱۲/۸۰ (B2)	۱۱/۵۶ (B2)	۷/۸۰ (B2)	۱۲/۸۴ (B2)	۱۴/۰۷ (B2)	۷/۸۰ (B2)
	p	۱۱/۹۰ (B1)	۱۲/۸۰ (B1)	۱۳/۱۰ (B1)	۱۴/۴۰ (B1)	۱۲/۸۰ (B1)	۱۱/۵۶ (B1)	۷/۸۰ (B1)	۱۲/۸۴ (B1)	۱۴/۰۷ (B1)	۷/۸۰ (B1)
محل مفصل‌ها در مرحله اول حرکت (درجه)	q	۲۶/۴۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۰/۳۰ (A2)	۱۶/۰۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۱/۲۰ (A)	۳۰/۰۰ (A:R)	۱۶/۵۹ (A:R)	۱۲/۶۴ (A:R)	۱۵/۰۰ (A:R)
	m	۲۶/۴۰ (A1)	۲۰/۰۰ (A1)	۲۰/۳۰ (A1)	۱۶/۰۰ (A1)	۲۰/۰۰ (A1)	۲۱/۲۰ (A1)	۳۰/۰۰ (A:L)	۱۶/۵۹ (A:L)	۱۲/۶۴ (A:L)	۱۵/۰۰ (A:L)
	p	۱۱/۹۰ (B1)	۱۲/۸۰ (B1)	۱۳/۱۰ (B1)	۱۴/۴۰ (B1)	۱۲/۸۰ (B1)	۱۱/۵۶ (B1)	۷/۸۰ (B1)	۱۲/۸۴ (B1)	۱۴/۰۷ (B1)	۷/۸۰ (B2)
محل مفصل‌ها در لحظه آغاز حرکت (درجه)	q	۲۶/۴۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۰/۳۰ (A2)	۱۶/۰۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۱/۲۰ (A)	۳۰/۰۰ (A:R)	۱۶/۵۹ (A:R)	۱۲/۶۴ (B1)	۱۵/۰۰ (A:R)
	m	۳۵/۳۰ (A1)	۴۵/۰۰ (A1)	۳۵/۲۰ (B2)	۳۲/۷۰ (A1)	۴۵/۰۰ (A1)	۲۶/۹۰ (B2)	۴۵/۰۰ (A:L)	۲۶/۶۰ (A)	۲۴/۸۰ (A:L)	۳۰/۰۰ (A:L)
	p	۱۱/۹۰ (B1)	۱۲/۸۰ (B1)	۱۳/۱۰ (B2)	۱۴/۴۰ (B1)	۱۱/۹۵ (B1)	۱۱/۵۶ (B2)	۷/۸۰ (B1)	۱۲/۸۴ (B1)	۱۴/۰۷ (B1)	۷/۸۰ (B2)
محل مفصل‌ها در مرحله اول حرکت (درجه)	q	۲۶/۴۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۳/۵۰ (A2)	۲۱/۶۰ (A2)	۲۰/۰۰ (A2)	۲۱/۲۰ (A)	۳۰/۰۰ (A:R)	۱۶/۵۹ (A)	۱۲/۶۴ (A:R)	۱۵/۰۰ (A:R)
	r	۰/۰۰ (A1)	۰/۰۰ (A1)	۰/۰۰ (A2)	۰/۰۰ (A1)	۰/۰۰ (A1)	۰/۰۰ (A)	۰/۰۰ (A:L)	۰/۰۰ (A:L)	۰/۰۰ (A:L)	۰/۰۰ (A:L)
		۰/۱۴	۰/۰۹	۰/۳۴	۰/۳۵	۰/۲۵	۰/۱۸	۰/۱۰	۰/۳۱	۰/۴۶	۰/۳۰
مقطع مؤثر پیشنهادی (درصد)		۸۰		۷۵		۸۰		۷۰		۷۰	
(Hf/Hi)		۲/۰۰		۳/۲۰		۵/۵۰		۱/۹۰		۳/۳۵	

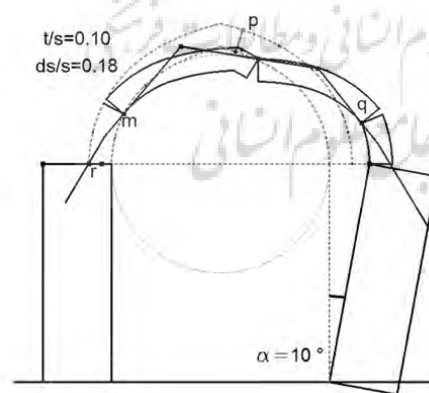
پاسخ حد بالای جابجایی برای قوس های پنج و هفت و شبدری کند



تصویر ۱۲: مقایسه نسبت افزایش دهانه قوس های بررسی شده برای نسبت ضخامت به دهانه های متفاوت

۵. بحث و مقایسه نتایج تحلیل و مدل های فیزیکی

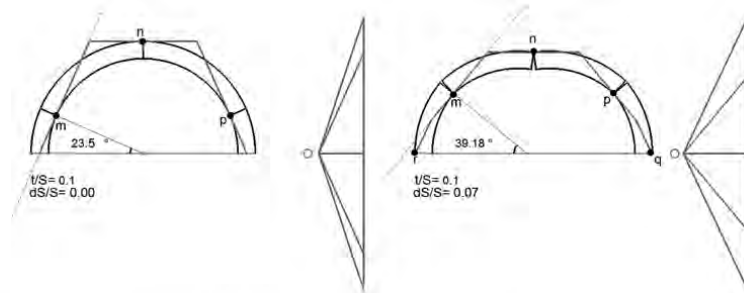
با افزایش نسبت ضخامت به دهانه، حد پایداری قوس در حرکت پای آن بهبود می یابد. در مدل های بررسی شده، رانش قوس تغییر شکل یافته گاه تا میزان پنج و نیم برابر رانش اولیه (جدول ۱)، قوس پنج و هفت کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/2$ افزایش می یابد؛ در نتیجه، رانش ممکن است از ظرفیت دیوارها یا پشت بندهای نگهدارنده قوس فراتر رود. برای اینکه یک تصویر واقعی از رخداد باز شدن پای قوس حاصل شود، طرح مطلبی مناسب است. چنانچه دهانه قوس شبدری کند با نسبت ضخامت به دهانه $0/1$ را در واقعیت پنج متر فرض کنیم، طبق جدول ۱، دهانه آن در بیشترین حالت می تواند ۹۰ سانتی متر ($0/18$ دهانه) باز شود. (مقایسه نمایید با سازه های قابی که در آن ها چنین جابه جایی بزرگی در محل اتصال تیر به ستون قابل تصور نیست). اگر تصور کنیم که این قوس بر روی پایه ای به ارتفاع پنج متر قرار گرفته باشد، در این صورت با چرخش پایه به اندازه حدود 10° درجه (با تانژانت حدود $0/18$) به بیرون، قوس در معرض فرو رختگی قرار می گیرد (تصویر ۱۳). این عدد برای نسبت مشابه برای قوس نیم دایره چهار درجه است (تصویر ۱۴).



تصویر ۱۳: با چرخش پایه ای به ارتفاع پنج متر به اندازه 10° درجه، قوس شبدری با دهانه پنج متر و نسبت ضخامت به دهانه $0/1$ در آستانه فرو رختن قرار می گیرد.

از منظر تحلیلی، قوس شبدری کند نسبت به پنج و هفت کند رفتار مناسب تری نسبت به افزایش دهانه نشان می دهد. همچنین، مقایسه نتیجه های تحلیل قوس ها با تحلیل قوس نیم دایره در نسبت ضخامت به دهانه $0/1$ (تصویر ۱۴) نشان

می‌دهد که قوس‌های تیزه‌دار بررسی‌شده، در نسبت ضخامت به دهانه مشابه، در حرکت پای قوس به سمت بیرون، نسبت به قوس نیم‌دایره رفتار بهتری دارند. البته باید توجه داشت که در تاریخ معماری، عموماً با چیدن هم‌زمان دیوار و شانه قوس‌های نیم‌دایره، شکل قوس‌ها را به قطاع دایره تبدیل کرده‌اند و مقایسه ذکر شده نشانه مزیت قوس چندپرگاری بر همه قوس‌های تک‌پرگاری در تاریخ معماری نیست.



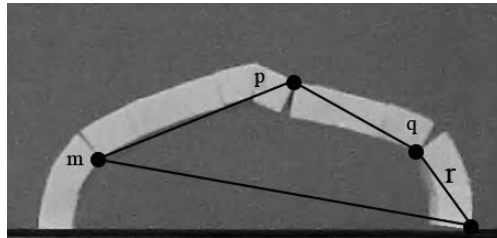
تصویر ۱۴: تحلیل حد پایداری قوس نیم‌دایره در جابه‌جایی پای قوس. از چپ به راست، در مدل تحلیلی، با حرکت پایه و با جست‌وجوی شرایط جدید، مفصل‌ها در دو شانه قوس نیم‌دایره به صورت متقارن به تدریج به سمت بالا حرکت می‌کنند. در مدل تحلیلی، با رسیدن خط رانش در پایه به دو انتهای قوس، یک مکانیسم پنج‌مفصلی تشکیل می‌شود.

از مقایسه نتایج تحلیلی با مدل فیزیکی نکته‌هایی قابل توجه‌اند. برخلاف مدل تحلیلی که جابه‌جایی محل مفصل‌ها در آن به صورت پیوسته پیش می‌رود، در مدل فیزیکی متشکل از تعداد محدودی بلوک، مفصل‌ها تنها می‌توانند میان بلوک‌ها ایجاد شوند. از این رو مفصل نظری، در واقعیت، در نزدیک‌ترین بند ممکن واقع می‌شود. این نزدیک‌ترین بند ممکن است به دلیل خطای چیدن یا آزمایش تغییر کند. برای مثال، در قوس شبدری کند، با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۲، در برخی آزمایش‌ها، به دلیل فاصله تقریباً مشابه مفصل بالای قوس تا بند میان قطعه ۷ و ۸ و بند میان قطعه ۶ و ۷، گاهی ترک به موقعیت اخیر، تاج قوس، منتقل شده و این امر سبب می‌شود که در ادامه، ترک‌های شانه‌های قوس به صورت متقارن بالا بیایند (تصویر ۱۵، مقایسه شود با تصویر ۸). قرارگیری مفصل در نزدیک‌ترین بند مدل فیزیکی ممکن است بر پایداری اثر منفی یا مثبت داشته باشد. برای مثال، در قسمت شانه قوس، در صورتی که ترک در بند بالا قرار گیرد، این اثر منفی و اگر نزدیک‌ترین بند موقعیت ترک را در طول حرکت قوس، پایین‌تر از حد نظری نگاه دارد، یعنی ترک جابه‌جا نشود، این اثر مثبت خواهد بود. هر چند که مشاهده شد این مسئله تأثیر مهمی بر پاسخ نمی‌گذارد.



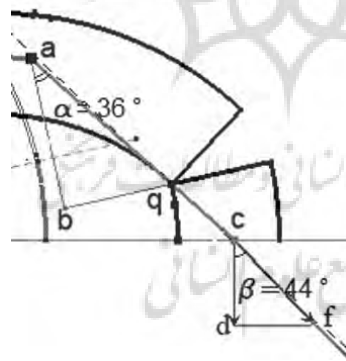
تصویر ۱۵: نحوه دیگر انتقال ترک‌ها در قوس شبدری کند با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۲

در مواردی مانند قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۱ (تصویر ۵)، به دلیل اینکه مسیر نیرو در لحظه آخر حرکت قوس به لبه دو بلوک پایینی در دو طرف پای قوس بسیار نزدیک است، خطای کوچکی در چیدن یا ساخت سبب می‌شود که در مدل فیزیکی، مفصل چهارم برخلاف مدل تحلیلی در شانه راست تشکیل شده (تصویر ۱۶) یا اینکه مفصل، هم‌زمان در هر دو ایجاد شود (مکانیسم پنج‌مفصلی).



تصویر ۱۶: فرویختن قوس پنج‌وهفت با تشکیل مفصل چهارم در پای قوس، سمت راست

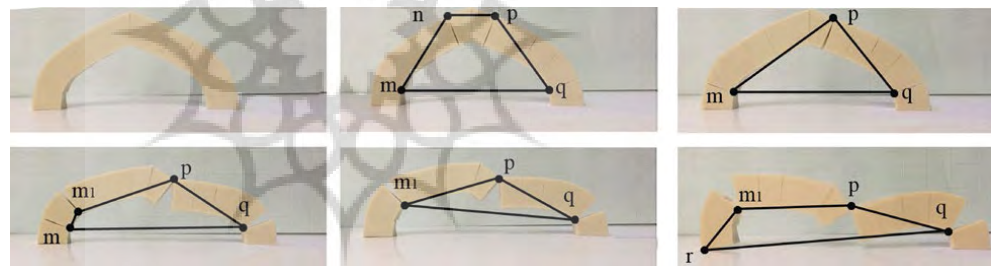
در مدل‌های فیزیکی، فروریختگی با دوران قطعه‌های قوس حول مفصل‌ها رخ داد و فروریختن با مکانیسم لغزش مشاهده نشد. برای بررسی موضوع، نگاه دقیق‌تری به مدل تحلیلی قوس شبدری ضخیم می‌اندازیم. در تصویر ۱۷، در لحظه فروریختن که خط رانش در مایل‌ترین حالت نسبت به نقطه q قرار دارد، بازهم زاویه بین خط رانش و سطح بلوک زیرین تفاوت معناداری با زاویه اصطکاک دارد؛ از این رو، درون قوس، حتی در این شرایط نیز، لغزش حاکم نمی‌شود. اما در محل اتصال قوس به پایه، زاویه بین خط رانش و افق به زاویه اصطکاک مصالح مورد استفاده نزدیک است و با توجه به خطاهای محتمل در محاسبه ضریب اصطکاک، امکان لغزش قوس بر روی دیوار، در لحظه‌های آخر باز شدن دهانه قوس‌های ضخیم وجود دارد. با توجه به تفاوت زیاد میان نتایج آزمایش ضرایب اصطکاک مصالح بنایی، در پیشینه، گاه تا میزان 0.7 تفاوت (Romano 2005)، در قوس‌های ضخیم، احتمال لغزش در مدل فیزیکی در واقعیت، احتمال بالایی است. البته باید توجه نمود که نسبت ضخامت به دهانه 0.2 در قوس‌های بناهای تاریخی متداول نبوده، زیرا استفاده از آن منجر به مکانیسم فروریختگی قوس ضخیم-پایه لاغر و فروریختن پایه می‌شود. از این رو، فرض کفایت اصطکاک هیمن در نسبت‌های مرسوم معتبر است. البته باید توجه داشت که حتی در صورتی که مکانیسم لغزش حاکم نشود، همواره لغزش‌های کوچکی در فرایند کار رخ می‌دهند.



تصویر ۱۷: در محل مفصل q ، زاویه α ، زاویه بین خط رانش (aq) و خط عمود بر سطح بلوک زیرین (ab) برابر 36° درجه و کمتر از زاویه اصطکاک است؛ از این رو، قطعه بالایی قوس بر روی نقطه q سر نمی‌خورد. در محل تماس پای قوس با زمین، زاویه β ، زاویه بین خط رانش (cf) و خط عمود بر سطح زمین (cd) برابر 44° درجه و نزدیک زاویه اصطکاک است؛ از این رو، لغزش در این نقطه محتمل است.

دی‌جونگ (۲۰۰۹) بیان می‌کند که اگر مسئله پایداری قوس‌ها هندسی باشد، بالتبع، خطاهای هندسی عامل تأثیرگذاری هستند. خطاهای ساخت مدل، مانند گرد بودن لبه‌های مدل و یا خطاهای چیدن، سبب کاهش مقطع مؤثر و در نتیجه کاهش حد پایداری مدل فیزیکی می‌شوند. در اندازه‌گیری بلوک‌ها پس از ساخت مشاهده شد که کاهش ابعاد آن‌ها گاه تا 0.90 درصد مقطع اسمی قوس می‌رسد. چنانچه در فرایند چیدن بلوک‌ها، یک بلوک از مجموعه نسبت به

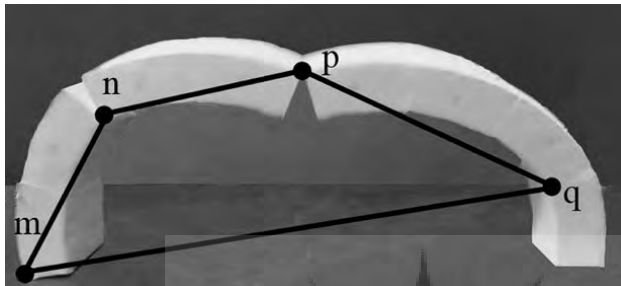
محور قوس به بالا و دیگری به پایین لغزیده باشد، مقطع مؤثر ۸۰ درصد کاهش پیدا خواهد کرد. خطاهای مورد نظر در قوس‌های با لاغری بیشتر تأثیر بیشتری دارند. مسئله دیگر از دید اوشندورف (۲۰۰۴) پرش ناگهانی مفصل در مدل فیزیکی برخلاف حرکت نرم آن در مدل تحلیلی است که حد پایداری قوس را کاهش می‌دهد. در مدل تحلیلی نقاط مفصل در تمام قوس می‌توانند قرار گیرند (با دقت ۰/۱ درجه)، اما نقاط محتمل مفصل در مدل فیزیکی ۱۳ عدد است. تصویر (۱۸) جابه‌جایی مفصل را بین دو نقطه m و m_1 نشان می‌دهد که از طریق ایجاد یک مکانیسم آنی چهارمیله‌ای رخ می‌دهد. این مکانیسم بلافاصله حرکت می‌کند و با انتقال ترک به بالا، ترک اولیه بسته می‌شود. پرش ناشی از جابه‌جایی مفصل یک ضربه به قوس می‌زند. در بررسی مدل فیزیکی قوس پنج و هفت مشاهده شد که این ضربه، سبب لغزش کوچک آنی در پای قوس روی میز شد، اما پس از انتقال مفصل، این لغزش متوقف شد. این اثر دینامیکی همراه با سایر دلایل‌هایی که در بالا ذکر شد، عواملی هستند که سبب اختلاف نتیجه‌های مدل تحلیلی و فیزیکی می‌شوند. با توجه به نتایج نوشتار حاضر، توصیه می‌شود در تحلیل‌ها، مقطع مؤثر ۸۰ درصد مقطع قوس برای قوس‌های لاغر (بیشتر متأثر از خطای ابعادی) و ۷۰ درصد برای قوس‌های ضخیم (متأثر از خطای ابعادی و لغزش) لحاظ شود. عدد ۸۰ درصد با توصیه دی‌جونگ (۲۰۰۹) که با توجه به بررسی آماری خطاهای ساخت برای قوس‌های لاغر انجام شده، مطابق است. باید توجه داشت که در سازه‌های قابی مدرن نیز، از ضریب کاهش مقاومت که برای پوشش عدم یقین‌های مانند عدم دقت معادله‌ها لحاظ می‌گردد، استفاده می‌شود. برای مثال، در آیین‌نامه بتن ایران (سازمان برنامه و بودجه کشور. امور نظام فنی اجرایی، مشاورین و پیمانکاران ۱۴۰۱) ضریب کاهش مقاومت برای اعضای بتنی غیرمسلح ۰/۶ پیشنهاد شده است.



تصویر ۱۸: قاب‌های حرکت قوس پنج‌وهفت‌کند با نسبت ضخامت به دهانه ۰/۲. برخلاف حرکت نرم مفصل در مدل تحلیلی، انتقال مفصل از m به m_1 با ایجاد مکانیسم لحظه‌ای چهارمفصلی و یک ضربه همراه است.

درباره حرکت نامتقارن ترک‌ها، نکته‌هایی قابل توجه‌اند. با جست‌وجوی خط رانش مشاهده می‌شود که در قوس نیم‌دایره، دو مفصل شانه به‌صورت متقارن به‌سمت بالا حرکت می‌کنند (تصویر ۱۴). البته باید توجه داشت که این حرکت متقارن، در قوسی که دقیقاً بدون هیچ خطایی، متقارن ساخته شده و در شرایط مرزی دقیق مانند تراز بودن سطح قرارگیری قوس برقرار است و در صورت عدم تحقق این شروط، قوس نیم‌دایره نیز به‌صورت نامتقارن ترک می‌خورد و فرومی‌ریزد (تصویر ۱۹). رومانا (۲۰۰۵) برای قوس‌های گوتیک نیز که با دو پرگار رسم می‌شوند، حرکت مفصل‌ها را متقارن فرض کرده است، درحالی‌که تحلیل مسئله با روش عددی پیشنهادی توسط گالاسی و همکاران (۲۰۲۱) بر روی قوس‌های گوتیک نشان می‌دهد که این مفصل‌ها متقارن جابه‌جا نشده‌اند؛ گرچه حد نهایی پاسخ در تحلیل آن‌ها تفاوت چندانی نسبت به پاسخ رومانا (۲۰۰۵) ندارد. نتایج تحلیلی نوشتار حاضر در قیاس با سایر پژوهش‌ها نشان می‌دهند که گرچه مفصل‌های شانه نامتقارن جابه‌جا می‌شوند، فرض حرکت متقارن مفصل‌ها در حد نهایی پایداری ایمن است. این امر به‌دلیل دشوارتر بودن ترسیم هندسی در بررسی نامتقارن نسبت به بررسی متقارن حائز اهمیت است. درحالی‌که نظریه کشسان در قرن ۱۸ میلادی سعی داشت مسیر دقیق ریاضی نیرو را درون سازه نامعین

تعیین نماید، تحقیق‌های مبتنی بر تحلیل مومسان سازه‌ها در قرن ۱۹ و ۲۰ میلادی نشان داده‌اند که پاسخ دقیق ادعایی طرح کشسان در سازه‌ها به شرایط مرزی حساس است؛ مشابه آنچه در مدل‌های فیزیکی مقالة حاضر مشخص است؛ یعنی با کوچک‌ترین خطای ساخت یا چیدن، موقعیت دقیق ریاضی مسیر نیرو در مدل تغییر می‌کند. اما کشف مهم طرح مومسان سازه‌ها این بوده است که به‌رغم حساسیت وضعیت دقیق ریاضی به شرایط مرزی، و بالتبع عدم یقین در تعیین این وضعیت، این عدم یقین بر روی حد پایداری نهایی سازه اثر قابل ملاحظه‌ای نمی‌گذارد (Heyman 1966).



تصویر ۱۹: اندکی تغییر در شرایط مرزی سبب می‌شود قوس نیم‌دایره نیز نامتقارن ترک بخورد. محل ترک‌ها در شانه راست و چپ نامتقارن هستند و به همین دلیل، در لحظه فرو ریختگی نیز به‌جای پنج مفصل، چهار مفصل در قوس تشکیل می‌شود. فیلم و عکس: رقیه مرادی علمدارلو.

نتیجه

در این نوشتار، حد نهایی پایداری قوس‌های پنج‌وهفت‌کند و شبدری‌کند با نسبت ضخامت به دهانه‌های مختلف، بر اثر حرکت پای آن‌ها، براساس فرض‌های هیمن مورد بررسی قرار گرفت؛ سپس نتایج با پاسخ مدل فیزیکی مورد آزمون قرار گرفتند. با افزایش نسبت ضخامت به دهانه، حد پایداری قوس‌های یادشده در حرکت پای آن‌ها افزایش می‌یابد. هر دو قوس بررسی‌شده در قیاس با قوس نیم‌دایره با نسبت ضخامت به دهانه مشابه، رفتار بهتری از خود نشان می‌دهند. همچنین، مشاهده شده که رانش قوس‌های تغییرشکل‌یافته گاه تا میزان پنج و نیم برابر رانش اولیه افزایش می‌یابد. پس از آغاز حرکت با مکانیسم چهارمیله‌ای و بسته شدن یکی از ترک‌ها، قوس‌ها مانند مکانیسم لنگ-لغزنده حرکت کرده و با حرکت قوس، محل ترک‌ها تغییر می‌کند. این جابه‌جایی بر پایداری نهایی این قوس‌ها تأثیر جدی دارد. گرچه جابه‌جایی ترک‌ها در دو شانه قوس نامتقارن است، مقایسه پاسخ حاصل از دو فرض حرکت متقارن و نامتقارن ترک‌ها با یکدیگر نشان می‌دهد که فرض اول نیز برای تحلیل ایمن است. به دلیل خطاهای ساخت و چیدن و همچنین تفاوت تعداد بلوک‌های مدل فیزیکی با مدل تحلیلی، گاهی محل مفصل‌های مدل فیزیکی نسبت به مفصل‌های پیش‌بینی‌شده در مدل تحلیلی تغییر می‌کند و این امر تغییرهایی در نتایج ایجاد می‌کند. در قوس‌های ضخیم به دلیل امکان باز شدن بیشتر دهانه و افزایش رانش، امکان لغزش قوس بر روی پایه شدت می‌گیرد و مخدوش شدن فرض اصطکاک کافی هیمن محتمل است؛ گرچه این میزان ضخامت در تاریخ معماری مرسوم نیست.

با توجه به اینکه قوس‌های معماری ایران گاه با چیدن شانه ساخته می‌شوند، پژوهش بر روی اثرگذاری این چینش بر حد پایداری توصیه می‌شود. همچنین، مدل کردن اصطکاک در روش تحلیل حد نهایی قوس‌ها هنوز به‌صورت یک چالش باقی مانده است.

پی‌نوشت‌ها

1. Ochsendorf
2. Lourenço

۳. برای شرح کامل‌تر و مقایسه این روش‌های تحلیل نگاه کنید به فراتحلیل لورنزو (Lourenço 2001).

4. Cabri II Plus 1.4

۵. نرم افزار کبری برای آموزش ریاضی پیش دانشگاهی طراحی شده است. در این نرم افزار، با توجه به هدف آموزشی آن، که تدریس سریع هندسه است، امکان ترسیم پارامتریک هندسی و تغییر پارامترهای ترسیم و مشاهده اثر متغیرها بر پاسخ به سرعت و سهولت امکان پذیر است. بلاک (۲۰۰۵) از جمله کسانی است که از این قابلیت برای تحلیل قوس بهره برده است. در نرم افزار اتوکد، ویرایش ۲۰۱۰ به بعد، امکان همبسته کردن عناصر ترسیم به صورت پارامتریک وجود دارد؛ اما در این نرم افزار، ایجاد این همبستگی و پاسخ گرفتن از تغییر پارامتریک، دشوارتر و با زمان بیشتری نسبت به کبری انجام می شود.

۶. اوشندورف (۲۰۰۴) نشان داده که افزایش تعداد بلوک ها در پاسخ تأثیر قابل اعتنايي ندارد. ازسوی دیگر، افزایش تعداد بلوک ها، کار با مدل فیزیکی را دشوار می کند؛ ازاین رو، در پیشینه، استفاده از تعداد ۸ تا ۱۲ بلوک برای مدل فیزیکی توصیه شده است.

۷. در تحلیل مبتنی بر مقاومت مصالح، با حفظ تناسبات اولیه و افزایش مقیاس سازه، میزان تنش ها افزایش می یابد. این مطلب به عنوان قانون توان دوم-سوم توسط گاليله در نقد روش هندسی استادکاران سنتی که مبتنی بر حفظ تناسبات بود، طرح شد. زمانی که مسئله سازه میزان تنش های آن باشد، نمی توان از مدل فیزیکی با مقیاس کوچک تر برای آزمایش استفاده کرد؛ اما زمانی که مسئله پایداری باشد (با فرض هیمن: مقاومت فشاری خوب)، مقیاس در پاسخ اثری ندارد. نخستین بار، هیمن (۱۹۶۶) به آزمون دیدگاه گاليله پرداخت و اشاره کرد که برای مثال، برای اینکه دیوار یک کلیسای گوتیک با افزایش مقیاس، تحت اثر وزن خود به آستانه خرد شدن مصالح برسد، باید یک مایل ارتفاع داشته باشد! این امر، نشان از ناوارد بودن نقد گاليله به روش استادکاران سنتی دارد.

۸. بسته به شرایط، قوس ها می توانند از نسبت ضخامت به دهانه های متفاوت و بی شماری برخوردار باشند. دو نسبت ذکر شده برای یافتن یک معیار برای مقایسه نتایج تحلیلی انتخاب شده اند. نسبت های گویا با پایه ده برای ساخت آسان تر مدل مورد استفاده قرار گرفتند. حداقل نسبت ضخامت به دهانه قوس های فوق باید بیش از ۰/۰۵ باشند (ایزدپناه و سرداری، ۱۴۰۰)؛ ازاین رو، نخستین نسبت ۰/۱ انتخاب شده است.

9. Coulomb

10. Vezelay

11. Heyman

12. Smars

13. Block

14. Romano

15. Galassi

16. De Jong

17. Fang

۱۸. البته تحلیل مبتنی بر جابه جایی به جای تحلیل مبتنی بر بار می تواند در روش های دیگر تحلیل مانند تحلیل اجزای محدود غیرخطی نیز مورد توجه قرار گیرد.

19. Safe theorem

20. Unsafe theorem

۲۱. اثر جابه جایی بارهای وارده به دلیل تغییر هندسه که منجر به تغییر شرایط تعادل می شود، به اثرات مرتبه دوم مشهورند.

۲۲. قوس شبدری کند که روش ترسیم آن توسط غیاث الدین جمشید کاشانی معرفی شده، در یک دوره تاریخ معماری مشهور بوده و قوس پنج و هفت نیز قوسی مشهور در تاریخ معماری است. این دو قوس به دلیل شهرت و کثرت کاربرد انتخاب شده اند.

23. Slider-crank mechanism

24. Boundary conditions

منابع

- آ. شبانا، احمد. ۱۳۹۱. دینامیک محاسباتی. ترجمه سعید ابراهیمی. تهران: فذک ایستاتیس.
- ایزدپناه، فرزین، و سرداری، سروناز. ۱۴۰۰. تحلیل پایداری لرزه‌ای سه قوس ایران. *مطالعات معماری ایران* ۹(۱۷): ۱۴۲-۱۶۳.
- سازمان برنامه و بودجه کشور. امور نظام فنی اجرایی، مشاورین و پیمانکاران. ۱۴۰۱. *آیین‌نامه بتن ایران*. تهران: سازمان برنامه و بودجه کشور.
- تیموشنکو، س.پ.، و یانگ د. ه. ۱۳۷۳. *تئوری ساختمان‌ها*. ترجمه تیمور توکلی هاشجین و جواد مقصود. تهران: دانشگاه تهران.
- زم‌شیدی، حسین. ۱۳۷۳. *طاق و قوس در معماری ایران*. تهران: کیهان.
- Block, Ph. 2005. Equilibrium systems: Studies in masonry structure, Master of Science thesis in Architecture Studies, Massachusetts Institute of Technology.
- Clemente, P. 1998. Introduction of stone arches. *Int. J. of Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 27(5): 513-522.
- Coulomb, C. A. DE. 1773. Essai sur une application des règles de maximis et minimis a quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture. *Mémoires de Mathématique et de Physique présentés à l'Académie Royale des Sciences* 7: 343-382
- De Jong, M. J. 2009. *Seismic assessment strategies for Masonry Structures*. Ph.D. dess., Massachusetts institute of technology.
- Fang, D. L., Napolitano, R. K., Michiels, T. L., & Adriaenssens, S. M. 2018. Assessing the stability of unreinforced masonry arches and vaults: a comparison of analytical and numerical strategies. *International Journal of Architectural Heritage* 13(5): 648-662.
- Galassi S. et al. 2021. Capacity assessment of masonry arches on moving supports in large displacements: Numerical model and experimental validation. *Engineering Failure Analysis* 129: 105700.
- Heyman, J. 1982. *The Masonry Arch*. New York: John Wiley and Sons.
- Heyman, J. 1966. The stone skeleton. *International Journal of solids and structures* 2(2): 249-279.
- Huerta, S. 2006. Galileo Was Wrong: The Geometrical Design of Masonry Arches, *Nexus network journal* 8(2): 25-51
- Lourenço, P. B. 2001. Analysis of historical constructions: from thrust-lines to advanced simulations. *Historical constructions*: 91-116.
- Ochsendorf, J. A. 2004. A displacement-based approach for the safety assessment of masonry structures. *Proceedings of the forth international seminar on structural analysis of historical construction, Padova*.
- Romano, Al. 2005. *Modeling, Analysis and Testing of Masonry Structures*. Ph.D. dess., Università degli Studi di Napoli Federico II.
- Smars, P. 2000. *Etudes sur la stabilité des arcs et voûtes*. Ph.D. dess., Catholic University in Leuven.
- Viollet-le-Duc, E.E. 1854. *Dictionnaire raisonné de l'Architecture Française*. Vol. 2. Paris: A. Morel.

■ Investigation of Behavior and Threshold of Stability of the Arches Panj-o Haft-e Kond and Sabdari-e Kond on Spreading Support

Farzin Izadpanah

Assistant Professor, Faculty of Architecture, Shahid Bahonar University of Kerman

Faezeh Kamali

M.Sc. in Architecture, Shahid Bahonar University of Kerman

The conservation of values inherent in vernacular architecture highlights the importance of analyzing the structural behavior of masonry arches. A critical issue in this area is the potential collapse of vaults caused by the lateral spreading of their arch supports. This paper addresses this concern within Persian architecture, focusing specifically on the stability thresholds of the Panj-o Haft-e Kond and Shabdari-e Kond arches concerning support spreading. It examines the sequence from initial movement to potential collapse. The study utilizes Limit State Analysis as its primary framework, applying the parametric thrust line method to assess stability across various thickness-to-span ratios. Analytical results for different geometrical configurations are compared with and validated against findings from small-scale physical models. The analysis shows that the stability threshold remains unaffected mainly by whether cracks develop symmetrically or asymmetrically, supporting the validity of the initial assumption used in the analysis. Furthermore, it was observed that the thrust exerted by the arch can sometimes increase up to fivefold from its initial value.

Keywords: Spreading Support of Arch, Shabdari-e kond, Panj-o Haft-e Kond, Thrust Line Analysis, Limit State Analysis.