

Optimization of a Cryptocurrency Portfolio using Conditional Value at Risk and Markov Switching GARCH approach

Mohammad Borzouei Lamouki^{*}, Teymour Mohammadi^{**}

Esfandiar Jahangard^{***}, Mahnoush Abdollah Milani^{****}, Mohammad Reza Seyed Nourani^{*****}

Abstract

In recent years, the popularity of investing in cryptocurrencies has increased, and gradually, the cryptocurrency market has matured by attracting higher liquidity and developing online trading platforms. However, investing in this area can disrupt the balance between risk-adjusted returns due to sudden price fluctuations. To address this issue, selecting an optimal portfolio that simultaneously maximizes expected return while minimizing investment risk is crucial. Accordingly, this study aims to select an optimal portfolio of cryptocurrencies using the Conditional Value at Risk approach and the Markov Switching GARCH process. For this purpose, daily return data from six high-market-cap cryptocurrencies—Bitcoin, Ethereum, Litecoin, Ripple, Cardano, and Binance Coin—as well as the stablecoin Tether—were utilized from January 1, 2019, to December 1, 2023. The study results indicate that in a high-volatility regime, a larger portion of the investment portfolio is allocated to the stablecoin Tether and Bitcoin (which exhibit more stable price movements than other cryptocurrencies). Conversely,

* Ph.D. Candidate of Economics, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University (Corresponding Author), mohamad.borzouei@yahoo.com

** Professor of Economics, Department of Economics, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, mohammadi@atu.ac.ir

*** Associate Professor, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, jahangard@atu.ac.ir

**** Associate Professor, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, milani@atu.ac.ir

***** Professor, Faculty of Economics, Allameh Tabataba'i University, seyednourani@atu.ac.ir

Date received: 18/02/2024, Date of acceptance: 13/10/2024



Abstract 2

in a low-volatility regime, the optimal investment portfolio allocates a higher weight to altcoins, aiming to maximize expected returns.

Keywords: Portfolio Optimization, Conditional Value at Risk (CVaR), Markov Switching GARCH, Bootstrap, Cryptocurrency.

JEL Classification: G15, G11, C32, C14.



بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های رمزنگاری شده؛ با استفاده از ارزش در معرض خطر مشروط و رویکرد مارکف سوئیچینگ گارچ^۱

محمد برزویی لموکی*

تیمور محمدی**، اسفندیار جهانگرد***، مهنوش عبدالله میلانی****، سید محمدرضا سیدنورانی*****

چکیده

در دهه‌ی اخیر، محبوبیت سرمایه‌گذاری در موجودیت‌های رمزنگاری شده افزایش یافته و به مرور، بازار رمزارزی‌ها، با جذب نقدینگی بالاتر و توسعه‌ی پلتفرم‌های معاملاتی برخط به بلوغ رسیده است. با این حال، سرمایه‌گذاری در این حوزه، به دلیل نوسانات ناگهانی قیمت می‌تواند تعادل میان بازدهی ریسک و بازده را بر هم زند. برای مقابله با این امر، انتخاب یک سبد بهینه که به‌طور همزمان در کنار بیشینه ساختن نرخ بازده مورد انتظار، ریسک سرمایه‌گذاری را حداقل نماید، حائز اهمیت است. بر این اساس، هدف پژوهش حاضر، انتخاب سبد بهینه‌ای از رمزارزی‌ها با استفاده از رویکرد ارزش در معرض خطر مشروط و با بهره‌گیری از فرآیند مارکف سوئیچینگ گارچ است. بدین منظور، از داده‌های بازده روزانه‌ی شش رمزارزی بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین، ریپل، کاردانو، باینانس‌کوین که دارای ارزش بازاری بالا هستند و همچنین، ارز دیجیتال باثبات تتر، طی دوره‌ی

* دانشجوی دکترای اقتصادسنجی، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی (نویسنده مسئول)،
mohamad.borzouei@yahoo.com

** استاد گروه اقتصاد نظری، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، mohammadi@atu.ac.ir

*** دانشیار گروه اقتصاد نظری، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، jahangard@atu.ac.ir

**** دانشیار گروه اقتصاد نظری، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، milani@atu.ac.ir

***** استاد گروه اقتصاد نظری، دانشکده اقتصاد، دانشگاه علامه طباطبائی، seyednourani@atu.ac.ir

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱۱/۲۹، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۷/۲۲



۲۰۱۹/۱/۱ تا ۲۰۲۳/۱۲/۱ استفاده شده است. نتایج حاصل از پژوهش نشان می‌دهد که در رژیم با نوسانات بالا، سهم بیشتری از پرتفوی سرمایه‌گذاری به ارز دیجیتال باثبات تر و بیت‌کوین (که دارای دامنه‌ی حرکتی باثبات‌تری نسبت به سایر رمزارزها هستند) اختصاص دارد. در مقابل، در رژیم با نوسانات پایین، سبد بهینه‌ی سرمایه‌گذاری، به دلیل بیشینه ساختن بازده مورد انتظار، وزن بیشتری را به آلت‌کوین‌ها اختصاص داده است.

کلیدواژه‌ها: بهینه‌سازی پرتفوی، ارزش در معرض خطر مشروط، مارکف سوئیچینگ گارچ، بوت استرپ، رمزارز.

طبقه‌بندی JEL: C14، C32، G11، G15

۱. مقدمه

بحران اقتصادی و مالی جهانی در سال‌های ۲۰۰۸-۲۰۰۹، دوره‌ای پرنش برای اکثر اقتصادهای جهان بود که به موجب آن، نرخ‌های بالاتر تورم، کسری بودجه و کسری تجاری، کاهش ارزش پول ملی و کاهش ذخایر ارزی در اکثر اقتصادهای جهان تجربه شد. پس از این بحران، اغلب سرمایه‌گذاران به دنبال یافتن سرمایه‌گذاری‌های جایگزین و متنوع ساختن هر چه بیشتر پرتفوی^۲ سرمایه‌گذاری خود شدند. تحت این شرایط، محبوبیت بیت‌کوین (Bitcoin) افزایش یافت و ارزش کل بازار آن تا ماه آوریل سال ۲۰۱۸ میلادی، بالغ بر ۱۱۶ میلیارد دلار شد (Yi et al., 2018). به همین ترتیب، بازار رمزارزها در طی یک دهه‌ی گذشته، به تدریج از یک بازار نابالغ به یک بازار تقریباً بالغ (mature market) تکامل یافته است (Bakry et al., 2021: 1). اما همچنان، بازار رمزارزها برای رسیدن به بلوغ کامل، راهی طولانی در پیش دارد.^۳

با این حال، در بطن سرمایه‌گذاری در موجودیت‌های رمزنگاری شده، ریسک‌های سیستماتیک و غیرسیستماتیک نهفته است و خطرات سرمایه‌گذاری در بازار ارزهای دیجیتال، طیف وسیعی از خطرات (از نوسانات ناگهانی قیمت گرفته تا مواردی از قبیل هک، سرقت و انواع جرایم سایبری) را در برمی‌گیرد.

از طرف دیگر، ارزهای دیجیتال در جهان، به دلیل به‌کارگیری از فناوری بلاکچین، شفافیت و عدم وابستگی به نظام مرکزی، محبوبیت بسیار یافته‌اند. در ایران نیز، سرمایه‌گذاری در ارزهای دیجیتال در سال‌های اخیر از محبوبیت بالایی برخوردار است. طبق آمارهای ارائه‌شده توسط مجموعه تریپل‌ای (Triple-A)، ایران، در زمره‌ی پنج کشور برتر از نظر سهم جمعیت مالک ارز دیجیتال در جهان است. با این حال، نوسانات بالای قیمتی این دارایی‌های جدید، می‌تواند منجر

بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزوئی لموکی و دیگران) ۵

به نوسانات شدید و قابل توجه در سود و زیان سرمایه‌گذاران شود و لذا، سرمایه‌گذاری در این حوزه، مستلزم پذیرش ریسک است. بنابراین، انتخاب و بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های رمزنگاری شده برای ایجاد تعادل میان ریسک و بازده ضرورت دارد. بنابراین، پرسش اصلی در پژوهش حاضر آن است که، چگونه می‌توان سبد سرمایه‌گذاری متشکل از رمزارایی‌ها را انتخاب نمود؟

در پژوهش حاضر، شش رمزپول که دارای بالاترین ارزش بازاری، حجم معامله و شناوری در چند سال اخیر بوده‌اند، به همراه ارز دیجیتال باثبات تر انتخاب شده‌اند. هدف اصلی این پژوهش، معرفی سبد بهینه‌ای است که ضمن کاهش ریسک ناشی از تلاطمات بازار، بازدهی سرمایه‌گذاری را افزایش دهد. جنبه‌ی نوآوری پژوهش در آن است که در دو رژیم نوسانات بالا و پایین رمزارها، ارزش در معرض خطر مشروط محاسبه شده و پرتفوی بهینه به دست آمده است.

پژوهش حاضر در چهار محور اصلی سازماندهی شده است. در ابتدا، به مبانی نظری و پیشینه تحقیق پرداخته می‌شود. سپس، مدل و روش شناسی پژوهش معرفی می‌گردند. پس از برآورد مدل، در بخش پایانی، جمع‌بندی مهم‌ترین یافته‌های تحقیق ارائه شده است.

۲. چهارچوب نظری و پیشینه پژوهش

۱.۲ بهینه‌سازی پرتفوی و مدل پایه مارکوویتز

در ادبیات مرتبط با انتخاب سبد بهینه‌ی سرمایه‌گذاری، مطالعه‌ی مارکوویتز (Markowitz) (۱۹۵۲) پیشگام است (Clement Mba & Mwambi, 2020: 4). مارکوویتز با ارائه‌ی مدل میانگین-واریانس (The mean-variance (MV) portfolio optimization) نشان داد، با تشکیل سبدهای مالی به دلیل نبود همبستگی کامل بین بازده دارایی‌های مالی مختلف که در سطح معینی از بازده، ریسک کاهش یابد.

در واقع، افراد مختلف بر اساس میزان مطلوبیت مورد انتظارشان دست به سرمایه‌گذاری می‌زنند و از مصرف امروز به امید مصرف بیشتر در آینده چشم‌پوشی می‌کنند. تابع مطلوبیت هر سرمایه‌گذار با توجه به ترجیحات همان شخص تعیین می‌شود که لزوماً با سایر سرمایه‌گذاران یکسان نمی‌باشد (راعی و علی بیگی، ۱۳۸۸). انتخاب مجموعه دارایی بهینه اغلب با تبادل بین

ریسک و بازده صورت می‌گیرد و هر چه ریسک مجموعه دارایی بیشتر باشد، سرمایه‌گذاران انتظار دریافت بازده بالاتری را خواهند داشت (راعی و تلنگی، ۱۳۸۳).

به‌عنوان نمونه، اگر سرمایه‌گذار قصد آن را داشته باشد که ارزش بازده را ثابت نگه‌داشته و ریسک را حداقل نماید، مدل ریاضی به‌صورت زیر تعریف می‌شود (برای سطح ثابت ریسک، بیشینه‌سازی بازده نیز از مدلی مشابه با مدل ارائه شده استفاده می‌شود) (Zhang et al., 2018):

$$\text{MinimizeVar}[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] \quad (1)$$

$$\text{St.E}[\xi_1 x_1 + \xi_2 x_2 + \dots + \xi_n x_n] \geq \alpha \quad (2)$$

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_n &= 1 \\ x_i &\geq 0, i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

در عبارات (۱) تا (۳)، E، بیانگر ارزش انتظاری و VaR نمایانگر عملگر واریانس است. همچنین، X_i نسبت مقدار کل در دسترس را برای سرمایه‌گذاری در سهم i و ξ_i بازده تصادفی را برای هر سهم نشان می‌دهد.

۲.۲ مدل مارکف سوئیچینگ گارچ (MS-GARCH)

در تئوری نوین سبد اوراق بهادار مارکوویتز، ریسک با استفاده از معیار واریانس و به‌عنوان تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین تعریف می‌شود. با این حال، اگر فرض بر نرمال بودن توزیع باشد، واریانس، معیار قابل قبولی برای اندازه‌گیری ریسک است.

با این حال، در تحقیقات انجام شده در دنیای واقعی و مباحث تئوریک، این فرض رد شده است (فلاح‌پور و همکاران، ۱۳۹۴: ۴). این موضوع به‌خصوص برای داده‌های فرکانس بالا (HFT)^۴، صادق است. بنابراین، با توجه به محدودیت‌های تئوری‌های کلاسیک، مدل‌های GARCH، پیشنهاد شدند. این مدل‌ها، بیشترین کاربرد را برای مدل‌سازی نوسانات دارند.

چارچوب مدل‌های GARCH برای اولین بار توسط بولرسلف (Bollerslev) (۱۹۸۶) و با استفاده از بسط خودرگرسیون واریانس ناهمسانی شرطی (ARCH)، که انگل در سال ۱۹۸۲ آن را مطرح نموده بود، معرفی شد. با این حال، براساس مطالعات اخیر صورت‌گرفته، وجود شکست‌های ساختاری منجر به تخمین‌های تورش‌دار مدل‌های GARCH و پیش‌بینی ضعیف نوسانات می‌شوند (Clement Mba & Mwambi, 2020: 2). بنابراین، برای حل این مشکل، مدل‌های MS-GARCH پیشنهاد شده‌اند.

بهبودسازی پرتفوی مشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزوئی لموکی و دیگران) ۷

مدل مارکف سوئیچینگ گارچ، یکی از روش‌هایی است که چارچوب مناسبی را برای مدلسازی توزیع بازده روزانه‌ی دارایی‌ها فراهم می‌آورد و از آنجا که نسبت به مدل‌های تک‌رژیمی گارچ، انعطاف‌پذیری بیشتری دارد، در سال‌های اخیر بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

در پژوهش حاضر نیز، از مدل MS-GARCH (مارکف-سوئیچینگ گارچ)، استفاده شده است که علت انتخاب این مدل، وجود شکست ساختاری در سری زمانی داده‌های موجودیت‌های رمزنگاری شده است که این مهم، به سه دلیل عمده رخ می‌دهد:

نخست آنکه، رمزپول‌ها فاقد ارزش ذاتی (Non-intrinsic Value) و متکی بر احساسات بازار (Sentiments) هستند. دوم، بازار ارزهای دیجیتال، کاملاً آزاد و بدون نظارت است و همین فقدان نظارت موجب بالا رفتن احتمال دستکاری قیمت از سوی برخی از بازیگران کلیدی می‌شود که حجم زیادی از این دارایی‌ها را در اختیار دارند. در نهایت آنکه، ذهنیت مسلط بر بازار، ذهنیت گله‌ای (Herd Mentality) است و بسیاری از افراد فعال در این بازار، همزمان به دلیل ترس از دست دادن دارایی اقدام به فروش و از طرف دیگر، به دلیل ترس از جا ماندن از رشد قیمت، اقدام به خرید می‌کنند (همان).

از این رو، بنابر موارد اشاره شده، م پیشنهاد شده است. در این مدل‌ها، هر حالت از زنجیره (رژیم) GARCH رفتار و ساختار نوسانات متفاوتی را نشان می‌دهد که این مهم، پویایی‌های مدل را توسعه داده و توانایی بالقوه پیش‌بینی نوسانات را افزایش دادند (Frommel, 2004).

در مطالعه حاضر، بازار رمزپول و نوسانات بازدهی آن را می‌توان به دو رژیم تقسیم نمود: $s_t = 1$ برای رژیم اول و $s_t = 2$ برای رژیم دوم. اگر r_t سری بازدهی مالی باشد و از مدلی با شکست ساختاری پیروی کند، خواهیم داشت:

$$r_t = \begin{cases} c_1 + \alpha_1 x_1 + u_t & \text{if } s_t = 1 \\ c_2 + \alpha_2 x_1 + u_t & \text{if } s_t = 2 \end{cases} \quad (4)$$

به صورت خلاصه، $r_t = c_{s_t} + \alpha_{s_t} x_{s_t} + u_{s_t}$ است که $u_t \sim N(0, \sigma_{s_t}^2)$ و x یک متغیر یا متغیرهای برونزا می‌باشد.

ابتدا تابع چگالی احتمال توأم بازدهی‌های r_t و متغیر پنهان رژیم‌ها به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$f(r_t, s_t | \psi_{t-1}) = f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) f(s_t | \psi_{t-1}) \quad (5)$$

که در آن همه اطلاعات موجود تا زمان $t-1$ بوده و $f(r_t | s_t, \psi_{t-1})$ به وسیله معادله زیر داده شده است.

در مرحله دوم، تابع چگالی احتمال حاشیه‌ای به صورت زیر ساخته می‌شود:

$$\begin{aligned} f(r_t | \psi_{t-1}) &= \sum_{s_t=1}^2 f(r_t, s_t | \psi_{t-1}) \\ &= \sum_{s_t=1}^2 f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) f(s_t | \psi_{t-1}) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_1^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(r_t - c_1 - \alpha_1 x_t)^2}{\sigma_1^2}\right) \cdot \Pr(s_t = 1 | \psi_{t-1}) \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_2^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(r_t - c_2 - \alpha_2 x_t)^2}{\sigma_2^2}\right) \cdot \Pr(s_t = 2 | \psi_{t-1}) \end{aligned} \quad (6)$$

بر این اساس، تابع لگاریتم راست نمایی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$L = \sum_{t=1}^T \ln \left(\sum_{s_t=1}^2 f(r_t | s_t, \psi_{t-1}) \cdot \Pr(s_t | \psi_{t-1}) \right) \quad (7)$$

عبارت $\Pr(s_t | \psi_{t-1})$ برای $i = 1, 2$ در معادلات فوق، به معنای احتمال قرار گرفتن در رژیم اول، در زمان t و با اطلاعات مفروض در زمان $t-1$ است. همچنین، متغیر حالت یا رژیم s_t از فرایند مارکوف تبعیت می‌کند که تصادفی و غیرقابل مشاهده است. فرایند انتقالی مارکوف دو رژیم به صورت زیر است:

$$R_{it} = \alpha_0(1 - s_t) + \sum \alpha_i(s_t)R_{t-1} + [\sigma s_t] \varepsilon_{it} \quad (8)$$

این معادله به صورت اتورگرسیو بیان شده است؛ چراکه متغیر وابسته با تأخیر وارد مدل شده است. بخصوص که بازدهی رمزیول‌ها حتماً تحت تأثیر مقادیر دوره‌های پیشین قرار می‌گیرد.

ε_{it} متغیرهای مستقل و با توزیع یکنواخت گاوسی است. s_{it} نیز متغیر حالت است که از زنجیره مارکوف مرتبه اول پیروی می‌کند. به طور کلی انتقال در رژیم، تغییر در میانگین، تغییر در واریانس و تغییر هم‌زمان در میانگین و واریانس را مجاز می‌داند. معادلات زیر بیانگر این است که متغیر تصادفی و غیرقابل مشاهده رژیم‌ها از زنجیره مارکوف مرتبه اول پیروی می‌کند.

$$\begin{aligned} \Pr(s_t = 2 | s_{t-1} = 1) &= 1 - q \\ \Pr(s_t = 1 | s_{t-1} = 2) &= 1 - p \end{aligned} \quad (9)$$

بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۹

P و q احتمالات بقا هستند و برآورد شاخص‌ها به روش حداکثر راستنمایی انجام می‌شود. در این مطالعه از مدل MS-GARCH ارائه‌شده توسط کلاسن (Klaassen) استفاده خواهد شد. در مدل کلاسن (۲۰۰۲)، مسیر رژیم غیرقابل مشاهده دچار اختلال شده و از هم‌انباشتگی خارج می‌شود (اصغرپور و همکاران، ۱۳۹۲).

هرچند، پیچیدگی‌های محاسباتی و در نظر گرفتن فروض نرمال بودن خطاها و مستقل بودن فرآیند تغییر رژیم از واریانس شرطی، از نقاط ضعف مدل کلاسن (۲۰۰۲) هستند (Ardia et al, 2018)؛ با این حال، در سطح وسیعی از مطالعات اقتصادی از این مدل بهره گرفته می‌شود. این مدل، به دلیل قابلیت مدل‌سازی نوسانات غیرخطی قادر است به طور دقیق، نوسانات غیرخطی رمزپول‌ها را مدل‌سازی کند که این قابلیت، می‌تواند به تحلیل ریسک و پیش‌بینی نوسانات بازار کمک نماید. لازم به ذکر است که مدل کلاسن (۲۰۰۲)، برای تحلیل و پیش‌بینی نوسانات داده‌های مالی به کار می‌رود و لذا، برای تحلیل و پیش‌بینی نوسانات در بازار سهام و رمزپول‌ها مناسب است.

در مدل مارکوف سوئیچینگ گارچ با دو رژیم، پیش‌بینی نوسانات برای K مرحله جلوتر به شرط اطلاعات موجود در زمان t-1 به صورت زیر است (Marcucci, 2005):

$$\widehat{h_{T,T+k}} = \sum_{i=1}^2 \Pr(s_{T+k} = i | \phi_{T-1}) h_{T,T+k,s_{T+k}=i} \quad (10)$$

که $\widehat{h_{T,T+k,s_{T+k}=i}}$ پیش‌بینی k مرحله جلوتر از نوسانات در رژیم i بوده که در زمان t است. لازم به توضیح است که با استفاده از زنجیره مارکوف مرتبه اول برای متغیر حالت s_t نتایج و مشاهدات به دو دسته پرنوسان و کم نوسان تقسیم می‌شود. تبدیلات و انتقالات بین این دو حالت با ماتریس احتمالات انتقال نشان داده می‌شود.

در این مطالعه میانگین شرطی به صورت $r_t = \mu + u_t$ در نظر گرفته خواهد شد. واریانس شرطی برای مدل MS-GARCH نیز به صورت زیر خواهد بود:

$$E(h_{t-1} | s_t = i) = \sum_{j=1}^2 \widehat{p_{j,t-1}} [\mu_{s_{t-1}=j}^2 + h_{t-1,s_{t-1}=j}] - \left[\sum_{j=1}^2 \widehat{p_{j,t-1}} [\mu_{s_{t-1}=j}^2] \right]^2 \quad (11)$$

همچنین برای هر رژیم مقدار σ به صورت زیر محاسبه می‌شود. σ^2 بیانگر واریانس غیرشرطی در هر رژیم بوده که با واریانس شرطی برابر است.

$$\sigma^{(i)} = \left(\alpha_0^i / (1 - \alpha_1^i - \beta_1^i) \right)^{1/2} \quad (12)$$

Π نیز احتمال غیرشرطی بودن در رژیم اول و دوم است و به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P(s_t = 1) = \frac{1-p}{2-p-q} \quad P(s_t = 2) = \frac{1-q}{2-p-q} \quad (13)$$

۳.۲ ارزش در معرض خطر مشروط (CVaR)

معیار ارزش در معرض خطر، در سال ۱۹۹۳، به عنوان معیاری برای شناسایی ریسک معرفی شد. این معیار به عنوان حداکثر زیان مورد انتظار در یک افق زمانی هدف تعریف می گردد (Larsen et al., 2002). این سنجه، کاربرد فراوانی در مطالعات تعیین سبد بهینه، طی سالهای اخیر داشته است. در روش ارزش در معرض خطر برای انتخاب پرتفوی بهینه، اصول کار شبیه به مدل مارکویتز است، با این تفاوت که سرمایه گذار به دنبال ارزش در معرض خطر کمتر و بازده بیشتر می باشد (Campbell et al, 2001).

در مقاله حاضر، به جای روش ارزش در معرض خطر، از روش ارزش در معرض خطر مشروط (CVaR)، استفاده می شود. دلایل استفاده از این رهیافت عبارت است از: نخست، قیمت رمزارزها دارای نوسانات بالایی است و بنابراین، نیاز است تا برای بهینه سازی پرتفوی، از روشی استفاده شود که ریسک ضررهای بالا را کاهش دهد. دوم، محاسبات ارزش در معرض خطر، به تخمین خطی ریسک های پرتفوی بستگی دارد. از آنجایی که، بازدهی موجودیت های رمزنگاری شده به صورت نرمال توزیع نمی شود، استفاده از روش VaR توصیه نمی شود (Mahmoudi, 2023).

بر همین اساس، با استفاده از روش مورد استفاده در مطالعه ی کروخمال، پالمکوئیست و اوریاسف (Krokhmal, Palmquist, and Uryasev) (۲۰۰۲) و محمودی (۲۰۲۳)، روش ارزش در معرض خطر مشروط به صورت زیر تعریف می گردد.

$$\Psi(w, \varsigma) = p\{y | f(w, y) \leq \varsigma\} = \int_{f(w, y) \leq \varsigma} p(y) dy \quad (14)$$

در عبارت فوق، ς نشانگر سطح مشخصی از ریسک و $\Psi(w, \varsigma)$ تابع پیوسته و غیر کاهشی (nondecreasing and a continuous function) نسبت به ς است. بر این اساس، ارزش در معرض خطر (VaR) برای یک سطح احتمال α به صورت زیر است:

$$\varsigma_\alpha(w) = \min\{\varsigma | \Psi(w, \varsigma) \geq \alpha\} \quad (15)$$

بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۱۱

به‌علاوه، ارزش در معرض خطر مشروط (CVaR) برای متغیر تصادفی زیان (loss random variable) مرتبط با w و سطح احتمال مشخص α به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$CVaR_{\alpha}(w) = \frac{1}{1-\alpha} \int_{f(w,y) \geq \zeta_{\alpha}(w)} f(w,y)p(y)dy \quad (16)$$

بر این اساس، مسئله‌ی بهینه‌سازی پرتفوی به‌صورت زیر، نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} & \min_{\{w\}} CVaR_{\alpha}(w) \\ & \text{s.t } w'E = \mu ; \\ & w'1 = 1 \end{aligned} \quad (17)$$

۴.۲ تعیین پرتفوی بهینه

پس از محاسبه ارزش در معرض خطر مشروط، به محاسبه اوزان پرتفوی بهینه در قالب حل مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی با حداقل نمودن ارزش در معرض خطر مشروط، پرتفوی طبق رابطه‌ی زیر پرداخته می‌شود.

$$CVaR_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n W_i^2 CVaR_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j CVaR_i CVaR_j \rho_{ij}} \quad (18)$$

در رابطه‌ی فوق، CVaR ارزش در معرض خطر مشروط، ρ_{ij} ضریب همبستگی بین دو دارایی i و j و W ، وزن‌های بهینه دارایی‌ها را نشان می‌دهد.

۵.۲ پیشینه پژوهش

در پژوهش‌های علمی صورت گرفته، روش ارزش در معرض خطر، به‌عنوان یکی از روش‌های متداول محاسبه‌ی ریسک و بازدهی پرتفوی معرفی شده است. به‌عنوان نمونه، مهدی‌زاده و ثابت (۱۳۹۱) با استفاده از داده‌های ۹۶۳ روز ۷۹ شرکت بورسی موجود در سبد سرمایه‌ی صندوق بازنشستگی شرکت نفت طی دوره ۸۷-۱۳۸۴، سبد بهینه سرمایه‌گذاری این صندوق را با استفاده از مدل مارکوویتز و VaR به دست آورده‌اند. نتایج بیانگر آن بوده است که بازدهی کل سبد سرمایه بر اساس مدل واقعی سال ۱۳۸۸، بیشتر از بازدهی کل سبدهای تشکیل شده به‌وسیله مدل‌های مارکوویتز و ارزش در معرض خطر بوده و میزان ارزش در معرض خطر آن نیز بیشتر بوده است؛ لذا بر اساس نسبت بازدهی به ارزش در معرض خطر، مدل ارزش در معرض خطر به‌مراتب از مدل‌های دیگر وضعیت بهتری داشته است.

در مورد بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از رمزیول‌ها، آقامحمدی و همکاران (۱۳۹۹)، در پژوهشی تحت عنوان «برآورد ریسک سرمایه‌گذاری در یک پرتفوی ارز دیجیتال و بهینه‌سازی آن با استفاده از روش ارزش در معرض خطر»، تعدادی از ارزهای دیجیتال با بالاترین حجم معامله و نقدینگی را برای ایجاد پرتفوی انتخاب نموده و با استفاده از روش در معرض خطر، به محاسبه‌ی ریسک و بازدهی پرتفوی پرداخته و نهایتاً پرتفوی بهینه جهت سرمایه‌گذاری را ارائه نموده‌اند.

روش دیگری که برای بهینه‌سازی پرتفوی رمزیول‌ها در پژوهش‌های علمی مورد استفاده قرار گرفته است، چارچوب میانگین-واریانس است. به‌عنوان مثال، برونیس و مستل (Brauneis & Mestel, 2019)، برای بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از رمزارهایی‌ها از این چارچوب استفاده نموده‌اند. آن‌ها با استفاده از داده‌های روزانه از ۲۰۱۵/۱/۱ تا ۲۰۱۷/۱۲/۳۱، و شاخص CRIX به این نتیجه رسیده‌اند که پرتفوی متشکل از ترکیب رمزارهایی‌ها، موجب ایجاد فرصت‌های سرمایه‌گذاری کم‌ریسک در آن‌ها می‌شود.

با این حال، به نظر می‌رسد که روش ارزش در معرض خطر، روش بهینه‌تری نسبت به روش کلاسیک میانگین-واریانس برای بهینه‌سازی پرتفوی متشکل رمزیول‌ها باشد. در این زمینه می‌توان به پژوهش حدادی و همکاران (۱۴۰۰)، اشاره نمود. آن‌ها در مطالعه‌ی خود، به بهینه‌سازی سبد سهام با معیارهای MAD و CVaR با مقایسه روش‌های کلاسیک و فراابتکاری پرداختند. نتایج پژوهش آنان نشان می‌دهد، روش فرا ابتکاری در مقایسه با روش کلاسیک در حل مسئله بهینه‌سازی سبد، ریسک بیشتری را در دو معیار MAD و CVaR به نمایش می‌گذارد و لذا روش بهتری برای حل مسائل بهینه‌سازی سبد است.

اما نتایج پژوهشی دیگر، حکایت از برآورد مشابه ریسک در دو روش ارزش در معرض خطر مشروط و میانگین-واریانس دارد. گاسکین و همکاران (Gaskin et al, 2023)، این دو تکنیک را برای بهینه‌سازی پرتفوی رمزارها مورد بررسی قرار داده‌اند و به نتیجه مذکور نائل شدند.

لازم به ذکر است که، روش‌های دیگری نیز در مطالعات علمی، برای بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از رمزیول‌ها به کار گرفته می‌شود. به‌عنوان نمونه، دنگ و همکاران (Deng et al, 2024) چارچوبی برای بهینه‌سازی پرتفوی بزرگ‌مقیاس پیشنهاد دادند. این چارچوب، با اهدافی همچون حداقل نمودن واریانس، بیشینه ساختن نسبت شارپ و محدودیت‌های مربوط به وزن پرتفوی سازگاری دارد.

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۱۳

در مثالی دیگر، ذوالفقاری و میرغفوری (۱۴۰۰)، انتخاب و بهینه‌سازی پرتفوی سهام را با استفاده از روش میانگین واریانس مارکوویتز و ماشین بردار پشتیبان مورد بررسی قرار دادند. نتایج پژوهش آنان نشان داد که می‌توان اولویت اهداف آرمانی بهینه‌سازی پرتفوی سهام را با استفاده از این روش تعیین کرد.

در پژوهشی دیگر، تنکام و همکاران (Tenkam et al.) (۲۰۲۲)، در مقاله‌ای تحت عنوان «بهبودسازی و تنوع‌سازی پرتفوی دارایی‌های رمزنگاری شده: یک رویکرد ترکیبی مبتنی بر کاپولا»، از الگوریتم خوشه‌بندی کی - میانگین (K-means clustering algorithm) و مدل کاپولا-گارچ-سی-واین (GARCH C-Vine copula model) به همراه الگوریتم تکامل تفاضلی (evolution algorithm Differential) به بهینه‌سازی یک پرتفوی متشکل از هشت دارایی رمزنگاری شده پرداختند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان داده است که، همبستگی ارز دیجیتال باثبات (استیبل کوین‌ها) در پرتفوی با سایر دارایی‌های رمزنگاری شده منفی است.

دینگ (Ding) (۲۰۲۴) نیز، به بهینه‌سازی پرتفوی براساس تئوری مارکوویتز و شبیه‌سازی مونت کارلو در بازار جهانی پرداخته است. نتایج پژوهش وی حکایت از آن دارد که در بازار پرنوسان و نزولی، سهم‌های کم‌ریسک نباید در پرتفوی انتخاب شوند، زیرا منجر به از دست رفتن بازده خواهند شد.

علاوه بر بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از رمزپول‌ها، مواردی همچون پیش‌بینی قیمت آن‌ها و یا تنوع‌سازی پرتفوی رمزپول‌ها در تلفیق با سایر دارایی‌ها نیز از سوی پژوهشگران مورد مطالعه قرار گرفته است. به عنوان مثال، ییلدیریم و ویکتور بکان (Yıldırım & Victor Bekun) (۲۰۲۳) در پژوهش خود، به پیش‌بینی نوسانات بازده بیت‌کوین با استفاده از مدل‌های ARCH، GARCH و EGARCH و داده‌های روزانه ۲۰۲۰/۳/۲۲ تا ۲۰۲۳/۱۱/۲۴ پرداختند. نتایج مطالعه‌ی آنان نشان داد که مدل GARCH(1,1)، بهترین مدل برای پیش‌بینی نوسانات بازده بیت‌کوین است.

همچنین، اوحدی و همکاران (۱۴۰۱)، به ارائه‌ی یک الگو برای ارزیابی و بهینه‌سازی ریسک مربوط به انتخاب یک پرتفوی ارزی بانک در ترکیب با ارزهای دیجیتال پرداخته‌اند. آن‌ها ابتدا با استفاده از روش ارزش در معرض خطر، به محاسبه‌ی بازده و ریسک یک پرتفوی ارزی استفاده شده در بانک‌های ایران و بهینه‌سازی آن پرداختند. سپس با انتخاب تعدادی از ارزهای دیجیتال و اضافه کردن آن‌ها به پرتفوی ارزی بانک‌ها، بازده و ریسک مربوط به پرتفوی جدید را محاسبه و بهینه‌سازی کرده‌اند. نتایج حاصل از پژوهش آن‌ها، نشان از کاهش ریسک پرتفوی جدید داشته است.

بنابراین، باتوجه به موضوعات مطرح شده، یکی از خلأهای پژوهشی، بررسی نوسانات پرتفوی بهینه رمزیپولها در دو رژیم نوسانات بالا و پایین است که در پژوهش حاضر به آن پرداخته می شود.

۳. روش شناسی

پژوهش حاضر از لحاظ دسته بندی بر مبنای هدف، از نوع کاربردی و به لحاظ روش تجزیه و تحلیل، از نوع تحلیلی است. روش جمع آوری آمار و اطلاعات، کتابخانه ای و اسنادی است.

۱.۳ آمار و اطلاعات

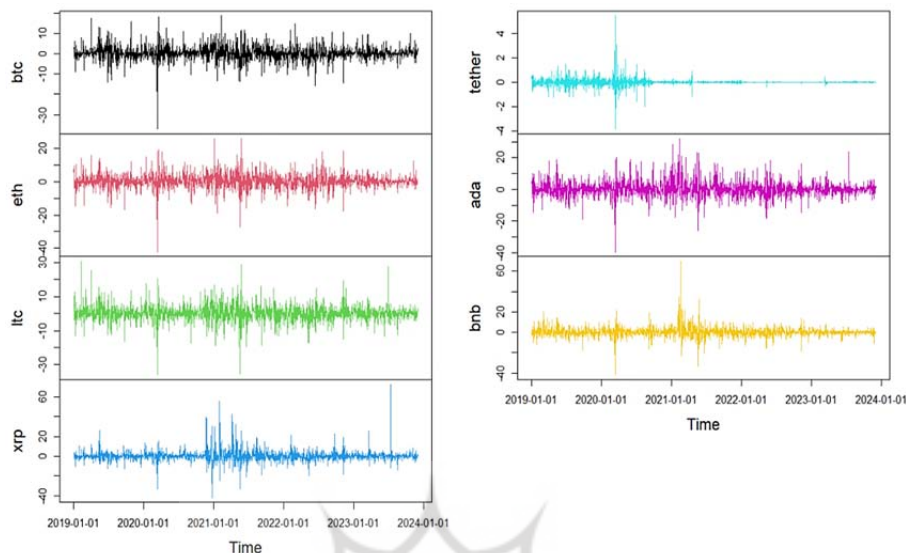
در این پژوهش، ابتدا، داده های قیمت روزانه بازار ارزهای دیجیتال طی دوره ی ۲۰۱۹/۰۱/۰۱ تا ۲۰۲۳/۱۲/۰۱ (جمعاً ۱۷۹۶ مشاهده)، از پایگاه داده های یاهو فاینانس^۵ استخراج شد و سپس، لگاریتم بازده روزانه ی قیمت برای هفت رمزدارایی بیت کوین (BTC)، اتریوم (ETH)، لایت کوین (LTC)، ریپل (XRP)، کاردانو (ADA)، باینانس کوین (BNB) و همچنین، ارز دیجیتال باثبات (Stablecoin) تتر (USDT)، به صورت لگاریتم نسبت تغییر قیمت رمزیپول در یک دوره زمانی به قیمت آن در دوره قبل، مطابق فرمول زیر محاسبه شد:

$$r_t = \ln(p_t/p_{t-1}) \quad (19)$$

در معادله بالا، r_t بازده لگاریتمی رمزیپول و p_t و p_{t-1} به ترتیب، قیمت آن در بازه زمانی t و $t-1$ است.

علت انتخاب شش رمزیپول اشاره شده آن است که براساس داده های موجود در سایت کوین مارکت کپ^۶، رمزارزهای مذکور از نظر ارزش بازاری (Market Cap) در زمره ی بیست رمزدارایی با ارزش بازاری بالا قرار دارند. همچنین، استیبل کوین تتر به آن دلیل انتخاب شده است که، بیشترین حجم معاملات جفت ارزها در بازار ارزهای دیجیتال با آن صورت می پذیرد.^۷ لازم به ذکر است که در این پژوهش، لگاریتم بازده روزانه ی قیمت محاسبه و از آن برای انجام مراحل بعدی برآورد مدل، استفاده شده است. همچنین، تجزیه و تحلیل آماری، با استفاده از نرم افزار RStudio انجام شده است. نمودار (۱)، بازده روزانه ی رمزارزهای مورد مطالعه را در طی دوره ی مورد بررسی نشان می دهد.

بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزوئی لموکی و دیگران) ۱۵



نمودار ۱. بازده تاریخی رمزارزهای مورد بررسی در پژوهش

مأخذ: محاسبات محقق و خروجی نرم‌افزار RStudio

همانطور که در نمودار (۱) ملاحظه می‌شود، رفتار نوسانات بازده رمزارزهای بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین، کاردانو، باینانس‌کوین و ریپل تقریباً مشابه است. اما این موضوع در مورد ارز دیجیتال ثابت تتر صادق نیست. در واقع، بازار مربوط به ارزهای دیجیتال مورد بررسی در این پژوهش، در ساختار و نحوه عملکرد تقریباً مشابه هم عمل می‌کنند.

۴. برآورد مدل و تفسیر نتایج

پیش از پرداختن به تجزیه و تحلیل و برآوردهای مربوط به بهینه‌سازی پرتفوی، در ابتدا، جدول مرتبط با برخی از آماره‌های توصیفی ارائه می‌گردد (جدول ۱).

جدول ۱. مشخصات آماری داده‌های پژوهش

USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC	مشخصات آماری
۰/۰۰۰۷	۰/۳۱۳	۰/۲۶۰	۰/۱۷۹	۰/۱۵۹	۰/۲۵۰	۰/۱۸۹	میانگین
۰/۰۰۰۱	۰/۱۲۵	۰/۰۸۶	-۰/۰۱۴	۰/۰۶۸	۰/۱۰۰	۰/۰۵۹	میانه

USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC	مشخصات آماری
۰/۳۰	۴/۹۶	۵/۲۳	۵/۶۶	۴/۹۰	۴/۴۸	۳/۵۰	انحراف معیار
۸۶/۸	۳۲/۲	۸/۲۶	۳۳/۳	۹/۸۳	۱۱/۰۳	۱۳/۲	کشیدگی
۲/۴۸	۱/۵۷	۰/۴۲	۲/۴۰	-۰/۰۲	-۰/۳۶	-۰/۳۹	چولگی
-۳/۸	-۴۱/۹	-۳۹/۵	-۴۲/۲	-۳۶/۱	-۴۲/۳	-۳۷/۱	حداقل مقدار
۵/۴	۶۹/۷	۳۲/۲	۷۳/۰	۳۰/۷	۲۵/۹	۱۸۷	حداکثر مقدار
۵۲۷۲۲/۴۳	۶۴۷۲۱/۲	۲۱۲۹/۴	۷۰۶۴۵/۱	۳۵۰۰/۵	۴۸۶۶/۶	۷۸۵۹/۱	آماره جارک- برا

مأخذ: محاسبات محقق

همانطور که در جدول (۱) ملاحظه می‌شود، بازده سه دارایی بیت‌کوین، اتریوم و لایت‌کوین دارای چولگی منفی و چهار دارایی ریپل، کاردانو، باینانس کوین و تتر دارای چولگی مثبت است. کشیدگی برای تمامی رمزارزهای مورد بررسی، از ۳ بزرگتر است که نشان‌دهنده‌ی مرتفع بودن توزیع آن‌ها نسبت به توزیع نرمال است. مورد دیگر، آماره آزمون نرمال بودن جارک برا است که براساس شاخص‌های تقارن چولگی و کشیدگی، مطابقت با توزیع نرمال را می‌سنجد.

از آنجایی که، مقدار آماره آزمون برای هر پنج دارایی بزرگ و مقدار احتمال (p-value) کوچکتر از ۰.۰۵ به دست آمده است، لذا، داده‌های مربوط به بازده روزانه‌ی رمزارزهای مورد بررسی در این پژوهش، دارای توزیع نرمال نیستند.

جدول (۲)، ماتریس ضرایب همبستگی را نشان می‌دهد.

جدول ۲. ماتریس ضرایب همبستگی بازده روزانه رمزارزهای مورد مطالعه

USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC	
						۱	BTC
					۱	۸۲۰۹/۰	ETH
				۱	۸۰۶۰/۰	۷۷۲۷/۰	LTC
			۱	۶۱۵۸/۰	۶۱۳۴/۰	۵۶۴۲/۰	XRP
		۱	۶۰۳۴/۰	۷۰۹۹/۰	۷۳۹۷/۰	۶۷۳۰/۰	ADA
	۱	۶۰۵۹/۰	۵۱۳۴/۰	۶۴۹۲/۰	۶۸۰۹/۰	۶۵۱۶/۰	BNB

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۱۷

USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC	
۱	۰۵۹۷/-۰	۰۴۵/-۰	۰۲۸۳/-۰	۰۳۷۹/-۰	۰۶۲/-۰	۰۲۷۶/-۰	USDT

مأخذ: محاسبات محقق

همانطور که در جدول فوق مشهود است؛ اولاً، بازده روزانه‌ی بیت‌کوین با اتریوم، و لایت‌کوین با اتریوم دارای همبستگی مثبت و بسیار قوی هستند. همچنین، بازده روزانه‌ی بیت‌کوین با لایت‌کوین، ریپل با اتریوم و لایت‌کوین، کاردانو با بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین و ریپل؛ باینانس‌کوین با بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین و کاردانو دارای همبستگی مثبت و قوی هستند. در نهایت آنکه، همبستگی بازده روزانه‌ی ریپل با بیت‌کوین و باینانس‌کوین با ریپل مثبت و متوسط است.

ثانیاً، همبستگی میان تتر با سایر ارزهای دیجیتال منفی و بسیار ناچیز است. علت این امر، رفتار سرمایه‌گذاران است. در بازار نزولی، سرمایه‌گذاران دارایی‌های دیجیتال خود را به فروش می‌رسانند و آن‌ها را به استیبل‌کوین تبدیل می‌نمایند. در مقابل، در بازار صعودی، فعالان بازار اقدام به تبدیل ارز دیجیتال باثبات به دارایی‌های دیجیتال و خرید آن‌ها می‌نمایند.

۱.۴ آزمون مانایی

برای آزمون مانایی متغیرهای سری زمانی، از آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته (ADF) استفاده شده است. نتایج، در جدول (۳) آورده شده است.

جدول ۳. آزمون مانایی براساس آماره آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته

نام متغیر	آماره t	Prob	نتیجه آزمون
BTC	-۴۴/۶	۰/۰۰۰۱	مانا
ETH	-۴۵/۵	۰/۰۰۰۱	مانا
LTC	-۴۴/۰۷	۰/۰۰۰۱	مانا
XRP	-۴۴/۲	۰/۰۰۰۱	مانا
ADA	-۴۵/۴	۰/۰۰۰۱	مانا
BNB	-۲۷/۸	۰/۰۰۰۰	مانا

نام متغیر	آماره t	Prob	نتیجه آزمون
USDT	-۲۵/۵	۰/۰۰۰۰	مانا

مأخذ: محاسبات محقق

همانطور که در جدول فوق مشاهده می‌شود، با توجه به مقادیر بحرانی به‌دست آمده، فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود. لذا، برای داده‌های بازده روزانه برای تمامی رمزارزهای مورد بررسی مانایی برقرار است.

۲.۴ برآورد مدل مارکف سوئیچینگ-گارچ (MS-GARCH)

در جدول (۴)، نتایج تخمین مدل مارکف سوئیچینگ گارچ برای بازدهی رمپول‌ها با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی (Maximum Likelihood Estimation (MLE)) برای توزیع تی-استیودنت و توزیع خطای تعمیم یافته نشان داده شده است.

جدول ۴. نتایج تخمین مدل مارکف سوئیچینگ گارچ

تخمین	α_{01}	α_{02}	α_{11}	α_{12}	β_1	β_2	P_{11}	P_{22}	LL
t-student	توزیع	۰/۰۲۷۲	۰/۱۰۴۱	۰/۱۰۷۳	۰/۰۸۹۴	۰/۸۲۰۷	۰/۹۹۶۹	۰/۹۸۹۱	۲۷۶۷۹/۸
	آماره t	۰/۵۹۳	۰/۴۴۱	۰/۱۲۳۶	۰/۰۷۶۳	۱۴/۴۵	۱۰/۷۸	-	-
GED	توزیع	۰/۰۳۹۴	۰/۰۰۲	۰/۰۰۱۶	۰/۰۱۸	۰/۸۵۸۹	۰/۹۲۳۳	۰/۸۶۸۱	۱۷۸۲۹/۷
	آماره GED	۱/۹۴۸	۳/۱۷۷	۲/۳۲۹	۲/۷۱۴	۲۴/۶۹	۳۱/۵۸	-	-

مأخذ: محاسبات محقق و خروجی نرم‌افزار RStudio

دو نماد α_{01} و α_{02} نشان‌دهنده‌ی عرض از مبدأ در رژیم‌های ۱ و ۲ هستند. ضرایب α_{11} و α_{12} مقادیر مربوط به مجذور جملات اخلاخل مدل گارچ می‌باشند که نشان می‌دهند، جملات اخلاخل در هر رژیم چقدر تأثیر در تغییر واریانس شرطی دارند. در تخمین t-استیودنت، تأثیر جمله اخلاخل، $۰/۱۰۷۳$ در رژیم ۱ و $۰/۰۸۹۴$ در رژیم ۲ برآورد شده است. در تخمین GED، تأثیر جمله اخلاخل، $۰/۰۰۱۶$ برای رژیم ۱ و $۰/۰۱۸$ برای رژیم ۲، بوده است.

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۱۹

همچنین، β_1 و β_2 مقادیر مربوط به واریانس های دوره قبل مدل‌های واریانس شرطی در رژیم ۱ و ۲ هستند. این ضرایب نشان می‌دهند که واریانس در دوره قبل از هر رژیم چه مقداری بوده است و برای پیش‌بینی واریانس شرطی در دوره‌های بعدی در هر رژیم استفاده می‌شوند. در تخمین t -استیودنت، عدد مربوط به β_1 و β_2 ، به ترتیب، $0/8207$ و $0/7350$ و در تخمین GED، به ترتیب، $0/8589$ و $0/8359$ برآورد شده است.

در مدل مارکف سوئیچینگ گارچ، P_{11} و P_{12} احتمال عدم تغییر رژیم هستند که پایداری هر یک از رژیم‌ها را مشخص می‌کنند. همانطور که ملاحظه می‌شود، پرتفوی متشکل از رمزارزها در هر دو رژیم دارای پایداری بسیار بالا است. براساس تخمین t -استیودنت، پایداری رژیم اول و دوم، به ترتیب ۹۹ و ۹۸ درصد بوده است. اعداد مربوط به پایداری رژیم در تخمین GED نیز به ترتیب، ۹۲ درصد در رژیم اول و ۸۶ درصد در رژیم دوم برآورد شده است. همچنین، با توجه به نتایج به دست آمده، مقدار آماره t -استیودنت، در سطح اطمینان ۹۰ درصد در هر دو رژیم معنادار است. این امر، برای آماره GED نیز صادق است.

نماد LL در جدول (۴)، مقدار مطلق لگاریتم لایکلیهود است. این معیار، برای ارزیابی عملکرد مدل استفاده می‌شود؛ به طوری که، مقادیر بالاتر از آن نشان‌دهنده‌ی مناسب‌تر بودن مدل برای داده‌های مشاهده شده است. عدد مربوط به آن، در مدل برآورد شده، با تخمین t -استیودنت، $27679/8$ و با تخمین GED، $17829/7$ به دست آمده است.

رهیافت مارکف سوئیچینگ گارچ، در مدل‌سازی نوسانات و ریسک پرتفوی متشکل از رمزارزهایی بسیار مناسب است (Clement Mba & Mwambi, 2020: 10). از آنجایی که نوسانات بیت‌کوین و سایر رمزارزهایی زیاد است؛ لذا برای بهبودسازی پرتفوی نیاز به روشی برای کاهش ریسک زیان‌های بالا است.

محاسبات مرتبط با روش ارزش در معرض خطر (VaR)، بستگی به تخمین خطی ریسک‌های پرتفوی دارد و توزیعی نرمال از بازده پرتفوی را در نظر می‌گیرد. لذا، در این پژوهش، از روش ارزش در معرض خطر مشروط برای محاسبه‌ی ریسک بازدهی پرتفوی استفاده شده است و روش سنتی واریانس - کوواریانس پیشنهاد نمی‌شود.^۱

لازم به ذکر است که در مدل MS-GARCH، می‌توان از یکی از روش‌های VaR و CvaR برای سنجش ریسک استفاده نمود. در این پژوهش به دلیل مزایایی که روش CvaR نسبت به VaR دارد، از روش CvaR استفاده شده است که این مزایا عبارتند از:

- در بازارهای با نوسان بالا، مدل CVaR، تصویر جامع‌تری از ریسک را ارائه می‌دهد (Chen, 2024)

- مدل CVaR، از روش‌های برنامه‌ریزی خطی در بهینه‌سازی استفاده می‌کند که مسئله بهینه‌سازی در مدل‌های MS-GARCH را ساده‌تر می‌نماید (Sarykalin et al, 2008).

۱.۲.۴ پرتفوی بهینه تحت دو رژیم با نوسانات بالا و نوسانات پایین

در این بخش، ابتدا به تسهیم داده‌های مربوط به بازده روزانه‌ی رمزدارایی‌های مورد بررسی تحت دو رژیم نوسانات بالا و نوسانات پایین با استفاده از روش بوت‌استرپ پرداخته می‌شود. سپس، ارزش در معرض خطر مشروط و اوزان بهینه برای هر دو رژیم مورد بررسی، به‌طور جداگانه با پکیج‌های fportfolio و Quadprog در نرم‌افزار Rstudio تخمین زده می‌شود.

۱.۱.۲.۴ آزمون بوت‌استرپ

روش بوت‌استرپ، یک روش بازنمونه‌گیری است که ایده‌ی اصلی آن بر این اساس پایه‌ریزی شده است که، استنباط در مورد یک جامعه از روی یک نمونه، به‌صورت استنباط در مورد نمونه از روی واحدهای بازنمونه‌گیری شده درآید (قاسمیه و همکاران، ۱۳۹۸: ۱۷۶). این تکنیک، به‌طور گسترده در تحلیل آماری برای تخمین توزیع‌های تجربی و اندازه‌گیری عدم قطعیت استفاده می‌شود. هنگامی که این روش بر روی داده‌های غیرنرمال به‌کار گرفته می‌شود، از مزیت‌های قابل توجهی برخوردار است (Henderson, 2005).

ویژگی متمایز روش بوت‌استرپ، آن است که تحلیل‌های آماری یا ریاضی را با شبیه‌سازی براساس نمونه‌گیری مجدد از یک مجموعه داده‌های معین جایگزین می‌کند و با به‌کارگیری آن، می‌توان بدون نیاز به فروض پارامتری قوی یا فرمول‌های فاصله اطمینان، صحت پارامترهای تخمین‌زننده را فراهم نمود (رسول‌سجاد و گرجی، ۱۳۹۱).

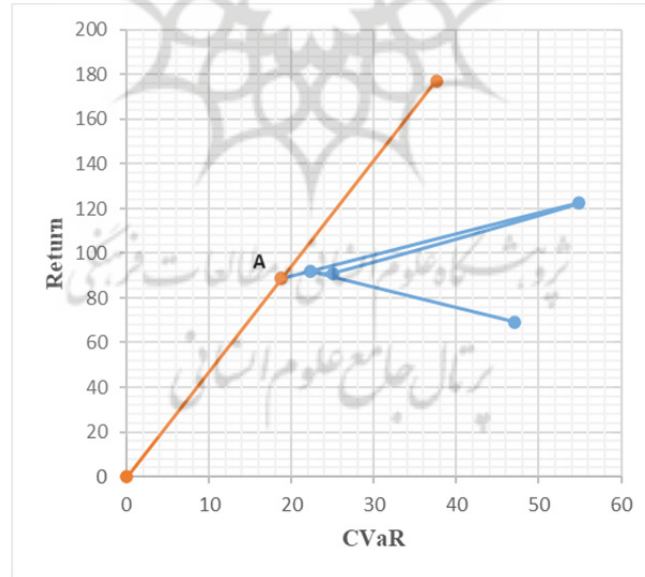
در این بخش، برای ارزیابی رژیم‌های نوسان در داده‌ها، از روش نمونه‌گیری بوت‌استرپ و الگوریتم افرون و تبشیرانی (Efron & Tibshirani) (۱۹۹۳)، استفاده شده است. در این مطالعه، نمونه‌های بوت‌استرپ با انتخاب تصادفی و با جایگزینی از نمونه اصلی داده تولید شدند و تعداد نمونه‌گیری مجدد ۱۰۰۰ بار است. همچنین، پیاده‌سازی بوت‌استرپ در فضای نرم‌افزار Rstudio انجام شده است.

بهینه‌سازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۲۱

بر این اساس، ابتدا انحراف معیار داده‌های اولیه محاسبه شده‌اند. سپس، با استفاده از بازنمونه‌گیری، نمونه‌های بوت‌استرپ تولید و انحراف معیار آن‌ها محاسبه شد. در مرحله‌ی بعد، میزان ۰.۷۵ میانگین به‌عنوان حد آستانه‌ای انتخاب شد. بدین‌صورت که، داده‌های با انحراف معیار بیش‌تر از ۰.۷۵ میانگین انحراف معیار، به‌عنوان داده‌های با سطح نوسانات بالا و در غیر این‌صورت، به‌عنوان داده‌های با سطح نوسانات پایین دسته‌بندی شدند. در اینجا ذکر این نکته حائز اهمیت است که، در سرمایه‌گذاری، انحراف معیار به‌عنوان شاخص نوسانات بازار و در نتیجه ریسک شناخته می‌شود و هرچه عدد مربوط به آن پایین‌تر باشد، ریسک سرمایه‌گذاری کم‌تر است. از آنجایی که ماهیتاً بازار ارزهای دیجیتال نوسانات بالاتری را نسبت به بورس بین‌المللی و بازارهای مالی مشابه دارند؛ لذا، عدد ۰.۷۵ به‌عنوان حد آستانه‌ای انتخاب شده است.

۲.۱.۲.۴ ارزش در معرض خطر مشروط برای رژیم نوسانات بالا و پایین رمزدارایی‌ها

در این بخش، نتایج حاصل از برآورد پرتفوی بهینه و اوزان مرتبط با آن، با روش CVaR ارائه شده است. نمودار (۲)، مرز کارای به‌دست آمده برای رژیم نوسانات بالا رمزپول‌ها را با سنججه ریسک CVaR و در سطح اطمینان ۹۵ درصد نشان می‌دهد.



نمودار ۲. مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه در رژیم نوسانات بالای رمزپول‌ها

مأخذ: محاسبات محقق

همانطور که در نمودار مشخص است، نقطه A (پرتفوی سوم)، نقطه تلاقی خط بازار سرمایه (CML) و مرز کارای سرمایه‌گذاری است و کاراترین پرتفوی (پرتفوی مماس)، می‌باشد. لازم به ذکر است که، خط بازار سرمایه، نشان دهنده‌ی پرتفوی‌هایی است که ترکیب بهینه‌ای از ریسک و بازده را دارند و شیب این خط، نسبت شارپ پرتفوی بازار است. نتایج تخمین پرتفوی بهینه در رژیم با نوسانات بالا در جدول (۵) آورده شده است.

جدول ۵. وزن‌های بهینه، ارزش در معرض خطر مشروط و ارزش در معرض خطر در سطح ۹۵ درصد- رژیم با نوسانات بالا

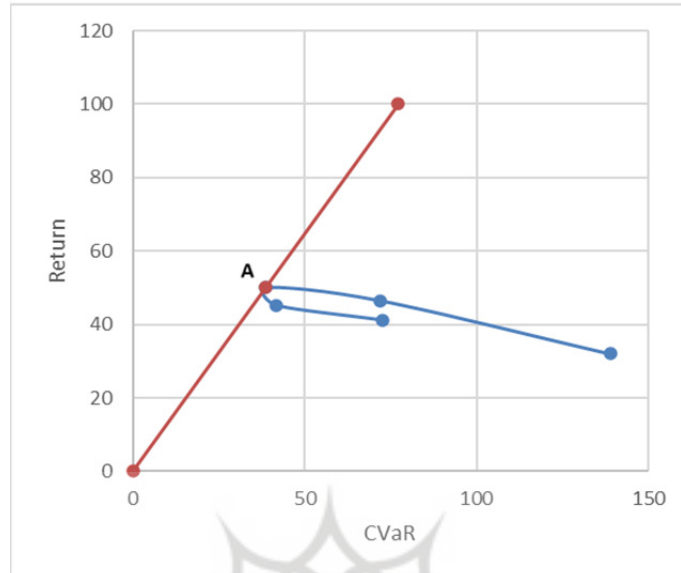
CVaR	VaR	USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC		
۰/۵۴۸۵	۰/۴۵۵۴	۰/۰۰۰۰	۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱	وزن‌های بهینه (W_i)
۰/۲۵۰۹	۰/۲۰۱۲	۰/۰۶۲۴	۰/۲۵۳۷	۰/۰۷۸۵	۰/۰۸۹۲	۰/۱۸۴۲	۰/۰۰۰۰	۰/۳۳۲۰	۲	
۰/۱۸۷۹	۰/۱۵۳۴	۰/۱۷۳۴	۰/۰۹۱۳	۰/۱۴۱۹	۰/۱۶۸۹	۰/۰۹۴۸	۰/۱۲۰۳	۰/۲۰۹۴	۳	
۰/۲۲۳۲	۰/۱۸۵۷	۰/۲۳۸۳	۰/۰۰۰۰	۰/۱۳۱۵	۰/۲۱۸۵	۰/۰۷۱۷	۰/۳۲۶۹	۰/۰۱۳۱	۴	
۰/۴۷۰۵	۰/۳۸۳۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱	۰/۰۰۰۰	۵	

مأخذ: محاسبات محقق و خروجی نرم‌افزار Rstudio

همانطور که پیش‌تر بیان شد، اغلب سرمایه‌گذاران، برای بهینه‌سازی پرتفوی، به دنبال کمینه نمودن ریسک در سطح معینی از بازده هستند. از میان پنج پرتفوی بهینه‌ی پیشنهادی در جدول (۵)، انتخاب پرتفوی سوم، به دلیل پایین بودن سطح VaR و CVaR از نظر سرمایه‌گذاران بهینه‌تر است. در این پرتفوی، وزن مربوط به بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین، ریپل، کاردانو، باینانس‌کوین و ارز دیجیتال با ثبات تتر به ترتیب، ۲۰، ۱۲، ۹.۴، ۱۶.۸، ۱۴.۱، ۹.۱ و ۱۷.۳ درصد است. همانطور که ملاحظه می‌شود، بالاترین وزن به ترتیب، مربوط به بیت‌کوین و تتر است و این دو، مجموعاً ۳۸.۲ درصد از وزن کل پرتفوی را به خود اختصاص داده‌اند. از آنجایی که این دو رمزارزی، نوسانات کمتری نسبت به سایر رمزارزی‌های مورد بررسی دارند، لذا، در رژیم با نوسانات بالا، وزن بیشتری نسبت به سایر رمزارزی‌ها دارند.

نمودار (۳)، مرز کارای به دست آمده برای رژیم نوسانات بالا رمزپول‌ها را با نتیجه ریسک CVaR و در سطح اطمینان ۹۵ درصد نشان می‌دهد. همانطور که در نمودار مشخص است، نقطه A (پرتفوی سوم)، نقطه تلاقی خط بازار سرمایه (CML) و مرز کارای سرمایه‌گذاری است و کاراترین پرتفوی (پرتفوی مماس)، می‌باشد.

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۲۳



نمودار ۳. مرز کارای پرتفوی مورد مطالعه در رژیم نوسانات پایین رمزیول‌ها
 مأخذ: محاسبات محقق

در جدول (۶)، وزن‌های بهینه مربوط به پرتفویهای پیشنهادی تحت رژیم نوسانات پایین ارائه شده است.

جدول ۶. وزن‌های بهینه، ارزش در معرض خطر مشروط و ارزش در معرض خطر در سطح ۹۵ درصد- رژیم با نوسانات پایین

CVaR	VaR	USDT	BNB	ADA	XRP	LTC	ETH	BTC		وزن‌های بهینه (W_i)
۰/۷۲۷۵	۰/۶۱۸۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱	
۰/۴۱۵۹	۰/۳۵۰۴	۰/۰۸۸	۰/۰۹۰۵	۰/۱۱۲۴	۰/۳۹۳۱	۰/۰۸۲۷	۰/۲۲۹۶	۰/۰۰۳۷	۲	
۰/۳۸۶	۰/۳۴۸۷	۰/۱۱۲۳	۰/۰۸۵۸	۰/۱۹۰۴	۰/۰۴۹۱	۰/۲۲۹۲	۰/۱۸۵۷	۰/۱۴۷۵	۳	
۰/۷۱۹۳	۰/۳۸۸۸	۰/۱۱۳۲	۰/۰۰۰۰	۰/۱۴۸۸	۰/۰۰۰۰	۰/۲۴۶۶	۰/۰۰۰۰	۰/۴۹۱۴	۴	
۱/۳۹۱۴	۰/۶۱۷۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۰/۰۰۰۰	۱	۵	

مأخذ: محاسبات محقق و خروجی نرم‌افزار Rstudio

بر اساس آنکه، پرتفوی بهینه از نظر سرمایه‌گذاران دارای VaR و CVaR پایین‌تری است؛ لذا، پرتفوی شماره (۳) مناسب‌تر است. در این پرتفوی وزن مربوط به بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین، ریپل، کاردانو، باینانس‌کوین و ارز دیجیتال با ثبات تتر به ترتیب، ۱۴.۸، ۱۸.۶، ۲۲.۹، ۴.۹، ۱۹، ۸.۶ و ۱۱.۲ درصد است. همانطور که ملاحظه می‌شود، در این پرتفوی، مجموعاً ۲۶ درصد از وزن کل پرتفوی را بیت‌کوین و تتر تشکیل داده‌اند. در مقابل، لایت‌کوین، کاردانو، اتریوم، کاردانو، باینانس‌کوین و ریپل به ترتیب بیشترین وزن‌ها را داشته و مجموعاً ۷۴ درصد از کل پرتفوی را تشکیل داده‌اند. در رژیم با نوسانات پایین‌تر، اغلب سرمایه‌گذاران برای کسب سود و بازده بالاتر به دنبال سرمایه‌گذاری و معامله در رمزاری‌های با دامنه‌ی حرکتی بیشتر هستند. به‌همین دلیل، محبوبیت و وزن دو رمزاری تتر و بیت‌کوین تحت رژیم با نوسانات پایین کمتر است.

۵. نتیجه‌گیری

در پژوهش حاضر، بهینه‌سازی یک پرتفوی متشکل از هفت رمزپول بیت‌کوین، اتریوم، لایت‌کوین، ریپل، کاردانو، باینانس‌کوین و ارز دیجیتال با ثبات تتر بررسی شد. نتایج حاصل از پژوهش به شرح زیر است:

- با استفاده از روش ارزش در معرض خطر شرطی، در رژیم نوسانات بالای رمزپول‌ها، پرتفوی بهینه، پرتفویی است که در آن، سهم دارایی‌های دارای نوسانات کمتر (مانند بیت‌کوین و تتر) وزن بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد. در رژیم نوسانات پایین، این موضوع صادق نیست.

- براساس مرز کارای سرمایه‌گذاری و خط بازار سرمایه، پرتفوی به‌دست آمده از نظر ترکیب ریسک و بازده در هر دو رژیم، بهینه بوده و میزان ضرایب مربوط به هر یک از رمزپول‌ها در پرتفوی، دارای بهترین مقدار ممکن بوده است.

- نتایج پژوهش نشان می‌دهد که پرتفوی متشکل از رمزاری‌ها تحت رژیم با نوسانات پایین و بالا، پایداری بسیار خوبی دارد.

براساس نتایج پژوهش، پیشنهاد می‌گردد که رمزپول‌ها به سایر سبدهای سرمایه‌گذاری (مانند پرتفوی ارزی بانکی) اضافه شوند. هرچند رمزپول‌ها برخی اوقات، ثبات لازم را ندارند و نوسانات زیادی را تجربه می‌کنند؛ اما در شرایطی که کشور ایران دچار تحریم‌های پولی و

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۲۵

بانکی است، به‌کارگیری رمزپول‌ها می‌تواند علاوه بر ایجاد تنوع در سبدهای سرمایه‌گذاری، یک راهکار خوب برای مشکلات مذکور باشد.

برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌گردد که با افزودن سایر ارزش‌های خارجی به پرتفوی رمزپول‌ها، میزان ریسک و بازدهی و وزن بهینه‌ی پرتفوی در رژیم نوسانات بالا و پایین ارزیابی شود. همچنین، به مقایسه‌ی پرتفوی بهینه رمزپول‌ها تحت سایر روش‌های بهینه‌سازی پورتفوی پرداخته شود.

پی‌نوشت‌ها

۱. مقاله مستخرج از رساله دکتری محمد برزویی لموکی به راهنمایی دکتر تیمور محمدی و دکتر اسفندیار جهانگرد و مشاوره دکتر مهنوش عبدالله میلانی و دکتر سید محمدرضا سیدنورانی در دانشکده اقتصاد دانشگاه علامه طباطبائی است.

۲. پرتفوی، در عبارت ساده به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه‌گذار برای سرمایه‌گذاری تشکیل می‌شود. این سرمایه‌گذار می‌تواند یک فرد یا یک موسسه باشد. از نظر تکنیکی، یک پرتفوی در برگیرنده مجموعه‌ای از دارایی‌های واقعی و مالی سرمایه‌گذاری شده یک سرمایه‌گذار است.

۳. در واقع، علت توسعه‌ی بازار رمزپول‌ها در سال‌های اخیر، رشد پلتفرم‌های نوین معاملاتی و صرافی‌ها، در کنار افزایش قابل توجه در حجم و فرکانس معاملاتی بوده است. با این حال، حجم نقدینگی و تعداد پلتفرم‌های معاملاتی در این بازار، همچنان کمتر از بازار ارز جهانی (Forex) است.

۴. امروزه به‌دلیل توسعه‌ی برنامه‌ها و سیستم‌های ثبت کامپیوتری، نوع دیگری از داده‌های مالی قابل دسترس پژوهشگران است که این نوع داده‌ها را به‌عنوان داده‌های فرکانس بالا (high-frequency data) می‌شناسند. داده‌های با فرکانس بالا شامل ثبت قیمت‌های مشاهده شده در هر چند ثانیه یا دقیقه و ساعت است. در واقع، با توسل به این نوع داده‌ها قادر به برآورد نوسانات بازده‌ها به‌صورت روزانه خواهیم بود (فیروزدهقان و همکاران، ۱۳۹۷: ۱۸۵).

5. <https://finance.yahoo.com/>

6. <https://coinmarketcap.com/>

۷. لازم به ذکر است که تتر، بزرگترین و اولین ارز دیجیتال باثبات در بازار ارزهای دیجیتال است و قیمت آن با یک دلار ایالات متحده آمریکا برابری می‌کند.

۸. یکی از فروض اساسی در روش سنتی واریانس - کوواریانس آن است که بازده دارایی‌ها دارای توزیع نرمال هستند.

کتابنامه

- آقامحمدی، احمد، اوحدی، فریدون، صیقلی، محسن، و بنی مهد، مهدی. (۱۳۹۹). برآورد ریسک سرمایه‌گذاری در یک پرتفوی ارز دیجیتال و بهینه‌سازی آن با استفاده از روش ارزش در معرض خطر. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، ۱۳(۴۷)، ۱۷-۳۱.
- آقامحمدی، احمد، اوحدی، فریدون، صیقلی، محسن، و بنی مهد، بهمن. (۱۴۰۱). ارائه یک الگو برای ارزیابی و بهینه‌سازی ریسک مربوط به انتخاب یک پرتفوی ارزی بانک در ترکیب با ارزش‌های دیجیتال. پژوهش‌های مدیریت منابع سازمانی، ۱۲(۲)، ۳۱-۵۷.
- اصغری‌پور حسین، فلاحی فیروز، صنوبر ناصر، رضازاده علی. بهینه‌سازی سبد سهام در چارچوب ارزش در معرض خطر: مقایسه روش‌های MS-GARCH و بوت استرپینگ. تحقیقات مدل‌سازی اقتصادی. ۱۳۹۳؛ ۵ (۱۷): ۸۷-۱۲۲.
- حدادی، محمدرضا، نادمی، یونس، طافی، فاطمه (۱۴۰۰)، بهینه‌سازی سبد سهام با معیارهای MAD و CVaR با مقایسه روش‌های کلاسیک و فراابتکاری، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۴۷، ۵۱۴-۵۳۳.
- ذوالفقاری، فهیمه، میرغفوری، سید حبیب اله (۱۴۰۰)، انتخاب و بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش میانگین واریانس مارکوویتز و ماشین بردار پشتیبان، اولین همایش ملی اقتصاد، مدیریت و مهندسی مالی با تاکید بر تولید، پشتیبانی‌ها و مانع‌زدایی‌ها، ارومیه.
- راعی، رضا، تلنگی، احمد. (۱۳۸۳)، مدیریت سرمایه‌گذاری پیشرفته، سازمان مطالعه و تدوین کتب علوم انسانی دانشگاه‌ها (سمت)، ۸۶۶ مدیریت؛ ۶۱.
- راعی، رضا. علی بیگی، هدایت (۱۳۸۸)، بهینه‌سازی پرتفوی سهام با استفاده از روش حرکت تجمعی ذرات، تحقیقات مالی، دوره ۱۲، شماره ۲۹، صفحه ۲۱-۴۰.
- رسول‌سجاد، سجاد، گرجی، مهسا. (۱۳۹۱). برآورد ارزش در معرض خطر با استفاده از روش باز نمونه‌گیری بوت استرپ (مطالعه موردی بورس اوراق بهادار تهران)، فصلنامه علمی-پژوهشی مطالعات اقتصادی کاربردی در ایران، سال اول، شماره ۱.
- فلاح پور، سعید، رضوانی، فاطمه، و رحیمی، محمدرضا. (۱۳۹۴). برآورد ارزش در معرض ریسک شرطی (CVaR) با استفاده از مدل‌های ناهمسانی واریانس شرطی متقارن و نامتقارن در بازار طلا و نفت. دانش مالی تحلیل اوراق بهادار (مطالعات مالی)، ۸(۲۶)، ۱-۱۸.
- فیروزدهقان، محمد، سعیدی، هادی، محمدی، شعبان، الهی، قاسم. (۱۳۹۸). انتخاب پرتفوی با داده‌های فرانسن بالا: الویت‌های ریسک‌گریزی نسبی ثابت و اثر نقدینگی، مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۱۰(۳۸).

بهبودسازی پرتفوی متشکل از موجودیت‌های ... (محمد برزویی لموکی و دیگران) ۲۷

قاسمیه، رحیم، سینایی، حسنعلی، نیسی، عبدالحسین، چهارلنگی سردارآبادی، زهرا. (۱۴۰۰). مقایسه تطبیقی پیش‌بینی تلاطم پذیری قیمت سهام با روش گارچ و گارچ بوت استرپ، مجله مدل‌سازی پیشرفته ریاضی (۱۱).

- Ardia, D., Bluteau, k., Boudt, k., Catania, L., Forecasting risk with Markov-switching GARCH models: A large-scale performance study, *International Journal of Forecasting*, Volume 34, Issue 4, 733-747.
- Bakry, Walid, Audil Rashid, Somar Al-Mohamad, and Nasser El-Kanj. 2021. Bitcoin and Portfolio Diversification: A Portfolio Optimization Approach. *Journal of Risk and Financial Management* 14: 282.
- Bollerslev, T. (1986). "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity," *Journal of Econometrics*, Elsevier, vol. 31(3), pages 307-327, April.
- Brauneis, Alexander & Mestel, Roland, 2019. "Cryptocurrency-portfolios in a mean-variance framework," *Finance Research Letters*, Elsevier, vol. 28(C), pages 259-264.
- Campbell, R., Huisman, R. & Koedijk, K. (2001), Optimal portfolio selection in a Markowitz framework, *Journal of Banking & Finance*, vol. 25(9), pp. 1789-1804.
- Chen, J. (2024)., Conditional Value at Risk (CVar): Definition, Uses, Formula, Investopedia.
- Clement Mba, Mwambi, S. (2020), A Markov-switching COGARCH approach to cryptocurrency portfolio selection and optimization, *Financial Markets and Portfolio Management journal*, volume 34, pages 199-214.
- Deng, W., Polak, P., Safikhani, A., & Shah, R. (2024). A unified framework for fast large-scale portfolio optimization. *Data Science in Science*, 3(1), 2295539.
- Ding, S. (2024). Portfolio Optimization Based on Markowitz Investment Theory and Monte Carlo Simulation, 2024 International Conference on Development of Digital Economy (ICDDE 2024), Digital Finance Analysis and Research, Volume 188, 2024.
- Efron, B., Tibshirani, R., & Tibshirani, R. J. (1994). An introduction to the bootstrap. Chapman & Hall/CRC. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-4541-9>.
- Engle, Robert F, 1982. "Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation," *Econometrica*, Econometric Society, vol. 50(4), pages 987-1007, July.
- Gaskin., S., Kalim, R., Kelvin, J., Wallace., David, Islip., Roy, H., Kwon., Jim, Kyung-Soo, Liew. (2023). Portfolio Optimization Techniques for Cryptocurrencies. *The Journal of Investing*, 32(3):50-65.
- Henderson AR. The bootstrap: a technique for data-driven statistics. Using computer-intensive analyses to explore experimental data. *Clin Chim Acta*. 2005 Sep;359(1-2):1-26.
- Klaassen, F., Improving GARCH volatility forecasts with regime-switching GARCH, *Empirical Economics*, vol. 27, no. 2, pp. 363-394, 2002.

- Krokhmal, P., Palmquist, J., Uryasev, S. (2002). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints, *Journal of risk*, Volume 4, pages 43-68.
- Larsen, N., Mausser, H., Uryasev, S., Algorithms for optimization of value-at-risk, Vol. 70, *Financial Engineering, E-commerce and Supply Chain*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Marcucci, j.(2005). Forecasting Stock Market Volatility with Regime-Switching GARCH Models, *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 9, (4), 1-55.
- Mahmoudi, M. (2023). Evaluating the Impact of Bitcoin On International Asset Allocation Using Mean-Variance, Conditional Value at Risk (CVaR), and MARKOV Regime Switching Approaches, *NORTHERN ILLINOIS UNIVERSITY, DE KALB, ILLINOIS*.
- Sarykalin, S., Serraino, G., Uryasev, S. (2008), Value-at-Risk vs. Conditional Value-at-Risk in Risk Management and Optimization, *operations research*, *Inform* 2008.
- Tenkam, H.M.; Mba, J.C.; Mwambi, S.M. Optimization and Diversification of Cryptocurrency Portfolios: A Composite Copula-Based Approach. *Appl. Sci.* 2022, 12, 6408.
- Yi, Shuyue, Zishuang Xu, and Gang-Jin Wang. 2018. Volatility connectedness in the cryptocurrency market: Is Bitcoin a dominant cryptocurrency? *International Review of Financial Analysis* 60: 98–114.
- Yıldırım, H., Bekun, F.V. Predicting volatility of bitcoin returns with ARCH, GARCH and EGARCH models. *Futur Bus J* 9, 75 (2023).
- Zhang, Y., Li, X., & Guo, S. (2018). Portfolio selection problems with Markowitz's mean-variance framework: a review of literature. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 17(2), 1-34.