قضاوت و تصمیم‌گیری در حسابداری
دورهٔ ۳ / شمارهٔ ۱ (پیاپی ۹)/ بهار ۱۴۰۳
صفحه ۵۱ تا ۷۰
https://doi.org/10.30495/jdaa.2023.2001323.1125

# مدل‌های پیش‌بینی بازده سهام؛ برآورد توزیع بازده کل بازار و نوسانات آن بر پایه توزیع لاپلاس

معصومه محمدی لداری[۱]
ایمان داداشی[۲]

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۱۷ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۱/۱۰

**چکیده**

در اغلب مدل‌های پیش‌بینی بازده، از بازده کل بازار به عنوان یکی از فاکتورهای موثر بر بازده اوراق‌بهادار استفاده می‌شود. در اکثر این مدل‌ها همچون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و بلک شولز، فرض بر نرمال‌بودن توزیع داده‌ها است. این در حالیست که توزیع بازده کل، لزوماً نرمال نبوده و اغلب تفاوت قابل‌توجهی با توزیع نرمال دارد. در صورت تایید چنین فرضیه‌ای، بازده موردانتظار پیش‌بینی‌شده توسط این مدل‌ها، کارآیی چندانی در تصمیم‌گیری‌های مالی نخواهد داشت. هدف این پژوهش، مدل‌سازی بازده کل بورس تهران براساس توزیع لاپلاس و بررسی تبعیت نوسانات بازده کل از توزیع موردنظر می باشد. جهت بررسی توزیع بازده روزانه کل و نوسانات هفتگی آن از داده های مربوط به یک دوره ۱۵ ساله بین سال‌های۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱و نرم‌افزار آماری R استفاده شده است. تحلیل داده ها نشان داد که بازده روزانه کل از توزیع لاپلاس پیروی کرده و نوسانات هفتگی بازده کل از توزیعی که براساس توزیع لاپلاس حاصل شده، تبعیت می‌کند. این یافته‌ها، بکارگیری مدل‌هایی با پیش‌فرض نرمال‌بودن بازده کل، جهت پیش‌بینی بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران را با چالشی اساسی مواجه می‌سازد و دلیلی واضح بر ناکارآمدی این مدل‌ها می‌باشد.

**واژه‌های کلیدی:** مدل پیش‌بینی بازده، بازده کل، نوسانات بازده کل، توزیع نرمال، توزیع لاپلاس.

۱- گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران. ایران. Mohammadil1@yahoo.com
۲- گروه حسابداری، دانشگاه قم، قم، ایران(نویسنده مسئول). Idadashi@qom.ac.ir


نوع مقاله: پژوهشی
http://jdaa.iauctb.ac.ir

## ۱- مقدمه

یکی از معیارهای اساسی برای سرمایه‌گذاری در بازار سهام، بازده می‌باشد. بازده سهم خود به تنهایی دارای محتوای اطلاعاتی است و بیشتر سرمایه‌گذاران بالفعل و بالقوه در تجزیه و تحلیل مالی و پیش‌بینی‌ها از آن استفاده می‌نمایند(قائمی و طوسی، ۱۳۸۵). آگاهی‌بخشی قیمت سهام در بین سرمایه‌گذاران و تحلیلگران بازار سرمایه، به‌عنوان معیاری از وضعیت آتی شرکت برای بیان اطلاعاتی که به راحتی در دسترس افراد برون سازمانی نیست، بسیار جذاب است. علاوه‌بر این، اگر واحدها بتوانند تصمیمات مالی خود را بر اساس قیمت سهام قرار دهند؛ آنها قادر خواهند بود تفاوت بین عوامل بازار و اطلاعات مربوط به شرکت را کاهش دهند و به یک الگوی ثابت در تصمیم‌گیری‌های استراتژیک خود دست یابند(کریمی و نصیرزاده، ۱۴۰۲). از نظر منطقی، دلیلی بر یکسان بودن سرعت انعکاس کلیه‌ی اطلاعات مربوط به شرکت، در قیمت سهام وجود ندارد. همچنین دلیلی بر یکسان بودن سرعت کشف قیمت سهام کلیه‌ی شرکت‌های فعال در بازار وجود ندارد. تعدیل قیمت سهام به رویدادهای جدید به حدی سریع انجام می‌شود که از طریق اطلاعات موجود، امکان پیش‌بینی و کسب سود اضافی امکان‌پذیر نمی‌باشد(فیل‌سرائی، ۱۴۰۲). بنابراین پیش‌بینی نوسان بازده از پرکاربردترین و مهمترین موضوع در بین فعالان بازار و سرمایه گذاران در بازارهای مالی است که محققان و پژوهشگران علمی دانشگاه‌ها و متخصصان این قلمرو را در چند دهه اخیر به خود متمرکز کرده است. این موضوع از آنجا دارای اهمیت می‌شود که در بازارهای سرمایه و مالی نوسان و تغییرات از متغیرهای مهم در زمینه تصمیم گرفتن برای سرمایه‌گذاری، قیمت‌گذاری اوراق بهادار و مشتقه‌ها، مدیریت ریسک، طراحی و تدوین قوانین و سیاست‌های پولی است. علاوه بر این نوسان‌پذیری بازارهای سرمایه و مالی از طریق ایجاد یا کاهش اطمینان و اعتماد عمومی آثار اقتصادی مهمی در کشور ایجاد می‌کند (تهرانی و پورابراهیمی، ۱۳۸۹). مدل‌سازی نوسانات در کانون توجه موضوعات مالی قرار داشته و از اهمیت فراوانی در پیش بینی نوسانات آتی بازارها برخوردار است. یک مدل خوب مناسب برای نوسانات باید بتواند نوسانات را نیز پیش‌بینی کند این پیش‌بینی در موضوعاتی مانند مدیریت ریسک، قیمت‌گذاری مشتقات، پوشش ریسک و متنوع‌سازی پرتفوی، بازارسازی، سیاست‌گذاری فعالیت‌های دیگر مالی اهمیت دارند. شناخت ویژگی های نوسانات این بازار و مدل‌سازی آن اهمیت زیادی دارد(تک‌روستا و مروت و تک روستا، ۱۳۹۰). مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای[1] بیان می‌نماید که بازده کل بازار تنها عامل موثر بر بازده اوراق بهادار است. در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای فرض بر نرمال‌بودن توزیع داده‌ها و ریسک‌گریز بودن سرمایه‌گذاران می‌باشد(قائمی و طوسی، ۱۳۸۵).

توزیع نرمال[2] یکی از توزیع‌های پراهمیت در پژوهش‌های آماری-مالی است که در بسیاری از آنها، فرض نرمال‌بودن مبنای اصلی استنباط آماری محسوب می‌شود. این در حالیست که توزیع بازده، لزوماً نرمال نبوده و اغلب تفاوت قابل توجهی با آن دارد(شکرخواه و حقیقت، ۱۳۹۶). یکی از مهمترین توزیع‌های احتمال پیوسته که

1 . Capital Asset Pricing Model (CAPM)
2 . Normal distribution

کاربردهای بسیاری در پدیده‌های اقتصادی و اجتماعی دارد توزیع لاپلاس[1]بوده که از نام ریاضیدان فرانسوی پییر سیمون لاپلاس[2] گرفته شده است. این توزیع برای مدل‌سازی داده‌های متقارن مفید بوده و قابل رقابت با توزیع نرمال است. این توزیع همانند توزیع نرمال، متقارن حول میانگین است. توزیع لاپلاس دارای چولگی صفراست و کشیدگی مثبت است. کشیدگی آن از توزیع نرمال بیشتر می‌باشد(نیسی، چمنی و شجاعی، ۱۳۹۱).

در اغلب مدل‌های پیش‌بینی بازده خصوصا مدل قیمت گذاری دارایی های سرمایه ای، از بازده کل بازار به عنوان یکی از فاکتورهای موثر بر بازده اوراق‌بهادار استفاده می‌شود. در اکثر این مدل‌ها همچون مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای و بلک شولز، فرض بر نرمال‌بودن توزیع داده‌ها است. این در حالیست که توزیع بازده کل، لزوماً نرمال نبوده و اغلب تفاوت قابل‌توجهی با توزیع نرمال دارد. در صورت تایید چنین فرضیه‌ای، بازده موردانتظار پیش‌بینی‌شده توسط این مدل‌ها، کارآیی چندانی در تصمیم‌گیری‌های مالی نخواهد داشت. از ان جایی که در فرایند مدل‌سازی، به طور دائمی به دنبال بهترین مدل هستیم تا نظریه‌های خود را در پرتو اطلاعات جدید، ارتقا و بروزرسانی نماییم، هدف این پژوهش، مدل‌سازی بازده کل بورس تهران براساس توزیع لاپلاس و بررسی تبعیت نوسانات بازده کل از توزیع موردنظر می‌باشد. از آنجایی که این توزیع نسبت به توزیع نرمال کشیدگی بیشتری دارد، بهتر می‌تواند داده‌های مربوط به بازده را توصیف کند.

## مبانی نظری و مروری بر پیشینه پژوهش

ارزیابی عملکرد شرکتها و مدیران آنها همواره موردتوجه مالکان، اعتباردهندگان و سایر ذینفعان است که جهت انجام این ارزیابی، شاخصهای فراوانی مورد استفاده قرار می‌گیرند که از بین آنها بازده سهام اهمیت بیشتری دارد(عبدی، حسینی و غلام ابری، ۱۴۰۱). به عبارتی آنها به دنبال بیشترین بازدهی برای سرمایه‌گذاری منابع مازادشان در بازارهای مالی می‌باشند. از مهمترین و وسیع‌ترین پژوهش‌های بازارهای مالی توضیح عملکرد بازده سهام عادی است. این پژوهش‌ها، منتج به ارائه مدل‌هایی شده است که مورد استقبال و انتقادهای مختلفی بوده است. از سویی دیگر سرمایه‌گذاران همواره به دنبال الگویی هستند تا در جهت پیش‌بینی بازده سرمایه‌گذاری های خویش از آن استفاده نمایند. وجود این نیاز دلیل ارائه مدل‌های متفاوت به جهت پیش‌بینی بازده آتی سهام و شاخص‌های تاثیرگذار بر آن شده است.از دهه ۱۹۶۰ میلادی، محققین بسیاری بر روی قیمت‌گذاری ریسک و تجزیه بازدهی سهام به عوامل قابل اندازه‌گیری پژوهش کردند. این پژوهش‌ها منجر به شناسایی الگوهای مشخص در رفتار بازدهی سهام شده‌اند که از آن جمله می‌توان به الگوی ارزش اشاره کرد. پژوهش‌های موجود نشان می‌دهند که

1 . Laplace distribution
2 . Pierre Simon Laplace

میانگین بازدهی شناسایی‌شده سهام شرکت‌ها با بازدهی مدل‌سازی‌شده توسط مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای همخوانی ندارد(اوربانسکی و زارزسکی[1]، ۲۰۲۲).

نوسانات قیمت سهام، از موضوع‌های چالش‌برانگیز مالی بوده که در سال‌های اخیر مورد توجه محققان بازار سرمایه قرار گرفته است. علت آن ارتباط بین نوسان پذیری قیمت و به تبع آن بازده و تأثیر آن بر عملکرد بخش مالی و همچنین کل اقتصاد است. از طرف دیگر، فایده‌مندی مطالعه نوسان‌پذیری بازده سهام به عنوان معیاری از ریسک و ابزاری برای اندازه‌گیری میزان آسیب‌پذیری بازار سهام مدنظر می باشد. فلدر(۲۰۰۵) معتقد است نوسان‌پذیری بازده سهام در بازارهای نوظهور در مقایسه با بازارهای کامل بیش‌تر است. علت این موضوع ممکن است به دلیل این واقعیت باشد که در بازارهای تکامل یافته، شبکه‌های اطلاعاتی کارآمدی وجود دارد و هرگز این امکان به وجود نمی‌آید تا اطلاعات تا حدی جمع شوند که اثر درخور توجهی بر بازار بگذارند(صاحبقرانی و سجلاتی، ۱۴۰۱).

مبحث قیمت‌گذاری دارایی و مشخص کردن اعتبار الگوهای موجود در این زمینه، جزو اولین مسائل کارشناسان حیطه مالی و اقتصاد بوده است. بعد از اینکه مارکویتز[2](۱۹۵۹) با مطرح نمودن راه حلی هنجاری برای پاسخ به مسأله انتخاب پرتفوی، مبنای مباحث مالی سنتی را دگرگون ساخت، شارپ[3](۱۹۶۴) یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین مدل‌های قیمت گذاری دارایی را در قالب چارچوب نظری وی را ارائه کرد. در قالب مدل CAPM، اثر تمامی عوامل فراگیر مؤثر بر بازده انتظاری، در $\beta$ خلاصه می‌شود(بدری و همکاران، ۱۳۹۳). نوسانات شاخص بورس، قاعده ای برای ریسک بازار سهام است و این قائده در مدل نرخ‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای برآورد می‌کند که، عامل تعیین‌کننده صرف سهام بازار شود. بررسی‌های آنگ[4] و همکاران(۲۰۰۶) و آدریان و روزنبرگ[5](۲۰۰۸) نشان می دهد که علیرغم درکی مستقیم از مدل CAPM، ریسک نوسانات بورس در بازده های دوره‌ای سهم‌ها قیمت‌گذاری می‌شوند(چانگ، کریستوفرسن و جاکوب[6]، ۲۰۱۳).

وجود متغیرهای زیاد در مشخص کردن قیمت اوراق بهادار، کمّی نمودن بعضی از تعاریف اقتصادی همانند ریسک و خطر، الزاماتی به منظور فهم بهتر برخی از رویدادها مثل دینامیک بازار، حافظه، تغییرات روند، شناخت از پدیده‌های غیرمنتظره و رانت‌ها، موجب شده تا علومی همچون علم فیزیک، علم ریاضی و علم آمار به بازارهای سرمایه و مالی وارد شود(جعفری، ۱۳۸۸).

1 . Urbański and Zarzecki
2 . Markowitz
3 . Sharpe
4 . Ang
5 . Adrian and Rosenberg
6 . Chang, Christoffersen and Jacobs

فیزیکدان فرانسوی به‌نام باشلیه[۱](۱۹۰۰) در پایان‌نامه خود به‌نتایجی دست یافت که منجر به بوجود آمدن ریاضیات ولگشت یا نظریهٔ گام تصادفی[۲] شد. با این وجود بعد از گذشت مدت زمان پنج سال از این نظریه، انیشتین[۳] برای بیان پدیده‌ای موسوم به حرکت براونی، تفسیر دقیقی را ارائه کرد؛ پدیده‌ای که به جنب‌وجوشِ رقص‌مانندِ ذرات معلق در آب اشاره دارد. اما باشلیه از این نظریه برای توضیح عملکرد ذرّات ماده استفاده نکرد؛ بلکه برای نشان‌دادن نظم نوسانات بازارهای سهام از این الگو استفاده نمود. برای درک اینکه چگونه این نوع ریاضیات می‌تواند به شناخت بازارهای مالی کمک کند؛ باید توجه نمود که رفتار قیمت سهام مانند راه رفتن یک آدم مست است. در هر لحظه این احتمال وجود دارد که قیمت بالا برود و یا پایین بیاید. این دو احتمال، خیلی شبیه سکندری خوردن آدم مست در یک راهروی طولانی بین دو اتاق است.بنابراین مسئله‌ای که ریاضیات می‌تواند پاسخ آن را ارائه کند چنین است؛ اگر سهام از قیمت خاصی شروع کند و از ولگشت یا گام تصادفی تبعیت کند، احتمال اینکه قیمت بعد از زمان معینی، به ارزش خاصی برسد،چقدر است؟ این سوالی است که باشلیه در پایان‌نامه خود به آن پاسخ داد.او نشان داد که اگر قیمت سهام از الگوی ولگشت تبعیت کند، احتمال اینکه بعد از مدت زمان معین، ارزش معینی به خود بگیرد؛ از منحنی زنگوله‌ای شکل معروف به توزیع نرمال، قابل استنتاج می‌باشد(بال[۴]، ۲۰۱۶).

اما پس از بررسی مجموعه تصادفی از حرکات قیمت سهام توسط ازبورن[۵] (۱۹۵۶)، او نشان داد که قیمت سهام به هیچ وجه از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند. توزیع قیمت ازبورن به چه شکلی بود؟ آن منحنی کوهان داشت، در یک طرف دم بلندی داشت و در طرف دیگر اصلاً دم نداشت و شکل منحنی قیمت، اصلاً شبیه زنگوله نبود. وی نتیجه گرفت که قیمت ها دارای توزیع نرمال نیستند، بلکه این نرخ بازده است که توزیع نرمال دارد. منظور از نرخ بازده سهام، میانگین درصد تغییرات در هر زمان است. نرخ بازده هر سهم با رشته‌ای از عملیات ریاضی که لگاریتم نام دارد، به تغییرات قیمت مربوط می‌شود. به این دلیل اگر نرخ بازده، توزیع نرمال داشته باشد؛ توزیع احتمالات قیمت سهام به شکل توزیعی است که لگاریتم نرمال نامیده می‌شود. نتیجه این تحلیل آن بود که این نرخ بازده است که از گام تصادفی یا ولگشت تبعیت می‌کند نه قیمت سهام. تورپ و بلک[۶]، مدل‌های اختیار معامله خود را مبتنی بر فرضیه ولگشت ازبورن بنا کردند که در آن فرض می‌شود، نرخ بازده دارای توزیع نرمال است. بازار اوراق بهادار در سال ۱۹۸۷ سقوط کرد؛ اما محاسبات مدل بلک شولز[۷]، احتمال سقوط را در نظر نگرفته بود، زیرا براساس مدل ولگشت، کاهش یک روزه شدید بازار (شبیه آنچه رخ داد) در طول میلیون‌ها سال، یکبار تکرار می‌شود. همزمان با این سقوط، بسیاری از تحلیلگران و حرفه‌ای‌های بازار، توان پیش‌بینی مدل ولگشت را آماج تردید قرار

1 . Bachelet
2 . Random walk
3 . Einstein
4 . Ball
5 . Osborn
6 . Thorpe and black
7 . Black–Scholes model

دادند. بعدها مندلبروت[1] استدلال کرد که بازده بازارهای واقعی از توزیع لووی تبعیت می‌کند که آلفای آن برابر ۳/۲ بوده که بین آلفای توزیع نرمال که برابر ۲ است و توزیع کوشی[2] که ۱ است، می‌باشد. در واقع با توجه به گفته مندلبروت، توزیع احتمالی که بازده‌های بازار را توصیف می‌کنند، دم چاق داشته و معنی آن این است که رویدادهای افراطی یا فرین، به مراتب بیشتر از آنچه توزیع نرمال می‌گوید، احتمال وقوع دارند(عبده‌تبریزی، ۱۳۹۵)

لینهویی و اسمیت(۲۰۰۵) پس از بررسی مدل گشت تصادفی برای قیمت سهام در هشت کشور آسیایی، به این نتیجه رسیدند که قیمت سهام در هر هشت کشور از گشت تصادفی تبعیت می‌کند. کارل و کولینز(۲۰۰۶) با استفاده از مدل های گارچ، نوسانات بازده در بازار سهام ایرلند را مدلسازی نمودند. مندلبرات(۱۹۶۳) و تیلور(۱۹۶۷) به توزیع غیرنرمال بازده سهام و رفتارهای کسری در قیمت سهام پرداختند و از مدل براونی کسری که نوع گسترش‌یافته حرکت براونی است، استفاده نمودند و با توجه به توزیع غیرنرمال بازده سهام، رفتار کسری قیمت سهام را تایید نمودند. لیندن[3](۲۰۰۵) نشان داد که توزیع لاپلاس، مدل مناسبی برای توزیع بازده سهام است. این نتیجه بینش جدیدی برای تجزیه و تحلیل نوسانات بازده سهام در بازار مالی ایران جهت آزمون پیش فرض کلاسیک مدل های برآورد بازده ارائه می‌دهد.

بررسی ادبیات گذشته نشان می‌دهد که مدل‌سازی مالی، فرایندی تحول‌پذیر است. پیش‌بینی نوسانات بازده سهام به دلیل تاثیر بر تصمیمات سرمایه‌گذاری، قیمت‌گذاری اوراق‌بهادار و مدیریت ریسک، یکی از مسائل مهم در بازارهای مالی محسوب می‌شود. افزایش قابل توجه نوسانات بازده سهام، سبب بروز بحران‌هایی در بازارهای مالی کشورهای مختلف شده است. بنابراین شاید بتوان با مدل‌سازی صحیح نوسانات بازده، از وقوع چنین بحران‌هایی جلوگیری کرد.

## فرضیه‌های پژوهش:

براساس مبانی نظری ارائه‌شده و مبتنی بر مطالعات پیشین، فرضیه‌های زیر برای پژوهش حاضر تدوین شده‌اند:

فرضیه اول: بازده روزانه کل بازار، از توزیع لاپلاس پیروی می‌کند.

فرضیه دوم: نوسانات هفتگی بازده کل از توزیع زیر که بر پایه توزیع لاپلاس شکل گرفته، پیروی می‌کند.

$$\eta(\sigma|\lambda) = \left(\frac{\sigma}{\lambda^2}\right) \exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right\}, \quad 0 < \sigma < \infty$$

## روش‌شناسی پژوهش

پژوهش حاضر با تکیه بر زمینه علمی و بستر شناختی که از پژوهش‌های بنیادین پیشین فراهم شده، و نیز با استفاده از داده‌های واقعی و تاریخی به دنبال بسط و بهبود روشها جهت کاربرد آنها در سرمایه‌گذاری

1 . Mandelbrot
2 . Cauchy distribution
3 . Linden

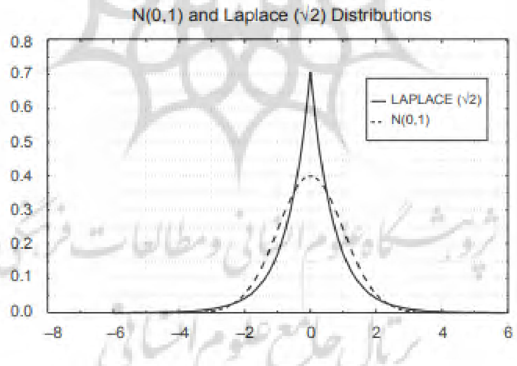
است؛ لذا می‌توان آن را از حیث هدف کاربردی و از منظر ماهیت جزو پژوهش‌های پس‌رویدادی به حساب آورد. این نوع پژوهش‌ها از آن جهت که می‌تواند مورد استفاده سازمان بورس اوراق بهادار، تحلیل‌گران مالی و کارگزاران بورس، مدیران مالی شرکت‌ها، دانشگاه‌ها و مراکز آموزش عالی و پژوهشگران و همچنین سازمان حسابرسی قرار گیرد، کاربردی شمرده شده اند. از نظر نوع استدلال رویکرد اسقرایی است. در این رویکرد پژوهشگر آنچه هست را بیان می دارد و برای این کار از تئوری های توصیفی استفاده می کند. در حسابداری غالب پژوهش های اثباتی و رفتاری با این رویکرد انجام می شوند. روش جمع آوری داده ها از نوع میدانی می باشد.

مدل سازی بازده کل و نوسانات آن بر پایه توزیع لاپلاس در ادامه تشریح می گردد. تابع چگالی احتمال با پارامتر مکان صفر لاپلاس به فرم رابطه (۱) است؛

$$f(x|1) = (2\lambda)^{-1} \exp\left\{-\frac{|x|}{\lambda}\right),\ \ \lambda > 0,\ \ -\infty < x < \infty \qquad \text{رابطه ۱)}$$

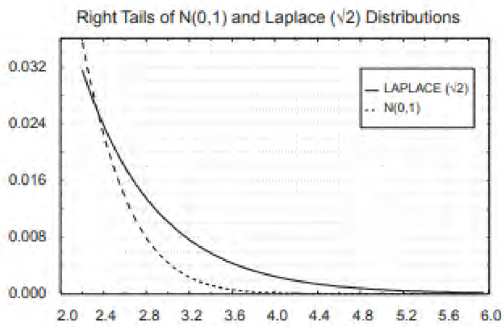
که در ان $\lambda$ پارامتر مقیاس و $x = \Delta lnp_t$ بازده کل می باشد.

شکل (۱) تابع لاپلاس با پارامتر مقیاس $\lambda = \sqrt{2}$ و توزیع نرمال استاندارد(توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس یک) را نشان می‌دهد. شکل (۲) دنباله راست این دو توزیع را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌شود دنباله راست توزیع لاپلاس قطورتر از توزیع نرمال است.




**شکل ۱- توزیع لاپلاس و توزیع نرمال استاندارد**

منبع: یافته های پژوهشگر




**شکل ۲- رفتار دنباله راست توزیع لاپلاس و توزیع نرمال استاندارد**

منبع: یافته های پژوهشگر

تابع چگالی احتمال لاپلاس (۱) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

رابطه ۲)

$$f(x|\lambda) = \int_0^{\infty} g\,(x|\sigma^2)h(\sigma^2)d\sigma^2, -\infty < x < \infty \text{ و } 0 < \sigma^2 < \infty,$$

که در آن $g(x|\sigma^2)$ تابع چگالی احتمال متغیر نرمال با میانگین صفر و واریانس $\sigma^2$ و $h(\sigma^2)$ تابع چگالی واریانس باشد. در واقع تابع چگالی احتمال لاپلاس (۲) ترکیبی از توزیع نرمال و یک توزیع نامعلوم نوسانات(انحراف معیار) است. تابع چگالی احتمال (۱)، از انتگرال‌گیری (۲) نسبت به واریانس$\sigma^2$ بدست می‌آید. هدف تعیین توزیع نامعلوم نوسانات(انحراف معیار) $h(\sigma^2)$ است. از تغییر متغیر $s=\frac{x^2}{2}$ و $t=\frac{1}{\sigma^2}$ به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

رابطه ۳)

$$(2\lambda)^{-1} \exp\{-\frac{|x|}{\lambda}\} = (2\lambda)^{-1} \exp\{-a\sqrt{s}\}, \text{ where } a = \sqrt{2}/\lambda,$$

طرف راست معادله ۱و۲ را برابر هم قرار می دهیم

رابطه ۴)

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} h\,(\sigma^2)(\sigma^2)^{-1} \exp\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\}d\sigma^2 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty} h\,(1/t)t^{-3/2} \exp\{-st\}dt$$

طرف راست معادله (۴) یک تبدیل لاپلاس از تابع

رابطه ۵)

$$H(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}h(1/t)t^{-3/2}$$

با تبدیل معکوس لاپلاس طرف راست معادله (۳) و حل تابع چگالی نسبت به $\sigma^2$ در معادله (۲) داریم

رابطه ۶)

$$(2\lambda)^{-1}(a\frac{1}{2}\lambda^{-3/2}\frac{1}{\sqrt{\pi}})\exp\{-\frac{a^2}{4t}\}$$

از معادله۲ داریم :

رابطه ۷)

$$\frac{1}{2\lambda}(a\frac{1}{2}\lambda^{-3/2}\frac{1}{\sqrt{\pi}})\exp\{-\frac{a^2}{4t}\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}h(1/t)t^{-3/2}.$$

با حل آن برای $h\left(\frac{1}{t}\right)$ داریم :

رابطه ۸)

$$h(1/t)=(2\lambda^2)^{-1}\exp\{-\frac{1}{2\lambda^2 t}\}.$$

با استفاده از $t=\frac{1}{\sigma^2}$ تابع چگالی احتمال واریانس به‌صورت زیر به دست می‌آید.

رابطه ۹)

$$h(\sigma^2|\lambda)=(2\lambda^2)^{-1}\exp\{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\}\;,\;0<\sigma^2<\infty,$$

تابع چگالی احتمال واریانس از یک توزیع نمایی با میانگین $2\lambda^2$ یا به عبارت دیگر $\sigma^2 \sim EXP\left(\frac{1}{2\lambda^2}\right)$ تبعیت می‌کند. بنابراین تابع چگالی انحراف معیار به‌صورت زیر محاسبه می‌شود که در آن $\lambda$ پارامتر مقیاس است:

رابطه۱۰)

$$\eta(\sigma|\lambda)=\left(\frac{\sigma}{\lambda^2}\right)\exp\left\{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}\right\},\;0<\sigma<\infty.$$

برای بررسی توزیع نوسانات هفتگی بازده کل از پارامتر برآورد شده فوق (شماره ۱۰) استفاده خواهد شد. همچنین به جهت بررسی ویژگی‌های تابع چگالی انحراف‌معیار $\eta(\sigma|\lambda)$ مانند چولگی، کشیدگی به تابع مولد گشتاور به صورت زیر نیاز داریم:

رابطه۱۱)

$$\Psi(s)=E[e^{s\sigma}]=\int_0^\infty e^{s\sigma}\,dF\sigma=1+s\int_0^\infty\;\exp\{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}+s\sigma\}d\sigma.$$

از شرط $\psi^n(0)=E[\sigma^2]$ استفاده می‌کنیم و نتایج زیر را بدست می‌آوریم:

رابطه۱۲)
$$E[\sigma^{n-1}] = \frac{1}{\lambda^2}\int_0^\infty \sigma^n \ \exp\{-\frac{1}{2\lambda^2}\sigma^2\}d\sigma$$
$$= \frac{1}{\lambda^2}\begin{cases} \frac{(2k-1)!!}{2^{k+1}(1/2\lambda^2)^k}\sqrt{2\lambda^2\pi}, & (n = 2k, k \ integer) \ , \\ \frac{k!}{2(1/2\lambda^2)^{k+1}}, & (n = 2k+1, k \ integer) \ . \end{cases}$$

بنابراین امید ریاضی این‌گونه بدست می‌آید:

رابطه۱۳)
$$E[\sigma] = \frac{\lambda}{2}\sqrt{2\pi}, \quad E[\sigma^2] = 2\lambda^2, \quad E[\sigma^3] = \frac{3}{2}\lambda^3\sqrt{2\pi}, \qquad E[\sigma^4] = 8\lambda^4$$

و همچنین داریم:

رابطه۱۴)
$$VAR[\sigma] = \lambda^2[2-\frac{\pi}{2}], E[\sigma - E[\sigma]]^3 = \lambda^3\sqrt{2\pi}[\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}]$$

و

رابطه۱۵)
$$E[\sigma - E[\sigma]]^4 = \lambda^4[8+6\pi-\frac{3}{4}\pi^2]$$

و بدین ترتیب چولگی و کشیدگی بدست می‌آیند:

رابطه۱۶)
$$Skewness = \frac{E[\sigma-E[\sigma]]^3}{VAR[\sigma]^{3/2}} = \frac{\sqrt{2\pi}[\pi/2-3/2]}{[2-\pi/2]^{3/2}} = 0.6311,$$

$$Excess\ Kurtosis = \frac{E[\sigma-E[\sigma]]^4}{VAR[\sigma]^2} - 3 = \frac{[8+6\pi-3\pi^2/4]}{4} - 3 = 1.8618.$$

همانطور که محاسبه شده است تابع چگالی احتمال انحراف معیار$\eta(\sigma|\lambda)$ دارای چولگی مثبت و برابر ۰/۶۳۱۱ (یعنی منحنی این تابع چوله به راست) و کشیدگی این تابع نیز مثبت و برابر ۱/۸۶۱۸ (یعنی منحنی این تابع کشیده) است.

## برآورد ماکزیمم درستنمایی پارامتر مقیاس $\lambda$

در این بخش، هدف برآورد پارامتر نامعلوم $\lambda$ تابع چگالی احتمال انحراف معیار(نوسان بازده سهام) $\eta(\sigma|\lambda)$ است. فرض می‌کنیم یک بردار T بعدی از مشاهدات مستقل$\sigma^{\prime} = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_T)$ داریم. که در آن هر یک مولفه بیانگر انحراف معیار(نوسان بازده سهام) و دارای تابع چگالی احتمال انحراف معیار(نوسان بازده سهام) $\eta(\sigma|\lambda)$ در T دوره است. تابع درستنمایی به صورت زیر است:

رابطه۱۷)
$$L(\sigma;\lambda) = \prod_{i=1}^{T}\frac{\sigma_i}{\lambda^2}\ \exp\{-\frac{\sigma_i^2}{2\lambda^2}\}.$$

ابتدا لگاریتم تابع درستنمایی را محاسبه و سپس به‌صورت زیر نسبت به $\lambda$ ماکزیمم می‌کنیم

رابطه۱۸)
$$MAX\{In\ L(\sigma;\lambda)\} = MAX\{\sum_{i=1}^{T} \ln\ \sigma_j - 2T\ \text{In}\ \lambda - \frac{\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{2\lambda^2}\}.$$

برای بدست آوردن نقطه ماکزیمم ابتدا مشتق اول گرفته و برابر صفر قرار داده و سپس مشتق دوم را محاسبه و مشاهده شده که مشتق دوم در این نقطه کمتر از صفر است.

رابطه۱۹)
$$\frac{\partial \ln L(\sigma;\lambda)}{\partial\lambda} = -\frac{2T}{\lambda} + \frac{\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{\lambda^3} = 0$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\hat{\lambda} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{2T}}$$

با مشتق گیری دوم و حاصل منفی آن ملاحظه میکنیم که جواب بدست آمده نقطه ماکزیمم است:

رابطه۲۰)
$$\frac{\partial^2 \ln L(\sigma;\lambda)}{\partial\lambda^2} = \frac{\partial}{\partial\lambda}[-\frac{2T}{\lambda} + \frac{\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{\lambda^3}] = \frac{1}{\lambda^2}[2T - \frac{3\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{\lambda^2}].$$

رابطه۲۱)
$$\frac{1}{\hat{\lambda}}[2T - \frac{3\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2}{\hat{\lambda}}] = -\frac{8T}{\sum_{i=1}^{T}\sigma_i^2} < 0$$

با استفاده از رابطه (۱۹) پارامتر نامعلوم $\lambda$ تابع چگالی $\eta(\sigma|\lambda)$ براساس انحراف معیار(نوسان بازده سهام) T دوره $\sigma' = (\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_T)$ برآورد می‌شود.

## جامعه آماری، نرم افزار مورد استفاده و تعریف عملیاتی متغیرها

هدف این پژوهش، مدل‌سازی بازده کل بورس تهران براساس توزیع لاپلاس $f(x|\lambda) = \frac{1}{2\lambda}e^{-\frac{|x|}{\lambda}}$ و بررسی تبعیت توزیع نوسانات بازده کل از توزیع $\eta(\sigma|\lambda) = \left(\frac{\sigma}{\lambda^2}\right)e^{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}}$ با استفاده از نرم‌افزار R می‌باشد. R، یک زبان برنامه‌نویسی و محیط نرم‌افزاری برای محاسبات آماری و علم داده‌ها است. متغیرهای این پژوهش شامل بازده کل روزانه و نوسانات هفتگی بازده کل، همانند پژوهش لیندن(۲۰۰۵) به ترتیب از طریق تغییرات شاخص کل روز جاری به روز قبل و انحراف‌معیار بازده کل در طی هر هفته( ۵ روز کاری) محاسبه می گردد. برای این کار از داده های مربوط به شاخص کل قیمت‌ها طی ۱۵ سال در محدوده زمانی ۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱ استفاده شده است.

## آزمون‌های آماری

ابتدا با استفاده از شاخص‌های مرکزی و پراکندگی موجود در آمار توصیفی، متغیرهای بازده کل روزانه و نوسانات هفتگی بازده کل تشریح می‌شوند. در این پژوهش، برای بررسی استقلال و نرمال‌بودن متغیرها، به ترتیب از مدل اتورگرسیو مرتبه اول و آزمون جارکو- برا و به جهت بررسی توزیع متغیرها با در نظر گرفتن پارامتر برآورد شده، از آزمون کلموگروف-اسمیرنوف بهره گرفته می‌شود. در ادامه این آزمون‌ها به اختصار تشریح می‌گردند.

**آزمون جارکو-برا**

برای بررسی نرمال بودن یک متغیر آزمون‌های مختلفی همچون شاپیرو، کلموگروف- اسمیرنوف و جارکو-برا وجود دارد. یکی از آزمون‌هایی که کشیدگی و چولگی متغیر مورد بررسی را در نظر می‌گیرد، آزمون جارکو-برا است. هر چه مقدار آماره این آزمون بزرگتر باشد، توزیع متغیر از توزیع نرمال فاصله بیشتری دارد و این به معنی رد فرضیه صفر آزمون جارکو-برا است. برای توزیع متغیر نرمال مقدار آماره جارکو- برا برابر صفر است.

**آزمون کلموگروف-اسمیرنوف**

برای ارزیابی توزیع متغیرهای این پژوهش، از آزمون نیکویی برازش کلموگروف-اسمیرنوف استفاده شده است. این آزمون بررسی می‌کند که توزیع تجربی داده‌های جمع‌آوری‌شده، تا چه میزان به توزیع $\eta(\sigma|\lambda)$ با پارامتر برآورد شده نزدیک است. به عبارت دیگر، اگر مقدار آماره آزمون $D_i$ از مقدار جدول در سطح خطای ۵ درصد یعنی $D_i = \frac{1.36}{\sqrt{T}}$ کمتر باشد، فرضیه صفر مبتنی بر آن که توزیع متغیرهای پژوهش از توزیع لاپلاس و توزیع رابطه (۱۰) با پارامتر برآورد شده ماکزیمم درستنمایی تبعیت می‌کند، تائید می‌شود.

$$D_i = max\,|S_i - F(x_i)|, \;\; i = 1,2,\ldots,T$$

که در ان $S_i$ تابع توزیع تجربی، $F(x_i)$ تابع توزیع تحت فرضیه صفر و $D_i$ آماره ازمون است.

## یافته‌های پژوهش

آماره‌های توصیفی متغیرهای پژوهش در جدول (۱) ارائه شده است. داده های این پژوهش برای یک دوره ۱۵ ساله از ۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱ گردآوری شده و تعداد مشاهدات بازده کل روزانه و نوسانات هفتگی آن به ترتیب ۳۴۱۸ و ۷۳۰ داده می‌باشد. همان طور که قبلاً بیان شد، در این پژوهش، برای بررسی استقلال و نرمال بودن متغیرها، به ترتیب از مدل اتورگرسیو مرتبه اول و آزمون جارکو- برا استفاده شده است. براساس اعداد مندرج در جدول زیر، فرضیه صفر آزمون های اتورگرسیو مرتبه اول و آزمون جارکو- برا، یعنی نرمال بودن در سطح ۵ درصد و همچنین خودهمبستگی مرتبه اول هر دو متغیر، رد شده است. این موارد در بخش آزمون فرضیه ها به طور تفصیلی مورد بررسی قرار می گیرند.

**جدول ۱- آمار توصیفی متغیرهای پژوهش**

| شاخص / متغیر | بازده کل روزانه | واریانس هفتگی بازده کل |
|---|---|---|
| میانگین | ۰/۰۰۱۵۶۵۲ | ۷/۰۱۲e-۰۲ |
| میانه | ۰/۰۰۰۵۷۷۲ | ۵/۲۸۰e-۰۲ |
| انحراف معیار | ۰/۰۱۰۴۲۸۶ | ۰/۰۰۵۷۸۹۰۰۸ |
| حداقل | -۰/۰۵۵۱۲۵۱ | ۸/۶۰۸e-۰۵ |
| حداکثر | ۰/۰۵۴۰۱۶۹ | ۳/۵۶۱e-۰۲ |
| چولگی | ۰/۳۱۲۰۸۸۴ | ۱/۵۷۴۷۱۶ |
| کشیدگی | ۶/۳۹۹۴۲۶ | ۵/۶۷۸۰۶۵ |
| اتو رگرسیو مرتبه اول | ۰/۰۵۶۵۶۴۷۰۱ | ۰/۰۰۱۰۵۳۷۹۶ |
| آماره جارکو-برا | ۱۷۰۱/۳× (p-value < ۲/۲e-۱۶) | ۵۱۹/۸۵× (p-value < ۲/۲e-۱۶) |

منبع: یافته های پژوهشگر

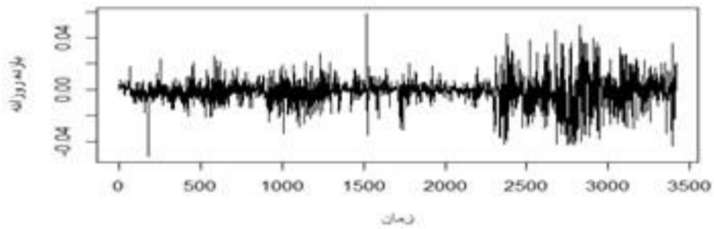
**جدول ۲- نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف**

| نتایج | نماد | مقدار |
|---|---|---|
| مقدار آماره آزمون | $D_i(T)$ | ۰/۰۷۰۸۲۹ |
| مقدار جدول | $D_i^{5\%} = 1.36/\sqrt{T}$ | ۰/۰۲۳۲۶۲۳۱ |

منبع: یافته های پژوهشگر

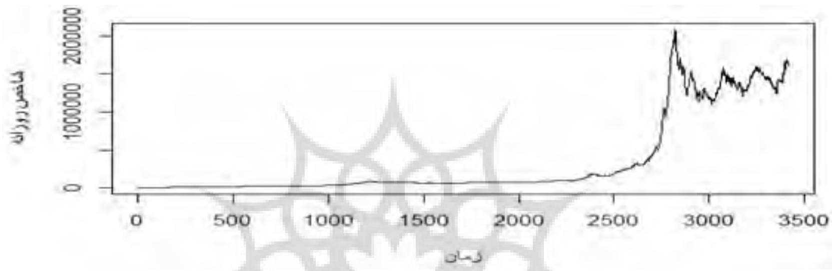
همانطور که در جدول زیر قابل مشاهده است. براساس نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف در جدول(۲)، از آن جایی که مقدار آماره آزمون از مقدار جدول بزرگتر است و همچنین p-value = 2.554e-15 بسیار کوچکتر از ۰.۰۵ است، لذا فرضیه صفر(داده‌های بازده کل از توزیع نرمال تبعیت می‌کنند) رد می‌شود و این به معنی آن است که توزیع بازده کل بازار سهام تهران از توزیع نرمال تبعیت نمی کند.

در شکل ۳ روند شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران به نمایش گذاشته شده است. ذکر این نکته ضروری است که به جهت نیاز به نمایش روند صعودی یا نزولی ارزش شاخص کل در طول زمان، نمودار زیر براساس لگاریتم داده‌ها رسم شده است. روند صعودی شاخص کل بازار در طول دوره مورد بررسی مشهود است.



**شکل ۳ - روند شاخص کل بازار سهام تهران در طول دوره زمانی ۱۵ ساله از ۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱**

منبع: یافته های پژوهشگر



**شکل ۴- روند بازدهی کل روزانه در طول دوره زمانی ۱۴ ساله از ۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱**

منبع: یافته های پژوهشگر

در شکل ۴ نیز نمودار روند بازدهی کل روزانه در طول زمان ترسیم گشته که مطابق انتظار، حول نقطه صفر در نوسان است.

**فرضیه اول:** بازده روزانه کل بازار، از توزیع لاپلاس پیروی می‌کند.

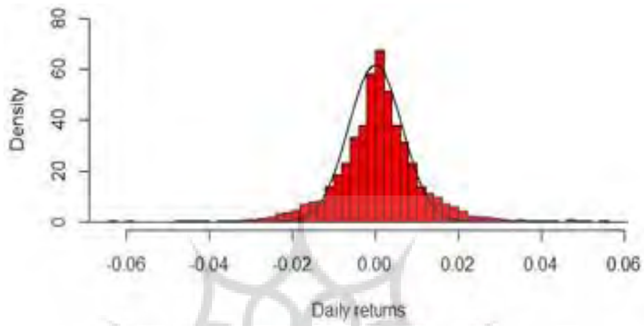
براساس نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف در جدول (۳)، از آن جایی که مقدار آماره آزمون از مقدار جدول بزرگتر نبوده و همچنین p-value = 0.1478 بزرگتر از ۰.۰۵ است، لذا فرضیه صفر(داده‌های بازده کل از توزیع لاپلاس تبعیت می کنند) تایید گشته و این به معنی آن است که توزیع بازده کل بازار سهام تهران از توزیع لاپلاس تبعیت می کند.

**جدول۳- نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف برای فرضیه اول**

| نتایج | نماد | مقدار |
|---|---|---|
| مقدار آماره آزمون | $D_i(T)$ | ۰.۰۱۹۵۱۹ |
| مقدار جدول | $D_i^{5\%}= 1.36 /\sqrt{T}$ | ۰.۰۲۳۲۶۲۳۱ |

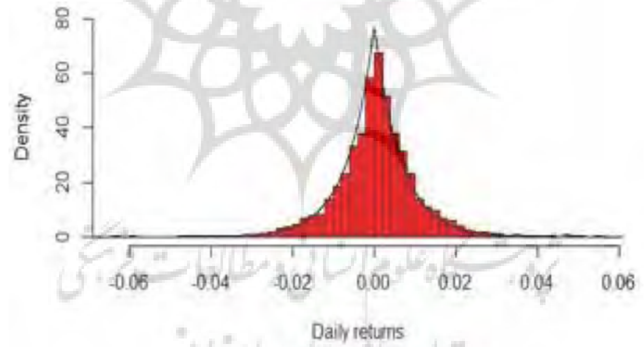
منبع: یافته های پژوهشگر

برای درک بهتر یافته فوق، اقدام به رسم دو نمودار شده است. در شکل ۵، نمودار بازده کل روزانه و چگالی برآورد شده توزیع نرمال و در شکل ۶ نمودار بازده کل روزانه به همراه چگالی برآورد شده توزیع لاپلاس به نمایش گذاشته شده است. نگاهی اجمالی به دو شکل زیر به وضوح نشان می دهند که توزیع داده‌های بازده کل روزانه، کشیده‌تر از نرمال بوده و به توزیع لاپلاس نزدیک می باشد. این امر تاییدی بر نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف است.




**شکل ۵- نمودار بازده کل روزانه به همراه نمودار چگالی برآورد شده توزیع نرمال**

منبع: یافته های پژوهشگر




**شکل ۶- نمودار بازده کل روزانه به همراه نمودار چگالی برآورد شده توزیع لاپلاس**

منبع: یافته های پژوهشگر

برای آزمون فرضیه دوم نیاز است تا پارامتر توزیع لاپلاس($\lambda$) برآورد شود. برای برآورد($\lambda$) از روش برآورد ماکزیمم درستنمایی از نوسانات بازده کل(انحراف معیارهای هفتگی ۵ روزه) استفاده شده و براساس رابطه ۱۵ برآورد ماکزیمم درستنمایی در جدول (۴) ارائه شده است.

**جدول۴- برآورد ماکزیمم درستنمایی پارامتر توزیع لاپلاس**

| شرح | نماد | روش | مقدار |
|---|---|---|---|
| پارامتر توزیع لاپلاس | $\lambda_{ML}^{l}$ | برآورد ماکزیمم درستنمایی | ۰.۰۰۶۱۰۴۰۲ |

منبع: یافته های پژوهشگر

**فرضیه دوم:** نوسانات هفتگی بازده کل از توزیع زیر که بر پایه توزیع لاپلاس شکل گرفته با پارامتر برآورد شده($\lambda_{ML}^{l}$ = ۰.۰۰۶۱۰۴۰۲)، پیروی می‌کند.

$$\eta(\sigma|\lambda) = (\sigma/\lambda^2)\ \exp\{-\sigma^2/2\lambda^2\}\ 0 < \sigma < \infty$$ رابطه۲۲)

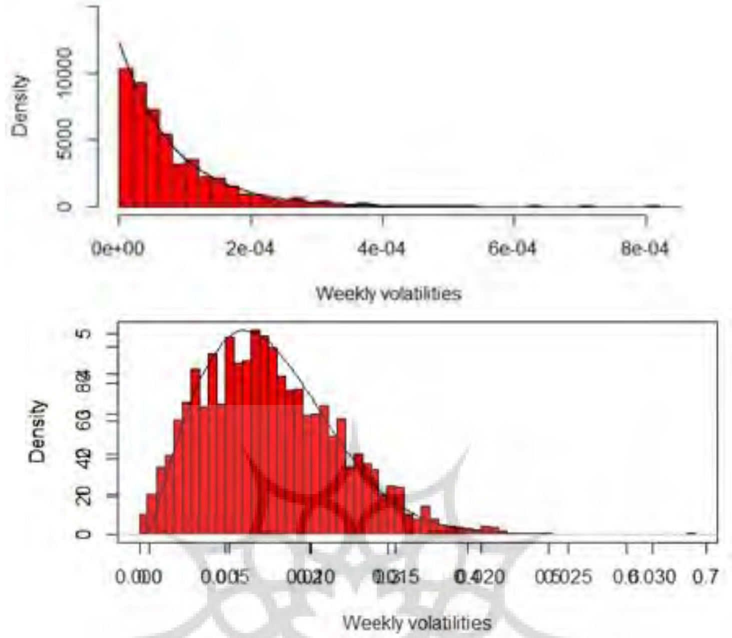
از آنجایی که تابع چگالی احتمال واریانس (مربع داده های مربوط به نوسانات هفتگی) از یک توزیع نمایی با میانگین$2\lambda^2$ یا به عبارت دیگر $\sigma^2 \sim EXP\left(\frac{1}{2\lambda^2}\right)$ تبعیت می‌کند، برای بررسی فرضیه دوم پژوهش میتوان آزمون نیکویی برازش کلموگروف-اسمیرنوف را برای این توزیع نمایی به کار برد . با توجه به مندرجات جدول (۵)، از آن جایی که مقدار آماره آزمون از مقدار جدول بزرگتر نیست، لذا فرضیه صفر پذیرفته می‌شود و این بدین معناست که نوسانات بازده کل از توزیع $\eta(\sigma|\lambda)$ با پارامتر برآوردشده تبعیت می‌کنند.

**جدول ۵- نتیجه آزمون کلموگروف-اسمیرنوف برای فرضیه دوم**

| نتایج | نماد | مقدار |
|---|---|---|
| مقدار آماره آزمون | $D_i(T)$ | ۰.۰۲۷۲۹ |
| مقدار جدول | $D_i^{5\%}=1.36/\sqrt{T}$ | ۰.۰۴۹۹۶۵۷۴ |

منبع: یافته های پژوهشگر

برای درک بهتر، اقدام به رسم نمودار شده است. در شکل های ۷ و ۸ هیستوگرام نوسانات بازده کل و تابع چگالی $\eta(\sigma|\lambda)$ با پارامتر برآورد شده رسم شده است. این شکل به وضوح بیانگر پذیرش فرضیه دوم پژوهش است.
شکل ۷- نوسانات بازده کل(ناحیه قرمز رنگ) و تابع چگالی توزیع




**شکل ۸- هیستوگرام نوسانات بازده کل(ناحیه قرمز رنگ) و تابع چگالی توزیع $\eta(\sigma|\lambda)$ با پارامتر برآورد شده(خط ممتد)**

منبع: یافته های پژوهشگر

## نتیجه‌گیری

هدف این پژوهش، مدل‌سازی بازده کل بورس تهران براساس توزیع لاپلاس و بررسی تبعیت نوسانات بازده کل از توزیع $\eta(\sigma|\lambda) = \left(\frac{\sigma}{\lambda^2}\right) e^{-\frac{\sigma^2}{2\lambda^2}}$ طی یک دوره ۱۵ ساله بین سال‌های ۱۳۸۷ تا ۱۴۰۱ می‌باشد. متغیرهای این پژوهش شامل بازده کل روزانه و نوسانات هفتگی بازده کل، همانند پژوهش لیندن(۲۰۰۵) به ترتیب از طریق تغییرات شاخص کل روز جاری به روز قبل و انحراف‌معیار بازده کل در طی هر هفته(۵ روز کاری) محاسبه می گردد.

قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای به خصوص سهام، از مهمترین مسائل فراروی سرمایه‌گذاران و فعالان در بازار سرمایه است. لذا آنها علاقمند هستند، ضمن قیمت‌گذاری دقیق سهام، به برآورد بازده مورد انتظار خود بپردازند. با برآورد بازده سرمایه‌گذاری و ارائه مدل‌هایی برای آن، در واقع شرایط مطمئن‌تری در بازار سرمایه ایجاد شده و تصمیم‌گیری در امر سرمایه‌گذاری و تعیین پرتفوی موردنظر آسان می‌شود؛ که این امر به گسترش سرمایه‌گذاری در بازارهای مالی کمک خواهد کرد. سرمایه‌گذاران بی شماری نتیجه‌گیری کرده‌اند که بازار از جایگاه بی ثباتی به منظور

سرمایه‌گذاری برخوردار است. تغییرات شکل گرفته به صورت دوره‌های روزانه، فصلی و سالانه می‌تواند نمایشی بوده باشد؛ ولی در واقع این تغییرات برای سرمایه‌گذاران کسب مهارت و تجربه تولید بازده را می‌تواند همراه داشته باشد. تغییرات و نوسانات، قاعده‌ای از پراکندگی پیرامون میانگین بازده سهام است. بکارگیری انحراف معیار، یکی از روش‌های سنجش تغییرات و اندازه‌گیری نوسان می‌باشد و بیان کننده آن است که قیمت‌ها تا چه اندازه ای پیرامون میانگین پراکنده شده‌اند. نوسانات شاخص بازار سهام، معیاری است برای ریسک بازار و برآورد می‌کند، مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای که عامل تعیین‌کننده صرف سهام بازار، نوسانات شاخص بازار سهام است. در مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای فرض را بر نرمال بودن توزیع بازده ها می‌گذاریم و نتیجه می‌گیریم، معیار میانگین_واریانس می‌تواند در صورت ریسک گریز بودن سرمایه‌گذار با فرض نرمال بودن توزیع بازده ها یک قاعده بهینه برای تصمیم‌گیری باشد(شکرخواه و حقیقت، ۱۳۹۶). این در حالی است که ممکن است توزیع بازده کل و نوسانات آن، از توزیع نرمال تبعیت نکند. در صورت تایید چنین فرضیه‌ای، بازده موردانتظار پیش‌بینی‌شده توسط مدل‌هایی با پیش‌فرض نرمال‌بودن بازده کل و نوسانات آن، کارآیی چندانی در تصمیم‌گیری‌های مالی نخواهند داشت.

نتایج نشان می‌دهد که بازده روزانه کل از توزیع لاپلاس پیروی کرده؛ ولی نوسانات هفتگی بازدهی کل از توزیعی که براساس توزیع لاپلاس حاصل شده، تبعیت نمی‌کند. این یافته‌ها، بکارگیری مدل‌هایی با پیش‌فرض نرمال‌بودن بازده کل، جهت پیش‌بینی بازده سهام در بورس اوراق بهادار تهران را با چالشی اساسی مواجه ساخته و تعمیم پذیری معیار میانگین - واریانس از بین می رود. عدم کارآیی مدل قیمت گذاری دارایی سرمایه ای جهت پیش بینی بازده در بورس تهران در اکثر تحقیقات داخلی می تواند تائیدی بر یافته های این پژوهش باشد. از سوی دیگر، نتایج تحقیقات گذشته در آمریکا، ژاپن و سایر کشورهای پیشرفته حاکی از این است که این مدل توانایی لازم برای پیش‌بینی بازده سهام را ندارد. همبستگی و ارتباط بین نوسان پذیری و قیمت، بازدهی مرکب در یک چارچوب چنددوره‌ای، بدلیل مشکلات نمایندگی و بدهی های مجاز یا محدود، می‌توانند به عنوان دلایل احتمالی مشاهده چنین دستاوردی باشند.

**تعارض منافع :** "هیچ گونه تعارض منافع توسط نویسندگان بیان نشده است".

## فهرست منابع


۱) تک روستا، علی. مروت، حبیب، تک روستا، حسین. (۱۳۹۰)، مدل سازی نوسانات (تلاطم) بازده روزانه سهام در بورس اوراق بهادار تهران، اقتصاد پولی، مالی، ۱۸(۲)، صص ۸۶-۶۲.

۲) تهرانی، رضا. پورابراهیمی، محمدرضا. (۱۳۸۹). مدل سازی و پیش بینی نوسانات بازده در بورس اوراق بهادار تهران، تحقیقات مالی، ۱۲(۳۵)، صص ۳۳ تا ۳۴.

۳) جعفری، غلامرضا. (۱۳۸۸)، فیزیکدان ها در بازارهای مالی چه می کنند؟، انتشارات دانشکده فیزیک دانشگاه شهید بهشتی.

۴) شکرخواه، جواد . حقیقت، محمد. (۱۳۹۶). بررسی تاثیر گشتاورهای مرتبه بالا بر بازی هانیه آتی سهام با استفاده از مدل فاما مکبث، دانشکده علامه طباطبایی دانشکده مدیریت و حسابداری، پایان نامه.

۵) صاحبقرانی، امیرعباس. سجلاتی، هادی. (۱۴۰۱). بررسی ارتباط تجدید ارزیابی دارایی‌ها با نوسانات قیمت سهام و تحلیل رفتار سهامداران، قضاوت و تصمیم گیری در حسابداری، ۱(۲)، صص ۱۱۷-۱۴۲.

۶) عبده تبریزی، حسین. (۱۳۹۵)، فیزیک مالی(پیش بینی پیش بینی ناپذیرها: چگونگی تسلط علم بر وال استریت)، نشر نی، تهران، صص ۸۶-۷۵.

۷) عبدی، مجید؛ حسینی، سید عاطفه؛ غلام ابری، امیر. (۱۴۰۱). مدلسازی پیش‌بینی بازده سهام رویکردی جدید به مدلهای میانگین‌گیری پویای بیزین و پارامتر متغیر زمان، پیشرفت های مالی و سرمایه گذاری، ۳(۸)، ۱۳۸-۱۱۱.

۸) فیل سرائی، مهدی. (۱۴۰۲). کارایی مدیریت، تأخیر در تعدیل قیمت سهام و کارایی اطلاعاتی قیمت سهام', قضاوت و تصمیم گیری در حسابداری، ۲(۷) ،صص۴۳-۶۶.

۹) قائمی، محمد حسین. طوسی، سعید. (۱۳۸۵). بررسی عوامل موثر بر بازده سهام عادی شرکتهای پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران، مجله پیام مدیریت، شماره ۱۷ و ۱۸ ، صص ۱۵۹ -۱۷۵

۱۰) کریمی، زهرا. نصیرزاده، فرزانه. (۱۴۰۲). افشای مسئولیت اجتماعی،آگاهی‌بخشی قیمت سهام با تأکید بر نقش حاکمیت شرکتی، قضاوت و تصمیم گیری در حسابداری، ۲(۶)، صص ۱۹-۴۲.

۱۱) نیسی، عبدالساده. چمنی انباجی، رویا. شجاعی منش، لیلی. (۱۳۹۱). سه مدل اساسی در ریاضیات مالی، مدل‌سازی پیشرفته ریاضی. (۱)۲، صص ۹۶-۷۷.

12) Ball, P. (2016). Using physics to describe social phenomena can work, University of Chicago Press, available at http://nautil.us/issue 33.
13) Carroll, T. and Collins, J., (2006), Volatility models and the ISEQ index, working paper at site : euclid.ucc.ie/pages/staff/carroll/papers/iseqweb.pdf.
14) Chang, B. Y., Christoffersen, P. & Jacobs, K. (2013). Market Skewness Risk and the Cross section of Stock Returns. Journal of Financial Economics, (107):46–68.
15) Hooi, L. and Smyth, R. (2005), Do Asian Stock Markets Follow a Random Walk? ABERU Discussion Paper 11.
16) Linden, M. (2005), Estimating the distribution of volatility of realized stock returns and exchange rate changes Department of Business and Economics, University of Joensuu, Physica A, 352 (2005) 573–583
17) Mandelbrot, B., (1963). The variation of Certain Speculative Prices, Journal of Business, 36, 394-419.
18) Taylor. S., (1967), Modelling Financial Time Series, New York: Wiley. 2, 12-28.
19) Urbański, S; Zarzecki, D. (2022). The Fama-French model for estimating the cost of equity capital: The impact of real options of investment projects. Economic Systems, 46(1), 100874.

Judgment and Decision Making in Accounting
Vol. (3) Issue (9) Spring 2024
Abstract

https://doi.org/10.30495/jdaa.2023.2001323.1125

# stock return prediction models; Estimating the distribution of total market returns and its fluctuations based on the Laplace distribution

**Masoumeh Mohammadi Ledari** [1]
**Iman Dadashi** [2]

Received: 08 / December / 2023 Accepted: 30 / January / 2024

## Abstract

In most return forecasting models, the return of the total market is used as one of the factors affecting the return of securities. In most of these models, such as the pricing model of capital assets and Black-Scholes, the data distribution is assumed to be normal. This is while the distribution of the total return is not necessarily normal and often has a significant difference from the normal distribution. If such a hypothesis is confirmed, the expected return predicted by these models will not be very effective in financial decisions. The purpose of this research is to model the total return of Tehran Stock Exchange based on the Laplace distribution and examine the dependence of the total return fluctuations on the desired distribution. In order to examine the distribution of the total daily return and its weekly fluctuations, data related to a 15-year period between 1387 and 1401 and R statistical software were used. The data analysis showed that the total daily return followed the Laplace distribution and the weekly fluctuations of the total return followed the distribution obtained based on the Laplace distribution. These findings make the use of models with the assumption of normality of total return to predict stock returns in Tehran Stock Exchange a major challenge and are a clear proof of the ineffectiveness of these models. .

**Keywords:** return prediction model, total return, total return fluctuations, normal distribution, Laplace distribution.

[1] Department of Physics, Payam Noor University, Tehran. Iran. Mohammadil1@yahoo.com
[2] Department of Accounting, University of Qom, Qom, Iran (author and responsible). Idadashi@qom.ac.ir