



## ارزیابی کارایی مدل‌های سری زمانی و فازی در مدل‌سازی دبی ماهانه (مطالعه‌ی موردی: حوضه‌ی آبخیز کوه سوخته)

سودابه بهیان مطلق<sup>۱</sup>، افشین هنربخش<sup>۲\*</sup>، خدایار عبدالهی<sup>۳</sup>، مهدی پژوهش<sup>۴</sup>

- ۱- دانشجوی دکتری، آبخیزداری، دانشکده‌ی منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
  - ۲- دانشیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده‌ی منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
  - ۳- استادیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده‌ی منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
  - ۴- استادیار، گروه مرتع و آبخیزداری، دانشکده‌ی منابع طبیعی و علوم زمین، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران
- وصول مقاله: ۱۳۹۷/۰۹/۰۳      تأیید نهایی مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۲۵

### چکیده

تحلیل پدیده‌های هیدرولوژیکی با استفاده از سری زمانی از جمله موضوعات مهم در هیدرولوژی است. در تحقیق حاضر از مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی و مدل ARIMA برای شبیه‌سازی دبی ماهانه در حوضه‌ی آبخیز کوه سوخته استفاده گردید. طول دوره‌ی آماری ۲۵ سال در نظر گرفته شد. در مدل خود همبسته تجمعی میانگین متحرک، ابتدا شناسایی مدل و مرتبه‌ی آن و در مرحله‌ی بعد تخمین پارامترها و کفایت مدل مورد بررسی قرار گرفت. در مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی با در نظر گرفتن عدم قطعیت حاکم بر سیستم‌های طبیعی، از تابع عضویت مثلثی متقارن استفاده شد. جهت مقایسه‌ی کارایی دو مدل در پیش‌بینی دبی ماهانه، آمار هواشناسی و هیدرومتری مورد استفاده قرار گرفت. دبی ماهانه مدل‌سازی شده توسط مدل‌های ARIMA و رگرسیون کمترین مربعات فازی با استفاده از شاخص‌های مختلف از جمله شاخص نش- ساتکلیف با هم مقایسه شدند که مقدار آن به ترتیب ۰/۸۴ و ۰/۸۸ برای کارایی مدل‌ها به دست آمد که نشان‌دهنده‌ی کارایی بهتر رویکرد رگرسیون کمترین مربعات فازی در برآورد دبی با مقادیر زیاد، نسبت به مدل سری زمانی است. ولی مدل ARIMA در برآورد دبی با مقادیر کم، دقت بیشتری دارد.

**کلمات کلیدی:** ARIMA، رگرسیون کمترین مربعات فازی، مدل خود همبسته، مدل میانگین متحرک، مدل‌های استوکستیک.

## ۱- مقدمه

مطالعه‌ی پدیده‌های هیدرولوژیکی با استفاده از روش سری‌های زمانی به صورتی است که این پدیده‌ها از قوانین مشخصی پیروی نمی‌کنند و هدف آن‌ها پیش‌بینی بر اساس تحلیل اطلاعات گذشته سری زمانی است. تحلیل سری‌های زمانی هیدرولوژیکی یکی از ابزارهای آماری است که از دیدگاه اعداد، یک مکمل مفید برای ارزیابی رابطه‌های فیزیکی است که با فرآیندهای هیدرولوژیکی مرتبط هستند. سری‌های زمانی در مدل‌های آماری در مدل‌سازی حوادث مرتبط با علوم آب، شناسایی روند و تغییر جهت‌ها در داده‌های ثبت‌شده هیدرولوژی و یافتن داده‌های گم‌شده به کار رفته‌اند (سالاس<sup>۱</sup>، ۱۹۸۰: ۱۶).

روش‌های مختلفی برای مدل‌سازی جریان وجود دارد که در دو دسته روش‌های پردازش فرآیند و روش‌های پردازش داده قرار می‌گیرند. در روش‌های پردازش فرآیند، فرآیندهای دخیل در جریان را مانند یک سیستم در نظر می‌گیرند و دبی جریان را بر اساس فرآیندهای فیزیکی درون سیستم تقریب می‌زنند. روش‌های پردازش داده در مقابل روش‌های پردازش فرآیند قرار دارند، روش‌های جعبه‌ی سیاه هستند که ارتباط میان ورودی‌ها و خروجی‌ها بدون در نظر گرفتن فرآیندهای فیزیکی درون سیستم شناسایی می‌کند. مدل رگرسیون و مدل سری زمانی برگرفته از روش‌های پردازش داده هستند.

استفاده از روش‌های هیدرولوژیکی استوکستیک برای مدل‌سازی دبی جریان از سال ۱۹۶۲ هم‌زمان با معرفی مدل‌های آماری  $AR^2$ ,  $MA^3$ ,  $ARMA^4$ ,  $ARIMA^5$  آغاز گردید. مدل‌های سری زمانی موجود برای مدل‌سازی دبی جریان را می‌توان به‌طور کلی به دو گروه، مدل‌های تک‌متغیره و مدل‌های ترکیب‌شده با متغیرهای خارجی تقسیم‌بندی کرد.

---

1- Salas  
2- Auto regressive  
3- Moving average  
4- Auto regressive moving average  
5- Auto regressive integrated moving average

توماس و فایرینگ<sup>۱</sup> (۱۹۶۲: ۴۶۰) جزء اولین کسانی بودند که از مدل‌های خطی اتورگرسیو (تک‌متغیره) در تحلیل جریان‌های رودخانه استفاده کردند که پس از آن استفاده از مدل‌های سری زمانی در هیدرولوژی بسیار گسترش یافت ((هیپل و مک‌لئود<sup>۲</sup>، ۱۹۹۴: ۵۲)، (سالاس<sup>۳</sup>، ۱۹۸۰: ۱۶)) به طوری که محققان زیادی از مدل‌سازی سری زمانی در پیش‌بینی جریان ((جاویدی صباغیان و شریفی، ۱۳۸۸)، (احمدی و همکاران، ۱۳۹۳: ۹۴)، (خلقی و همکاران، ۱۳۸۸: ۱۷)، (وانگ و همکاران<sup>۴</sup>، ۲۰۰۵: ۹)، (توماس و همکاران<sup>۵</sup>، ۱۹۶۲: ۴۶۰)، (ولی‌پور و همکاران<sup>۶</sup>، ۲۰۱۲: ۳۳۲)) و پیش‌بینی خشک‌سالی و تغییرات اقلیمی ((دودانگه و همکاران، ۱۳۹۱: ۶۰)، (سن<sup>۷</sup>، ۱۹۹۸: ۱۷۲۶)، (باری<sup>۸</sup>، ۲۰۰۱: ۵۴۷)، (بذرافشان و همکاران، ۱۳۹۲: ۴۹۴)، (سلطانی گرد فرامرزی و همکاران، ۱۳۹۶: ۸۷)) از این مدل‌ها استفاده کرده‌اند.

آروموگام و سارانیا<sup>۹</sup> (۲۰۱۸: ۱۷۹۱) به منظور تشخیص داده‌های پرت و گمشده در مدل ARIMA فصلی یا SARIMA از داده‌های بارش استفاده نمودند. داده‌های مورد استفاده در این مطالعه، داده‌های سری زمانی ۲۰۰۶ تا ۲۰۱۶ بود. نتایج حاکی از یافتن روشی مناسب برای شناسایی داده‌های پرت و گمشده بود همچنین نشان‌دهنده‌ی مناسب بودن SARIMA برای پیش‌بینی بارش ماهانه بود. مدل ARIMA در شبیه‌سازی دبی جریان نیز مورد استفاده قرار گرفته است. میرزاپور و حیدری‌زادی کارایی مدل ARIMA فصلی در شبیه‌سازی دبی ماهانه‌ی رودخانه‌های کشکان و کاکارضا را بررسی نمودند. نتایج نشان‌دهنده‌ی شبیه‌سازی مناسب مدل در طول دوره‌ی کوتاه‌مدت ۱۲ ماهه برای هر دو رودخانه است، همچنین کارایی مدل در مناطق نیمه‌خشک نسبت به مناطق نیمه‌مرطوب

1- Thomas and Fiering

2- Hipel and McLeod

3- Salas

4- Wang et al.,

5- Thomas et al.,

6- Valipour et al.,

7- Sen

8- Barry

9- Arumugam and Saranya

بهتر بود (میرزاپور و حیدری زادی، ۱۳۹۵: ۲۵).

مطالعه‌ی دیگری با هدف پیش‌بینی جریان سالانه رودخانه با استفاده از مدل خود همبسته تجمعی میانگی متحرک و رگرسیون فازی انجام شد. نتایج نشان دادند که در بین روش‌های تخمین پارامترها، روش درست‌نمایی غیرشرطی به‌عنوان روش کارآمد در تخمین پارامترهای مدل ARIMA می‌باشد. مقایسه دو مدل ARIMA و رگرسیون فازی دلالت بر عملکرد بهتر رگرسیون فازی نسبت به مدل ARIMA داشت (پرویز و همکاران، ۱۳۸۸: ۶۶).

روش دیگر برگرفته از روش پردازش داده، روش رگرسیون فازی است که نظریه مجموعه‌های فازی توسط پرفسور لطفی زاده<sup>۱</sup> در سال ۱۹۶۵ ابداع شد (۱۹۹۶: ۳۹۴). این نظریه مفاهیم و متغیرهای نادقیق و مبهم را به شکل ریاضی درمی‌آورد (مؤمنی، ۱۳۸۷).

رگرسیون فازی اولین بار توسط تاناکا و همکاران<sup>۲</sup> (۱۹۸۲: ۹۰۴) با عنوان رگرسیون امکانی مورد بررسی قرار گرفت. مقایسه‌ی رگرسیون فازی و رگرسیون معمولی توسط چنگ و ایوب<sup>۳</sup> (۲۰۰۱: ۱۸۸) نیز انجام گرفت که نشان‌دهنده‌ی برتری رگرسیون فازی است. رگرسیون کمترین مربعات فازی از نظریه‌هایی است که نخستین بار توسط کلیمنس<sup>۴</sup> (۱۹۸۷: ۲۴۶) و دیاموند<sup>۵</sup> (۱۹۸۷: ۳۳۰) مورد استفاده قرار گرفت.

متین‌زاده و همکاران (۱۳۹۰: ۱۸۰)، شایان‌نژاد و همکاران (۱۳۸۶: ۱۱) و اسریرام و راشمی<sup>۶</sup> (۲۰۱۴: ۲۲۷۰) در برآورد تبخیر و تعرق، فراهی و همکاران (۱۳۹۰: ۱۱) و مبارکی و همکاران (۱۳۹۲: ۷۳) در برآورد رسوب و همچنین نوری و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۰۸: ۲۸۵۲) و پرویز و همکاران (۱۳۸۸: ۶۸) در برآورد دبی از رگرسیون فازی استفاده کردند که نشان‌دهنده‌ی دقت بالای مدل رگرسیون فازی است. در سیستم‌های طبیعی، مدل‌های

1- Zadeh

2- Tanaka et al.,

3- Chang and Ayyub

4- Clemins

5- Diamond

6- Sriram. and Rashmi

7- Noury et al.,

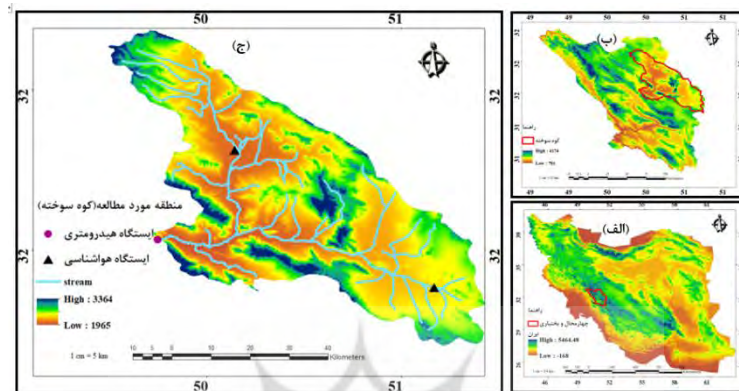
مبتنی بر نظریه مجموعه‌های فازی قادر به ارائه الگوی مناسب‌تری هستند، به‌طوری‌که انطباق بیشتری با دنیای واقعی دارند؛ بنابراین در این مطالعه از رگرسیون کمترین مربعات فازی به‌منظور برآورد شبیه‌سازی دبی استفاده گردید.

استفاده از هر دو مدل فازی و سری زمانی در مدل‌سازی دبی در تحقیقات انجام‌شده، نشان‌دهنده‌ی نتایج خوب برآورد دبی است. هدف این تحقیق بررسی عملکرد دو مدل سری زمانی (ARIMA) و رگرسیون کمترین مربعات فازی با تابع عضویت مثلثی متقارن در مدل‌سازی دبی جریان رودخانه است. دلیل استفاده از مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی، توجه به عدم قطعیت در ساختار مدل دبی جریان است. با توجه به پیشینه‌ی تحقیق از روش رگرسیون کمترین مربعات فازی در مدل‌سازی جریان استفاده‌نشده و همچنین مقایسه‌ای بین این مدل و مدل سری زمانی صورت نگرفته است با توجه به اینکه هر دو مدل از نوع جعبه سیاه هستند، بر آن شدیم که در مطالعه‌ی حاضر از این دو مدل استفاده نماییم.

## ۲- مواد و روش

### منطقه‌ی مورد مطالعه

این مطالعه با هدف شبیه‌سازی دبی‌های متوسط ماهانه حوضه‌ی آبخیز کوه سوخته، صورت گرفت. این حوضه در شهرستان‌های شهرکرد، بروجن و کیار در استان چهارمحال و بختیاری قرار می‌گیرد و بین ۵۰ درجه و ۴۰ دقیقه تا ۵۱ درجه و ۲۰ دقیقه طول جغرافیایی شرقی تا ۳۱ درجه و ۲۰ دقیقه و ۳۲ درجه عرض جغرافیایی شمالی واقع شده است. مساحت منطقه‌ی مورد مطالعه ۲۷۸۳ کیلومترمربع، کمترین ارتفاع در منطقه ۱۷۰۵ متر و بیشترین ارتفاع ۳۳۹۸ متر و متوسط شیب منطقه ۱۹٪ است. اطلاعات مورد استفاده به‌صورت ماهانه و میانگین ۲۵ سال (داده‌های مشترک از سال ۷۱ تا ۹۵) است. داده‌های بارش، دبی و تبخیر از ایستگاه‌های آب منطقه‌ی استان چهارمحال و بختیاری دریافت گردید. آمار دبی سالانه از ایستگاه‌های هیدرومتری خراجی، تنگ دهنو و کوه‌سوخته و داده‌های هواشناسی از ایستگاه‌های راستاب، بهشت‌آباد و اورگان استخراج گردید.



شکل (۱) (الف) - موقعیت جغرافیایی استان چهارمحال و بختیاری در کشور. (ب) - موقعیت حوزه کوه سوخته در استان. (ج) - مشخصات حوزه کوه سوخته.

Fig (1) (a) The location of Chaharmahal and Bakhtiari Province in the country. (b) The location of Kohsukhteh Watershed in the province. (c) Characteristics of Kohsukhteh Watershed

### روش تحقیق

- مدل خود همبسته میانگین متحرک تجمعی

مدل ARIMA به مدل سازی اجزاء خود همبسته و تصادفی می پردازد و با  $ARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_w$  نشان داده می شود و قابل ذکر است که مقادیر نمی تواند منفی باشد. مدل ARIMA فرم خاصی از مدل ARMA است که از آن برای سری های ناپایستا استفاده می شود. در روش های تصادفی، داده ها باید به مؤلفه ی روند، مؤلفه ی تناوب، مؤلفه ی خود همبسته و مؤلفه ی تصادفی تفکیک می شوند. مؤلفه های روند و تناوب باعث ناپایستا شدن سری زمانی می شود که باید از سری حذف گردند. در مدل ARIMA، این مؤلفه ها با تفاضل گیری حذف می شوند تا سری زمانی پایستا شود. با توجه به پیش فرض اولیه این روش در تبعیت متغیرهای تصادفی از توزیع های نرمال در مدل ARIMA داده ها باید از توزیع نرمال پیروی کند (سالاس، ۱۹۸۰). به منظور نرمال سازی انحراف معیار از

تبدیل باکس-کاکس استفاده شد (باکس و پیرس<sup>۱</sup>، ۱۹۷۰).

- شناسایی نوع و مرتبه مدل و بررسی مدل‌های سری زمانی

به منظور تعیین نوع و مرتبه‌ی مدل ابتدا روی نمودار تابع خودهمبستگی (ACF<sup>۲</sup>) و نمودار PACF<sup>۳</sup> قضاوت نمود. در این روش با تشخیص مرتبه‌های مدل، نمایی از شکل مدل مشخص می‌شود و سپس با تابع خودهمبستگی به دست‌آمده پارامترهای مدل تعیین می‌شوند. نمودارهای تابع خودهمبستگی (ACF) با تأخیر  $k$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\rho_k = \frac{\sum_{i=1}^{n-k} (z_i - \bar{z})(z_{i+k} - \bar{z})}{\sum_{i=1}^n (z_i - \bar{z})^2} \quad -1 \leq \rho_k \leq 1 \quad (1)$$

در اینجا  $\rho_k$ ، مقدار تابع خودهمبستگی سری زمانی با تأخیر  $z_i$  و  $z_{i+k}$  مقادیر متغیرها یا داده‌های سری زمانی در مرحله زمانی  $i$  و مرحله با تأخیر  $k$  و  $\bar{z}$  مقدار میانگین دبی متغیرها است.

روش دیگر بیان وابستگی زمانی سری زمانی، تعریف تابع خودهمبستگی جزئی است. اگر  $\phi_k$  تابع خودهمبستگی جزئی با تأخیر  $k$  باشد، رابطه تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) به صورت رابطه زیر نشان داده می‌شود:

$$\phi_k(k) = \frac{\rho_k - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_{k-1}}{1 - \sum_{i=1}^{k-1} \phi_i(k-1)\rho_i} \quad (2)$$

در اینجا  $\phi_k$ ، مقدار تابع خودهمبستگی جزئی سری زمانی با تأخیر  $k$  است.

- تخمین پارامترها و کفایت مدل

بعد از انتخاب مدل مناسب به همراه مرتبه آن، در مرحله‌ی بعد تخمین پارامترهای مدل انتخاب‌شده و نیز محاسبه‌ی مقادیر باقیمانده که از توزیع نرمال با میانگین صفر تبعیت می‌کنند و با استفاده از داده‌های چندساله و قرار دادن در رابطه‌ی زیر، مقادیر دبی

1- Box and Pierce

2- Autocorrelation function

3- Partial autocorrelation function

شبیه‌سازی شده به دست می‌آید. قبل از شبیه‌سازی، داده‌ها به داده نرمال تبدیل می‌شود.

$$\phi_p(B)(1-B)^d Z_t = \theta_0 + \theta_q(B) \quad (3)$$

$Z_t$ : دبی مشاهده‌ای  $\varepsilon_t$ : سری تصادفی با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_\varepsilon^2$ .  $\Phi_i$ : پارامترهای مدل خود همبسته،  $\theta_i$ : پارامترهای مدل میانگین متحرک،  $p$ : مرتبه مربوط به مدل خود همبسته،  $q$ : مرتبه مربوط به مدل میانگین متحرک،  $d$ : مرتبه مربوط به تفاضل،  $B$ : عملگر پس‌رو.

- محاسبه‌ی روابط مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی

در این روش متغیر وابسته (دبی)، به صورت فازی و مشاهدات مربوط به متغیرهای مستقل (بارش، تبخیر، جذر شیب، زمان تأخیر)، به صورت غیر فازی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. آنگاه بر پایه این نوع داده‌ها و در نظر گرفتن ۲۰ درصد خطای اندازه‌گیری متغیر وابسته یک مدل با ضرایب فازی به داده‌ها برازش داده می‌شود.

- داده‌های مورد استفاده در مدل

بر اساس داده‌های مشاهده‌ای ماتریس مشاهدات، ماتریس  $A$  به دست آمد. ماتریس‌های  $s$  و  $y$  و همچنین ماتریس‌های  $a$  و  $\sigma$  طبق رابطه‌ی زیر محاسبه گردید:

$$y = \left( \sum_{i=1}^m y_i x_{i0}, \sum_{i=1}^m y_i x_{i1}, \dots, \sum_{i=1}^m y_i x_{in} \right)^T \quad (4)$$

$$s = \left( \sum_{i=1}^m s_i x_{i0}, \sum_{i=1}^m s_i x_{i1}, \dots, \sum_{i=1}^m s_i x_{in} \right)^T \quad (5)$$

اگر  $\text{Rank}(x) = n+1$ ، آنگاه ماتریس  $A$ ، معین مثبت است؛ بنابراین و با توجه به اینکه اگر  $A$  معین مثبت باشد دارای معکوس  $A^{-1}$  است، روابط (۶) دارای جواب یکتا به صورت زیر هستند.

$$a = A^{-1}y \quad , \quad \sigma = A^{-1}s \quad (6)$$



برای به دست آوردن مدل بهینه، ابتدا ماتریس  $X$  (مشاهدات)، ماتریس  $A$  و بردارهای  $s$  و  $y$  را تعریف می‌کنیم که  $X$ : مقادیر متغیرها،  $y$ : مقادیر رسوب مشاهده‌ای و  $s$ : پهنای باند فازی است که مقدار آن  $0.2$  مقدار دبی مشاهده‌ای در نظر گرفته می‌شود.

### - شرح کار مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی در حوضه

با توجه به ماتریس  $X$ ، ابتدا ماتریس مشاهدات (ماتریس  $X$ ) برای حوضه محاسبه می‌شود. ماتریس یک برای این که ماتریس مشاهدات به شکل مربعی درآید، اضافه شده است. اساس انتخاب پارامترهای مورد استفاده در مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی دو رابطه‌ی مانینگ ( $Q \cong \frac{1}{n} AR^{\frac{2}{3}} S^{\frac{1}{2}}$ ) و رابطه برآورد رواناب از روش شماره‌ی منحنی ( $R \cong \frac{(P0.2S)^2}{(P. 0.8S)}$ ) است.

$$X = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ 1 & x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ 1 & x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \\ 1 & x_{51} & x_{52} & x_{53} & x_{54} \\ 1 & x_{61} & x_{62} & x_{63} & x_{64} \\ 1 & x_{71} & x_{72} & x_{73} & x_{74} \\ 1 & x_{81} & x_{82} & x_{83} & x_{84} \\ 1 & x_{91} & x_{92} & x_{93} & x_{94} \\ 1 & x_{101} & x_{102} & x_{103} & x_{104} \\ 1 & x_{111} & x_{112} & x_{113} & x_{114} \\ 1 & x_{121} & x_{122} & x_{123} & x_{124} \end{pmatrix} \quad (7)$$

$x_{11}$ : بارش برحسب میلی‌متر در ماه اول سال زراعی،  $x_{21}$ : بارش برحسب میلی‌متر در ماه دوم سال زراعی،... و  $x_{121}$ : بارش برحسب میلی‌متر در ماه دوازدهم سال زراعی. این داده‌ها از میانگین داده‌های ۲۵ ساله از ایستگاه‌های هواشناسی مطابق شکل (۱) به دست آمد.

$x_{12}$ : تبخیر برحسب میلی‌متر در ماه اول سال زراعی،  $x_{22}$ : تبخیر برحسب میلی‌متر در ماه دوم سال زراعی،... و  $x_{122}$ : تبخیر برحسب میلی‌متر در ماه دوازدهم سال زراعی. این داده‌ها از میانگین داده‌های ۲۵ ساله از ایستگاه‌های هواشناسی مطابق شکل (۱) به دست آمد.

$x_{13}$ : زمان تأخیر برحسب ساعت در ماه اول سال زراعی،  $x_{23}$ : زمان تأخیر برحسب ساعت در ماه دوم سال زراعی،... و  $x_{123}$ : زمان تأخیر برحسب ساعت در ماه دوازدهم سال زراعی. زمان تأخیر از روی

هیدروگرافهای مشاهده‌ای به دست آمد. زمان تأخیر از روی هیدروگرافهای مشاهده‌ای برای هر زیر حوضه به دست آمد. جذر شیب و زمان تأخیر در هر ماه از طریق معادله موج سینماتیک  $(\frac{\bar{T}^{0.3}}{T^{0.3}})X$  محاسبه گردید و بر اساس داده‌های مشاهده‌ای ماتریس مشاهدات و ماتریس A طبق روابط زیر به دست آمد.

$x_{14}$ : جذر شیب در ماه اول سال زراعی،  $x_{24}$ : جذر شیب در ماه دوم سال زراعی، ... و  $x_{124}$ : جذر شیب در ماه دوازدهم سال زراعی. سپس با استفاده از ماتریس مشاهدات، ماتریس A محاسبه گردید. در رابطه‌ی (۸)  $T$ ، ترانهاده و  $X$ ، ماتریس  $X$  است. بعد از محاسبه‌ی ماتریس  $A$  بردار  $y$  (مقادیر دبی مشاهده‌ای) برای حوضه محاسبه گردید.

$$A = X^T X = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^5 x_{i0}x_{i0} & \sum_{i=1}^5 x_{i1}x_{i0} & \dots & \sum_{i=1}^5 x_{in}x_{i0} \\ \sum_{i=1}^5 x_{i0}x_{i1} & \sum_{i=1}^5 x_{i1}x_{i1} & \dots & \sum_{i=1}^5 x_{in}x_{i1} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \sum_{i=1}^5 x_{i0}x_{i5} & \sum_{i=1}^5 x_{i1}x_{i5} & \dots & \sum_{i=1}^5 x_{i5}x_{i5} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$y = \left( \sum_{i=1}^{12} y_i x_{i0}, \sum_{i=1}^{12} y_i x_{i1}, \sum_{i=1}^{12} y_i x_{i2}, \sum_{i=1}^{12} y_i x_{i3}, \sum_{i=1}^{12} y_i x_{i4} \right)^T \quad (9)$$

در رابطه‌ی (۹)  $y_i$ ، مقادیر دبی واقعی در هر یک از ماه‌های سال،  $x_1$ ، بارش در هر یک از ماه‌های سال،  $x_2$ ، تبخیر و تعرق در هر یک از ماه‌های سال،  $x_3$ ، زمان تأخیر در هر یک از ماه‌های سال،  $x_4$ ، جذر شیب در هر یک از ماه‌های سال و  $T$ ، علامت ترانهاده است. سپس با توجه به رابطه‌ی (۱۰) بردار  $s$  برای حوضه محاسبه می‌گردد.

$$s = \left( \sum_{i=1}^{12} s_i x_{i0}, \sum_{i=1}^{12} s_i x_{i1}, \sum_{i=1}^{12} s_i x_{i2}, \sum_{i=1}^{12} s_i x_{i3}, \sum_{i=1}^{12} s_i x_{i4} \right)^T \quad (10)$$

در رابطه‌ی (۱۰)  $s$  پهنای باند فازی است که مقدار آن  $0.2$  (۲۰ درصد احتمال خطا) مقدار ارتفاع دبی مشاهده‌ای در نظر گرفته می‌شود و بقیه‌ی متغیرها همان متغیرهای روابط قبل می‌باشند.

در مرحله‌ی بعد با توجه به رابطه‌ی (۵) برای زیرحوضه‌ها محاسبه گردید. در نهایت مدل بهینه برازشی بر داده‌ها طبق رابطه‌ی (۴) و ماتریس  $a$  و  $\sigma$  به صورت رابطه‌ی زیر است.

$$\bar{Y} = [a_0, \sigma_0]^T + [a_1, \sigma_1]^T x_1 + [a_2, \sigma_2]^T x_2 + [a_3, \sigma_3]^T x_3 + [a_4, \sigma_4]^T x_4 \quad (11)$$

$\bar{Y}$ : ارتفاع دبی برآوردی از مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی،  $x_1$ : بارش در هر یک از ماه‌های سال،  $x_2$ : تبخیر در هر یک از ماه‌های سال،  $x_3$ : زمان تأخیر در هر یک از ماه‌های سال،  $x_4$ : جذر شیب در هر یک از ماه‌های سال است.

#### - ارزیابی کارایی مدل‌ها

برای ارزیابی عملکرد از شاخص Nash-Sutcliffe به عنوان معیاری برای سنجش تفاوت میان داده‌های مشاهده‌ای و شبیه‌سازی شده استفاده شد که هرچه مقدار این شاخص به یک نزدیک‌تر باشد داده‌های شبیه‌سازی شده به داده‌های مشاهده‌ای شباهت بیشتری دارند.

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2} \quad (12)$$

تفاوت میان مقدار پیش‌بینی شده توسط مدل با مقدار واقعی نیز ابزار خوبی برای مقایسه خطاهای پیش‌بینی توسط یک مدل است. این تفاوت‌های مجزا را مانده‌ها می‌نامند و خطای جذر میانگین مربعات در یک عدد به عنوان شاخصی برای مقایسه نسبی مدل‌ها کاربرد دارد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (O_i - p_i)^2}{n}} \quad (13)$$

در روابط فوق NSE شاخص Nash-Sutcliffe،  $O_i$  داده‌های مشاهده‌ای،  $\bar{O}$  میانگین داده‌های مشاهده‌ای،  $P_i$  داده‌های شبیه‌سازی شده،  $n$  تعداد داده‌ها است.

### ۳- بحث و نتایج

نرمال بودن داده‌ها به این دلیل که تئوری سری‌های زمانی بر اساس نرمال بودن داده‌ها توسعه یافته، اهمیت دارد. در صورت نرمال نبودن داده‌ها می‌توان از یکی از روش‌های موجود داده‌ها را نرمال نمود، در این مطالعه از روش باکس کاکس استفاده گردید. مرحله‌ی بعد در آنالیز سری‌های زمانی، تعیین مؤلفه روند و حذف آن در جهت ایستا کردن داده‌ها است. نرم‌افزار برای تعیین مؤلفه‌ی روند یک خط را بر داده‌ها برازش می‌دهد که شیب این خط برابر مؤلفه‌ی روند می‌باشد. در صورتی که شیب این خط صفر باشد و خط افقی باشد داده‌ها فاقد مؤلفه‌ی روند بوده و ایستا می‌باشند. در پژوهش حاضر یک‌بار تفاضل‌گیری جهت تبدیل سری زمانی نایستا به سری زمانی ایستا کافی بود. مرحله بعدی شناسایی مرتبه‌ی مدل با استفاده از نمودارهای تابع خودهمبستگی (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی (PACF) است. ACF مقدار میانگین متحرک (MA) و PACF مقدار اتورگرسیو (AR) را پیشنهاد کرد؛ بنابراین ترکیبی از MA و AR برای مدل‌سازی این سری پیشنهاد گردید.

پارامترهای مدل انتخاب شده با استفاده از نرم‌افزار MINITAB بر پایه‌ی اطلاعات مستخرج از PACF و ACF محاسبه گردید. خطای استاندارد پارامترهای مدل منتخب مطابق جدول (۱) کوچک بوده و مشخص‌کننده استفاده از پارامترها در مدل‌سازی است. با توجه به جدول (۱) و جدول (۳)، برترین مدل  $ARIMA(211)(111)$  تعیین گردید.

رگرسیون کمترین مربعات فازی

- مدل بهینه برازش داده‌شده بر داده‌های حوزه

$$\hat{Y} = (3.42.0.009) + (75.52.15.75)x_1 - (14.11)x_2 + (0.011.0.1)x_3 + (9.25.4.78)x_4 \quad (14)$$

در این رابطه‌ها  $\hat{Y}$  ارتفاع دبی برآوردی مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی ( $m^3/s$ )،  $x_1$  بارش ( $mm$ ) در هر ماه سال  $x_2$  تبخیر ( $mm$ ) در هر ماه سال  $x_3$  زمان تأخیر (دقیقه) در هر ماه سال و  $x_4$  جذر شیب در هر ماه سال است.

دبی برآوردی

جدول (۱) پارامترهای مدل‌های ARIMA  
Tab (1) Parameters of ARIMA model

| مدل استوکستیک                 | پارامتر     | مقدار پارامتر | خطای استاندارد | T-Ratio  | P     |
|-------------------------------|-------------|---------------|----------------|----------|-------|
| ARIMA(۱۱۱)(۱۰۲) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | ۰/۵۰۵۸        | ۰/۰۷۶۴         | ۶/۶۲     | ۰     |
|                               | $\phi_1$    | -۰/۹۸۴۳       | ۰/۰۴۶          | -۲۱/۳۹   | ۰     |
|                               | $\theta_1$  | ۱/۰۱۰۹        | ۰/۰۰۰۱         | ۸۱۵۸/۲۲  | ۰     |
|                               | $\Theta_1$  | -۱/۲۴۱        | ۰/۰۹۸۵         | -۱۲/۵۹   | ۰     |
|                               | $\Theta_2$  | -۰/۳۰۷۸       | ۰/۰۸۶۱         | -۳/۵۸    | ۰     |
| ARIMA(۱۱۱)(۱۰۱) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | ۰/۳۶۰۳        | ۰/۰۸۲۸         | ۴/۳۵     | ۰     |
|                               | $\phi_1$    | -۰/۴۸۶۱       | ۰/۰۷۷۷         | -۶/۲۶    | ۰     |
|                               | $\theta_1$  | ۰/۹۸۹۷        | ۰/۰۰۷۱         | ۱۳۹/۳۹   | ۰     |
| ARIMA(۱۱۱)(۰۰۰) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | ۰/۶۰۱۸        | ۰/۰۶۷۸         | ۸/۸۷     | ۰     |
|                               | $\theta_1$  | ۱/۰۰۸۱        | ۰/۰۰۰۱         | ۱۱۴۸۱/۵۴ | ۰     |
| ARIMA(۱۰۱)(۱۱۱) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | ۰/۶۰۲         | ۰/۲۰۱          | ۲/۹۹     | ۰/۰۰۳ |
|                               | $\phi_1$    | -۰/۴۸۴۶       | ۰/۰۸۶۸         | -۵/۵۸    | ۰     |
|                               | $\theta_1$  | ۰/۲۹۰۳        | ۰/۲۴۱          | ۱/۲      | ۰/۲۳۱ |
|                               | $\Theta_1$  | ۱/۰۴۰۳        | ۰/۰۶۰۳         | ۱۷/۲۵    | ۰     |
| ARIMA(۲۱۱)(۱۱۱) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | -۰/۵۵۰۱       | ۰/۳۹۲۴         | -۱/۴     | ۰/۱۶۳ |
|                               | $\varphi_2$ | -۰/۲۶۴۱       | ۰/۱۲۴۹         | -۲/۱۱    | ۰/۰۳۶ |
|                               | $\phi_1$    | -۰/۰۷۲۴       | ۰/۰۹۵۱         | -۰/۷۶    | ۰/۴۴۸ |
|                               | $\theta_1$  | -۰/۲۱۹۹       | ۰/۴۰۴۴         | -۰/۵۴    | ۰/۵۸۷ |
|                               | $\Theta_1$  | ۰/۹۴۳۱        | ۰/۰۵۴۵         | ۱۷/۳     | ۰     |
| ARIMA(۱۱۲)(۱۰۱) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | ۰/۳۳۰۵        | ۰/۱۰۹          | ۳/۰۳     | ۰/۰۰۳ |
|                               | $\phi_1$    | ۱/۰۰۵۴        | ۰/۰۱۳۸         | ۷۲/۷۴    | ۰     |
|                               | $\theta_1$  | ۰/۹۰۰۳        | ۰/۰۹۵۸         | ۹/۴      | ۰     |
|                               | $\theta_2$  | ۰/۰۴۶۸        | ۰/۰۸۹۴         | ۰/۵۲     | ۰/۶۰۲ |
|                               | $\Theta_1$  | ۰/۹۵۹۳        | ۰/۰۶۴۲         | ۱۴/۹۴    | ۰     |
| ARIMA(۲۲۲)(۱۰۱) <sub>۱۲</sub> | $\varphi_1$ | -۰/۹۰۵۹       | ۰/۱۲۴۳         | -۷/۲۹    | ۰     |
|                               | $\varphi_2$ | -۰/۱۰۲۴       | ۰/۰۹۴۱         | -۱/۰۹    | ۰/۲۷۸ |
|                               | $\phi_1$    | -۰/۳۶۲۵       | ۱/۲۹۶          | -۰/۲۸    | ۰/۷۸۰ |
|                               | $\theta_1$  | ۰/۱۷۴۵        | ۰/۱۳           | ۱/۳۴     | ۰/۱۸۲ |

| ادامه ی جدول (۱) پارامترهای مدل های ARIMA |            |         |         |       |        |
|---|------------|---------|---------|-------|--------|
|   | $\theta_2$ | ۰/۸۴۸۵  | ۰/۰۱۴۹  | ۵۷/۰۶ | ۰      |
|   | $\theta_1$ | -۰/۴۱۷۹ | ۱/۲۵۹   | -۰/۳۳ | ۰/۷۴۰  |
| ARIMA(۱۰۲)(۱۰۲) <sub>۱۲</sub>             | $\phi_1$   | ۰/۵۷۳۴  | ۰/۰۲۸۷۶ | ۱/۹۹  | ۰/۰۴۸  |
|   | $\phi_1$   | ۰/۸۰۷۱  | ۰/۰۱۴۱  | ۵/۷۲  | ۰      |
|   | $\theta_1$ | ۰/۱۰۰۹  | ۰/۰۳۰۴۸ | ۰/۳۳  | ۰/۷۴۱  |
|   | $\theta_2$ | ۰/۰۳۷۱  | ۰/۰۱۷۰۴ | ۰/۲۲  | ۰/۸۲۸  |
|   | $\theta_1$ | ۰/۶۱۱۶  | ۰/۱۶۷۷  | ۳/۶۵  | ۰      |
|   | $\theta_2$ | -۰/۵۷۴  | ۰/۱۰۷۴  | -۰/۵۱ | ۰/۶۱۲  |
| ARIMA(۲۲۲)(۲۰۲) <sub>۱۲</sub>             | $\phi_1$   | -۰/۹۹۶۳ | ۰/۲۵۷۴  | -۳/۸۷ | ۰      |
|   | $\phi_2$   | -۰/۳۴۳۴ | ۰/۰۸۷۴  | -۲/۷۸ | ۰/۰۰۶  |
|   | $\phi_1$   | ۰/۵۷۷۱  | ۰/۶۶۰۷  | ۰/۸۷  | -۰/۳۸۴ |
|   | $\phi_2$   | ۰/۴۲۰۱  | ۰/۶۶۴۲  | ۰/۶۳  | ۰/۵۲۸  |
|   | $\theta_1$ | ۰/۲۰۳۳  | ۰/۲۳۹۹  | ۰/۸۵  | -۰/۳۹۸ |
|   | $\theta_2$ | ۰/۷۵۵۲  | ۰/۲۷۵۶  | ۲/۷۴  | ۰/۰۰۷  |
|   | $\theta_1$ | ۰/۶۳۵۵  | ۰/۶۷۶۸  | ۰/۹۴  | -۰/۳۴۹ |
|   | $\theta_2$ | ۰/۳۸۷۲  | ۰/۶۷۱۵  | ۰/۴۳  | ۰/۶۷۰  |

مقدار دبی برآوردی حوضه با استفاده از مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی محاسبه گردید و نتایج دبی برآوردی حوضه در جدول (۲) نشان داده شده است. همان طور که در جدول (۲) مشاهده می گردد، پارامترهای محاسبه شده در مدل های فازی مقدار مرکزی و درجه ی ابهام و یا عدم قطعیت امکانی دارند که پهنای چپ ابهام دربرگیرنده ی مقادیر کوچک تر دبی و پهنای راست ابهام دربرگیرنده ی مقادیر بزرگ تر دبی است.

شکل (۴) جریان ماهانه شبیه سازی شده توسط مدل های ARIMA و رگرسیون کمترین مربعات فازی را نشان می دهد. از مدل های سری زمانی در پیش بینی جریان نیز مورد استفاده قرار می گیرد ولی در این مطالعه هدف ما شبیه سازی جریان است. همان گونه که در شکل نمایش داده شده است، مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی در شبیه سازی دبی های با مقادیر بالا توانایی بهتری دارد.

در روش رگرسیون کمترین مربعات فازی، دبی برآوردی در ماه‌های بهمن و اسفند کمترین اختلاف را با دبی مشاهده‌ای دارد. به بیان دیگر مدل دبی‌های اوج را به خوبی شبیه‌سازی کرده است.

#### - ارزیابی کارایی نتایج و اعتبارسنجی

در مطالعه‌ی حاضر محاسبات بر اساس داده‌های ۲۵ ساله (۱۳۷۰-۱۳۹۵) صورت گرفت و ۵ سال پایانی (۱۳۹۰-۱۳۹۵) برای اعتبارسنجی استفاده گردید. به منظور ارزیابی کارایی نتایج مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی از دو آماره‌ی Nash-Sutcliffe و RMSE استفاده گردید. داده‌های مدنظر برای صحت‌سنجی در مدل‌های حاصل اعمال گردید که نتایج، مطابق جدول (۳) است.

جدول (۲) دبی برآوردی حوزه‌ی کوه سوخته با استفاده از رگرسیون کمترین مربعات فازی

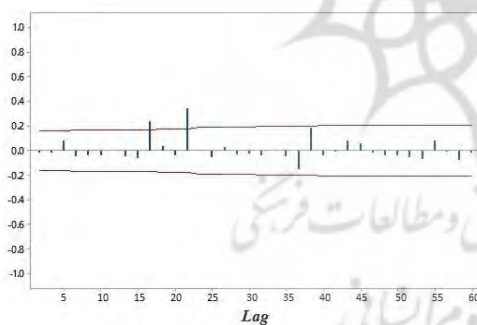
Tab (2) Estimated discharge of Kohsukhteh Watershed using fuzzy least squares regression

| ماه‌های سال | $X_1^a$ | $X_2^b$ | $X_3^c$ | $X_4^d$ | دبی برآورد شده ( $m^3/s$ ) | ابهام |
|-------------|---------|---------|---------|---------|----------------------------|-------|
| ۱           | ۰/۰۰۰۱۵ | ۰/۲۶۴   | ۵۴/۴۷   | ۰/۰۳    | ۸/۰۳                       | ۰/۰۱۳ |
| ۲           | ۰/۰۰۰۲۸ | ۰/۲۴۶   | ۴۵/۵۱   | ۰/۰۳۲   | ۷/۷۱                       | ۰/۰۱۴ |
| ۳           | ۰/۰۰۱۳۸ | ۰/۲۲۳   | ۲۸/۳۲   | ۰/۰۳۴   | ۷/۳۰                       | ۰/۲   |
| ۴           | ۰/۰۴۹۱۳ | ۰/۱۱۶   | ۹/۶۹    | ۰/۱     | ۹/۷۹                       | ۱/۱۸  |
| ۵           | ۰/۰۷۰۳  | ۰/۰۵۳   | ۸/۷۱    | ۰/۱۹    | ۱۱/۳۲                      | ۱/۸   |
| ۶           | ۰/۰۶۰۷  | ۰/۰۶۰۳  | ۹/۱۰۲   | ۰/۱۶۱   | ۱۰/۴۳                      | ۱/۷   |
| ۷           | ۰/۰۵۱۹  | ۰/۱۰۸   | ۹/۵۳۵   | ۰/۱۰۸   | ۹/۹۶                       | ۱/۶   |
| ۸           | ۰/۰۴۶۶  | ۰/۲۰۰۲  | ۹/۸۴۷   | ۰/۰۴۶   | ۱۰/۲۹                      | ۰/۹۴  |
| ۹           | ۰/۰۱۸۳  | ۰/۲۲۳۲  | ۱۳/۰۳۴  | ۰/۰۳۴   | ۸/۴۰                       | ۰/۳۸  |
| ۱۰          | ۰/۰۰۱۰۷ | ۰/۲۲۳۸  | ۳۰/۵۷   | ۰/۰۳۳   | ۷/۳۰                       | ۰/۱۹  |
| ۱۱          | ۰/۰۰۱۶  | ۰/۲۳۰   | ۲۷/۶۸   | ۰/۰۹    | ۷/۹                        | ۰/۳۴  |
| ۱۲          | ۰/۰۶۵۷  | ۰/۰۴۲   | ۹/۱۹    | ۰/۰۳    | ۹/۳                        | ۰/۶۸  |

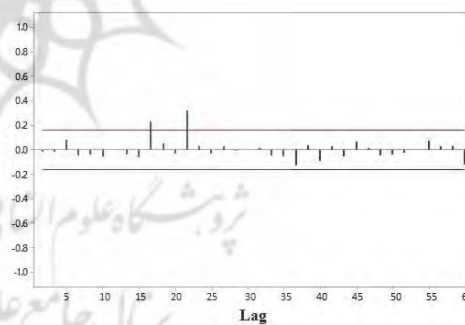
a: بارش (mm)، b: تبخیر (mm)، c: زمان تأخیر (min)، d: جذر شیب

جدول (۳) ارزیابی کارایی نتایج مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی و مدل  
Tab (3) Performance evaluation of the results of fuzzy least squares regression model and  
ARIMA model

| اعتبارسنجی |       | واسنجی |       | مدل                        |
|------------|-------|--------|-------|----------------------------|
| NSE        | RMSE  | NSE    | RMSE  |                            |
| ۰/۵۷       | ۰/۸   | ۰/۸۸   | ۲/۱   | رگرسیون کمترین مربعات فازی |
| ۰/۲۵       | ۲/۳   | ۰/۲۷   | ۲/۷   | ARIMA(۱۱۱)(۱۰۲)            |
| ۰/۴۹       | ۲/۴   | ۰/۵۱   | ۲/۲۴  | ARIMA(۱۰۲)(۱۰۲)            |
| ۰/۵۸       | ۲/۰۰۱ | ۰/۶۵   | ۱/۸۹  | ARIMA(۱۱۱)(۱۰۱)            |
| -۰/۵       | ۳/۳   | -۰/۴۳  | ۳/۲۸  | ARIMA(۱۱۱)(۰۰۰)            |
| ۰/۴۸       | ۲/۳۵  | ۰/۵۱   | ۲/۲۴  | ARIMA(۱۰۱)(۱۱۱)            |
| ۰/۸۱       | ۱/۳۱  | ۰/۸۴   | ۱/۲۷  | ARIMA(۲۱۱)(۱۱۱)            |
| ۰/۵۱       | ۲/۳۳  | -۰/۵۴  | ۲/۱۷  | ARIMA(۱۱۲)(۱۰۱)            |
| -۹/۸       | ۱۰/۵  | -۹/۴۵  | ۱۰/۳۳ | ARIMA(۲۲۲)(۱۰۱)            |
| ۰/۷۵       | ۲/۵   | ۰/۷۹   | ۲/۳۵  | ARIMA(۲۲۲)(۲۰۲)            |

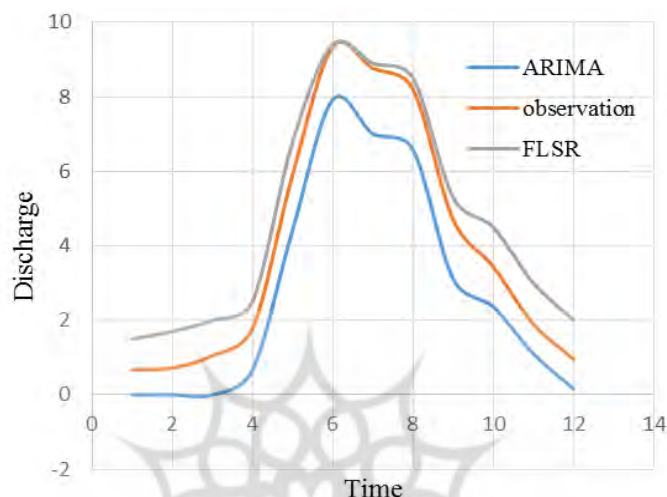


شکل (۳) نمودار ACF مربوط به دبی ماهانه  
Fig(3) ACF chart of monthly discharge



شکل (۲) نمودار PACF مربوط به دبی ماهانه  
Fig(2) PACF chart of monthly discharge





شکل (۴) جریان ماهانه مشاهده‌ای و شبیه‌سازی شده توسط مدل‌های ARIMA و رگرسیون کمترین مربعات فازی

Fig(4)Monthly discharge observation and simulation by ARIMA models and fuzzy least squares regression

#### ۴- نتیجه‌گیری

جهت بررسی کارایی مدل سری زمانی و مدل فازی در پیش‌بینی دبی ماهانه، از مدل ARIMA و مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی استفاده گردید. هر دو مدل، تغییرات دبی ماهانه را به خوبی پیش‌بینی کردند. مقادیر دبی پیش‌بینی شده توسط مدل ARIMA، کمتر از مقادیر دبی مشاهده‌ای بود. در مدل کمترین مربعات فازی، دبی پیک به خوبی مدل‌سازی شده بود ولی دبی با مقادیر کم، اختلاف بیشتری با دبی مشاهده‌ای داشتند. این در حالی است که مدل ARIMA این مقادیر را به خوبی برآورد نکرد. عدم کارایی مدل ARIMA در برآورد مقادیر بیشینه در تحقیقات بنی حبیب و همکاران (۱۳۹۱:۴۶) و گودرزی و روزبهانی (۱۳۹۶:۱۳۷) نیز اشاره شده است که هماهنگ با پژوهش حاضر است. در مرحله‌ی واسنجی مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی دارای ضریب نش-ساتکلیف ۸۸ درصد و مدل (۱۱۱)(۲۱۱) ARIMA دارای ضریب نش-ساتکلیف ۸۴ درصد بودند. در مدل‌های سری‌های زمانی با استفاده از داده‌های گذشته، مقادیر جریان

شبیه‌سازی می‌شود در حالی که در مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی با استفاده از متغیرهای مستقل، متغیر وابسته برآورد می‌شود بنابراین به داده‌های بیشتری نیاز دارد و دقت مدل‌سازی را بالا می‌برد. با توجه به نتایج به دست آمده رگرسیون کمترین مربعات فازی در مدل‌سازی دبی با مقادیر زیاد، دقت بیشتری دارد. برتری رگرسیون کمترین مربعات فازی نشان‌دهنده تأثیر کمتر تغییرات فصلی، در پیش‌بینی دبی دارد که این نتایج در تضاد با تحقیقات معینی و همکاران (۱۳۹۵: ۲۸۳)، میرزاپور و همکاران (۱۳۹۷: ۱۵۳) و میرزاپور و طهماسبی‌پور (۲۰۱۸: ۷۵) است.

با توجه به نتایج و با استفاده از روش عملگر تفاضلی، یک بار تفاضل‌گیری سری داده‌های نایستا را به داده‌های ایستا تبدیل کرد. در این مورد سلطانی گرد فرامرزی و همکاران (۱۳۹۶: ۸۷)، قهرمان و قره‌خانی (۱۳۹۰: ۳۲) و دودانگه و همکاران (۱۳۹۱: ۵۹) نتایج مشابهی را گزارش نمودند.

در مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی، بیشترین دقت مربوط به ماه‌های گرم سال است و کمترین دقت در برآورد دبی مربوط به ماه‌های سرد سال است. در این مورد می‌توان این‌گونه توجیه کرد که در فصل گرم سال بارش به صورت باران است و رابطه‌ی مستقیمی بین بارش و دبی به وجود می‌آید ولی در فصل سرد بارش به صورت برف است و زمانی نسبتاً طولانی باید طی شود تا برف به دبی تبدیل گردد. همچنین به دلیل ذوب کند برف مقداری نیز به صورت تلفات دبی در خاک نفوذ می‌کند و دبی کمتری نسبت به باران تولید می‌کند بنابراین موجب خطا در محاسبه‌ی مدل می‌گردد.

نتایج به دست آمده نشان‌دهنده‌ی کارایی بهتر مدل رگرسیون کمترین مربعات فازی در منطقه‌ی مورد مطالعه با نتایج مطالعه پرویز و همکاران (۱۳۸۸: ۸۱)، ندیری و همکاران (۱۳۹۵: ۱۱۵)، نوری و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۰۸: ۲۸۵۵) و اوزلکان<sup>۲</sup> (۲۰۱۱: ۶۷) هماهنگ است ولی یافته‌های میشرا و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۵) و فاشی و همکاران (۲۰۱۹: ۱۷۳) با تحقیق حاضر در تضاد است.

1- Noury et al.,

2- Ozelkan

3- Mishra et al.,

## ۵- منابع

**-Reference**

- Banihabib, M.B., Bandari, R., Mosavi Nadoshani, S. (2012). Analysis Ability of the Autoregressive Integrated Moving Average Model for Forecasting of Reservoir Daily Inflow of Dez Reservoir with Two-year lead Time. *Juornal of Irrigation and Water Engineering*, 2(3), 46-57.
- Barry, RG., Carleton, A.M. (2001). *Synoptic and dynamic climatology*. Psychology Press.
- Bazrafshan, O., Salajegheh, A., Fatehi, A., Mahdavi, M., Bazrafshan, J., Hejabi, S. (2014). Comparison of stochastic models and conceptual models in hydrological drought forecast (case study: Karkheh River Basin). *Journal of Rangeland and Watershed Management*, 66(4), 493-508.
- Box, GE., Pierce, D.A. (1970). Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. *Journal of the American statistical Association*, 65(332), 1509-1526.
- Celmiņš, A. (1987). Least squares model fitting to fuzzy vector data. *Fuzzy sets and systems*, 22 (3), 245-269.
- Diamond. P. (1987). Least squares fitting of several fuzzy variables, In *Preprints of Second IFSA World Congress*. Tokyo, Japan, 329-331.
- Dodangeh, S., Abedi Koupai, J., Gohari, S.A. (2012). Application of Time Series Modeling to Investigate Future Climatic Parameters Trend for Water Resources Management Purposes. *Journal of Water and Soil Science*, 16(59), 59-74.
- Farahi, G., khodashenas, S.R., Alizadeh, A. (2011). Sediment estimation of watersheds in northern Khorasan province using fuzzy regression model. *Iran-Watershed Management Science & Engineering*, 5(15), 11-25.
- Fashae, O.A., Olusola, A.O., Ndubuisi, I., Udomboso, C.G. (2019). Comparing ANN and ARIMA model in predicting the discharge of River Opeki from 2010 to 2020. *River research and applications*, 35(2), 169-177.
- Gahreman, N., Gharekhani, A. (2011). Evaluation of Random Time Series Patterns in Estimation of Pan Evaporation (Case Study: Shiraz Station). *Journal of Water Research in Agriculture*, 22(81), 1-32.

- Goodarzi, L., Roozbahani, A. (2017). An Evaluation of ARIMA and Holt Winters Time Series Models for Forecasting Monthly Precipitation and Monthly Temperature (Case Study: Latian Station). *Journal of Irrigation Science and Engineering*, 40(30), 137-149.
- Hipel. K.W & A.I. McLeod., (1994). Time series modelling of water resources and environmental systems. *Elsevier*, Apr 7.
- Javidi Sabaghian, R., Sharifi, M.B. (2009). Using Stochastic Models in River Flow Simulation and Forecasting Average Annual River Flow by Time Series Analysis. First International Water Resources Conference, Shahrood University, Shahrood.
- Kholghi, M., Ashrafzadeh, A., Maalmir, M. (2009). Monthly Low-Flow Forecasting Using a Stochastic Model and Adaptive Network Based Fuzzy Inference System. *Journal of Iran-Water Resources Research*, 5(2), 16-26.
- Matin Zadeh, M.M., Fatahi, R., shayannejad, M., Abdolahi, Kh. (2011). Estimation and Reconstruction of 24-Hour Maximum Rainfall Data in Chaharmahal va Bakhtiari Province Using Fuzzy Regression. *Iranian Water Researches Journal*, 5(8), 179-186.
- Mirzapour, H., Heidari Zadi, Z. (2016). Comparison of the Efficiency of Seasonal ARIMA Series Modeling on Simulation of Monthly Average Discharge of Afrin Kashkan and Kaka Reza Rivers, *Environmental Management*, 1(5), 25-34.
- Mirzapour.H., Tahmasebipou. N.,(2018). Predicting the monthly discharge of KAKAREZA River using time-series models ARIMA seasonal, *Journal of Wetland Ecobiology (JWEB)* , 34, ,75-86.
- Mishra, S., Saravanan, C. V., Dwivedi, K. (2015). Study of Time Series Data Mining for the Real Time Hydrological Forecasting: A Review. *International Journal of Computer Applications*, 117(23).
- Mobaraki,O., Davodian, A.R., Pajouhesh, M., Veisi, A.(2012). Sediment Load Modeling of Two Zayandehrood Upper Watersheds Using Fuzzy Least Squares Regression. *Quantitative geomorphological Research*, 1(4),73-84.
- Moeeni, H., Bonakdari, H., Fatemi, S.E., Ebtehaj.(2016). Modeling the Monthly Inflow to Jamishan Dam Reservoir Using Autoregressive Integrated

- Moving Average and Adaptive Neuro- Fuzzy Inference System Models. *Journal of Water and Soil Science*, 26(1), 273-285.
- Momeni, M. (2008). Modern Issues in Operations Research, Second Edition, Faculty of Management, University of Tehran.
- Nadiri, A. , Vahedi, F., Asghari Moghaddam, A.(2017). Groundwater Level Prediction Using Supervised Committee Fuzzy Logic (Case Study: Meshginshahr Plain). *Journal of Hydrogeomorphology*, 2(6),115-134.
- Noury, M., Khatami, H.R. , Moeti, M.T., Barani, G. (2008). Rainfall-Runoff Modeling Using Fuzzy Methodology. *Journal of Applied Sciences*, 8(16), 2851-2858.
- Ozelkan, E.C., Duckstein, L. (2001). Fuzzy conceptual rainfall–runoff models. *Journal of hydrology*, 253 (1-4), 41-68.
- Parviz, L., Kholghi, M., Fakherifard, A .(2009). Forecasting Annual Streamflow Using Autoregressive Integrated Moving Average Model and Fuzzy Regression. *Journal of Water and Soil Science*, 19(1), 65-83.
- Salas. J.D. (1980). Applied modeling of hydrologic time series, Water Resources Publication.
- Şen. Z. (1998). Small sample estimation of the variance of time averages in climatic time series. *International journal of climatology*,18(15), 1725-1732.
- Shayannejad, M. (2007). Comparison of Artificial Neural Network Methods and Fuzzy Regression in Hydraulic Analysis of Flow Through Rock Dam. *Iranian Water Researches Journal*, 1(1), 11-16.
- Soltani gerd faramarzi, S., Saberi, A., Gheisouri, M. (2017). Determination of the best time series model for forecasting annual rainfall of selected stations of Western Azerbaijan province. *Journal of Applied Researches in Geographical Sciences*, 17(44), 87-105.
- Sriram, A.V., Rashmi, C.N. (2014). A Model for Evapotranspiration by Fuzzy Least Squares Method. *IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering (IOSR-JMCE)*. 2278-1684.
- Tanaka, H. (1982). Linear regression analysis with fuzzy model. *IEEE Transaction Systems Man and Cybermatics*, 12(6), 903-907.

- Thomas, H.A ., Fiering, M.B. (1962). Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation. *Design of water resource systems*, 459-493.
- Valipour, M., Banihabib, M.E., Behbahani, S.M. (2012). Parameters estimate of autoregressive moving average and autoregressive integrated moving average models and compare their ability for inflow forecasting. *Journal of Math Stat*, 8(3), 330-8.
- Wang, W., Van Gelder, P.H., Vrijling, J.K. (2005). Long-memory in streamflow processes of the Yellow river, InIWA international conference on water economics, statistics, and finance, 8-10.
- Zadeh, L.A. (1996). Fuzzy sets, In *Fuzzy Sets, Fuzzy Logic, and Fuzzy Systems: Selected Papers by Lotfi A Zadeh*, World Scientific Publishing, 394-432.