https://amf.ui.ac.ir
Journal of Asset Management and Financing
E-ISSN: 2383-1189
Vol. 11, Issue 4, No. 43, Winter 2024, p 65-92
Received: 12/04/2023 Accepted: 28/02/2024

Research Paper

Expansion of the Markowitz Model in Portfolio Optimization Considering Realistic Constraints

Hossein Alizadeh
MSc, Department of Industrial Engineering and Futures Studies, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran
hosseinalizadeh2024@gmail.com

Kamran Kianfar *
Assistant Professor, Department of Industrial Engineering and Futures Studies, Faculty of Engineering, University of Isfahan, Isfahan, Iran
k.kianfar@eng.ui.ac.ir

Abstract
This research aims to expand the Markowitz model in a way that aligns more closely with real-world conditions, considering various fundamental analysis factors and market constraints. Conducted on the Tehran Stock Exchange, this study utilizes two measures, semi-variance and mean absolute deviations, alongside the variance measure in the Markowitz model to better estimate risk levels. In addition, several constraints such as cardinality constraint, threshold constraint, and segmentation constraint are employed to bring the results of the Markowitz-based model closer to reality. To ensure that the stock return metric is not solely based on stock price changes, this research incorporates nine important fundamental analysis metrics in filtering company stocks and as a return metric in the Markowitz model. Due to the computational complexity of the mathematical programming model, sample problems were also solved using the Harmony Search algorithm. The results indicate that the mathematical model performs better in terms of the distance from the ideal point efficiency metric, while the harmony search algorithm excels in uniformity metrics, exploring diverse solutions, and solution time. Increasing the range of cardinality and threshold constraints results in selecting more stocks in the portfolio, and simultaneously, the risk and return objective functions will improve concurrently.
Keywords: Markowitz Model, Stock Portfolio Selection, Fundamental Analysis, Stock Risk Management, Harmony Search Algorithm.

Introduction

In this study, the semi-variance and mean absolute deviation models are used alongside the mean-variance model for comparison. Developed models for optimizing stock portfolios heavily rely on realistic constraints. Budget constraints, cardinality constraints, threshold constraints, and segmentation constraints are among the most crucial constraints in the stock market, which were utilized in this research for portfolio selection (Mehrjerdi & Rasaei, 2013).

Besides return metrics, indicators such as P/E (price to earnings per share), ROE (return on equity), six-month turnover rate, and company total asset ratio are used in the current research for initial stock screening, followed by metrics such as P/S (price per share to sales), ROA (return on assets), quick ratio, and turnover to total market value in the objective functions of the Markowitz model (Asgarnezhad, 2018).

This study, conducted on the Tehran Stock Exchange, utilizes nine important and strategic industry groups that have a significant impact on the overall index. The study period covers the second six months of the year 2022, and questionnaires were completed by capital market experts and brokers from the Mashhad Mofid brokerage.

The main question of this study in the field of financial optimization is how to expand the Markowitz (1952) model to better align with real-world conditions. Alongside the main question, several subsidiary questions arise, including: 1) How can stocks be selected based on realistic constraints? 2) How is the balance between risk and return established in portfolio selection? 3) Which fundamental analysis indicators are more important in stock portfolio selection on the Tehran Stock Exchange?

Materials and Methods

*Corresponding author
Alizadeh, H., & Kianfar, K. (2024). Expansion of Markowitz model in portfolio optimization considering realistic constraints. *Journal of Asset Management and Financing*, *11*(4), 65-92.

2383-1189 © University of Isfahan
This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

https://doi.org/10.22108/amf.2024.137329.1793

The research aims to minimize portfolio investment risk and maximize expected portfolio return. The first objective seeks to select a combination of stocks with the least investment risk, utilizing three different measures: variance, semi-variance, and mean absolute deviation. Due to the abundance of factors and sub-factors, two questionnaires were designed for financial market specialists to prioritize factors through analytic hierarchy process (AHP) analysis. Fifteen experts with over five years of experience in financial, accounting, or managerial fields were selected through purposive sampling.

In the proposed mathematical programming model, sub-factors with higher importance within each group are incorporated into the objective function, while less important ones are used as filters before entering the model. For instance, ROA, P/S, quick ratio, market value of the company to industry, and percentage of companies' operating profit are included in the objective function, while ROE, P/E, turnover rate, and percentage of total assets serve as filters. Due to the nonlinearity and NP-hardness of the portfolio optimization problem, traditional mathematical programming models may not yield solutions within a reasonable timeframe, especially for large-scale problem instances. Hence, the harmony search algorithm is employed to reduce solution time and approximate the optimal solution. The algorithm is implemented in MATLAB software, where a solution string representing the investment proportion in each stock is defined, allowing for the quick derivation of other variable values in the mathematical programming model.

Research Findings

The results of the study indicate that all 15 questionnaires had inconsistency rates lower than 0.1, indicating a good level of consistency. Therefore, the geometric mean was calculated from these 15 questionnaires. In the questionnaires, factors influencing the five selected factors were compared with each other (See Table 1).

Table 1. Results of Expert Opinions in the Questionnaire for Selected Factors

Factor	Sub-factor (average of weight)			
Profitability	ROA (0.392)	ROE (0.374)	Net Profit Margin on Sales (0.127)	Operating Expense Ratio (0.108)
Valuation	P/S (0.302)	P/E (0.301)	Ln(A/B) (0.162)	Ln(B/P) (0.124)
Liquidity	Asset Liability Ratio (0.388)	Quick Ratio (0.374)	Equity to Dept Ratio (0.125)	Current Ratio (0.113)
Volume	Turnover to total market 3-month (0.447)	Turnover to total market 1-month (0.260)	Turnover rate 3-month (0.178)	Turnover rate 1-month (0.114)
Growth	Total assets (0.394)	Operating profit (0.320)	Gross profit (0.286)	

All necessary data have been obtained from *www.tsetmc.com* and *www.codal.ir* websites and have been incorporated into the filters. To compare the results of the exact solution method and the harmony search metaheuristic, different sizes of sample problems need to be defined. For this purpose, sample groups N10 to N55, consisting of 10 to 55 stocks, have been defined, including categories such as oil derivatives, basic metals, chemical products, automobiles, metal extraction, food products, investments, pharmaceuticals, and banks.

In the N30 group, the GAMS software requires a minimum solution time of 560 seconds, while the harmony search algorithm needs only 33 seconds to obtain local optimal points. A comparison between the two solution methods is illustrated in Figure 1, demonstrating that the SEMICOV objective function performs best for risk calculation in both exact and metaheuristic solution methods. Both figures exhibit robustness, and the solutions are well dispersed in the space.

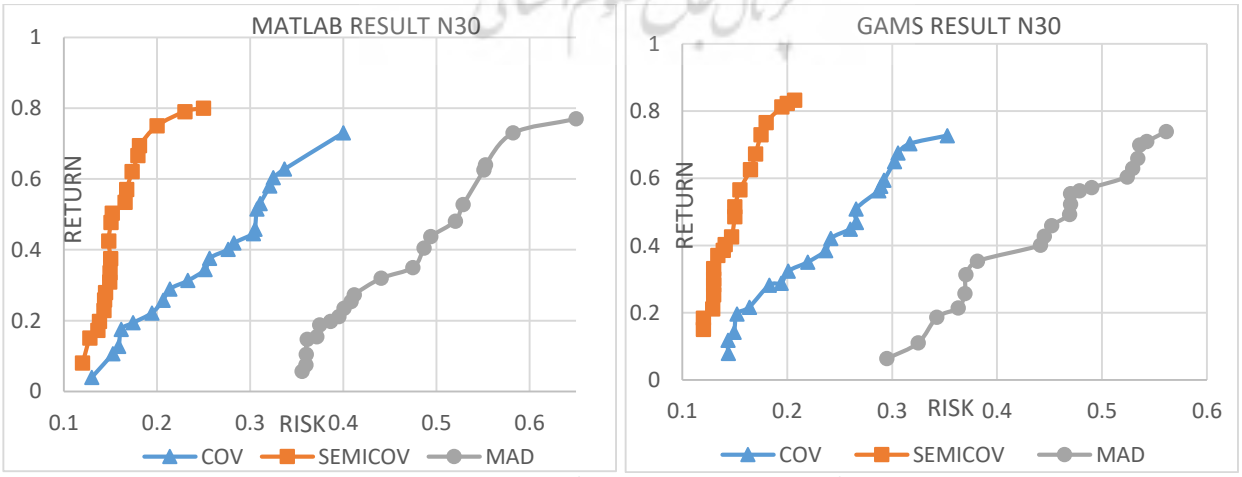


Figure 1. Pareto Charts of Three Objective Functions for Group N30

The study compares the exact method and the harmony search algorithm for optimizing stock portfolios. Results show the harmony search method's efficiency, especially in larger dimensions, despite slight differences with the exact method. The SEMICOV criterion performs well, but the MAD criterion shows instability. Additionally, the harmony search algorithm proves superior in uniformity, scalability, and solution time. Sensitivity analysis highlights the importance of parameter variations in portfolio optimization.

Discussion of Results and Conclusion

The results revealed that the semi-variance objective yielded better results in both the exact solution method and the harmony search algorithm in most groups of the test instances. The harmony search algorithm provides a good approximation of the optimal solution in a much shorter time compared to the mathematical model. The harmony search algorithm performed better in terms of uniformity and spread metrics of Pareto points, but the exact solution method was superior in calculating the distance from the ideal point metric.

The sensitivity analysis conducted on the N30 group highlighted the significant impact of altering constraint selection ranges on the objective function and, consequently, on the stock portfolio. Initially, expanding the ranges of both the cardinality and threshold constraints led to the inclusion of stocks with higher returns and lower risks at the Pareto frontier across all risk assessment metrics. Specifically, in the semi-variance objective function, the optimal stock portfolio was found in subgroup $G1_1$ with a return of 0.84 and a corresponding risk of 0.146. As the range decreased in subgroup $G1_3$, returns diminished to 0.526 with a risk of 0.15. In subgroup $G1_5$, where both constraints became more stringent, returns reached 0.284 with a risk value of 0.16. Consequently, the analysis concluded that broader constraint ranges corresponded to lower risks and higher returns, and vice versa.

The applications of this research are for individual shareholders, financial institutions, investment funds, and portfolio managers who can use this research to improve their returns and reduce their trading risk.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مدیریت دارایی و تأمین مالی
سال یازدهم، شماره چهارم، شماره پیاپی (۴۳)، زمستان ۱۴۰۲، ص ۶۵-۹۲.
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۱/۲۳ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۱۲/۹

مقاله پژوهشی

توسعهٔ مدل مارکوویتز در بهینه‌سازی سبد سهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع‌گرایانه

حسین علیزاده

کارشناس ارشد، گروه مهندسی صنایع و آینده پژوهی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

hosseinalizadeh2024@gmail.com

کامران کیانفر *

استادیار، گروه مهندسی صنایع و آینده پژوهی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

k.kianfar@eng.ui.ac.ir

چکیده

اهداف: هدف، توسعهٔ مدل مارکوویتز به‌گونه‌ای است که با شرایط دنیای واقعی تطابق بیشتری داشته باشد و اضافه‌کردن انواع عوامل تحلیل بنیادی و محدودیت‌های بازار سرمایه در این مدل است. در این پژوهش که روی بورس اوراق بهادار تهران انجام شده، از دو معیار میانگین نیمه‌واریانس و میانگین قدر مطلق انحرافات در کنار معیار واریانس در مدل مارکوویتز برای تخمین بهتر میزان ریسک استفاده شده است. به‌علاوه، از چندین محدودیت مانند محدودیت کاردینالیتی[1] آستانه و بخش‌بندی برای نزدیک شدن نتایج مدل مبتنی بر مارکوویتز به واقعیت استفاده می‌شود. **روش:** برای اینکه معیار بازدهٔ سهام فقط براساس تغییرات قیمتی سهام نباشد، از ۹ معیار مهم تحلیل بنیادی در فیلترسازی سهام شرکت‌ها و معیار بازدهٔ مدل مارکوویتز استفاده شده است. به دلیل پیچیدگی محاسباتی زیاد مدل برنامه‌ریزی ریاضی، نمونهٔ مسائل با الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی نیز حل شد. **نتایج:** نتایج نشان‌دهندهٔ آن بود که مدل ریاضی در معیار فاصله از نقطهٔ ایدئال کارایی بهتری دارد. در صورتی که الگوریتم جستجوی هارمونی در معیارهای یکنواختی و گسترش جواب‌های پارتو و زمان حل برتری دارد. با افزایش بازهٔ تغییرات محدودیت‌های کاردینالیتی و آستانه، تعداد سهام بیشتری در سبد انتخاب می‌شود و توابع هدف ریسک و بازده به‌صورت هم‌زمان بهبود خواهند یافت.

کلیدواژه‌ها: مدل مارکوویتز، انتخاب سبد سهام، تحلیل بنیادی، مدیریت ریسک سهام، الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی.

[1]. Cardinality Constraint

* نویسندهٔ مسئول

علیزاده، حسین، کیانفر، کامران. (۱۴۰۲). توسعه مدل مارکوویتز در بهینه‌سازی سبدسهام با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع گرایانه. *مدیریت دارایی و تامین مالی*، ۱۱ (۴)، ۶۵-۹۲.

2383-1189 © University of Isfahan
This is an open access article under the CC BY-NC-ND/4.0/ License (https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/).

https://doi.org/10.22108/amf.2024.137329.1793

مقدمه

با تقسیم کل سیستم اقتصاد یک کشور به دو بخش واقعی و مالی، بخش مالی را می‌توان به‌عنوان زیرمجموعه‌ای از نظام اقتصادی تعریف کرد که در آن وجوه، اعتبارات و سرمایه در چارچوب قوانین و مقررات مشخص از طرف پس‌اندازکنندگان و صاحبان پول و سرمایه به طرف متقاضیان جریان می‌یابد. بازارهای مالی بازارهایی هستند که دارایی‌های مالی در آنها مبادله می شوند. دارایی‌های مالی دارایی‌هایی مثل سهام و اوراق قرضه هستند که ارزش آنها به ارزش تولیدات و خدمات ارائه شده توسط شرکت‌های منتشرکنندهٔ آنها وابسته است (مرکز مالی ایران، ۱۴۰۲).

امروزه تشکیل سبد سهام بهینه و مدیریت آن از اصلی‌ترین حوزه‌های تصمیم‌گیری مالی است؛ بنابراین انتخاب سبدی از سهام که بیشترین نرخ بازده را برای صاحب آن به ارمغان آورد و ریسک سرمایه‌گذاری را به کمترین میزان ممکن کاهش دهد، به یکی از دغدغه‌های اصلی فعالان اقتصادی مبدل شده است. نگهداری انواع مختلف دارایی باعث متنوع سازی سبد می شود و نگهداری دارایی‌های مختلف موجود در یک نوع خاص دارایی بر تنوع سبد می‌افزاید و این عمل باعث حذف ریسک غیرسیستماتیک هر دارایی و انواع دارایی می‌شود. پس در انتخاب سبد سهام بهینه فقط این دو عامل تعیین‌کننده نیست و عوامل مختلفی متناسب با محیط اقتصادی بر این فرآیند اثرگذار است که باید شناسایی و به کار گرفته شود (Mohammadi et al., 2017).

مدل مارکوویتز شروع فوق‌العاده‌ای برای محاسبهٔ عددی ریسک با استفاده از کوواریانس بین هر جفت سهم بود؛ زیرا تا پیش از آن درکی نسبت به ریسک سهام‌ها وجود نداشت و سرمایه‌گذاران فقط بازده را ملاک خریدوفروش و سرمایه‌گذاری خود قرار می‌دادند. بعدها مارکوویتز مدل میانگین-نیمه‌واریانس[1] را ارائه داد که نشان‌دهندهٔ نتایج بهتری بود. این رویکرد بر این اساس بود که سهام‌هایی که بازدهٔ بیشتر از میانگین کل بازده داشته باشند، در محاسبهٔ کوواریانس بررسی نشوند و فقط سهام‌هایی محاسبه شوند که بازدهٔ کمتر از میانگین دارند (Shahrestani et al., 2010).

طی سال‌ها پژوهش، معیارهای متفاوتی برای به دست آوردن ریسک سبد سهام ارائه شد که هرکدام به طریقی و در بعضی بازارها مناسب و در بعضی شرایط نامناسب بوده‌اند. از آنجایی که استفاده از یک معیار برای محاسبهٔ ریسک دید درست و قابل‌مقایسه نمی‌دهد، مناسب نیست؛ بنابراین باید از چندین معیار مختلف استفاده شود تا با مقایسهٔ بین این معیارها بتوان معیار ریسکی که ضرر کمتری متوجه سبد سهام می‌کند، شناسایی کرد. در پژوهش حاضر، از دو مدل نیمه‌واریانس و میانگین قدر مطلق انحرافات نیز در کنار میانگین-واریانس برای مقایسه استفاده شده است. در مدل‌های توسعه‌یافته برای بهینه‌سازی سبد سهام، محدودیت‌های واقع‌گرایانه نقش بسیار مهمی در تعیین سبد دارایی ایفا می‌کنند. محدودیت بودجه، کاردینالیتی، آستانه و بخش‌بندی از اصلی‌ترین محدودیت‌ها در بازار سهام هستند که در این پژوهش از آنها در تعیین سبد سهام استفاده شد (Zare Mehrjerdi & Rasaei, 2013).

برای هر سبد سهام چه میان‌مدت و چه بلندمدت معیار بسیار بااهمیت بازدهٔ سبد سهام تعریف شده است. این معیار از میانگین وزنی بازدهٔ سهام داخل سبد مشخص می‌شود. در این پژوهش در کنار معیار بازده، از چندین معیار تحلیل بنیادی برای پیداکردن سهام‌هایی که بنیاد و آیندهٔ بهتری برای سرمایه‌گذاری دارند، استفاده شده است تا فقط تک‌بعدی و براساس یک معیار بازده سبد تشکیل نشود. معیارهایی نظیر قیمت بازار به سود پیش‌بینی شده[2]، بازدهٔ ارزش سهام[3]، نسبت حجم در گردش شش‌ماهه[4] و نسبت کل دارایی‌های شرکت معیارهایی هستند که برای فیلترکردن اولیهٔ سهام‌ها استفاده می‌شوند. سپس

[1]. Mean Semi-variance
[2]. Price per share / Earnings per share (P/E)
[3]. Return On Equity (ROE)
[4]. Turnover rate 6-month

معیارهایی نظیر قیمت بازار به فروش[1]، بازدهٔ کل دارایی[2]، نسبت آنی[3] و نسبت ارزش بازار یک سهم به ارزش کل بازار آن صنعت[4] در توابع هدف مدل مارکوویتز قرار می‌گیرند (Asgarnezhad, 2018).

در این پژوهش که در بورس اوراق بهادار تهران انجام شده است، از ۹ گروه صنعت مهم و راهبردی که در شاخص کل اثرگذار هستند، استفاده شده است. جامعهٔ آماری، شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران هستند که تمامی شاخص‌های بنیادی موردا ستفاده در این پژوهش برای آنها به صورت آنلاین و به‌هنگام در دسترس باشد. دورهٔ موردمطالعه، شش‌ماههٔ دوم سال ۱۴۰۰ در نظر گرفته شده و پرسشنامه‌هایی برای تعیین وزن شاخص‌های تحلیل بنیادی توسط کارشناسان کارگزاری سرمایه و دانش و کارگزاری مفید شهر مشهد تکمیل شده است. هدف اصلی، به حداکثر رساندن بازده به‌همراه شاخص‌های بنیادی و کم‌کردن ریسک با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع‌گرایانه با توسعهٔ مدل ماکویتز است.

ادامهٔ این پژوهش در ۴ بخش اصلی نگارش شده است که به‌ترتیب شامل مبانی نظری، روش پژوهش، یافته‌های پژوهش و نتیجه‌گیری است. روش‌های حل مسئله شامل توسعهٔ مدل برنامه‌ریزی ریاضی مارکوویتز و الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی است که نتایج آنها در قالب نقاط پارتو در فضای دوهدفه ریسک–بازده مقایسه شد.

مبانی نظری

در اقتصاد، بازار مالی به ساختاری اطلاق می‌شود که امکان خریدوفروش سهام، کالا یا هر محصول قابل تبادلی را برای مشارکت‌کنندگان با هزینه‌ای پایین فراهم می‌آورد. وظیفهٔ این بازارها گردآوری خریداران و فروشندگان علاقه‌مند به مشارکت در بازار است. بورس اوراق بهادار تهران یکی از کاراترین روش‌ها برای جذب نقدینگی سرگردان و راکد مردمی است که به‌راحتی قادر به استفادهٔ بهینه از سرمایهٔ خود نیستند. امروزه تشکیل سبد سهام بهینه و مدیریت آن از اصلی‌ترین حوزه‌های تصمیم‌گیری مالی به شمار می‌رود. نگهداری انواع مختلف دارایی باعث متنوع‌سازی سبد می‌شود و نگهداری دارایی‌های مختلف موجود در نوع خاص دارایی بر تنوع سبد می‌افزاید و این عمل باعث حذف ریسک غیرسیستماتیک انواع دارایی می‌شود (مرکز مالی ایران، ۱۴۰۲).

فرضیاتی که این پژوهش در نظر گرفته است، عبارت‌اند از: ۱. مدل و سبد سهامی وجود ندارد که ریسک سرمایه‌گذاری صفر داشته باشد؛ ۲. رابطهٔ مستقیم بین بازده و ریسک سبد سهام وجود دارد؛ ۳. تمام سهام‌ها به هر جزئی بخش‌پذیر بوده و قابل‌معامله هستند؛ ۴. سرمایه‌گذاران در سطح مشخصی از ریسک، بازدهٔ بیشتری را ترجیح می‌دهند و برعکس برای سطحی معین از بازده خواهان کمترین ریسک هستند. اصلی‌ترین سؤال این پژوهش در حوزهٔ بهینه سازی مالی این است که چگونه می‌توان مدل مارکوویتز را توسعه داد که با شرایط دنیای واقعی تطابق بیشتری داشته باشد؟ در کنار سؤال اصلی، سؤال‌های فرعی دیگری مطرح می شود که عبارت‌اند از: ۱. چگونه می‌توان سهامی را براساس محدودیت‌های واقع‌گرایانه انتخاب کرد؟ ۲. تعادل بین ریسک و بازده در انتخاب سبد سهام چگونه برقرار می‌شود؟ ۳. کدام شاخص‌های تحلیل بنیادی در انتخاب سبد سهام در بورس اوراق بهادار تهران اهمیت بیشتری دارند؟

در ادامه، مبانی نظری و پیشینهٔ پژوهش در حوزهٔ انتخاب سبد سهام براساس انواع روش‌های حل مسائل، محدودیت‌های واقع‌گرایانهٔ حاکم بر محیط مسئله، انواع تحلیل‌های تکنیکال و بنیادی و انواع معیارهای ریسک مطالعه شد.

روش حل: انواع روش‌های حل مورداستفاده برای حل مسئلهٔ انتخاب سبد سهام شامل روش‌های حل دقیق مانند

---

[1]. Price per share / Sales (P/S)
[2]. Return On Assets (ROA)
[3]. Quick Ratio (QR)
[4]. Turnover to total market

مدل‌سازی ریاضی، روش‌های فرابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و روش‌های مبتنی بر هوش مصنوعی می‌شود. مسئله انتخاب سبد سهام مسئله‌ای کلاسیک در اقتصاد، امور مالی و تحقیق در عملیات است. هری مارکوویتز به‌عنوان معروف‌ترین شخص در حوزهٔ بهینه‌سازی و انتخاب سبد سهام است. او با ارائه‌دادن مدل MV که یک مسئلهٔ برنامه‌ریزی درجه دو غیرخطی است، روشی برای مسئله انتخاب سبد معرفی کرد (Markowitz, 1952)؛ ولی مشکل این روش در نظر نگرفتن بسیاری از محدودیت‌های دنیای واقعی بود و در برخی شرایط نمی‌توانست سبد خوبی را پیشنهاد دهد. این مدل شامل دو هدف کم‌کردن ریسک سرمایه‌گذاری و افزایش بازدهٔ سرمایه‌گذاری بود. در پژوهش بابایی و همکاران در گام اول، بهینه‌سازی سبد سهام را با برنامه‌نویسی مخلوط عدد صحیح[1]چندهدفه فرمول‌نویسی و در گام دوم ارتقای مدل مارکوویتز و محدودیت‌های کمی و کاردینالیتی را اضافه کرد و دو مدل الگوریتم بهینه سازی ازدحام ذرات چندهدفه[2]را برای این مسئله پیشنهاد کرد (Babaei et al., 2015). میشرا و همکاران مدل پیش‌بینی براساس میانگین واریانس[3]را به‌عنوان جایگزین مدل میانگین واریانس سادهٔ مارکوویتز برای بهینه‌سازی مسئلهٔ سبد سهام پیشنهاد دادند (Mishra et al., 2016). در پژوهش گوپتا و همکاران دو مدل بهینه سازی چندهدفه برای معیارهای ریسک فرمول‌نویسی شده است که باعث انعطاف‌پذیری بیشتر در تحمل ریسک برای سرمایه‌گذاری می‌شود و از اعداد فازی برای مدل‌سازی دارایی استفاده شده است (Gupta et al., 2020).

محدودیت‌های واقع‌گرایانه: در مدل‌های بهینه سازی سبد سهام، محدودیت‌های واقع‌گرایانه نقش بسیار مهمی در تعیین سهام‌ها ایفا می‌کنند. محدودیت‌هایی مانند بودجه، محدودیت کاردینالیتی، محدودیت آستانه و محدودیت بخش‌بندی از اصلی‌ترین این نوع محدودیت‌ها هستند. در پژوهش سلیمانی و همکاران برخی محدودیت‌ها مانند حداقل تعداد معاملات، کاردینالیتی و سرمایهٔ بازار به مدل میانگین واریانس مارکوویتز اضافه شده است (Soleimani et al., 2009) و می‌تواند به نتایج عملی‌تری نسبت به مدل سادهٔ مارکوویتز برسد. برای حل این مسئله از الگوریتم GA استفاده شده است که فاصلهٔ اطمینان ۹۷/۵ درصدی برای سرمایه‌گذار ایجاد می‌کند. در پژوهش تیو و هونگ از دو الگوریتم جستجوی هارمونی[4]و بهینه‌سازی مبتنی بر یادگیری[5]و نیز از محدودیت‌های کاردینالیتی و آستانه و هزینهٔ تراکنش استفاده شده است (Tuo & Hong, 2018). در پژوهش سیلوا و همکاران مسئلهٔ انتخاب سبد سهام به تخصیص منابع به تعداد محدودی از دارایی‌ها مربوط می‌شود که هدف، غلبه بر یک توازن بین ریسک و بازدهٔ موردانتظار سبد است و از محدودیت‌های بودجه[6]،کاردینالیتی و آستانه در آن استفاده شده است (Silva et al., 2019). در پژوهش صادقی مقدم و همکاران انتخاب سبد مبتنی بر مارکوویتز هنگام در نظر گرفتن محدودیت‌های اصلی شامل محدودیت بودجه، کاردینالیتی و آستانه به یک مسئله NP-hard تبدیل می‌شود (Sadeghi Moghadam et al., 2022). در این پژوهش، بهینه سازی تولیدمثل غیرجنسی[7]یک الگوریتم فرابتکاری برای مدل ارائه می‌کند که از تولیدمثل غیرجنسی الهام گرفته شده است. در پژوهش داینی و منصور هدف، یافتن بهترین تخصیص منابع برای مجموعه‌ای از دارایی‌هاست (Dhaini & Mansour, 2021). گنجاندن محدودیت‌های دنیای واقعی به مسئله به معرفی مدل توسعه‌یافتهٔ میانگین–واریانس منجر شده است. در این پژوهش یک الگوریتم جستجوی سنجاب[8]برای مسائل بهینه‌سازی سبد سهام بدون محدودیت و محدود شامل محدودیت‌های بودجه، کاردینالیتی و آستانه طراحی شده است.

---

1. Mixed Integer Programming
2. Multi Objective Particle Swarm Optimization
3. Prediction Based on Mean Variance
4. Harmony Search (HS)
5. Teaching-Learning-Based Optimization (TLBO)
6. Budget
7. Asexual Reproduction Optimization (ARO)
8. Squirrel Search Algorithm (SSA)

تحلیل تکنیکال و بنیادی: در تحلیل تکنیکال با استفاده از قیمت‌های گذشته، نمودار قیمتی و سایر اطلاعات مانند حجم، رفتار احتمالی سهم در آینده بررسی می‌شود. تحلیل بنیادی روشی است که افراد ارزش ذاتی اوراق بهادار را با عوامل مختلف اقتصادی و مالی ارزیابی می‌کنند (Graham et al., 1934). در پژوهش سیلوا و همکاران مدل‌های سرمایه‌گذاری از رویکردهای بنیادی و تکنیکال با استفاده از نسبت‌های مالی و شاخص‌های تکنیکی آزمایش شده است (Silva et al., 2015). با انتخاب سهام براساس نسبت‌های مالی بهترین شرکت‌ها ازنظر عملیاتی (بازدهٔ بیشتر از میانگین بازار با واریانس پایین در بازده) پیدا می‌شود. افزایش شاخص‌های بنیادی کیفیت کارایی الگوریتم‌ها را بالا می‌برد و به نتایج دقیق‌تر نزدیک می‌کند. در پژوهش رضایی و همکاران معیار P/E که نشان‌دهندهٔ سود کسب‌شده از سهام نسبت به قیمت آن و توصیه‌های کارشناسان بازار به مدل اصلی مارکوویتز به‌عنوان دو هدف اضافه شده است (Rezaei et al., 2016).

معیارهای ریسک: بازارهای مالی افراد را قادر به ایجاد تنوع در سرمایه‌گذاری می‌کنند که ایجاد تنوع در سبد دارایی به کاهش ریسک منجر می‌شود. کل ریسک به این علت کاهش می‌یابد که زیان در بعضی از سرمایه‌گذاری‌ها توسط منافع ناشی از سایر سرمایه‌گذاری‌ها جبران می شود (Graham, 1934). در پژوهش زارع مهرجردی و رسایی (۱۳۹۲) معیارهای متعددی برای سنجش ریسک سبد سهام معرفی شده است که شامل مدل نیمه‌واریانس، میانگین قدر مطلق انحرافات، واریانس با چولگی هستند. در این پژوهش اطلاعات سهام DAX و Hang Seng و S&P 500 در سال‌های 2007 تا 2009 به‌عنوان ورودی در نظر گرفته می‌شود و از الگوریتم تبرید تدریجی و جستجوی ممنوع استفاده شده است. در پژوهش سرن و کوکسلان بهینه‌سازی تک‌دوره‌ای و ترکیب دیدگاه‌های مختلف مثل بازدهٔ موردانتظار، نقدینگی و ارزش در معرض ریسک شرطی استفاده شده و دو محدودیت کلیدی وزن و محدودیت کاردینالیتی و بررسی اثرات آنها با استفاده از روش حل دقیق مطالعه شده است (Ceren & Koksalan, 2014). در پژوهش ورچر و برمودز معیارهای اعتبار بازده و ریسک در یک سبد سهام اجازه می‌دهد تا از ارزش فازی در ریسک[1] استفاده شود. معیارهای ریسک در این مقاله میانگین–قدر مطلق انحرافات و ارزش در معرض ریسک است (Vercher & Bermúdez, 2015).

در پژوهش سابردیو و همکاران بازدهٔ موردانتظار و ریسک نزولی و ضریب انحراف با محدودیت‌های بودجه و کاردینالیتی و آستانه بهینه می شود و الگوریتم‌های تکاملی MOEA/D و NSGAII[2] برای این مدل پیشنهاد شده است (Saborido et al., 2016). کارهای اخیر برای استفاده از الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه MOEA در بهینه‌سازی سبد سهام در چارچوب میانگین واریانس بوده است؛ ولی در مقالهٔ ماسدو و همکاران از چارچوب بهتری مثل چارچوب میانگین نیمه‌واریانس استفاده شد که به‌جای در نظر گرفتن تغییرات کلی فقط تغییرات برگشتی نامطلوب را در نظر می‌گیرد (Macedo et al., 2017). در پژوهش مقوانی و تاکور مدل بهینه‌سازی سبد سهام شامل سه هدف: بازدهٔ موردانتظار، ریسک و هزینهٔ معامله مطرح شده است (Meghwani & Thakur, 2018). در اینجا سه معیار واریانس، ارزش در معرض ریسک و ارزش در معرض ریسک شرطی به این سؤال پاسخ می‌دهد که بیشترین ضرر با سطح اطمینان مشخص چقدر است. در پژوهش صالح‌پور و ملاعلیزاده با استفاده از روش محاسبات تکاملی و محدودیت‌های کاردینالیتی که به‌عنوان الگوریتم‌های فراابتکاری ترکیبی از آن یاد می شود، روش تصمیم‌گیری جدیدی در موضوعات بهینه‌سازی سبد در معیارهای ریسک مختلف ارائه می‌کند (Salehpoor & Molla-Alizade, 2019). براساس روش میانگین واریانس توسط مارکوویتز سه سطح ریسک: میانگین قدر مطلق انحرافات، نیمه‌واریانس و واریانس با چولگی معرفی می‌شود. در پژوهش ارداس به‌جای تابع ریسک انحراف استاندارد که از سوی مارکوویتز به‌عنوان ریسک در نظر گرفته شده است، از تابع ریسک قدر مطلق انحرافات استفاده شد (Erdas, 2020). در این

[1]. Fuzzy Value at Risk (FVaR)
[2]. Non-dominated Sorting Algorithm

پژوهش، مدل جدیدی با افزودن محدودیت بر حجم معاملات برای کاهش ریسک سیستماتیک سبد سهام پیشنهاد شد.

براساس پژوهش‌های بررسی‌شده در پیشینهٔ پژوهش نوآوری‌های پژوهش حاضر شامل موارد زیر است: ۱. در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع‌گرایانهٔ بودجه، کاردینالیتی، آستانه، هزینهٔ تراکنش و حداقل حجم تراکنش به‌همراه ابزارهای تحلیل بنیادی متنوع به‌منظور انتخاب سبد سهام؛ ۲. استفاده از معیارهای واریانس، نیمه‌واریانس و قدر مطلق انحرافات جهت تحلیل ریسک سرمایه‌گذاری در سبد سهام و ترکیب آنها با مدل مارکوویتز؛ ۳. استفاده از روش جستجوی هارمونی برای حل مسئله در ابعاد بالا و مقایسهٔ نتایج با مدل‌سازی ریاضی

روش پژوهش

در این پژوهش، دو هدف اصلی وجود دارد که اولی، ریسک سبد سهام و دومی، بازدهٔ موردانتظار سبد است. تابع هدف اول به‌دنبال این است که چگونه از بین سهام‌های موجود ترکیبی را انتخاب کند که کمترین ریسک سرمایه‌گذاری را داشته باشد و از ۳ معیار مختلف برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام استفاده شده است. معیار اول واریانس، معیار دوم نیمه‌واریانس و معیار سوم میانگین قدر مطلق انحرافات است.

معیار واریانس اولین بار از سوی مارکوویتز ارائه شد (Markowitz, 1952). در این معیار با محاسبهٔ واریانس نمونه هر سهم و به‌دنبال آن کوواریانس هر جفت سهم می‌توان به وابستگی سهام‌ها نسبت به یکدیگر رسید. در رابطهٔ (۱)، معیار واریانس محاسبه شده است که X_t میزان بازدهٔ سهام در دورهٔ tام و $\bar{X}$ نشان‌دهندهٔ میانگین بازدهٔ شش ماه سهم X است. همین موارد برای سهم Y نیز صدق می‌کند و T نشان‌دهندهٔ تعداد دوره‌هاست. معیار نیمه‌واریانس[1] شباهت زیادی با معیار واریانس دارد و به ریسک یک‌طرفه[2] نیز مشهور است. این معیار به این دلیل اهمیت دارد که مقادیر بیشتر از میانگین برای تشکیل سبد سهام خوب است؛ زیرا هدف دوم مدل مارکوویتز، بیشینه‌سازی بازده است؛ ولی مقادیر بازدهٔ کمتر از میانگین خوب نیست و باید از هر جفت سهمی که بازده‌های کمتر از میانگین دارند، کوواریانس حساب شود و به‌دنبال کم‌کردن رابطهٔ هر دو سهم بود تا ریسک سبد سهام کاهش پیدا کند. معیار کوواریانس، معیار نیمه‌واریانس و معیار قدر مطلق انحرافات به‌ترتیب در روابط (۲) تا (۴) محاسبه شده است.

$$COV_{XY} = E[(X - [X])(Y - E[Y])] = \frac{\sum_{t=1}^{T}(X_t - \bar{X})(Y_t - \bar{Y})}{T-1} \quad (۱)$$

$$COV_{X^-Y^-} = E\left[(X - [X])(Y - E[Y]) \mid X < E[X], Y < E[Y]\right] \quad (۲)$$

$$MAD = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{n}(R_{it} - \bar{R}_i)w_i\right| \quad (۳)$$

در روابط فوق، X^- نشان‌دهندهٔ بازده‌های کمتر از میانگین سهم X و Y^- نشان‌دهندهٔ بازده‌های کمتر از میانگین سهم Y است. معیار دیگری که در بهینهٔ سبد سهام وجود دارد، معیار میان قدر مطلق انحرافات است که در این معیار به‌جای توان دو از قدر مطلق انحرافات استفاده می‌شود. در رابطهٔ (۳) پارامتر R_{it} نشان‌دهندهٔ بازدهٔ سهام i در دورهٔ t است و $\bar{R}_i$ میانگین بازدهٔ سهام i در تمام دوره‌هاست. پارامتر w_i نسبت سرمایه‌گذاری در سهم i و پارامتر n تعداد سهام را نشان می‌دهد.

سه معیار بالا روش مختلفی برای محاسبهٔ ریسک یا تابع هدف اول مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام است. دومین تابع هدف در مدل پیشنهادی، بازده است. در بسیاری از مدل‌ها بازده نسبت رشد قیمت سهم تعریف شده است. در اینجا نیز به همین

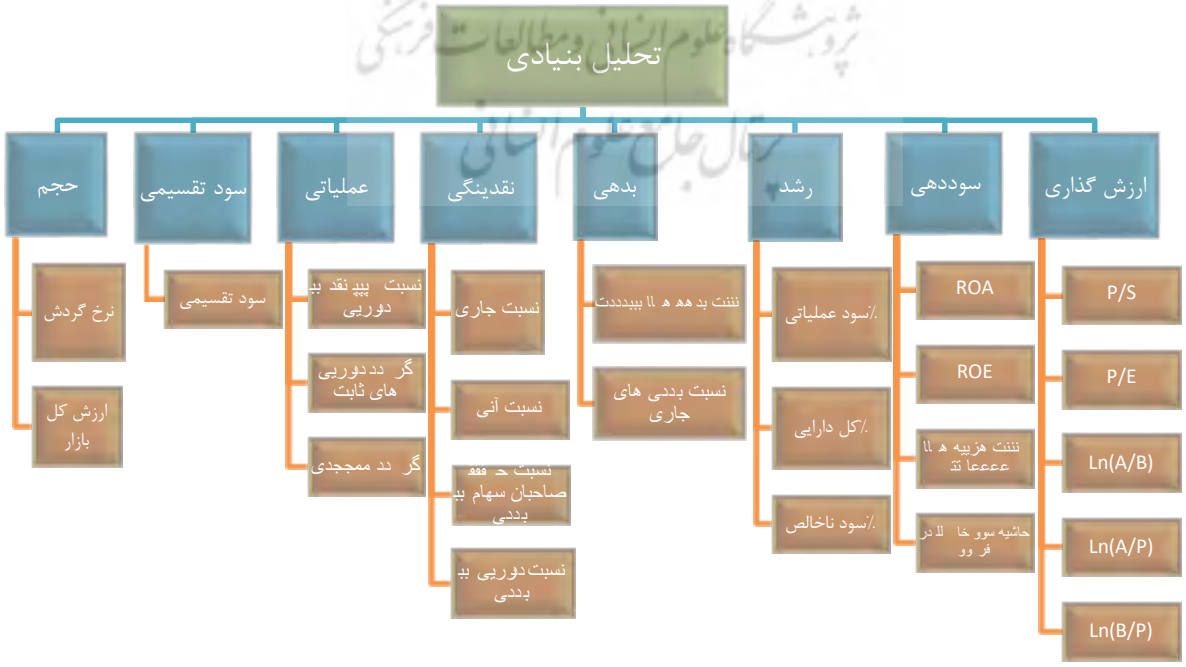
[1]. Semi-Variance
[2]. Downside Risk

صورت بازده محاسبه شده است. تفاوتی که ایجاد شده، این است که شاخص‌هایی از تحلیل بنیادی به این هدف اضافه شده است که تنها رشد قیمتی یک سهم موردتوجه نباشد. این کار باعث می‌شود، سهام شرکت‌هایی که رشد قیمتی اندکی داشته‌اند و در عین حال، به‌صورت بنیادی وضعیت دارایی‌ها، بدهی‌ها، درآمدها و هزینه‌های آنها نشان‌دهندهٔ آیندهٔ خوب سهم است، در تشکیل سبد سهام بررسی شود.

به دلیل زیادبودن شاخص‌ها و زیرشاخص‌ها و اینکه زیادشدن تعداد شاخص‌ها تأثیر معکوس روی نتیجه می‌گذارد، تصمیم گرفته شد، ۲ پرسشنامه طراحی شود و در اختیار افراد متخصص در حوزهٔ بازارهای مالی قرار گیرد تا شاخص‌های برتر با انجام تحلیل سلسله‌مراتبی انتخاب شود. در مراجعهٔ حضوری، پرسشنامه در اختیار متخصصان و خبرگان قرار گرفت و توضیحات لازم برایشان داده شد.

به‌منظور انتخاب خبرگان از روش نمونه‌گیری تصادفی قضاوتی یا به‌اصطلاح هدفمند (آمار آکادمی، ۱۳۹۹) استفاده شده است. نمونه‌گیری قضاوتی یک روش نمونه‌گیری غیراحتمالی است که در آن براساس پیش‌فرض‌های مشخصی افراد واجد شرایط به‌عنوان نمونه انتخاب می‌شوند. این شیوه به‌ویژه برای انتخاب نمونه‌ای از خبرگان و صاحب‌نظران کاربرد بسیار زیادی دارد. در این روش ابتدا، ویژگی‌های لازم برای انتخاب افراد به‌عنوان نمونه مشخص می‌شود. سپس باید به‌دنبال افراد با ویژگی‌های مدنظر بود. در انتخاب خبرگان جهت تکمیل پرسشنامه‌های این مقاله، افرادی انتخاب شدند که دارای مدرک تحصیلی مرتبط با مباحث مالی، حسابداری یا مدیریتی بوده و سابقهٔ کار آنها در کارگزاری بیش از ۵ سال باشد. درنهایت، جامعهٔ آماری خبرگان شامل ۱۵ نفر با سمت‌های سازمانی مدیر شعبه، مشاور ارشد سرمایه‌گذار، مشاور سرمایه‌گذار و معامله‌گر است.

شاخص‌های اصلی تحلیل بنیادی و زیرشاخص‌های مربوط به هرکدام از آنها در شکل (۱) نمایش داده شده است. پس از ارزیابی نتایج، از بین ۸ گروه اولیه تعداد ۵ گروه ازلحاظ ارجحیتی که برای افراد خبره داشت، برای بررسی روی زیرشاخص‌های آنها در پرسشنامه‌ای مجزا ارزیابی شد و ۳ شاخص عملیاتی، بدهی و سود تقسیمی چون وزن کمتر از ۰/۱ داشتند، از آنها صرف‌نظر شد. در پرسشنامهٔ شمارهٔ (۲) زیرشاخص‌های موجود از گروه‌های منتخب در پرسشنامهٔ شمارهٔ (۱) به‌صورت مجزا در اختیار خبرگان قرار گرفت تا زیرشاخص‌های مهم‌تر شناسایی شود.



شکل (۱) معیارهای بنیادی به‌منظور طراحی پرسشنامه‌ها

Figure (1) Fundamental factors for designing the questionaries

بعضـــی از زیرگروه‌ها دارای اهمیت بیشـــتر و بعضـــی دارای اهمیت پایین‌تری نســـبت به بقیه اســـت. در این مورد زیرشـــاخص‌هایی که در هر گروه اهمیت بیشـــتری دارد، در تابع هدف مدل قرار می‌گیرد و آنهایی که اهمیت کمتری دارد، به‌عنوان فیلتر قبل از اینکه سهام‌ها وارد مدل شود، استفاده می‌شود. بر این اساس، زیرشاخص ROA، P/S، نسبت آنی، ارزش کل بازار شرکت به صنعت و درصد سود عملیاتی شرکت‌ها در تابع هدف و زیرشاخص ROE یا بازدهٔ حقوق صاحبان سهام، P/E، نرخ گردش و زیرشاخص درصد کل دارایی به‌عنوان فیلتر قرار می‌گیرد.

مدل تو سعه‌یافته در این پژوهش برای انتخاب سهام‌های ورودی به مدل از چهار شاخص در تحلیل بنیادی به‌عنوان فیلتر استفاده می‌کند. این مدل شامل سه تابع هدف است که هر تابع هدف در قسمت محاسبهٔ ریسک به‌صورت غیرخطی تعریف شـده اسـت. در تابع هدف اول و دوم که مدل میانگین–واریانس و میانگین نیمه‌واریانس را شـامل می‌شـود، ضـرب دو متغیر پیو سته در پیو سته آمده ا ست. تابع هدف سوم که مدل میانگین–قدر مطلق انحرافات ا ست، به دلیل وجود قدر مطلق نیاز به خطی‌سازی دارد.

$$Min\ Obj_1 = \lambda \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j COV_{ij} - (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} w_i(\mu_i + PS_i + QR_i + D_i^{(1)} + D_i^{(2)} + D_i^{(3)}) \quad (۴)$$

$$Min\ Obj_2 = \lambda \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_i w_j SEMI_COV_{ij} - (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} w_i(\mu_i + PS_i + QR_i + D_i^{(1)} + D_i^{(2)} + D_i^{(3)}) \quad (۵)$$

$$Min\ Obj_3 = \frac{\lambda}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{N}(R_{it} - \mu_i)w_i\right| - (1-\lambda)\sum_{i=1}^{N} w_i(\mu_i + PS_i + QR_i + D_i^{(1)} + D_i^{(2)} + D_i^{(3)}) \quad (۶)$$

$$\sum_{i=1}^{N} w_i = 1 \qquad \forall i = 1.2.3 \ldots . N \quad (۷)$$

$$K_1 \le \sum_{i=1}^{N} Z_i \le K_2 \qquad K_1 \le K_2 \le N \quad (۸)$$

$$\varepsilon_i Z_i \le \sum_{i\epsilon O_m}^{N} w_i \le \delta_i Z_i \qquad 0 \le \varepsilon_i \le \delta_i \le 1 \quad (۹)$$

$$L_m \le \sum_{i\epsilon O_m}^{N} w_i \le U_m \qquad \forall m \quad (۱۰)$$

$$D_i^{(1)} = \frac{\frac{NP_i}{TA_i} - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{NP_i}{TA_i})}{\max_{i\epsilon O_m}(\frac{NP_i}{TA_i}) - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{NP_i}{TA_i})} \qquad \forall m.\forall i \in O_m \quad (۱۱)$$

$$D_i^{(2)} = \frac{\frac{P_i FS_i}{TM_i} - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{P_i FS_i}{TM_i})}{\max_{i\epsilon O_m}(\frac{P_i FS_i}{TM_i}) - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{P_i FS_i}{TM_i})} \qquad \forall m.\forall i \in O_m \quad (۱۲)$$

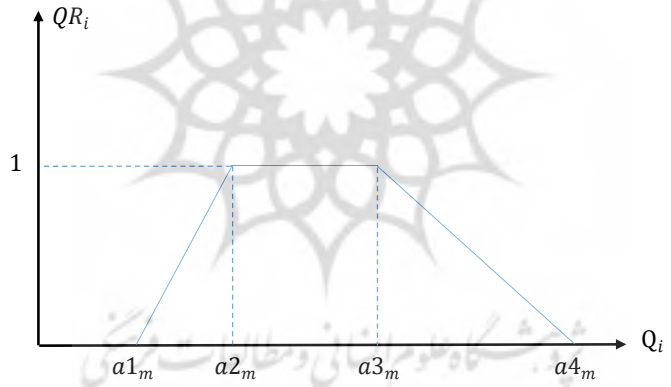
$$D_i^{(3)} = \frac{\frac{OP_{it} - OP_{it-1}}{OP_{it-1}} - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{OP_{it} - OP_{it-1}}{OP_{it-1}})}{\max_{i\epsilon O_m}(\frac{OP_{it} - OP_{it-1}}{OP_{it-1}}) - \min_{i\epsilon O_m}(\frac{OP_{it} - OP_{it-1}}{OP_{it-1}})} \qquad \forall m.\forall i \in O_m \quad (۱۳)$$

اندیس‌های به‌کاررفته در این مدل شامل اندیس‌های i,j برای سهام، اندیس m برای انواع صنایع، اندیس t برای دوره‌های

زمانی ماهانه و اندیس O_m برای نمایش مجموعه سهام‌های متعلق به صنعت m است. در رابطه با متغیرهای تصمیم مدل Z_i متغیر صفر و یک است که اگر سهام iام انتخاب شود، مقدار یک، در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد و w_i نشان‌دهندهٔ نسبت سرمایه‌گذاری روی سهام i است.

در رابطه با پارامترهای مدل، λ پارامتری است که مقادیر بین صفر و یک می‌گیرد و برای تشکیل مرز کارا از آن استفاده می شود. K_1 و K_2 به‌ترتیب کمترین و بیشترین تعداد سهام موجود در سبد سهام و پارامترهای ε_i و δ_i کمترین و بیشترین میزان سرمایه‌گذاری در سهام i است. پارامترهای L_m و U_m کمترین و بیشترین میزان سرمایه‌گذاری در سهام‌های صنعت m، R_{it} بازدهٔ ســـهم i در دورهٔ t، و پارامترهای COV_{ij} و $SEMI_COV_{ij}$ و AD_{ij} به‌ترتیب کوواریانس و نیمه‌واریانس قدر مطلق انحرافات بین سهم j و i را نشان می‌دهد. پارامتر μ_i میانگین بازدهٔ سهام i در کل دورهٔ ۶ ماهه، $D_i^{(1)}$ مقادیر نرمال‌شدهٔ ROA برای سهم i، مقدار $D_i^{(2)}$ مقادیر نرمال‌شدهٔ ارزش بازار شرکت به صنعت و $D_i^{(3)}$ مقادیر نرمال‌شدهٔ سود عملیاتی برای سهم i است.

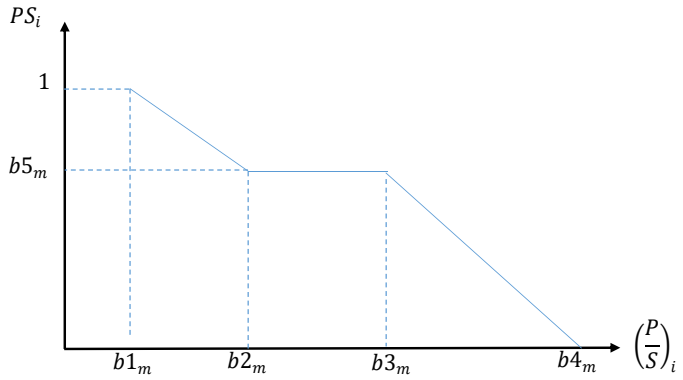
شاخص مطلوبیت QR_i: در این شاخص عددهایی کمتر از مقدار یک و خیلی بیشتر از یک نامطلوب هستند. اگر این مقدار کمتر از یک باشد، نشان‌دهندهٔ عدم توانایی شرکت در بازپرداخت بدهی‌های کوتاه‌مدت خود است و اگر خیلی بیشتر از ۱ باشد، نشان‌دهندهٔ این است که شاید شرکت روی دارایی خود مدیریتی ندارد؛ بنابراین برای کشیدن نمودار این شاخص در شـکل (۲) از چهار عدد برای هر صـنعت اسـتفاده شـده که به‌صـورت $a1_m$ تا $a4_m$ تعریف شـده اسـت. در این شـکل Q_i نشان‌دهندهٔ مقادیر نسبت آنی در شاخص نقدینگی به‌ازای هر سهم است.



شکل (۲) نمودار مطلوبیت شاخص QR_i

Figure (2) Utility graph for factor QR_i

شاخص $\left(\frac{P}{S}\right)_i$: هرچه مقدار این شاخص کمتر شود، نشان از کم‌قیمت شدن سهام دارد و فرصت خوبی برای خرید این سهام است. حال با زیاد شدن $\left(\frac{P}{S}\right)_i$ از درجهٔ مطلوبیت آن کاسته می شود و نشان از قیمت‌گذاری بیش از حد سهام دارد که برای سبد نامطلوب است. برای ارزش‌گذاری این شاخص در این پژوهش از $\left(\frac{P}{S}\right)_i$ شرکت‌های هر صنعت مقادیری به‌عنوان حد بالا و پایین برای مطلوبیت در این شاخص انتخاب می شود. پارامترهای $b1_m$ تا $b5_m$ اعداد انتخابی برای هر صنعت m هستند (مطابق شکل ۳).



شکل (۳) نمودار مطلوبیت شاخص PS_i

Figure (3) Utility graph for factor PS_i

روابط (۴) تا (۶) نشان‌دهندهٔ توابع هدف مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام است که رابطهٔ اول با استفاده از معیار کوواریانس به کمینه‌کردن ریسک توجه می‌کند و رابطه‌های بعدی به‌ترتیب از معیار نیمه‌واریانس و قدر مطلق انحرافات استفاده می‌کند. در ادامه، با استفاده از ضریب منفی به بیشینه‌سازی بازده و شاخص‌های بنیادی توجه می‌کند.

رابطهٔ (۷) محدودیت بودجه است که جمع نسبت‌های سرمایه‌گذاری را روی سهام‌های انتخاب‌شده نشان می‌دهد که باید برابر با مقدار یک باشد. رابطهٔ (۸) نشان‌دهندهٔ کمترین و بیشترین انتخاب سهام از کل سهم‌های ورودی به مدل است. به‌طوری که فرض $k_1 \le k_2 \le N$ برقرار باشد. رابطهٔ (۹) تضمین می‌دهد که میزان سرمایه‌گذاری روی سهام i بین کمترین و بیشترین بازهٔ ε_i و δ_i باشد و فرض $0 \le \varepsilon_i \le \delta_i \le 1$ برقرار باشد. محدودیت (۱۰) نشان‌دهندهٔ آن است که نسبت سرمایه‌گذاری در صنعت m از کل بودجه باید بین دو عدد L_m و U_m قرار بگیرد. محدودیت (۱۱) شاخص ROA است که این نسبت نشان‌دهندهٔ میزان سود شرکت نسبت به کل دارایی‌های آن است. رابطهٔ (۱۲) شاخص نرخ گردش را نشان می‌دهد. این شاخص نشان‌دهندهٔ نسبت نرخ در گردش مالی هر سهام نسبت به کل نرخ گردش مالی صنعتی است که در آن قرار دارد. رابطهٔ (۱۳) شاخص نسبت سود عملیاتی[1] است که نشان‌دهندهٔ درآمد و هزینه‌های عملیاتی شرکت در انتهای دورهٔ مالی‌اش است. مقادیر محاسبه شده در روابط (۱۱) تا (۱۳) در تابع هدف به‌عنوان معیارهایی از سودآوری شرکت‌ها در نظر گرفته شده است.

تابع هدف اول و دوم به دلیل ضرب دو متغیر پیوسته (w_i و w_j) در یکدیگر غیرخطی است؛ بنابراین برای حل مسئله و دستیابی به جواب بهینهٔ سراسری باید آنها را به فرم برنامه‌ریزی خطی تبدیل کرد. برای این کار از خطی سازی مک کورمیک[2] استفاده شده است. از آنجایی که هر دو متغیر پیوسته و بین صفر و یک هستند، حد پایین برابر صفر و حد بالا برابر یک در نظر گرفته شد. ضرب این متغیرها در یکدیگر با متغیر پیوسته بین صفر و یک ($s_i = w_i w_j$) جایگزین شده است. سپس این دو رابطهٔ زیر به محدودیت‌های مدل اضافه می‌شود.

$$0 \le s_i \le w_i \qquad \forall i,j \qquad (۱۴)$$

$$0 \le s_i \le w_j \qquad \forall i,j \qquad (۱۵)$$

در سومین تابع هدف مسئلهٔ مقدار $\frac{\lambda}{T}\sum_{t=1}^{T}\left|\sum_{i=1}^{N}(R_{it}-\mu_i)w_i\right|$ به صورت غیرخطی از نوع قدر مطلق بیان شده است که مطابق زیر خطی‌سازی می‌شود. در تابع هدف به‌جای $\left|\sum_{i}^{N}(R_{it}-\mu_i)\,w_i\right|$ متغیر d_t جایگزین شده است و محدودیت‌های زیر به مسئله اضافه می‌شود.

---

[1]. Operating Profit Ratio

[2]. McCormick

$$d_t \geq \sum_i^N (\mu_i - R_{it}) w_i \qquad \forall t \qquad (۱۶)$$

$$d_t \geq \sum_i^N (R_{it} - \mu_i) w_i \qquad \forall t \qquad (۱۷)$$

با توجه به غیرخطی و NP hard بودن مسئلهٔ بهینه‌سازی سبد سهام، (Markowitz, 1952) در ابعاد بزرگ مدل برنامه‌ریزی ریاضی در مدت‌زمان معقولی به جواب نمی‌رسد و زمان حل به‌صورت نمایی افزایش پیدا می‌کند؛ بنابراین برای کم‌کردن مدت‌زمان حل و رسیدن به جواب نزدیک به بهینه از الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی استفاده شده است. کدنویسی این الگوریتم در نرم‌افزار MATLAB انجام شده است. در ادامه، توضیحات کاملی از الگوریتم جستجوی هارمونی، نمادهای به‌کاررفته در الگوریتم، ساختار و فلوچارت آن ارائه می‌شود.

در دو دههٔ گذشته پژوهشگران الگوریتم فراابتکاری جدید جستجوی هارمونی را توسعه داده‌اند (Geem et al., 2001) که از فرایند جستجوی موسیقی برای یک حالت هارمونی کامل نشأت گرفته است. هنگامی که نوازنده یک آهنگ را بداهه می سازد، اغلب از یکی از این سه قانون پیروی می‌کند: ۱. نواختن یک آهنگ از حافظهٔ خود؛ ۲. نواختن یک آهنگ نزدیک به یک آهنگ از حافظهٔ خود؛ ۳. پخش آهنگ کاملاً تصادفی از محدودهٔ صدای ممکن. به‌طور مشابه وقتی هر متغیر تصمیم‌گیری یک مقدار را در الگوریتم جستجوی هارمونی انتخاب می‌کند، از این سه قانون پیروی می‌کند: ۱. انتخاب یکی از مقادیر حافظهٔ جستجوی هارمونی؛ ۲.انتخاب مقداری نزدیک از یک مقدار از حافظهٔ جستجوی هارمونی که به‌عنوان تنظیم تن صدا تعریف می شود؛ ۳. انتخاب مقدار تصادفی از بازهٔ مقادیر ممکن که به‌عنوان انتخاب تصادفی تعریف می شود. سه قانون در الگوریتم HS به‌طور مؤثر با استفاده از دو پارامتر همچون نرخ در نظر گرفتن حافظهٔ هارمونی[1] و نرخ تنظیم زیر و بم یا تن صدا[2] هدایت شده است و سپس به‌اندازهٔ پهنای باند[3] تغییر صورت می‌گیرد. نمادها و رشتهٔ جواب‌های طراحی شده برای الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی در جدول (۱) شرح داده شده است. سایر نمادهای مورداستفاده مشابه نمادهایی است که در مدل‌سازی ریاضی به کار گرفته شد.

جدول (۱) نمادهای مورداستفاده در الگوریتم جستجوی هارمونی

Table (1) Symbols used in the harmony search algorithm

نماد	شرح نماد	نماد	شرح نماد
$nvar$	تعداد متغیرهای مسئله (تعداد سهام‌ها)	S	تعداد گروه‌های صنعتی
w_{min}	کمترین نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم	w_{max}	بیشترین نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم
z	متغیر صفر و یک که اگر یک شود، سهم انتخاب می‌شود	S_{min}	کمترین نسبت سرمایه‌گذاری مجاز در هر صنعت
S_{max}	بیشترین نسبت سرمایه‌گذاری مجاز در هر صنعت	w	نسبت سرمایه‌گذاری‌شده روی سهم
W	رشته جواب ناموجه ساخته‌شده در الگوریتم	W'	رشته جواب موجه‌شده در الگوریتم Fitness
$SumW$	مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری‌شده روی سهام‌ها	C	تابع برازش: اگر سهامی قرار باشد، حذف شود، سهمی که کمینهٔ C دارد، حذف خواهد شد و برعکس
$step$	اندازهٔ هر گام برای Landa است.	$MaxIte_i$	تعداد تکرار حلقهٔ اصلی الگوریتم
HMS	تعداد بردارهای جواب در حافظهٔ هارمونی	FW	پهنای باند
$HMCR$	نرخ انتخاب از حافظهٔ هارمونی	PAR	نرخ تنظیم گام

برای این مسئله از سه رشته جواب استفاده شده است که هرکدام برای یکی از توابع هدف Obj_1، Obj_2 و Obj_3 به کار می‌رود. روند تبدیل رشته جواب‌های ناموجه به رشته جواب‌های موجه یکسان است. رشته جواب‌ها شامل یک سطر و nvar

[1]. Harmony Memory Consideration Rate
[2]. Pitch Adjusting Rate
[3]. Fret Width

ستون (به تعداد سهام‌ها) است. w نشان‌دهندهٔ نسبت سرمایه‌گذاری روی سهم در هر سلول است. در الگوریتم جستجوی هارمونی، رشته جواب‌ها اعدادی بین صفر و یک هستند؛ به‌طور مثال، رشته جواب زیر برای ۱۰ سهم و مقادیر سرمایه‌گذاری‌شده به‌ازای هر سهم نشان داده شده است.

۰	۰	۰/۵۳۹۲	۰	۰/۶۱۸	۰	۰/۰۱۴۹	۰/۶۲۷۸	۰	۰/۲۰۰۵

در هر رشته جواب باید تمام محدودیت‌هایی را که باعث ناموجه شدن رشته جواب می شود، به الگوریتم اضافه کرد. این محدودیت‌ها تحت عنوان محدودیت بودجه، کاردینالیتی، آستانه و محدودیت بخش‌بندی تعریف می شود که در ادامه توضیح داده خواهد شد.

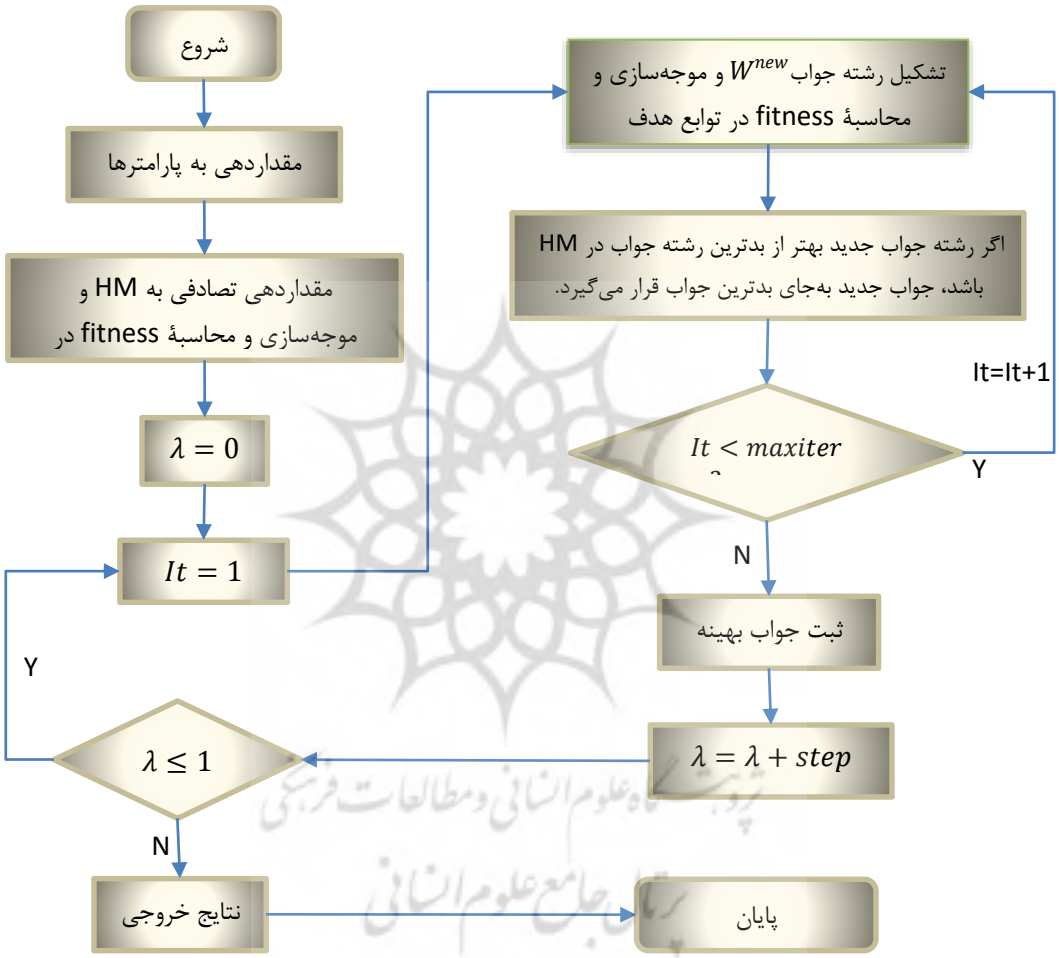
محدودیت بودجه: طبق رابطهٔ (۷) باید مجموع تمام نسبت‌های سرمایه‌گذاری‌شده در سهام‌ها برابر با مقدار یک شود. اگر نسبت سرمایه‌گذاری در هر سهم برابر w و مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری SumW باشد، با تبدیل w=w/Sum(W) برای تمام سهام‌های در مجموعه، محدودیت مربوط به برابر یک‌بودن جمع نسبت‌های سرمایه‌گذاری برآورده می‌شود.

محدودیت کاردینالیتی: این محدودیت می‌خواهد تعداد مشخصی از سهام‌های موجود را در سبد قرار دهد. طبق رابطهٔ (۸) کمترین تعداد سهام‌های منتخب برابر K_1 و بیشترین تعداد سهام‌ها برابر با K_2 است. حال ممکن است تعداد سهام‌های انتخاب شده (K^*) از بیشترین تعداد مجاز بیشتر باشد که در این صورت با احتمال ۵۰ در صد تابع برازش C برای هر سهم محاسبه شود و کمینهٔ مقدار این تابع متناظر با هر سهمی که بود، متغیر صفر و یک z برابر با مقدار صفر شده و آن سهم حذف می‌شود. با احتمال ۵۰ درصد نیز یک سهم به‌صورت تصادفی در گروه S انتخاب شده و سپس متغیر z برابر با مقدار صفر شده و آن سهم حذف می شود. در ضمن، ممکن است تعداد سهام منتخب از کمترین تعداد سهام کمتر شود. فرض کنید که Ψ مجموعه‌ای از کل سهام‌هایی است که برای سرمایه‌گذاری انتخاب می شود و S مجموعه‌ای از سهام‌هایی است که از گروه Ψ انتخاب شده است؛ بنابراین باید تعدادی سهام که در گروه S نیست ($\Psi - S$)، به گروه S اضافه شود. در این حالت با احتمال ۵۰ درصد تابع برازش C برای هر سهم محاسبه و بیشینهٔ مقدار متناظر با آن سهم که در گروه S نیست، متغیر z برابر با مقدار ۱ شده و آن سهم اضافه می شود. با احتمال ۵۰ در صد نیز یک سهم به صورت تصادفی از $\Psi - S$ انتخاب و به گروه S اضافه می‌شود.

محدودیت آستانه: این محدودیت برای هر سهام مشخص می‌کند که در چه بازده‌ای می‌توان سرمایه‌گذاری کرد. طبق رابطهٔ (۹) نیاز است که $\varepsilon_i \le w_i \le \delta_i$ باشد. در الگوریتم حد پایین برای هر سهم W_{min} و حد بالا برای هر سهم W_{max} تعریف شده است. به‌منظور موجه‌کردن این محدودیت، سهامی که از حد پایین خود کمتر شده، برابر با حد پایین قرار گرفته و سهامی که از حد بالای خود بیشتر شده است، برابر با حد بالای آن سهم قرار می‌گیرد.

محدودیت بخش‌بندی: طبق رابطهٔ (۱۰) دو حد بالا و پایین برای نسبت سرمایه‌گذاری سهام‌های هر گروه وجود دارد؛ بنابراین باید نشان داد که $L_m \le \sum_{i\in O_m}^{N} w_i \le U_m$ است و سهام‌های انتخاب شده از هر گروه در بازهٔ تعریف شدهٔ رابطه قرار می‌گیرد. در الگوریتم، حد پایین برای هر صنعت S_{min} و حد بالا برای هر صنعت S_{max} تعریف شده است. مجموع نسبت‌های سرمایه‌گذاری شده در هر صنعت با $SumW(s)$ نشان داده می شود که تا زمانی که این نسبت کوچک‌تر از S_{min} باشد، بزرگ‌ترین نسبت سرمایه‌گذاری در آن صنعت تا حد بالای آن سهم یا میزان نسبت سرمایه‌گذاری برای رسیدن به حد بالای صنعت $min[((S_{min} - SumW(s)), (W_{max} - w)]$ اضافه می شود. اگر در یک صنعت $SumW(s) > S_{max}$ باشد، آنگاه کوچک‌ترین نسبت سرمایه‌گذاری در آن صنعت تا حد پایین آن سهم یا میزان نسبت سرمایه‌گذاری برای رسیدن به حدپایین صنعت $max[((SumW(s) - S_{max}), (w - W_{min})]$ کم می‌شود.

درمجموع، در مرحلهٔ اول باید به پارامترهای مدل مقداردهی شـود و پس از آن الگوریتم جسـتجوی هارمونی جواب‌های تصادفی در حافظهٔ هارمونی ایجاد می‌کند و بلافاصله مقادیر تابع هدف آنها محاسبه می‌شود؛ چون توابع هدف از دو قسمت ریسک و بازده تشکیل شده‌اند، نیاز به تقابل این دو هدف برای تعیین بهترین جواب ممکن است؛ بنابراین پارامتر λ در ابتدا مقدار صـفر می‌گیرد تا در تکرارهای بعدی با توجه به گام حرکتی (step) به‌سـمت عدد یک تغییر کند. در تکرار اول حلقهٔ اصلی الگوریتم جستجوی هارمونی، رشته‌های جدید با در نظر گرفتن HMCR، PAR و FW از حافظهٔ هارمونی یا به صورت تصادفی تولید و در توابع برازش مقداردهی می‌شود. در شکل (۴) فلوچارت مدل بهینه‌سازی سبد سهام با الگوریتم جستجوی هارمونی آورده شده است.



شکل (۴) فلوچارت الگوریتم جستجوی هارمونی

Figure (4) Flowchart for Harmony search algorithm

یافته‌ها

به دلیل زیادبودن شاخص‌های تحلیل بنیادی مقرر شد، با تنظیم دو پرسشنامه به مهم‌ترین شاخص‌های اثرگذار در این روش تحلیلی توجه شود. در ابتدا، ۱۵ عدد پرسشنامهٔ شمارهٔ (۱) در اختیار خبرگان قرار گرفت و در انتها هرکدام از پرسشنامه‌ها از روش سلسله‌مراتبی (AHP) در نرم‌افزار اکسپرت چویس تحلیل شدند. تمامی ۱۵ پرسشنامهٔ نرخ ناسازگاری ماتریس کمتر ۰/۱ را داشته‌اند؛ بنابراین از این ۱۵ پرسشنامه میانگین هندسی گرفته شد. نتیجهٔ نهایی پرسشنامهٔ شمارهٔ (۱) در جدول (۲) نشان داده شده است. طبق این جدول، شاخص سوددهی و ارزش‌گذاری از بااهمیت‌ترین شاخص‌هایی است که کارشناسان

برای انتخاب سهام موردتوجه قرار می‌دهند و شاخص‌های نقدینگی، حجم معاملاتی و رشد در رتبهٔ بعدی اهمیت قرار دارد. پس در پرسشنامهٔ دوم فقط این پنج شاخص مدنظر قرار می‌گیرد.

جدول (۲) نتایج خبرگان در پرسشنامهٔ شمارهٔ ۱

Table (2) Results of experts in questionnaire number 1

شاخص‌ها	سوددهی	ارزش‌گذاری	نقدینگی	حجم	رشد	عملیاتی	بدهی	سود تقسیمی
میانگین	۰/۲۲۶	۰/۲۰۳	۰/۱۴	۰/۱۳۱	۰/۱۰۱	۰/۰۸۸	۰/۰۷	۰/۰۴

در پرسشنامهٔ دوم نیز عوامل مؤثر در پنج شاخص منتخب از پرسشنامهٔ قبلی باهم مقایسه شده‌اند. ابتدا، نظرات هر خبره با روش سلسله‌مراتبیAHP در نرم‌افزار اکسپرت چویس تحلیل شد و هرکدام از ۱۵ پرسشنامهٔ ماتریس ناسازگاری کمتر از ۰/۱ داشته‌اند. سپس با استفاده از میانگین هندسی یک نتیجهٔ کلی برای تمام نظرات به دست آمد. نتایج خبرگان از پرسشنامهٔ شمارهٔ (۲) دربارهٔ شاخص‌های پنج‌گانه در جدول (۳) آورده شده است. در این مقایسهٔ زوجی انجام‌شده در شاخص سوددهی، زیر شاخص‌های بازدهٔ کل دارایی (ROA) و بازدهٔ ارزش سهام (ROE) انتخاب شد. نسبت ROA یا بازدهٔ کل دارایی نشان‌دهندهٔ میزان سود شرکت نسبت به کل دارایی‌های آن است و شاخص ROE یا بازدهٔ ارزش سهام برابر با نسبت سود خالص شرکت به مجموع حقوق صاحبان سهام است.

جدول (۳) نتایج خبرگان در پرسشنامهٔ شمارهٔ (۲) برای شاخص‌های منتخب

Table (3) Results of experts in questionnaire number (2) for selected indicators

شاخص	زیر شاخص (میانگین وزن زیرشاخص)			
سوددهی	ROA (۰/۳۹۲)	ROE (۰/۳۷۴)	Net Profit Margin on Sales (۰/۱۲۷)	Operating Expense Ratio (۰/۱۰۸)
ارزش‌گذاری	P/S (۰/۳۰۲)	P/E (۰/۳۰۱)	Ln(A/B) (۰/۱۶۲)	Ln(B/P) (۰/۱۲۴)
نقدینگی	Asset Liability Ratio (۰/۳۸۸)	Quick Ratio (۰/۳۷۴)	Equity to Dept Ratio (۰/۱۲۵)	Current Ratio (۰/۱۱۳)
حجم	Turnover to total market 3-month (۰/۴۴۷)	Turnover to total market 1-month (۰/۲۶۰)	Turnover rate 3-month (۰/۱۷۸)	Turnover rate 1-month (۰/۱۱۴)
رشد	Total assets (۰/۳۹۴)	Operating profit (۰/۳۲۰)	Gross profit (۰/۲۸۶)	

در این مقایسهٔ انجام‌شده در شاخص ارزش‌گذاری دو شاخص P/S و P/E ارجحیت بیشتری نسبت دیگر شاخص‌ها دارند. شاخص P/S یا برابر با حاصل تقسیم ارزش بازار سهام شرکت بر میزان فروش شرکت است. شاخص P/E نیز به صورت نسبت قیمت هر سهام شرکت به سود پیش‌بینی‌شدهٔ هر سهم تعریف می‌شود. در شاخص نقدینگی دو شاخص نسبت بدهی دارایی‌ها و نسبت آنی بیشترین وزن را دارد؛ ولی به این دلیل که نسبت آنی به‌صورت سخت‌گیرانه‌تری داده‌ها را پردازش می‌کند، شاخص نسبت آنی انتخاب می‌شود. نسبت آنی از تقسیم دارایی‌های جاری بدون در نظر گرفتن موجودی کالا، پیش‌پرداخت‌ها، سپرده و سفارشات بر بدهی‌های جاری حاصل می‌شود.

در شاخص حجم، نسبت حجم در گردش بیشترین وزن را توسط خبرگان کسب کرد که با گردش مالی در طول سه ماه آن سهام تقسیم بر کل گردش مالی بازار صنعت در مدت‌زمان سه‌ماهه برابر است. در رابطه با شاخص رشد نیز پرسشنامهٔ دوم بین خبرگان تقسیم شد و شاخص نسبت دارایی با وزن ۰/۳۹۴ بیشترین اهمیت را کسب کرد. شاخص Total assets یا نسبت

دارایی کل نشان‌دهندهٔ این است که یک شرکت بازهٔ یک‌ساله چقدر توانسته است، به دارایی‌های خود اضافه یا از آنها کم کند. این شاخص به‌صورت مقدار افزایش دارایی در سال جاری تقسیم بر دارایی سال قبل شرکت محاسبه می‌شود.

طریقهٔ حذف‌کردن سهام‌ها به‌صورت اشتراک بین چهار فیلتر P/E ، ROE ، نسبت دارایی‌ها و نسبت حجم در گردش است. در هر گروه و در هر فیلتر در نیمهٔ بالای جدول، سهام‌هایی که بیشترین تکرار را در چهار فیلتر داشته باشد، انتخاب می‌شود. در جدول (۴) گروه اول فرآورده‌های نفتی،کک و سوخت‌های هسته‌ای است. در این گروه ۸ سهم (ش۱) تا (ش۸) که دارای EPS هستند، انتخاب شده و تمام داده‌های لازم از سایت‌های TSETMC و کدال دریافت شده و در فیلترها قرار داده شده است. همان‌گونه که در جدول مشخص است، سهام (ش۴) و (ش۷) تنها یک‌مرتبه در نیمهٔ بالایی جدول ظاهر شده است و حذف خواهد شد.

جدول (۴) سهام‌های گروه اول

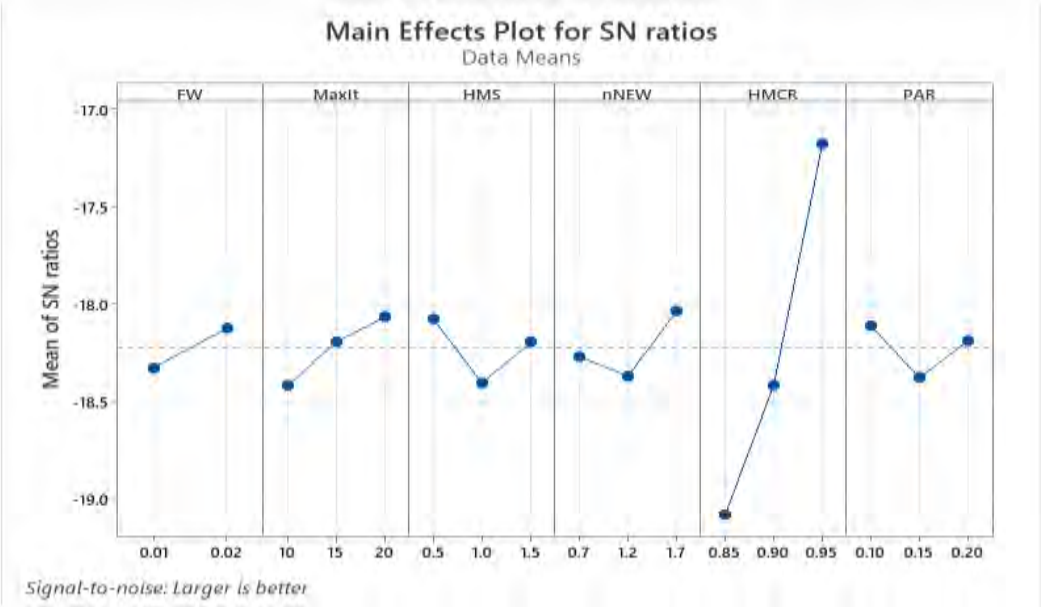
Table (4) First group stocks

نسبت حجم در گردش	شرکت	نسبت دارایی‌ها	شرکت	ROE	شرکت	P/E	شرکت
۰/۰۹	ش۴	۱/۵۶	ش۵	۰/۶۱	ش۳	۴/۶۱	ش۱
۰/۰۷	ش۶	۰/۵۹	ش۸	۰/۴۳	ش۷	۵/۶۷	ش۳
۰/۰۷	ش۱	۰/۵۲	ش۲	۰/۳۴	ش۱	۶/۲۰	ش۵
۰/۰۶	ش۲	۰/۵۰	ش۶	۰/۲۹	ش۸	۱۱/۹۶	ش۲
۰/۰۴	ش۵	۰/۲۸	ش۷	۰/۲۵	ش۲	۱۲/۰۰	ش۴
۰/۰۳	ش۷	۰/۱۶	ش۳	۰/۲۳	ش۵	۱۵/۰۰	ش۸
۰/۰۳	ش۳	۰/۱۰	ش۱	۰/۲۱	ش۶	۱۵/۲۰	ش۶
۰/۰۰	ش۸	۰/۰۱	ش۴	۰/۰۶	ش۴	۲۱/۶۶	ش۷

برای مقایسهٔ نتایج روش حل دقیق و فراابتکاری جستجوی هارمونی نیاز به تعریف ابعاد مختلفی از مسائل نمونه است. بدین منظور گروه‌های ابعادی N10 تا N55 شامل ۱۰ تا ۵۵ سهم تعریف شده است که شامل گروه‌های فراورده‌های نفتی، فلزات اساسی، محصولات شیمیایی، خودرو، استخراج فلزات، محصولات غذایی، سرمایه‌گذاری‌ها، دارویی و بانک‌ها می‌شود.

از روش آماری تاگوچی برای تنظیم پارامترهای الگوریتم جستجوی هارمونی استفاده شد. برای اجرای الگوریتم جستجوی هارمونی باید شش پارامتر مقداردهی شود. پارامترهای MaxIt ، HMS و nNEW برای هر گروه مسئله با ابعاد مختلف از طریق ضرب نسبت‌های سطوح مورد آزمایش در ابعاد آن مسئله به دست می‌آید و پارامترهای FW ، HMCR و PAR دارای سطوح ثابتی است.

با استفاده از روش تاگوچی که در آن تعداد آزمایش‌ها برای ترکیبات مختلف از سطوح و عوامل مشخص شده است، تعداد آزمایش‌ها برای ۶ عامل مورداشاره (پنج عامل سه سطحی و یک عامل دوسطحی) برابر با ۱۸ اجرا خواهد بود. برای هر آزمایش میانگین سه بار اجرا تابع هدف‌های مسائل، در الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی در نظر گرفته شده است. با انجام این آزمایش‌ها میانگین نسبت سیگنال به نویز (S/N) برای هر پارامتر در نرم‌افزار Minitab به دست آمده است که نتایج آن در شکل (۵) ثبت شده است. در مقایسه‌های انجام‌شده هرچه مقدار (S/N) بیشتر باشد، بهتر است؛ بنابراین FW = 0.01، MaxIt = 20، HMS = 0.5، nNEW = 1.7، HMCR = 0.95 و PAR = 0.1 تنظیم می‌شود.

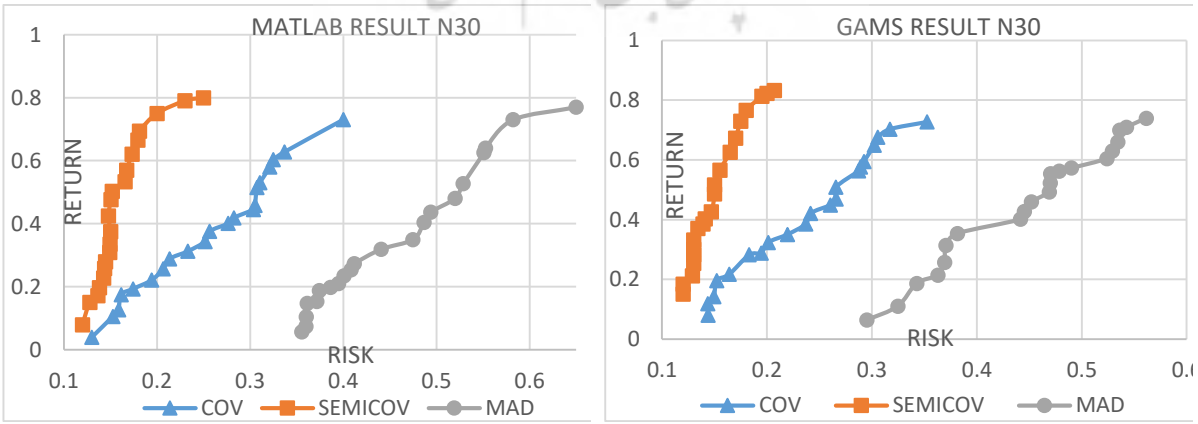


شکل (۵) میانگین نسبت S/N برای پارامترهای الگوریتم HS برای گروه‌های ابعادی N30، N40، N55

Figure (5) Average of S/N ratio for HS algorithm parameters for groups N30, N40, N55

پس از تنظیم پارامتر برای الگوریتم HS نوبت به مقایسهٔ دو روش حل دقیق می‌رسد که با نرم‌افزار GAMS و روش فرابتکاری HS که با نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده‌اند. نتایج خروجی مدل‌ها با کامپیوتر رومیزی با مشخصات CPU Core i7 1.8GHz و RAM 8GB انجام شده است.

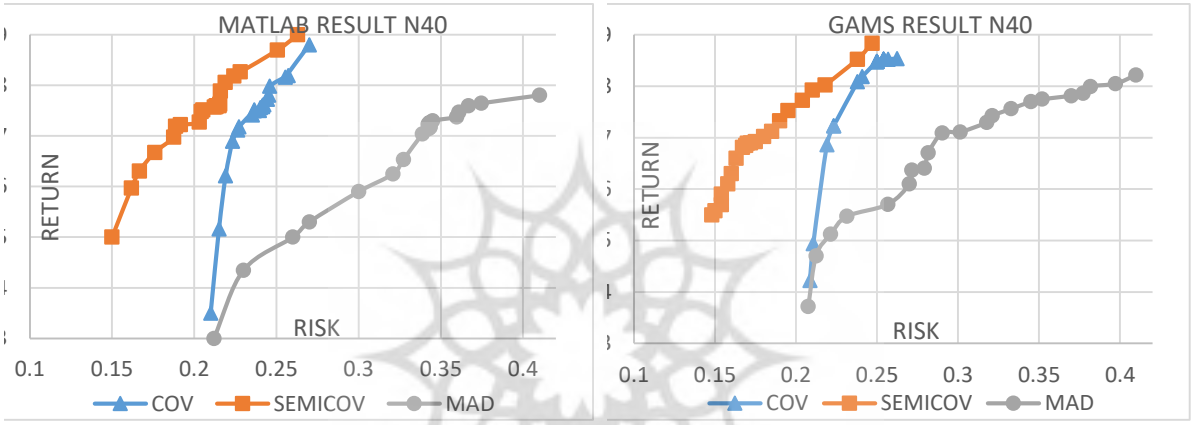
این مدل در گروه‌های N30 تا N55 اجرا شده و نتایج خروجی هر گروه شامل ریسک هر معیار، بازدهٔ هر تابع هدف و نتایج حل به‌ازای λ های مختلف در بازهٔ بین صفر و یک با فاصلهٔ ۰/۰۵ است. چون مقادیر ریسک و بازده نرمال سازی شده است، هر سه تابع هدف با یکدیگر مقایسه می‌شود. برای مقایسهٔ بهتر این جواب‌ها باید از نمودار پارتو استفاده شود. محور افقی نشان‌دهندهٔ ریسک سبد سهام و محور عمودی برای نمایش بازدهٔ سبد است. در این گروه ابعادی N30 نرم‌افزار گمز نیازمند مدت‌زمان حل دست‌کم ۵۶۰ ثانیه است؛ در حالی که الگوریتم فرابتکاری جستجوی هارمونی برای به دست آوردن نقاط بهینهٔ محلی به زمان ۳۳ ثانیه نیاز دارد. در شکل (۶) مقایسهٔ بین دو روش حل دقیق و فرابتکاری نشان داده شده است که تابع هدف SEMICOV در هر دو نوع روش حل دقیق و فرابتکاری توانسته است، بهترین معیار برای محاسبهٔ ریسک باشد. هر دو شکل دارای کشیدگی هستند و جواب‌ها به‌خوبی در فضا پخش شده‌اند.



شکل (۶) نمودارهای پارتو سه تابع هدف برای گروه ابعادی N30

Figure (6) Pareto charts of three objective functions for group N30

گروه N40 آخرین مسائل نمونهٔ مشترک حل دقیق و روش حل فراابتکاری جستجوی هارمونی است. مدت‌زمان حل روش دقیق در گروه N40، دست‌کم ۲۳۰۰ ثانیه است. در صورتی که برای روش فراابتکاری ۱۸۰ ثانیه به طول می‌انجامد. برای ابعاد بالاتر حل دقیق در مدت‌زمان سه ساعت نیز به جواب بهینه نرسیده است. در این مقایسه نیز که در شکل (۷) نشان داده شده است، معیار SEMICOV با تابع هدف دوم بهترین سبد سهام را ایجاد می‌کند. جواب‌های تابع هدف COV و SEMICOV در الگوریتم جستجوی هارمونی بسیار نزدیک به جواب‌های حل دقیق هستند؛ اما تابع MAD تفاوت معناداری را نشان می‌دهد که بیانگر پایدارنبودن این معیار برای محاسبهٔ ریسک است. تابع هدف SEMICOV در الگوریتم جستجوی هارمونی در بعضی نقاط با روش حل دقیق جواب مشابه ثبت کرده است که نشان از توانایی همگرا شدن روش فراابتکاری به جواب حل دقیق است. در تابع هدف COV نیز الگوریتم جستجوی هارمونی اختلاف کوچکی با روش حل دقیق تشکیل سبد سهام داده است. توابع COV و SEMICOV در برخی نقاط بسیار نزدیک سبد سهام تولید کرده‌اند که نشان می‌دهد، هرچه ابعاد سهام بالاتر رود، این امکان وجود دارد که با معیارهای متفاوتی سبد سهام‌هایی متنوع با ریسک و بازدهٔ مشابه پیدا شود.



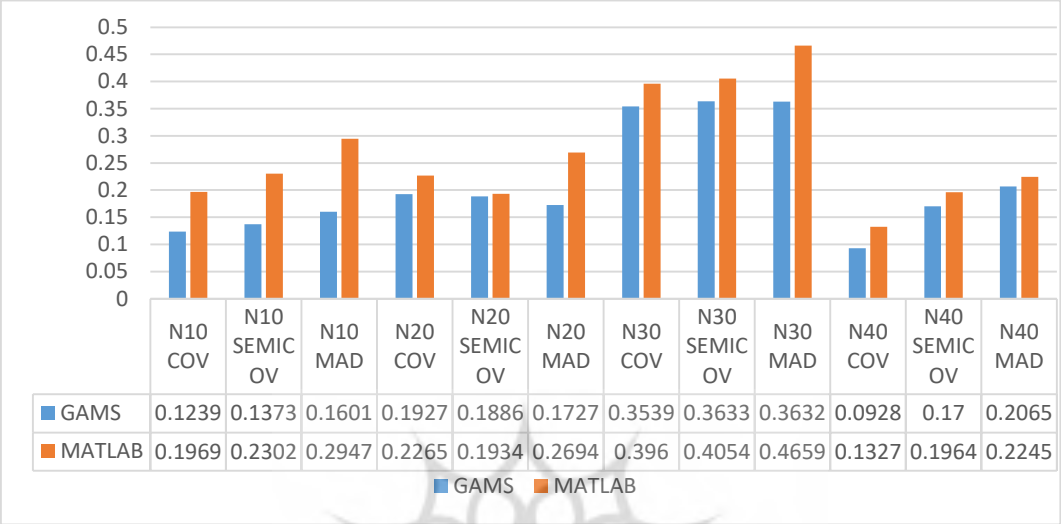
شکل (۷) نمودارهای پارتو سه تابع هدف برای گروه ابعادی N40 با روش فراابتکاری و حل دقیق

Figure (7) Pareto charts of three objective functions for group N40

در انتها گروه ابعادی N55 بررسی می‌شود که تنها خروجی‌های نرم‌افزار MATLAB را داراست؛ زیرا به دلیل زمان حل بسیار زیاد روش حل دقیق در نرم‌افزار GAMS در مدت‌زمان سه ساعت نیز به جواب نرسید. نتایج برای الگوریتم HS نشان می‌دهد که همان روندی که در گروه ابعادی کوچک‌تر وجود داشت، در این ابعاد وجود دارد. به‌عنوان جمع‌بندی این بخش می‌توان گفت که روش حل دقیق همیشه جواب بهینه ایجاد می‌کند؛ ولی مدت‌زمان حل زیادی نیز می‌خواهد در صورتی که روش فراابتکاری در مدت‌زمان بسیار کوتاه‌تر تقریب خوبی از جواب‌های بهینه ایجاد می‌کند. تابع هدف نیمه‌واریانس به‌جز در گروه N10، در سایر گروه‌ها، هم در روش حل دقیق و هم در روش فراابتکاری نمودارهای پارتوی بهتری ایجاد می‌کند؛ یعنی سبد سهام‌هایی با بازدهٔ بیشتر و در عین حال، ریسک کمتر تولید می‌کند. با بزرگ‌شدن گروه‌های ابعادی، کشیدگی بهتر و تنوع بیشتر در تولید سبد سهام مشاهده می‌شود. در ادامه، نتایج روش حل دقیق GAMS و فراابتکاری جستجوی هارمونی با استفاده از معیارهای کارایی مخصوص جواب‌های چندهدفه (پارتو) مقایسه می شود. این معیارهای مقایسه عبارت‌اند از: ۱. میانگین فاصله از نقطهٔ ایده‌آل؛ ۲. معیار یکنواختی؛ ۳. معیار گسترش؛ ۴. زمان حل

معیار میانگین فاصله از نقطهٔ ایده‌آل (MID): نقطهٔ ایدئال نقطه‌ای است که کمترین ریسک در هر دو مرز پارتو حل دقیق و فراابتکاری و بیشترین بازده در دو مرز پارتو را داشته باشد. عدد کوچک‌تر در این معیار نشان‌دهندهٔ عملکرد بهتر است. این معیار توسط رابطهٔ $MID = \frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{Q} C_i$ مشخص می‌شود که در آن Q تعداد نقاط مرز پارتو و C_i فاصلهٔ هر نقطه تا نقطهٔ

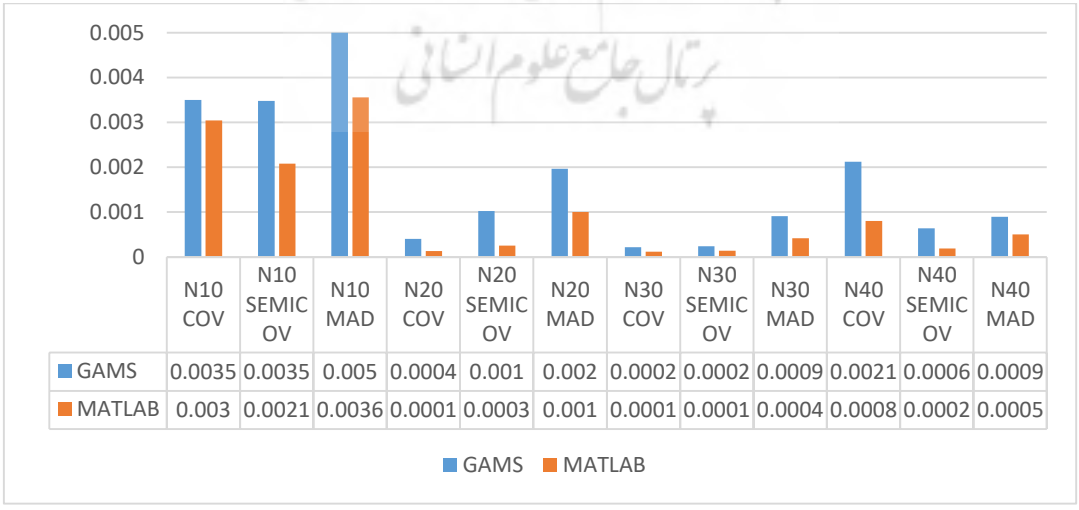
ایده‌آل است. در شکل (۸) معیار میانگین فاصله از نقطهٔ ایده‌آل برای تمام گروه‌های ابعادی محاسبه شده است. با توجه به شکل (۸) برای تابع هدف اول مسئله با معیار COV، تابع هدف دوم با معیار SEMICOV و تابع هدف سوم مسئله با معیار MAD، در تمام ابعاد مسئله فاصله از نقطهٔ ایده‌آل در روش حل دقیق با نرم‌افزار GAMS، نسبت به روش فراابتکاری جستجوی هارمونی بهتر عمل کرده است. دلیل اینکه روش حل دقیق در تمام ابعاد کمترین فاصله را با نقطهٔ ایدئال دارد، این است که روش حل دقیق جواب‌های بهینه را پیدا و الگوریتم فراابتکاری تقریبی از جواب بهینه را پیدا می‌کند.



شکل (۸) مقایسهٔ معیار فاصله از نقطهٔ ایدئال

Figure (8) Comparison of distance from the ideal point

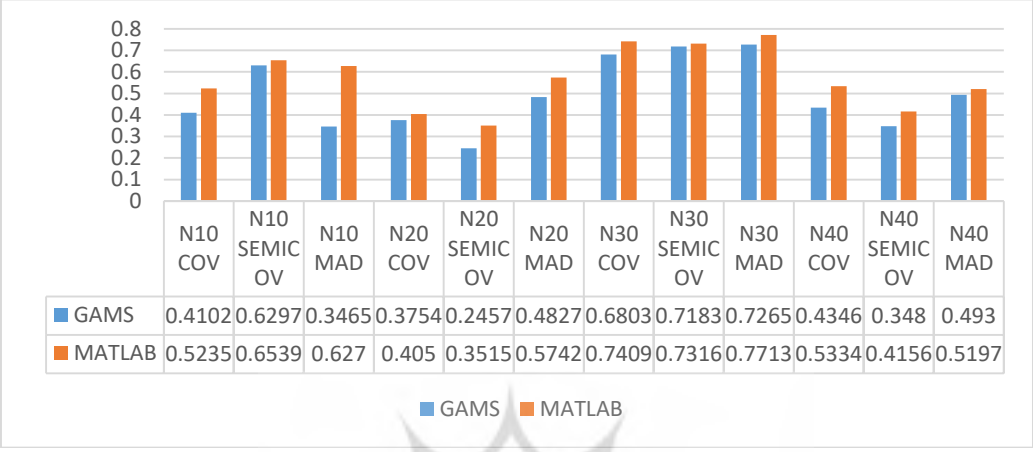
معیار یکنواختی (S): معیاری که انحرافات همهٔ فواصل نقاط پارتو را بررسی می‌کند و اعداد کوچک‌تر در این معیار نشان‌دهندهٔ عملکرد بهتر است. این معیار از رابطهٔ $S = \sqrt{\frac{1}{Q}\sum_{i=1}^{Q}(d_i - \bar{d})^2}$ محاسبه می‌شود که در آن Q تعداد نقاط مرز پارتو و d_i فاصلهٔ هر دو نقطهٔ متوالی و $\bar{d}$ میانگین همهٔ فواصل است. در شکل (۹) این معیار در گروه‌های ابعادی آورده شده است. این معیار در تمام گروه‌ها در روش حل دقیق عملکرد ضعیف‌تری دارد. روش فراابتکاری جستجوی هارمونی یکنواختی بیشتری دارد و نشان‌دهندهٔ عملکرد بهتری است.



شکل (۹) مقایسهٔ معیار یکنواختی

Figure (9) Comparison of smoothness criterion

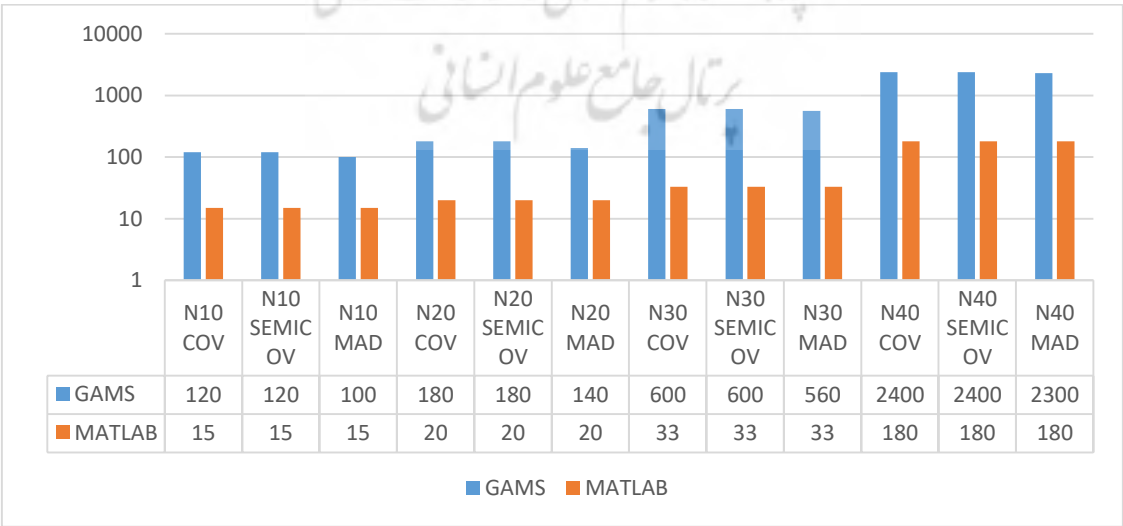
معیار گسترش (D): این معیار نشان‌دهندهٔ گستردگی و کشیدگی نمودار پارتو است و هرچقدر این معیار عدد بزرگ‌تری را نشان دهد، عملکرد بهتری نسبت به بقیه دارد. در رابطهٔ $D = \sqrt{\sum_{m=1}^{M}(\max_{1\le i\le Q} f_m^i - \min_{1\le i\le Q} f_m^i)^2}$ پارامتر M تعداد اهداف مسئله، f_m^i نشان‌دهندهٔ مقدار تابع هدف m روی نقطهٔ i در مرز پارتو است. در شکل (۱۰) این معیار در گروه‌های ابعادی آورده شده است. در این معیار نیز الگوریتم جستجوی هارمونی توانسته است، کشیدگی و گسترش بیشتری را در تمام گروه‌های ابعادی نسبت به روش حل دقیق داشته باشد.



شکل (۱۰) مقایسهٔ معیار گسترش

Figure (10) Comparison of expansion criterion

معیار زمان حل (T): در این معیار به مدت‌زمان حل هر روش ارزش‌دهی می‌شود و هر روشی که مسئله را در مدت‌زمان کوتاه‌تری حل کند، عملکرد بهتری را نشان می‌دهد. در شکل (۱۱) این معیار در گروه‌های ابعادی با استفاده از تابع لگاریتمی برای درک بهتر مقایسه شده است. در این معیار روش فراابتکاری جستجوی هارمونی در تمام توابع هدف در مدت‌زمان بسیار کوتاه‌تری به جواب رسیده و توانسته است، عملکرد بهتری را نشان دهد. روش حل دقیق برای گروه N55 جوابی ندارد؛ زیرا ابعاد مسئله زیاد شده و مدت‌زمان حل بسیار بالا رفته است. برای این گروه ابعادی تا مدت‌زمان سه ساعت نیز جوابی حاصل نشده است؛ ولی الگوریتم جستجوی هارمونی در مدت زمان ۵ دقیقه به جواب بهینهٔ محلی رسیده است.



شکل (۱۱) مقایسهٔ معیار مدت‌زمان حل

Figure (11) Comparison of solution time criterion

در انتهای بررسی کارایی مدل‌ها، این نتیجه به دست آمد که روش حل دقیق با نرم‌افزار GAMS، جواب‌های بهینه ثبت می‌کند و برتری نسبی در معیار مقایسهٔ فاصله از نقطهٔ ایدئال را نشان می‌دهد؛ ولی الگوریتم فراابتکاری جستجوی هارمونی در معیار یکنواختی، گسترش و مدت‌زمان حل برتری کاملی را نشان می‌دهد.

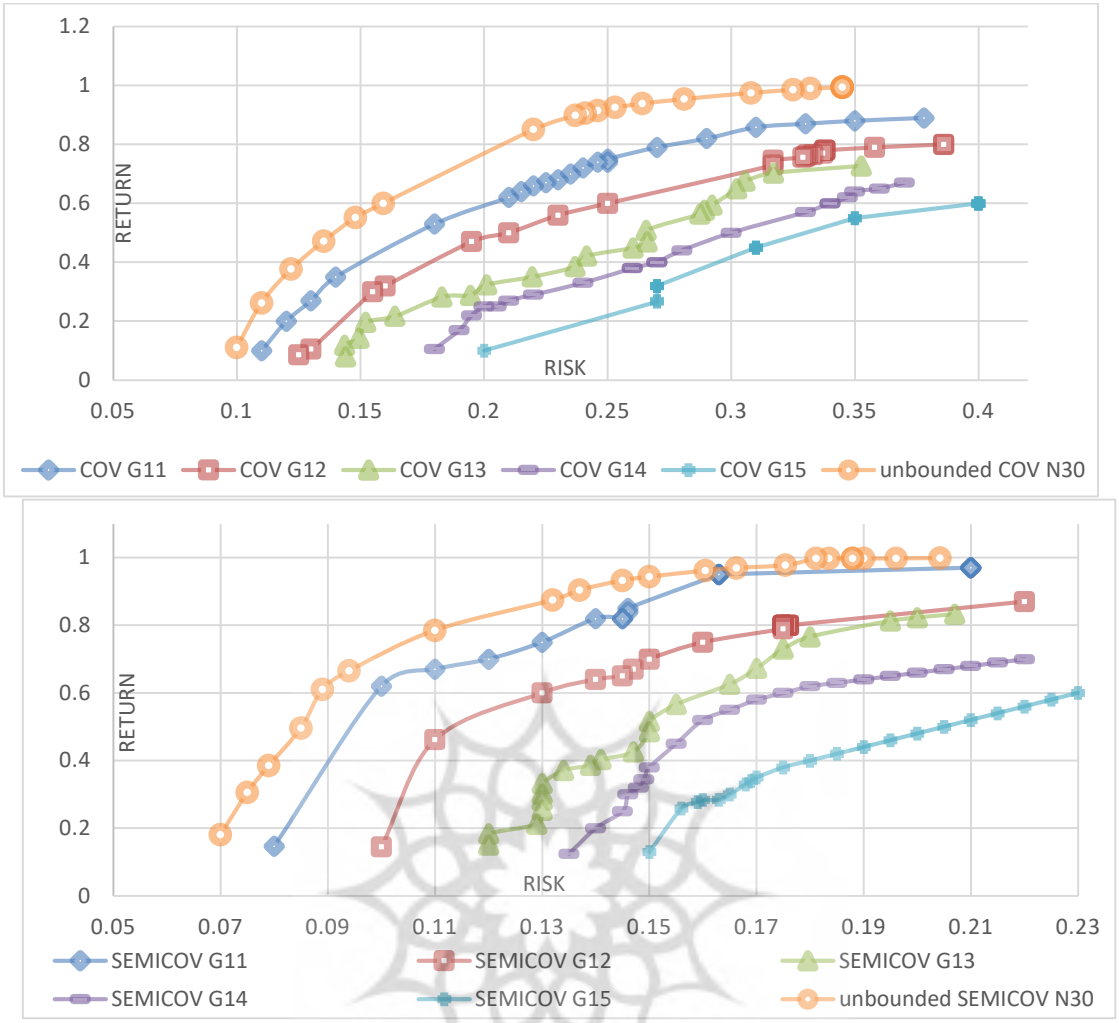
در این بخش برای تحلیل حساسیت روی پارامترهای اصلی مسئله باید مسئله برای یک گروه ابعادی با پارامترهای متفاوتی ایجاد شود تا بتوان مقایسهٔ مناسبی روی مدل و توابع هدف انجام داد. این پارامترها حد بالا و پایین دو محدودیت کاردینالیتی و آستانه است. برای این منظور گروه ابعادی N30 و زیرگروه‌های آن در جدول (۵) در حالت اول نشان داده شده است. زیرگروه $G1_3$ پارامترهای اولیهٔ مسئله را دارد که در قسمت کارایی مدل، مرز پارتو برای آن کشیده و ضریب ۱ برای آن لحاظ شد. ضرایب ۱/۲۵ و ۱/۵ برای زیرگروه‌های $G1_1$ و $G1_2$ و ضرایب ۰/۷۵ و ۰/۵ برای زیرگروه‌های $G1_4$ و $G1_5$ در نظر گرفته شد.

جدول (۵) گروه ابعادی و زیرگروه‌های مسئله برای تحلیل حساسیت

Table (5) Problem group and subgroups for sensitivity analysis

گروه مسئله	زیرگروه‌های مسئله	K_1	K_2	w_{min}	w_{max}
N30	$G1_1$	۱۲	۲۲	۰/۰۰۳	۰/۴۵
	$G1_2$	۱۰	۱۸	۰/۰۰۲۵	۰/۳۷۵
	$G1_3$	۸	۱۵	۰/۰۰۲	۰/۳
	$G1_4$	۶	۱۱	۰/۰۰۱۵	۰/۲۲۵
	$G1_5$	۴	۷	۰/۰۰۱	۰/۱۵

ریسک و بازدهٔ سهام‌ها در زیرگروه‌های $G1_1$ تا $G1_5$ در شکل (۱۲) نمایش داده شده است. در نمودار اول از این شکل، محور افقی ریسک برحسب معیار COV و محور عمودی بازده است. با توجه به شکل از زیرگروه $G1_1$ به‌سمت گروه $G1_5$، در تابع هدف با معیار محاسبهٔ COV مرز پارتو هم ازلحاظ ریسک و هم بازده بدتر می‌شود. دلیل آن هم این است که زیرگروه $G1_1$ تعداد سهام‌های انتخابی بیشتری را در سبد سهام قرار می‌دهد (حداقل ۱۲ سهم و حداکثر ۲۲ سهم) و میزان دامنهٔ تغییرات حداقل و حداکثر سرمایه‌گذاری (حداقل ۰/۰۰۳ و حداکثر ۰/۴۵) در این زیرگروه بیشتر است. زیرگروه $G1_5$ به علت محدودیت تعداد سهام خروجی و نسبت سرمایه‌گذاری بر هر سهم در بهترین حالت نیز نمی‌تواند ریسک و بازده‌ای مشابه زیرگروه‌های دیگر ارائه کند؛ بنابراین هرچه تعداد سهام بیشتری در سبد قرار گیرد، ریسک آن سبد کمتر و به‌طبع بازدهٔ سبد زیادتر می‌شود. در نمودار دوم شکل (۱۲) تابع هدف دوم با معیار محاسبهٔ ریسک SEMICOV بررسی و مجدد مشاهده می‌شود که سخت‌گیری در محدودیت‌ها مرز پارتوی خوبی ارائه نمی‌کند و مدام به‌سمت کاهش بازده و افزایش ریسک حرکت می‌کند. نکتهٔ دیگر این است که با سخت‌گیری بر محدودیت‌ها معیار گستردگی نیز کاهش پیدا می‌کند و سبد سهام‌هایی با مقادیر مشابه تولید می‌شود. در معیار فاصله از نقطهٔ ایدئال هم هرچه به‌سمت زیرگروه $G1_5$ حرکت شود، عملکرد این معیار ضعیف‌تر می‌شود.



شکل (۱۲) مقایسهٔ زیرگروه‌ها در تابع هدف کوواریانس و نیمه‌واریانس

Figure (12) Comparison of subgroups in objective function COV and SEMICOV

در شکل (۱۲) دو نمودار کوواریانس و نیمه‌واریانس بدون محدودیت (خطوط سبزرنگ با دایره‌های توخالی) گروه N30 همان مدل مارکوویتز ساده با دو معیار محاسبهٔ ریسک، کوواریانس و نیمه‌واریانس هستند. همان‌گونه که مشاهده می شود، هرچه محدودیت کمتری در مدل برنامه‌ریزی قرار گیرد، نمودارهای پارتویی با ریسک کمتر و بازدهٔ بیشتر به وجود می‌آید. این دو نمودار پارتو، مقایسه‌ای بین مدل این پژوهش که شامل محدودیت‌های واقع‌گرایانه بود، با مدل مارکوویتز اصلی (Markowitz, 1952) دارد. دلیل استفاده از محدودیت‌های واقع‌گرایانه، نزدیک‌شدن تحلیل به دنیای واقعی و تحمل درصد ریسک کمتر نسبت به حالت بدون محدودیت است و محدودیت‌ها این اجازه را به سرمایه‌گذار می‌دهد که نسبت‌های سرمایه‌گذاری بر هر سهم و گروه، تعداد سهام‌های خروجی و دیگر سفارشی‌سازی‌ها را درون سبد سهام خود ایجاد کند.

در بخش مبانی نظری، فرضیه‌ها و سؤال‌های پژوهش حاضر مطرح شد. طبق فرضیهٔ اول، هیچ سهامی بدون ریسک وجود ندارد؛ زیرا مدل اصلی مارکوویتز در فضای ریسک و بازده تعریف شده و به‌دنبال برقراری تعادل بین ریسک و بازده سبد سهام انتخابی است؛ بنابراین اگر سهامی دارای ریسک صفر باشد، ساختار تعریف مدل بی‌معنی می‌شود. اگر فرضیهٔ دوم برقرار نباشد، آنگاه سهامی وجود دارد که با افزایش بازده به صورت هم‌زمان ریسک آن نیز کاهش می‌یابد و طبق تعریف تابع هدف مدل مارکوویتز باید میزان سرمایه‌گذاری در آن سهام تا جای ممکن افزایش یابد و مفهوم ایجاد تعادل بین ریسک و بازدهٔ سبد

سهام دچار مشکل می‌شود. طبق فرضیهٔ سوم، متغیر اصلی مدل یعنی W_i از نوع پیوسته تعریف شده است و براساس آن سبد سهام به هر نسبت دلخواهی بین سهم‌های مختلف تقسیم می شود. آخرین فرضیهٔ این پژوهش بر منطقی‌بودن سرمایه‌گذاران دلالت می‌کند و تابع هدف مدل مارکوویتز شامل کمینه‌سازی ریسک و بیشینه‌سازی هم‌زمان بازده را توجیه‌پذیر خواهد کرد.

در پاسخ به سؤال اصلی پژوهش باید ذکر شود که برای توسعهٔ مدل مارکوویتز با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع‌گرایانه می‌توان آنها را به‌صورت محدودیت به مدل برنامه‌ریزی ریاضی اضافه کرد. در این پژوهش محدودیت‌های بودجه، کاردینالیتی، آستانه و بخش‌بندی به مدل اصلی مارکوویتز اضافه شده‌اند. در رابطه با سؤال فرعی اول، با استفاده از مدل سازی ریاضی می‌توان محدودیت‌های واقع‌گرایانه را به مدل برنامه‌ریزی ریاضی اضافه کرد و از حل بهینهٔ مدل در نرم‌افزارهای بهینه‌سازی و با استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری می‌توان به سبد سهام مناسب دست یافت. در ارتباط با سؤال فرعی دوم، انواع ریسک‌ها (شامل واریانس، نیمه‌واریانس و قدر مطلق انحرافات) به‌همراه شاخص‌های بازدهٔ سهام (شامل میانگین بازدهٔ شش‌ماهه، مقادیر نرمال‌شده ROA ، سود عملیاتی و گردش مالی شش‌ماهه سهام) به‌صورت وزن‌دار در تابع هدف مدل وارد شده‌اند. با تغییر وزن این دو بخش در تابع هدف می‌توان تعادل بین ریسک و بازدهٔ سبد سهام انتخابی را تغییر داد. در جواب سؤال فرعی سوم و طبق نتایج پرسشنامه‌ها، شاخص‌های سوددهی و ارزش‌گذاری در انتخاب سبد سهام مهم‌تر از شاخص‌های دیگر هستند. در شاخص سوددهی، زیرشاخص‌های ROA و ROE و در شاخص ارزش‌گذاری زیرشاخص‌های P/S و P/E اهمیت بیشتری دارند.

نتیجه گیری

در این پژوهش مسئلهٔ بهینه سازی سبد سهام با در نظر گرفتن ۳ معیار متفاوت برای محاسبهٔ ریسک، به‌همراه شاخص‌های تحلیل بنیادی هم به‌عنوان فیلتر برای سهام‌های ورودی و هم به‌عنوان هدف دوم مدل ماکویتز (بازدهٔ سهام) با در نظر گرفتن محدودیت‌های واقع‌گرایانه برای نزدیک‌کردن مدل به شرایط دنیای واقعی بررسی شده است. محدودیت‌ها شامل بودجه، محدودیت کاردینالیتی، آستانه و بخش‌بندی سهام است. داده‌های ورودی، شش ماه دوم سال ۱۴۰۰ است و سهام‌های انتخابی از ۹ صنعت بزرگ و شاخص‌ساز بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شده و تعداد ۴ شاخص بنیادی برای فیلترکردن این سهام‌ها با در نظر گرفتن نظرات خبرگان و تحلیل AHP استفاده شده است. در این پژوهش از معیارهای واریانس، نیمه‌واریانس و میانگین قدر مطلق انحرافات برای محاسبهٔ ریسک استفاده شد که با مقایسهٔ این معیارها مشخص شد که تابع هدف با معیار نیمه‌واریانس نتایج بهتری هم در روش حل دقیق با نرم‌افزار GAMS و هم در روش حل فراابتکاری جستجوی هارمونی در نرم‌افزار MATLAB در بیشتر گروه‌های ابعادی مسئله ثبت کرده است. استفاده از شاخص‌های تحلیل بنیادی باعث شد تا سهام‌های بابنیاد و وضعیت بهتر در سبد سهام‌ها قرار گیرد و در میان‌مدت و بلندمدت می‌توان به‌عنوان روشی برای پیش‌بینی وضعیت شرکت و بازدهٔ قیمتی سهام‌ها در آینده استفاده شود. از مقایسهٔ دو روش حل دقیق و فراابتکاری این نتیجه به‌دست آمد که الگوریتم فرابتکاری جستجوی هارمونی تقریب خوبی از جواب بهینه در مدت‌زمان بسیار کوتاه‌تری نسبت به روش حل دقیق ارائه می‌کند. الگوریتم جستجوی هارمونی در دو معیار یکنواختی نقاط پارتو و معیار گسترش عملکرد بهتری داشته است؛ ولی در محاسبهٔ معیار فاصله از نقطهٔ ایدئال، روش حل دقیق بهتر بوده است.

تحلیل حساسیت روی گروه ابعادی N30 مشخص کرد که تغییر در انتخاب بازهٔ یک محدودیت چه اثراتی بر تابع هدف و درنتیجه روی سبد سهام می‌گذارد. ابتدا بازهٔ دو محدودیت کاردینالیتی و آستانه بزرگ‌تر شد و سبد سهام‌هایی با بازده‌های بیشتر و ریسک کمتر، در تمام معیارهای محاسبهٔ ریسک در مرزهای پارتو ثبت شدند. در تابع هدف نیمه‌واریانس بهترین سبد سهام در زیرگروه $G1_1$ با مقدار بازدهٔ برابر با ۰/۸۴ و ریسکی معادل ۰/۱۴۶ مشاهده شد و در زیرگروه $G1_3$ با کمترشدن این

بازهٔ تغییرات پارامترها، مقدار بازده کمتر شد و به عدد ۰/۵۲۶ و ریسک به عدد ۰/۱۵ رسید. در زیرگروه $G1_5$ که شرایط دو محدودیت گفته شده است، بسیار سخت‌گیرانه‌تر شد. نتایج بازدهٔ این زیرگروه به عدد ۰/۲۸۴ و مقدار ریسک مسئله به ۰/۱۶ رسیده است؛ بنابراین نتیجهٔ تحلیل دو محدودیت روی توابع هدف این بود که هرچه دو محدودیت بازه‌های بزرگ‌تری داشته باشند، ریسک کمتر و بازده بیشتر است و برعکس.

از کاربردهای این پژوهش برای سهامداران خُرد، مؤسسات مالی اعتباری، صندوق‌های سرمایه‌گذاری و سبدگردان‌هاست که از این پژوهش برای بهبود بازده و کاهش ریسک معاملاتی خود استفاده کنند. سهامداران خرد که اغلب با دانش کمتری نسبت به مؤسسات حقوقی در حوزهٔ بازارهای مالی فعالیت می‌کنند، با استفاده از این پژوهش ریسک خود را مدیریت می‌کنند و به سوددهی از طریق سرمایه‌گذاری می‌رسند. مؤسسه‌های مالی اعتباری، صندوق‌های سرمایه‌گذاری درآمد ثابت و سبدگردان‌ها نیز می‌توانند در الگوریتم‌های معاملاتی خود، از نتایج این پژوهش در تحلیل‌های میان‌مدت و بلندمدت استفاده کنند. این مدل توسعه‌یافته که با معیارهای متفاوتی از ریسک و شاخص‌های متنوع تحلیل بنیادی و محدودیت‌های واقع‌گرایانه ترکیب شده است، برتری بیشتری نسبت به دیگر مدل‌های تشکیل سبد سهام ارائه می‌کند تا با خیال آسوده‌تری اقدام به تشکیل سبد سهام کنند.

موارد زیر می‌تواند در پژوهش‌های آینده استفاده شود: حالتی که محدودیت‌های تراکنش، دست‌کم لات نیز در نظر گرفته شود؛ ۲. مشابه مسئلهٔ این پژوهش منتها قبل از واردکردن داده‌های قیمتی سهم‌ها از روش‌های هوش مصنوعی برای پیش‌بینی قیمت استفاده شود و سپس مدل این پژوهش حل شود؛ ۳. حالتی که از تحلیل تکنیکال در میان‌مدت استفاده شود. تحلیل تکنیکال می‌تواند از اندیکاتورها با شد یا از تحلیل واکنش‌های قیمتی به گذشته قیمت بهره برد؛ ۴. مشابه مسئلهٔ این پژوهش در حالتی که پارامترهایی مانند بازده در آینده به‌صورت احتمالی در نظر گرفته شود.

منابع

آمار آکادمی (۱۳۹۹). *انواع نمونه‌گیری هدفمند در تحقیقات کیفی*. دسترسی در: https://amaracademy.ir

زارع مهرجردی، یحیی، و رسایی، حسن (۱۳۹۲). مقایسهٔ روش‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی پورتفولیو تحت معیار ریسک نیمه‌واریانس با استفاده از آزمون آماری. *نشریهٔ بین‌المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید*، ۲۴ (۲)، ۱۴۲-۱۵۳.

شهرستانی، حمید، ثوابی اصل، فرهاد، و بیدآبادی، بیژن (۱۳۸۹). تعمیم نظریهٔ مارکویتز در بهینه سازی سبد سهام. *پژوهشنامهٔ اقتصادی*، ۱۰ (۴)، ۲۲۹-۲۰۷.

عسگرنژاد نوری، باقر (۱۳۹۷). عوامل مؤثر در بازدهٔ سهام شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد فراتحلیل. *مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۶(۱)، ۲۹-۵۰.

محمدی، عرفان، محمدی، عمران، و برزین پور، فرناز (۱۳۹۷). بهینه‌سازی سبد سهام در بازار بورس تهران با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها و الگوریتم جستجوی ارگانیسم‌های همزیست. *پژوهش‌های نوین در تصمیم‌گیری*، ۳(۲)، ۲۲۳-۲۴۸.

مرکز مالی ایران (۱۴۰۲). *منظور از بازار مالی چیست؟* دسترسی در: https://ifc.ir/financial-market

References

Amar Academi (2019). *Types of purposive sampling in qualitative research*. Available at: https://amaracademy.ir [In Persian].

Asgarnezhad, B. (2018). Factors affecting the stock return of firms listed in Tehran stock exchange: A meta-analysis approach. *Journal of Asset Management and Financing*, 6(1), 29-50. https://doi.org/10.22108/amf.2017.21193 [In Persian].

Babaei, S., Sepehri, M. M., & Babaei, E. (2015). Multi-objective portfolio optimization considering the dependence structure of asset returns. *European Journal of Operational Research*, 244(2), 525-539. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2015.01.025

Crr nn, T. ,,, & öö ksnnnn .. (2014). Effects of multiple criteria on portfolio optimization. *International Journal*

of Information Technology & Decision Making, 13(1), 77-99. https://doi.org/10.1142/S0219622014500047
Dhaini, M., & Mansour, N. (2021). Squirrel search algorithm for portfolio optimization. *Expert Systems with Applications*, 178, 1-14. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2021.114968
Erd .. L. (2020). Developing a portfolio optimization model based on linear programming under certain constraints: An application on Borsa Istanbul 30 index. *TESAM Akademi Dergisi*, 7(1), 115-141.
Geem, Z. W., Kim, J. H., & Loganathan, G. V. (2001). A new heuristic optimization algorithm: Harmony search. *Simulation*, *76*(2), 60-68. https://doi.org/10.1177/003754970107600201
Graham, B., Dodd, D. L. F., & Cottle, S. (1934). *Security Analysis* (Vol. 452). McGraw-Hill.
Gupta, P., Mehlawat, M. K., & Khan, A. Z. (2020). Multi-period portfolio optimization using coherent fuzzy numbers in a credibilistic environment. *Expert Systems with Applications*, 167, 114135. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.114135
Macedo, L. L., Godinho, P., & Alves, M. J. (2017). Mean-semivariance portfolio optimization with multiobjective evolutionary algorithms and technical analysis rules. *Expert Systems with Applications*, 79, 33-43. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2017.02.033
Markowitz, H. (1952). *Portfolio selection.* Yale University Press.
Meghwani, S. S., & Thakur, M. (2018). Multi-objective heuristic algorithms for practical portfolio optimization and rebalancing with transaction cost. *Applied Soft Computing*, 67, 865-894. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2017.09.025
Mishra, S. K., Panda, G., & Majhi, B. (2016). Prediction based mean-variance model for constrained portfolio assets selection using multiobjective evolutionary algorithms. *Swarm and Evolutionary Computation*, 28, 117-130. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.007
Mohammadi, S., Mohammadi, A., & Barzinpour, F. (2017). Optimizing the stock portfolio in the Tehran stock market using data coverage analysis and the search algorithm for symbiotic organisms. *New Researches in Decision Making*, 3(2), 223-248. [In Persian].
Rezaei Pouya, A. , Solimanpur, M., & Rezaee, M. J. (2016). Solving multi-objective portfolio optimization problem using invasive weed optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, 28, 42-57. https://doi.org/10.1016/j.swevo.2016.01.001
Saborido, R., Ruiz, A. B., Bermudez, J. D., Vercher, E., & Luque, M. (2016). Evolutionary multi-objective optimization algorithms for fuzzy portfolio selection. *Applied Soft Computing*, 39, 48-63. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2015.11.005
Sadeghi Moghadam, M. R., Mansouri, T., & Sheykhizadeh, M. (2022). Markowitz-based cardinality constrained portfolio selection using asexual reproduction optimization (ARO). *Iranian Journal of Management Studies*, 15(3), 531-548. https://doi.org/10.22059/IJMS.2021.313393.674293
Salehpoor, I. B., & Molla-Alizadeh-Zavardehi, S. (2019). A constrained portfolio selection model at considering risk-adjusted measure by using hybrid meta-heuristic algorithms. *Applied Soft Computing*, 75, 233-253. https://doi.org/10.1016/j.asoc.2018.11.011
Shahrashtani, H., Tawabi Asl, F., & Bidabadi, B. (2010). Generalization of the Markowitz theory in stock portfolio optimization. *Economic Research Journal*, 10(4), 207-229. [In Persian].
Silva, A., Neves, R., & Horta, N. (2015). A hybrid approach to portfolio composition based on fundamental and technical indicators. *Expert Systems with Applications*, 42(4), 2036-2048. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2014.09.050
Silva, Y. L. T., Herthel, A. B., & Subramanian, A. (2019). A multi-objective evolutionary algorithm for a class of mean-variance portfolio selection problems. *Expert Systems with Applications*, 133, 225-241. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2019.05.018
Soleimani, H., Golmakani, H. R., & Salimi, M. H. (2009). Markowitz-based portfolio selection with minimum transaction lots, cardinality constraints and regarding sector capitalization using genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36(3), 5058-5063. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2008.06.007
The Financial Center of Iran (2023). *What is Meant by the Financial Market?*. Available at: https://ifc.ir/financial-market [In Persian].
Tuo, S., & Hong, H. (2018). Solving complex cardinality constrained mean-variance portfolio optimization problems using hybrid HS and TLBO algorithm. *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*, 52, 231-248. https://doi.org/10.24818/18423264/52.3.18.16
Vercher, E., & Bermúdez, J. D. (2015). Portfolio optimization using a credibility mean-absolute semi-deviation model. *Expert Systems with Applications*, 42(20). 7121-7131. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2015.05.020
ZareMehrjerdi, Y., Rasaei, H. (2013). Comparison of meta-heuristic methods for portfolio optimization under semi-variance risk criterion using statistical test. *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, 24(2), 142-153. [In Persian].