Vol. 12, No. 48, Winter (2024)

مطالعات اقتصادی کاربردی ایران
Quarterly Journal of Applied Economics Studies, Iran (AESI)

Applied Economics Studies, Iran (AESI)
P. ISSN:2322-2530 & E. ISSN: 2322-472X
Journal Homepage: https://aes.basu.ac.ir/
Scientific Journal of Department of Economics, Faculty of Economic and Social Sciences, Bu-Ali Sina University, Hamadan, Iran.
Publisher: Bu-Ali Sina University. *All rights reserved.*
Copyright©2022, The Authors. This open-access article is published under the terms of the ***Creative Commons****.*

Bu-Ali Sin University

Modeling and Estimation of Uncertainty Time Series of Iran's Private and Public Investments Using Vasicek's Mean Reverting Stochastic Differential Equation (Period 1340-1400)

Tayyebeh Rahnemoon Piruj[1], Mojtaba Almasi[2], Shahram Fattahi[3]

Type of Article: Research
https://dx.doi.org/10.22084/AES.2023.28090.3611
Received: 2023.07.24; Accepted: 2023.11.02
Pp: 39-71

Abstract

Investigating the investment trend of the past decade in the country shows that the average growth of investment in those years has been decreasing. Factors such as the high attractiveness of the country's non-productive markets, the high cost of the business environment, currency fluctuations, and the problems caused by the embargo, etc, have led to a decrease in investment and created a volatile environment with uncertainties in this variable. Due to the importance of investment in the macro economy, unfavorable conditions of the country and resulting insecurities will lead to a decrease in investment and economic growth. Therefore, this research aims to simulate the uncertainty variables of private and government investment due to the base years of 1997 and 2011, from 1961 to 2021. we performed This simulation using the Vasichek mean reversion stochastic differential equations method, which has an advantage due to the examination of the assumptions of competing models (neural network, ARIMA, etc.) [1, 2]. According to the simulation results, in all the years except 1963, Private investment uncertainties were more than government investment uncertainties. Also, the highest amount of private investment uncertainties are related to 2014, 2015, and 2013, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1963, and 1962, respectively. Meanwhile, the highest amount of government investment uncertainties are related to 1978, 1979, and 1980, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1962, and 1964, respectively.

Keywords: Uncertainty, Public and Private Gross Fixed Capital Formation, Private and Public Investment, Vasicek's Mean Reverting Stochastic Differential Equation.

JEL Classification: R42, D81, E22, C60, E27.

1. Ph.D. Student in Economics-Economic development and planning, Department of Economics, Faculty of Social Sciences, Razi Universit, Kermanshah, Iran.
2. Associate Professor, Department of Economics, Faculty of Social Sciences, Razi University, Kermanshah, Iran (Corresponding Author).
Email: mojtabaalmasi@razi.ac.ir
3. Associate Professor, Department of Economics, Faculty of Social Sciences, Razi University, Kermanshah, Iran

Citations: Rahnemoon Piruj, T.; Almasi, M. & Fattahi, S., (2024). "Modeling and Estimation of Uncertainty Time Series of Iran's Private and Public Investments Using Vasicek's Mean Reverting Stochastic Differential Equation (Period 1340-1400)". *Journal of Applied Economics Studies in Iran,* 12(48): 39-71. doi: 10.22084/aes.2023.28090.3611
Homepage of this Article: https://aes.basu.ac.ir/article_5359.html?lang=en

1. Introduction

Investigating the investment trend in the last decade of the country shows that it was not even able to cover the depreciation of previous investments, which had very negative consequences on the country's economic conditions, employment, etc.

Based on this, in developing countries and especially in Iran, in terms of geographical, political, and economic location, there is a high degree of uncertainties that are very influential on the economy and macroeconomic variables, and neglecting those leads to making wrong decisions and unacceptable results. Investment, especially private and government investments, as one of the important and influential variables on the economic growth and development of countries, is affected by several factors, which will face uncertainties as a result. Therefore, to simulate the uncertainties of the two mentioned variables, it is appropriate to use stochastic processes; which, while considering the effects of uncertainty, model the randomness of the variable with higher accuracy due to its continuous and non-derivative Wiener component.

Therefore, identifying and simulating the uncertainty of private and public investment variables will be a guide for policymakers and investors, based on this and according to the importance of the topic, in this study, modeling and simulating the uncertainties time series of private and government investments using the method of Vasicek's Mean Reverting Stochastic Differential Equation method from 1961 to 2021 based on the base years of 1997 and 2011 has been addressed.

2. Methodology

According to the characteristics of the data of this study, Vasicek 's Mean Reverting Stochastic Differential Equation method has advantages over competing methods to simulate the uncertainty variables of private and public investments. This model was introduced in 1977 by Uldrich Vasicek and then, due to the slowness or speediness of reaching the average, was modified as follows. In this model the instantaneous interest rate follows the bottom stochastic differential equation:

$$dx(t)= \theta(\mu-x(t))dt+\sigma dw_t \quad (1)$$

In it, x(t) is a random variable, θ is the rate or speed at which the simulation response approaches the long-term mean, μ is the long-term mean, σ is the standard deviation; W_t is a risk-neutral Wiener process that models a continuous stochastic flow into the system. That is the equation of motion that approaches the average value of the random variable over time (Vasichek, 1977).

This model cannot be used in the MATLAB program in the same way because to enter the information into the programming, the discretization and the solution numerical method must first be determined for it. The solution numerical method used in this study is Euler-Maruyama discretization which transforms the information into vectors and updates them frequently in the simulation to provide the best possible solution within the time limitation, which means that the

simulation results will be close to the long-term average. It should be noted that the basis for calculating the uncertainties of this study was the time-varying standard deviation of the real data and the updating of their vectors during the simulation process.

3. Data

The data in this research are the formation of public and private gross fixed capital based on the base years of 1997 and 2011 from 1961 to 2021, whose we extracted those statistics from the Central Bank website.

4. Discussion

In this study, we simulate the 4-time series of private and government investment uncertainties based on the base years of 1997 and 2011 using the Vasichek mean reversion stochastic differential equations method from 1961 to 2021. In addition, we extract the random model based on Vasichek for two uncertainty variables of private and public investment in the period under review as follows:

$$dx(t) = 0.5(\mu_i - x(t))dt + \sigma_i dw_t \quad (2)$$

The simulation results of private and public investment uncertainties show that in all the years except 1963, Private investment uncertainties were more than government investment uncertainties. Also, the highest amount of private investment uncertainties are related to 2014, 2015, and 2013, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1963, and 1962, respectively. One of the main reasons for the high uncertainty of private investment in the mentioned years is the occurrence of severe currency fluctuations and its lag impact on economic variables. On the other hand, the years 1963 and 1962, respectively, have had the least uncertainty of private investment, and the events affecting them include the expansion of economic cooperation between Iran and America; the granting of a 35-million-dollar loan to Iran by the American time president, as well as the sale of state-owned factories and Privatization was mentioned to support the implementation of the land reform plan. The sum of these factors has led to an increase in private sector investment and a decrease in the uncertainty of this investment in the two years mentioned. Meanwhile, the highest amount of government investment uncertainties are related to 1978, 1979, and 1980, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1962, and 1964, respectively. One of the main reasons for the high uncertainty of government investment in the mentioned years can be related to the enormous political and social transformation or the change of the ruling regime of Iran and the victory of the Islamic Revolution, as well as the occurrence of an imposed war. For the years 1962 and 1964, which respectively had the least uncertainty of public sector investment, in addition to the mentioned reasons for lowest private investment uncertainty, we can state the granting of two hundred million dollars of credit for the sale of military weapons to Iran by the American time president.

5. Conclusion

The simulation results of private and public investment uncertainties show that in all the years except 1963, Private investment uncertainties were more than government investment uncertainties. Also, the highest amount of private investment uncertainties are related to 2014, 2015, and 2013, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1963, and 1962, respectively. One of the main reasons for the high uncertainty of private investment in the mentioned years is the occurrence of severe currency fluctuations and its lag impact on economic variables. The highest amount of government investment uncertainties are related to 1978, 1979, and 1980, respectively, and the lowest amount is related to 1961, 1962, and 1964, respectively. One of the main reasons for the high uncertainty of government investment in the mentioned years can be related to the enormous political and social transformation or the change of the ruling regime of Iran and the victory of the Islamic Revolution, as well as the occurrence of an imposed war. In the end, the policy recommendations include 1) attention to the important issue of the uncertainty of private and government investments due to the importance of the aforementioned variables on the country's growth and employment; 2) periodic simulation of the uncertainties of these variables using Vasichek mean reversion stochastic differential equations to analyze and investigate periodic differences and identify the causes of their fluctuations and try to reduce them, 3) and also provide public access to the periodic simulation statistics these variables for guidance of domestic and foreign investors; we can present to policymakers.

Acknowledgments

Here, I need to express my thanks and appreciation for the valuable efforts and guidance of Dr. Masoud Khosrowtash and Dr. Seyyed Saleh Akbar Mousavi.

Observation Contribution

According to the authors, this paper is an extract from a PhD thesis. As a result, the first author wrote the article with the guidance and supervision of the second author and the consultation of the third author.

Conflict of Interest

The authors declare no conflict of interest.

مطالعات اقتصادی کاربردی ایران
Quarterly Journal of Applied Economics Studies, Iran (AESI)
سال دوازدهم، شمارهٔ ۴۸، پاییز ۱۴۰۲

فصلنامهٔ علمی مطالعات اقتصادیِ کاربردی ایران
شاپای چاپی: ۲۵۳۰-۲۳۲۲؛ شاپای الکترونیکی: ۴۷۲X-۲۳۲۲
وب‌سایت نشریه: https://aes.basu.ac.ir
نشریهٔ گروه اقتصاد، دانشکدهٔ علوم اقتصادی و علوم اجتماعی، دانشگاه بوعلی‌سینا، همدان، ایران

الگوسازی و برآورد سری زمانی نااطمینانی سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی ایران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک (دورهٔ ۱۴۰۰-۱۳۴۰)*

طیبه رهنمون‌پیروج[۱]، مجتبی الماسی[۲]، شهرام فتاحی[۳]

نوع مقاله: پژوهشی
شناسهٔ دیجیتال: https://dx.doi.org/10.22084/AES.2023.28090.3611
تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۵/۰۲، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۱۱
صص: ۷۱-۳۹

چکیده

بررسی روند سرمایه‌گذاری طی دههٔ اخیر نشان می‌دهد که رشد متوسط سرمایه‌گذاری کاهنده بوده است؛ عواملی نظیر: جذابیت زیاد بازارهای غیرمولد، پرهزینه بودن فضای کسب‌وکار، نوسانات ارزی، مشکلات ناشی از تحریم و ... منجر به کاهش سرمایه‌گذاری و ایجاد فضای پرنوسان توأم با نااطمینانی‌هایی در این متغیر شده است. با توجه به اهمیت سرمایه‌گذاری در اقتصاد کلان، نامساعد شدن شرایط کشور و به‌تبع آن نااطمینانی‌های ایجاد شده، منجر به کاهش سرمایه‌گذاری و درنهایت، کاهش رشد اقتصادی خواهد شد؛ از این‌رو، هدف این پژوهش، شبیه‌سازی متغیرهای نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی براساس سال‌های پایه ۱۳۷۶ و ۱۳۹۰، طی دورهٔ زمانی ۱۴۰۰-۱۳۴۰ است. این شبیه‌سازی با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک انجام شده که با توجه به بررسی فروض مدل‌های رقیب (شبکهٔ عصبی، ARIMA و ...)، دارای مزیت بوده است. مطابق نتایج، در تمامی سال‌ها به استثنای سال ۱۳۴۲ نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی بیشتر از نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی بوده است. هم‌چنین، بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی، به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۹۳، ۱۳۹۴ و ۱۳۹۲ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۲ و ۱۳۴۱ است. این درحالی است که، بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۵۷، ۱۳۵۸ و ۱۳۵۹ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۱ و ۱۳۴۳ است. براساس نتایج به‌دست‌آمده، توجه به موضوع نااطمینانی و شبیه‌سازی دوره‌ای نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و عمومی و در دسترس عموم قرار دادن آمار آن به‌منظور راهنمایی سرمایه‌گذاران داخلی و خارجی، توصیه می‌شود.

کلیدواژگان: نااطمینانی، تشکیل سرمایهٔ ثابت ناخالص دولتی و خصوصی، سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی، معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک.

طبقه‌بندی JEL: R42, D81, E22, C60, E27.

---

*. این مقاله مستخرج از رساله دکتری نگارندهٔ اول در گروه اقتصاد دانشگاه رازی کرمانشاه است.

۱. دانشجوی دکتری علوم اقتصادی- توسعهٔ اقتصادی و برنامه‌ریزی، گروه اقتصاد، دانشکدهٔ علوم اجتماعی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.
Email: tayyebehpiruj@gmail.com
۲. دانشیار، گروه اقتصاد، دانشکدهٔ علوم اجتماعی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران (نویسندهٔ مسئول).
Email: mojtabaalmasi@razi.ac.ir
۳. دانشیار، گروه اقتصاد، دانشکدهٔ علوم اجتماعی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران
Email: sfattahi@razi.ac.ir

ارجاع به مقاله: رهنمون‌پیروج، طیبه؛ الماسی، مجتبی؛ و فتاحی، شهرام، (۱۴۰۲). «الگوسازی و برآورد سری زمانی نااطمینانی سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی ایران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک (دورهٔ ۱۴۰۰-۱۳۴۰)». فصلنامهٔ مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، ۱۲(۴۸): ۳۹-۷۱. doi: 10.22084/aes.2023.28090.3611
صفحهٔ اصلی مقاله در سامانهٔ نشریه: https://aes.basu.ac.ir/article_5359.html?lang=fa

۱. مقدمه

بررسی روند سرمایه‌گذاری انجام‌شده در دههٔ اخیر کشور نشان می‌دهد مقدار سرمایه‌گذاری شده حتی قادر به پوشش استهلاک سرمایه‌گذاری‌های پیشین نیز نبوده که این امر، خود تبعات بسیار منفی بر شرایط اقتصادی کشور، اشتغال و... داشته و عامل مهم عدم تحقق متوسط رشد اقتصادی هدف‌گذاری شده در برنامه‌های پنج‌سالهٔ پنجم و ششم توسعهٔ اقتصادی کشور[۱] بوده است.

سرمایه‌گذاری به‌عنوان یکی از متغیرهای بسیار مهم و اثرگذار بر اشتغال، پیشرفت و موفقیت کشورهای توسعه‌یافته است. در یک طبقه‌بندی می‌توان سرمایه‌گذاری را به دو نوع سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی تقسیم کرد[۲] که بر یک‌دیگر اثرگذار هستند؛ ازطرفی، با توجه به تفاوت اهداف هرکدام از سرمایه‌گذاری‌های فوق، اهمیت و جایگاه آن‌ها در اقتصاد نیز منحصربه‌فرد خواهد بود.

ازطرفی، در تئوری‌های سنتی سرمایه‌گذاری، تصمیم‌گیری در محیطی مطمئن و بدون نااطمینانی[۳] بوده که بالحاظ نااطمینانی در نظریه‌های سرمایه‌گذاری، الگوهای تصادفی در ادبیات اقتصادی مطرح شدند (کازرونی و دولتی، ۱۳۸۶).

بر این‌اساس، در کشورهای درحال توسعه و به‌ویژه ایران نیز، به‌لحاظ موقعیت جغرافیایی، سیاسی و اقتصادی، درجهٔ بالایی از نااطمینانی‌ها وجود دارد که بر فضای اقتصاد، متغیرهای مهم و کلان اقتصادی بسیار تأثیرگذار هستند و مغفول ماندن از آن‌ها منجر به اخذ تصمیمات اشتباه و حصول نتایج غیرقابل قبول و نیز نارضایتی خواهد شد. سرمایه‌گذاری نیز به‌عنوان یکی از متغیرهای مهم و تأثیرگذار بر رشد و توسعهٔ اقتصادی کشورها، تحت‌تأثیر عوامل متعددی، ازجمله: متغیرهای پولی، مالی، سیاسی و ساختاری قرار می‌گیرد و از این امر مستثنا نیست.

با توجه به تأثیرگذاری عوامل متعدد بر سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی و نااطمینانی‌های آن‌ها، شناسایی تمامی این عوامل، امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین، برای شبیه‌سازی نااطمینانی‌های دو متغیر مذکور استفاده از فرآیندهای تصادفی[۴] مناسب است؛ که ضمن درنظر گرفتن اثرات نااطمینانی، به‌دلیل جزء وینری[۵] پیوسته و مشتق‌ناپذیر خود، تصادفی بودن متغیر را با دقت بالاتر مدل‌سازی می‌کنند و در الگوی آن‌ها ضریب این جزء، همان σ یا نااطمینانی موردنظر را ارائه خواهد داد.

از این‌رو، شناسایی و برآورد مقدار نااطمینانی متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی، نقش مهمی در توجه به این موضوع داشته و راهنمای سیاست‌گذاران و سرمایه‌گذاران خواهد بود؛ برهمین‌اساس و بنا به اهمیت موضوع، در این مطالعه به الگوسازی و شبیه‌سازی سری زمانی نااطمینانی سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک[۶] طی دورهٔ ۱۴۰۰-۱۳۴۰ براساس سال‌های پایهٔ ۱۳۷۶ و ۱۳۹۰ پرداخته شده است.

---

۱. عملکرد برنامه‌های پنج‌سالهٔ پنجم و ششم توسعهٔ اقتصادی کشور.
۲. حاجی و عسگری، ۱۳۹۰

3. Uncertainty
4. Stochastic Processes
5. Wiener Component
6. Vasicek's Mean Reverting Stochastic Differential Equation.

نکتهٔ قابل ذکر آن است که داده‌های متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی ویژگی‌هایی دارند که براساس آن روش واسیچک، دارای مزیت است که عبارتنداز: ۱) پیروی رفتار داده‌های متغیرهای مذکور در بلندمدت از الگوی بازگشت به میانگین که به کمک میانگین‌های متحرک[۱] قابل مشاهده است. ۲) اطلاعات این متغیرها از پیش معلوم و ثابت هستند و نرخ نوسانات آن‌ها کاملاً قابل محاسبه و ثابت است. ۳) تمام داده‌های متغیرهای مذکور، دارای مقادیر مثبت هستند. با توجه به ویژگی‌های مذکور، می‌توان گفت معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک که شامل حرکت براونی[۲] نیز هست نسبت به سایر روش‌های معادلات دیفرانسیل تصادفی دارای مزیت است؛ به‌گونه‌ای‌که در روش اورنشتاین اولنبک[۳]، با وجود شباهت به روش واسیچک، بخش تصادفی شامل ضریبی از خود نرخ داده‌ها است که در نتیجه نوسانات بیشتری حاصل می‌سازد و بیشتر، نوسانات ذاتی یک سیستم مکانیکی را مدل می‌کند؛ هم‌چنین برای داده‌های دارای مقادیر منفی به‌کار می‌رود. ازطرفی، در مدل‌های کاکس، اینگر، سول، راس[۴]، فوکر پلانک[۵] و... رشد نوسانات وجود دارد که منجر به پیچیدگی توابع می‌شود و تأثیر قابل‌توجهی در کارایی ندارد. رویکرد دو عاملی شوارتز[۶] نیز با توجه به‌وجود یک عامل نوسانی در روش مطالعهٔ حاضر، قابل استفاده نیست (اکسندال[۷]، ۲۰۰۰). به‌علاوه، روش واسیچک نسبت به روش شبکه‌های عصبی[۸] نیز دارای مزیت است؛ چراکه نیاز به بررسی ماهیت اولیهٔ سری زمانی مانند آشوبناک بودن رفتار سری زمانی، عدم ارائه معادلهٔ دربردارندهٔ رفتار پویای سری زمانی؛ تعیین تعداد لایه‌های ورودی[۹]، میانی[۱۰] و یا پنهان[۱۱]، و هم‌چنین تعیین تعداد نرون‌ها[۱۲] در لایه‌های پنهان ندارد. ازطرفی دیگر، مزیت روش واسیچک نسبت به روش اقتصادسنجی ARIMA[۱۳] آن است که روش ARIMA نیازمند بررسی آشوبناک بودن رفتار سری‌زمانی و اطمینان از آن است. این درحالی است که روند تصادفی مدل‌های دیفرانسیل تصادفی برخلاف مدل‌های ARIMA، در قالب فرآیند تصادفی وینر در مدل حفظ می‌شود (پلاسینیک، ۲۰۱۰)[۱۴].

این پژوهش در چند بخش مقدمه، ادبیات و پیشینهٔ پژوهش (شامل سه طبقه‌بندی سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی (دولتی)، نااطمینانی و سرمایه‌گذاری، معادلات دیفرانسیل تصادفی و بررسی مطالعات داخلی و خارجی)، روش‌شناسی پژوهش، یافته‌های پژوهش و نتیجه‌گیری ارائه شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

---

[1]. Moving Averages

[۲]. حرکت براونی در مقیاس کوچک همان نویز است که در همه جا وجود دارد و در مقیاس بزرگ، همان گام تصادفی است، اما این حرکت به‌خودی‌خود نمی‌تواند فرآیندهای مانند بازگشت به میانگین را توضیح دهد و مدل‌سازی آن را انجام دهد و تنها برای داده‌هایی که دارای میانگین صفر هستند کاربرد پیدا می‌کند؛ اما در معادلات دیفرانسیل تصادفی، حرکت براونی، خود، بخشی از روند کلی بازگشت به میانگین می‌شود.

[3]. Ornstein-uhlenbeck
[4]. Cox- Ingersoll- Ross- model (1985)
[5]. Fokker–Planck
[6]. Schwartz (1997) – Commodity models
[7]. Øksendal, Bernt.
[8]. Neural Neworks
[9]. Input Layer
[10]. Intermediate layers
[11]. Hidden Layers
[12]. Neuron
[13]. AutoRegressive Integrated Moving Average
[14]. Pluciennik, p. (2010)

۲. ادبیات موضوع و پیشینهٔ پژوهش

این بخش، از دو قسمت تشکیل شده است؛ در بخش اول به مرور ادبیات موضوع، و در بخش دوم به بررسی پیشینهٔ تحقیق شامل مطالعات تجربی داخلی و خارجی پرداخته شده است.

۲-۱. ادبیات موضوع

در این بخش، مبانی نظری با سه طبقه‌بندی سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی (دولتی)، نااطمینانی و سرمایه‌گذاری، و معادلات دیفرانسیل تصادفی ارائه شده است.

۲-۱-۱. سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی (دولتی)

به اعتقاد «نارکس»[1]، مفهوم تمرکز سرمایهٔ آن است که یک جامعه، تمام ظرفیت‌های مولد جاری خود را صرف نیازهای مصرفی خود نمی‌کند؛ بلکه بخشی از منابع مالی خود را صرف تولید کالاهای سرمایه‌ای (ماشین‌آلات، تجهیزات، ابزارهای تولید و تسهیلات حمل‌ونقل) می‌کند؛ به‌عبارتی، ماهیت جریان تمرکز سرمایه، تخصیص بخشی از منابع جاری سرمایهٔ جامعه به بخش‌های دیگر به‌منظور افزایش ذخایر سرمایه به‌صورت کالاهای سرمایه‌ای است، تا بتوان در آینده امکان بسط و توسعهٔ بخش‌های تولید کالاهای مصرفی را ایجاد کرد (قره‌باغیان، ۱۳۷۱).

برای تبیین رفتار سرمایه‌گذاری، تئوری‌های مختلفی ارائه شده که شامل نظریهٔ سرمایه‌گذاری کلاسیک‌ها، نظریهٔ سرمایه‌گذاری کینز، نظریهٔ سرمایه‌گذاری نئوکلاسیکی، نظریهٔ وجوه داخلی سرمایه‌گذاری، نظریهٔ سرمایه‌گذاری تئوری q توبین، تئوری شتاب سرمایه‌گذاری (اصل شتاب، شتاب کینزی، نظریهٔ شتاب نئوکلاسیکی–کینزی، تعامل ضریب فزآینده–شتاب و نظریهٔ شتاب نئوکلاسیکی) بوده است (رحمانی، ۱۴۰۰). در این مطالعه باتوجه به تمرکز بر تقسیم‌بندی سرمایه‌گذاری به خصوصی و عمومی به بررسی مبانی نظری در این‌خصوص پرداخته شده است.

در نوعی طبقه‌بندی از انواع سرمایه‌گذاری می‌توان به دو نوع سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی اشاره کرد که این‌ها اثراتی بر یک‌دیگر دارند. درخصوص اثر سرمایه‌گذاری دولت بر سرمایه‌گذاری خصوصی سه دیدگاه وجود دارد؛ دیدگاه اول، سرمایه‌گذاری دولت با فراهم کردن زیرساخت‌های لازم، منجر به افزایش سرمایه‌گذاری خصوصی می‌شود (Crowding In)؛ دیدگاه دوم، به‌دلیل محدودیت منابع جامعه، افزایش سرمایه‌گذاری دولت منجر به کاهش منابع بخش خصوصی شده و سبب کاهش سرمایه‌گذاری بخش خصوصی می‌شود (Crowding Out)[2]؛ و دیدگاه سوم، نیز اثر بلندمدت سرمایه‌گذاری دولت را حاصل برآیند دو نیروی مثبت و منفی می‌داند (خان و رینهارت[3]، ۱۹۹۰).

مطالعات متعددی درمورد سرمایه‌گذاری بخش خصوصی انجام‌شده که اکثر آن‌ها سرمایه‌گذاری دولت در امور مختلف را تفکیک نمی‌کنند و بیشتر به اثر جایگزینی پرداخته‌اند؛ درحالی‌که در سرمایه‌گذاری در بخش‌های زیربنایی دولت (سرمایه‌گذاری عمومی در حمل‌ونقل، مخابرات و آموزش)، بحث جایگزینی، آن‌چنان مطرح نیست و اجزای مختلف سرمایه‌گذاری دولت می‌تواند آثار متفاوتی ایجاد کند. هم‌چنین، ممکن است اثر منفی سرمایه‌گذاری دولت

---

1. Nurkse

۲. برای مطالعهٔ بیشتر به کتاب *اقتصاد کلان* «تیمور رحمانی» جلد اول رجوع شود.

3. Khan and Reinhart

در بخشی از اقتصاد، اثر مثبت سرمایه‌گذاری دولت در بخش دیگر را خنثی کند و این‌طور تحلیل شود که سرمایه‌گذاری دولتی باعث خروج بخش خصوصی شده است و یا برعکس باشد (خان و رینهارت، ۱۹۹۰).

از سویی، بخش خصوصی برای دستیابی به هدف تولید مبنی بر حداکثر نمودن سود اقتصادی، از منابع موجود خود مانند کار و سرمایه در سطح بهینه استفاده می‌کند و انتظار می‌رود کارایی عوامل تولید در این بخش، نسبتاً بالاتر باشد. ازسوی دیگر، معمولاً هدف دولت و بخش عمومی حداکثر کردن سود اقتصادی نیست و در بخش‌هایی که بخش خصوصی تمایل به سرمایه‌گذاری ندارد، مانند امور زیربنایی سرمایه‌گذاری می‌کند تا شرایط لازم برای سرمایه‌گذاری بخش خصوصی را فراهم آورد؛ بنابراین، معمولاً سرمایه‌گذاری‌های دولت دیربازده و سرمایه‌گذاری‌های خصوصی، زود بازده هستند، پس انتظار بر آن است که سرمایه‌گذاری بخش خصوصی نسبت به بخش عمومی، کارایی بیشتری داشته باشد (خان و رینهارت، ۱۹۹۰).

۲-۱-۲. نااطمینانی و سرمایه‌گذاری

نااطمینانی برای اولین‌بار توسط «فرانک نایت»[1] (۱۹۲۱) مطرح شد[2]. در ادامه اقتصاددانان متعددی، تعاریف مختلفی از نااطمینانی ارائه داده‌اند؛ به‌عنوان مثال، (هابارد[3]، ۲۰۰۷) عدم اطمینان را حالتی تعریف کرده است که در آن دانش فرد یا افراد محدود است و توضیح کامل حالت و یا نتیجه‌ای که به‌دست آمده و یا می‌آید ممکن نیست.

تشخیص تفاوت بین نااطمینانی و نوسان یا بی‌ثباتی در تئوری‌های اقتصادی بااهمیت بوده و تفاوت آن‌ها در کاربرد، قابل تشخیص است. نااطمینانی وضعیتی است که در آن، احتمال وقوع حوادث آتی، غیرقابل تشخیص است. نااطمینانی با حادثهٔ ریسکی متفاوت است. در حادثهٔ ریسکی می‌توان احتمال به‌خصوصی را به وقوع حادثه نسبت داد، در صورتی‌که اگر تغییرات آتی هر متغیر، شامل مجموعه‌ای از تغییرات پیش‌بینی شده و پیش‌بینی نشده باشد، آنگاه نااطمینانی آن متغیر، شامل تغییرات غیرقابل پیش‌بینی خواهد بود. در بحث نااطمینانی، عاملان اقتصادی، قسمتی از اطلاعات مفید را در اختیار ندارند؛ بنابراین درمورد متغیر موردنظر، یک جزء غیرقابل پیش‌بینی وجود دارد.

در تئوری‌های سنتی سرمایه‌گذاری، یکی از فروض، اخذ تصمیمات سرمایه‌گذاری در محیطی مطمئن و فاقد نااطمینانی بوده است که در آن‌ها دو ویژگی از مخارج سرمایه‌گذاری شامل: برگشت‌ناپذیری سرمایه، و تأخیر در امر سرمایه‌گذاری به‌دلیل انتظار جهت کسب اطلاعات به‌روز درمورد قیمت‌ها، هزینه‌ها و سایر شرایط بازار درنظر گرفته نشده است. قابلیت برگشت‌ناپذیری و انتظار برای اطلاعات جدید، سرمایه‌گذاران خصوصی را به نااطمینانی‌ها درمورد متغیرهای کلان اقتصادی حساس می‌کند. اما بعدها، نااطمینانی نیز در ادبیات سرمایه‌گذاری اهمیت یافت و به آن پرداخته شد (کازرونی و دولتی، ۱۳۸۶)؛ به‌طوری‌که ادبیات سنتی مبتنی‌بر فرض برگشت‌پذیری سرمایه‌گذاری، اثر مثبت نااطمینانی بر سرمایه‌گذاری را پیشنهاد کرده‌اند؛ با این‌حال، برخی مطالعات نیز، فرض برگشت‌پذیری کامل

---

1. Knight

۲. نایت معتقد است نااطمینانی برخلاف ریسک بوده و نااطمینانی را همان ناتوانی افراد در پیش‌بینی احتمال وقوع حوادث معرفی کرد. برای مطالعهٔ بیشتر به کتاب *ریسک، نااطمینانی و سود* این نویسنده رجوع شود.

3. Hubbard

مخارج سرمایه‌گذاری را به چالش کشیده و با به‌کارگیری نظریهٔ ارزش اختیار (هارتمن[۱]، ۱۹۷۲) بر منافع ناشی از کاهش سرمایه‌گذاری در محیط نامطمئن تأکید کرده‌اند (دیکسیت و پیندایک[۲]، ۱۹۹۴).

هم‌چنین، تأثیر شوک‌ها و نااطمینانی‌های کلان بر تصمیمات عوامل اقتصادی خرد توسط «برنانکه»[۳](۱۹۸۳) مطرح شد؛ وی معتقد بود نامشخص بودن روند کلی سیاست‌گذاری و استراتژی‌های اقتصادی کشور، عوامل اقتصادی و فعالان بخش خصوصی را با نااطمینانی‌هایی مواجه خواهد کرد. از طرفی، «بیکر» و همکاران[۴] (۲۰۱۶) معتقد بودند در شرایط نااطمینانی، عوامل اقتصادی در سیاست‌های مخارج–مالیات، قوانین و مقررات، نرخ‌های بهره آینده، و... با نااطمینانی مواجه‌اند و هرگونه اخذ تصمیم در ارتباط با اخراج یا استخدام کارگران، انجام پروژه‌ها ازسوی بنگاه‌ها و دیگر عوامل اقتصادی، پرهزینه بوده و عاملان اقتصادی تصمیمات خود را به‌شرایط باثبات‌تری موکول می‌کنند؛ درواقع، نااطمینانی‌های کلان اقتصادی و نااطمینانی‌های مربوط به سیاست‌گذاری اقتصادی، به‌عنوان عامل اصلی در گسترش رکود و کند شدن بازگشت از رکودهای دوره‌ای محسوب می‌شوند. در این بین چالشی مبنی‌بر این‌که معیار مشخصی از نااطمینانی وجود ندارد توسط «یورادو» و همکاران[۵] (۲۰۱۵) مطرح شد. به عقیدهٔ آن‌ها در مطالعات تجربی، بیشتر جانشین‌ها یا نماگرهایی که از نااطمینانی ارائه شده است، مستقیماً قابل مشاهده بوده‌اند، و مناسب بودن آن‌ها به این امر وابسته است که تا چه اندازه و با چه شدتی با فرآیند تصادفی پنهان نااطمینانی مرتبط هستند.

با توجه به اهمیت سرمایه‌گذاری در اقتصاد کلان، و موضوع نااطمینانی در سرمایه‌گذاری که ناشی از عوامل مختلفی نظیر شوک‌های کلان اقتصادی، وجود اطلاعات نامتقارن و... است؛ مطالعات مختلفی درخصوص تأثیر نااطمینانی بر سرمایه‌گذاری توسط محققین، انجام شده که ازجملهٔ آن‌ها می‌توان به «هویسمن»[۶] و همکاران (۲۰۰۴)، «گویال» و «نتسین»[۷] (۲۰۰۷)، «بویس» و همکاران[۸] (۲۰۰۹)، «کورت» و همکاران[۹] (۲۰۱۰)، هویسمن و کورت (۲۰۱۵)، «تیجسن»[۱۰] (۲۰۱۵)، «هنزل» و «رنگل»[۱۱] (۲۰۱۷)، «آکرون» و همکاران[۱۲] (۲۰۲۰)، «دلانی»[۱۳] (۲۰۲۱)، «فانینام» و همکاران[۱۴] (۲۰۲۳) و «فنگ» و «لین»[۱۵] (۲۰۲۳) اشاره کرد.

با لحاظ شرایط نااطمینانی در نظریه‌های مرتبط با سرمایه‌گذاری، الگوهای تصادفی در ادبیات اقتصادی پدیدار شدند. این الگوها با درنظر گرفتن هزینه‌های تعدیل توسط «لوکاس» و «پرسکات»[۱۶] (۱۹۷۱)، «هارتمن» (۱۹۷۲)، «پیندایک» (۱۹۸۲) و «ابل»[۱۷] (۱۹۸۳) بسط یافته‌اند. در اکثر این الگوها فرض‌بر خنثی بودن سرمایه‌گذاری نسبت

---

1. Richard Hartman.
2. Dixit and Pindyck.
3. Bernanke
4. Baker et al.
5. Jurado, Ludvigson & Ng
6. Huisman et al.
7. Goyal & Netessine
8. Bouis et al.
9. Kort et al.
10. Thijssen, J.
11. Henzel & Rengel
12. Akron et al.
13. Delaney
14. Faninam et al.
15. Feng & Lin
16. Lucas & Prescott
17. Andrew B. Abel.

به ریسک بوده است و نحوهٔ اثر نااطمینانی، به رابطهٔ بین درآمد انتظاری محصول نهایی سرمایه و متغیرهای نامطمئن مانند قیمت محصول و یا نهاده بستگی دارد. «هارتمن» در حالت گسسته و «ابل» در حالت پیوسته و با لحاظ مدل بازدهی ثابت، سرمایه را تنها عامل ثابت مطرح برای بنگاه رقابتی درنظر گرفته‌اند که به هنگام تغییر قیمت محصول، هزینهٔ تعدیل برای سایر نهاده‌ها وجود ندارد. شوک‌های قیمتی، سبب تغییر ترکیب بهینهٔ سرمایه به‌کار، توسط بنگاه می‌شود و تغییر در درآمد نهایی سرمایه، بیشتر از تغییر قیمت نسبی محصول، خواهد شد. در این‌شرایط، سودآوری نهایی، تابع محدب از قیمت محصول بوده و نااطمینانی، بیشتر از قیمت، سودآوری انتظاری سرمایه را افزایش می‌دهد و سبب افزایش ذخیرهٔ سرمایه مطلوب و در نتیجه سرمایه‌گذاری خواهد شد.

در صورت جایگزینی فرض ریسک‌گریزی با خنثایی نسبت به ریسک، نااطمینانی، اثری مستقل و معکوس بر تصمیمات سرمایه‌گذاری خواهد داشت که سبب افزایش احتمال منفی شدن اثر کلی نااطمینانی خواهد شد. «لی» و «شین»[1] (۲۰۰۰) بر این باور بوده‌اند که با بزرگ‌تر شدن سهم نهاده‌های متغیر از محصول، اثر تحدب تابع سود، قوی‌تر و افزایش سرمایه‌گذاری ناشی از افزایش نااطمینانی، محتمل‌تر خواهد شد؛ هم‌چنین، وجود آثار آستانه‌ای در ارتباط سرمایه‌گذاری و نااطمینانی توسط «سرکار»[2] (۲۰۰۰) مطرح شد؛ به‌گونه‌ای که در سطوح پایین‌تر نااطمینانی، این رابطه، مثبت و در افزایش نااطمینانی به بیش از مقدار بحرانی، رابطهٔ مذکور، منفی می‌شود.

سپس یک مدل انباشت بهینهٔ سرمایه توسط «زیرا»[3] (۱۹۹۰) ارائه شد که در آن سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز در شرایط رقابت کامل، با قیمت‌های نسبی نامطمئن روبه‌رو بوده‌اند و نااطمینانی، اثری نامشخص بر سرمایه‌گذاری دارد؛ به‌طوری‌که ممکن است تحدب تابع سود، موجب افزایش سرمایه‌گذاری شود و یا به‌دلیل ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران، سرمایه‌گذاری کاهش‌یابد. برآیند اثر فوق، بستگی به تقعر تابع مطلوبیت (معرف درجهٔ ریسک‌گریزی)؛ تحدب تابع سود و نحوهٔ توزیع ریسک دارد (داروغه و محمدی، ۱۳۸۴).

۲-۱-۳. معادلات دیفرانسیل تصادفی

تغییرات پیوسته یک متغیر در طول زمان با معادلات دیفرانسیل تصادفی نشان داده می‌شود و معادله‌ای که با رفتار تصادفی ضرایب یک معادلهٔ دیفرانسیل حاصل می‌شود را معادلهٔ دیفرانسیل تصادفی گویند. معادلات دیفرانسیل تصادفی کاربردهای زیادی در علوم مختلف داشته و شبیه‌سازی جواب آن‌ها در تجزیه و تحلیل مدل مورد بررسی بسیار مفید است که باعث استنباط نتایج دقیق و عملی‌تری می‌شود (اکسندال، ۲۰۰۰). چند نمونه از کاربردهای معادلات دیفرانسیل تصادفی در جمعیت‌شناسی (مدل‌های رشد جمعیت)، در ریاضیات مالی و اقتصاد (بازارهای چندسطحی و فرابورس، مدل «بلک–شولز»[4]، اختیار خرید و فروش سهام در بازار بورس، میزان ریسک در قراردادهای تجاری و...)، در زیست‌شناسی و پزشکی (شبکه‌های عصبی، تعداد میکرو ارگانیسم‌ها در یک محیط کشت مایع، انتشار یک ویروس بیماری در فرد آلوده و انتقال به فرد جدید و...)، در فیزیک (واکنش‌های زنجیرهٔ

---

1. Lee & Shin.
2. Sarkar.
3. Ziera.
4. Black, Scholes

هسته‌ای، انتقال گرما، الکترومغناطیس و...) است (عسکری و کریچن[1]، ۲۰۰۸؛ خاشعی و بیجاری[2]، ۲۰۱۱).

معادلهٔ دیفرانسیل تصادفی به بیان ریاضی به‌صورت زیر است:

$$\begin{cases} \dfrac{dX(t)}{dt} = f(t, X(t)), t \in [t_0, T] \\ X(t_0) = X_0 \end{cases} \quad (۱)$$

که در آن X_0 یک متغیر تصادفی بوده (که می‌تواند توزیع اولیهٔ خاصی (مانند نرمال) هم داشته باشد) و مجهول $X(t)$ همانند $f(t, X(t))$ در طرف راست رابطهٔ فوق، فرآیندهای تصادفی تعریف شده روی فضای احتمال (Ω, F, P) هستند (که در آن Ω فضا یا زیر فضا، $\mathcal{F}$ میدان یا حوزهٔ عملیاتی و P تابع اندازه‌گیری یا احتمال است) و ابزاری قدرتمند در مدل‌بندی، مدل‌سازی و نیز شبیه‌سازی مسائل واقعی با عدم قطعیت یا به‌همراه نویز (نوفه) می‌باشند (خاشعی و حاجی‌رحیمی، ۲۰۱۸)[3].

به‌عبارت دیگر، فرمول معادلات دیفرانسیل تصادفی به‌صورت زیر نیز قابل بیان است:

$$\frac{dX_t}{dt} = b(t, X_t) + \sigma(t, X_t) W_t \quad (۲)$$

که در آن $b(t,x)$ و $\sigma(t,x)$ توابعی حقیقی و $W_t = \dfrac{dB_t}{dt}$ فرآیند نوفه سفید یا اغتشاش خالص یک بُعدی است و B_t نیز یک فرآیند حرکت براونی یک بُعدی است.

با انتگرال‌گیری از طرفین معادلهٔ فوق، فرم معادلهٔ انتگرال تصادفی به‌صورت زیر حاصل می‌شود:

$$X_t = X_0 + \int_0^t b(s, X_s)\, ds + \int_0^t \sigma(s, X_s)\, dB_s \quad (۳)$$

و فرم دیفرانسیلی آن به شکل زیر است:

$$dX_t = b(t, X_t)dt + \sigma(t, X_t)dB_t \quad (۴)$$

لازم به ذکر است برخی از معادلات دیفرانسیل تصادفی را می‌توان با استفاده از فرمول «ایتو»[4] حل کرد (اکسندال، ۲۰۰۰؛ کوتلنز[5]، ۲۰۰۸).

نکتهٔ قابل‌ذکر در ارتباط با معادلات دیفرانسیل تصادفی آن است که، ضمن درنظر گرفتن ماهیت تصادفی و روند رفتار سری زمانی درون معادله، نیازی به تشخیص اولیهٔ سری زمانی نیست و سری‌های زمانی با هر ماهیتی، قابل پیش‌بینی هستند (طیبی و همکاران، ۱۳۹۲).

۲-۲. پیشینهٔ پژوهش

۲-۲-۱. مطالعات داخلی

«طهماسبی» و «تیموری» (۱۴۰۱)، مطالعهٔ خود را با هدف بررسی چگونگی تحول سبد دارایی‌های افراد با درجات

---

1. Askari & Krichene
2. Khashei & Bijar
3. Khashei & Hajirahimi
4. Ito
5. Kotelenez

متفاوت ریسک‌پذیری در نتیجهٔ تغییر رشد اقتصادی انجام‌دادند. آن‌ها از از داده‌های قیمت ۷ طبقهٔ دارایی از سال ۱۳۷۰ تا ۱۴۰۰ برای بررسی چگونگی شکل‌گیری سبد بهینهٔ افراد با درجات متفاوت ریسک‌پذیری استفاده کرده‌اند. ضمن آن‌که با استفاده از مدل میانگین–واریانس (مارکویتز[1])، بازدهی، بازدهی انتظاری، ریسک دارایی‌ها و ضرایب هم‌بستگی بین بازدهی آن‌ها را نیز محاسبه کردند؛ در نتیجه، زمین، سپرده‌های بانکی و ارز، هیچ سهمی از سبد بهینه نداشتند؛ درحالی‌که برای افراد با درجات ریسک‌پذیری پایین، متوسط و بالا بیشترین سهم سبد دارایی در دوره‌های دارای رشد اقتصادی، به‌ترتیب مربوط به اوراق مشارکت، اوراق مشارکت و مسکن و در دوره‌های با رشد اقتصادی پایین، به‌ترتیب مربوط به اوراق مشارکت، اوراق مشارکت و سهام بوده است.

«کرمی اردالی» و همکاران (۱۴۰۲)، پژوهشی را با هدف بررسی تأثیر احتمالی صندوق‌های سرمایه‌گذاری بر رشد اقتصادی ایران و استفاده از روش گشتاورهای تعمیم‌یافته (GMM)[2] در دوره‌های فصلی ۱۳۸۹:۱ تا ۱۳۹۹:۴ انجام داده است؛ نتیجه آن بود که سرمایه‌گذاری صندوق‌های سرمایه‌گذاری در بازار اولیه بر تولید ناخالص داخلی تأثیر مثبت و معنی‌داری داشته است. این درحالی است که جریان ورودی صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک بر تولید ناخالص داخلی تأثیر معنی‌داری ندارد. در مقابل، اثر متقابل جریان وجوه صندوق و سرمایه‌گذاری اولیهٔ صندوق بر تولید ناخالص داخلی، تأثیر منفی و معنی‌داری داشته است. درنهایت مطابق نتایج این مطالعه، صندوق‌های سرمایه‌گذاری ازطریق جذب و تخصیص منابع می‌توانند ضمن کاهش کمبود نقدینگی بخش‌های تولیدی، بر رشد اقتصادی تأثیر مثبت داشته باشند.

«صفرزاده» (۱۴۰۰)، در مقاله‌ای به‌منظور بررسی ارتباط بین سرمایه‌گذاری دولتی و خصوصی در ایران در دورهٔ ۱۳۴۹–۱۳۹۸ از مدل تصحیح خطای برداری استفاده کرده است. نتایج، بیانگر تأثیر مثبت سرمایه‌گذاری‌های دولتی و خصوصی بر تولید بوده است؛ هم‌چنین، وجود تأثیر پیشرانی سرمایه‌گذاری دولتی بر سرمایه‌گذاری خصوصی را تأیید کرده است.

«بهنامیان» و همکاران (۱۳۹۹)، در بررسی عوامل مؤثر بر سرمایه‌گذاری بخش خصوصی با استفاده از مدل میانگین‌گیری پویا (DMA)[3] و نیز ۸ متغیر و داده‌های فصلی ۹۷–۱۳۸۰ به این نتیجه دست‌یافته‌اند که احتمال ورود متغیرهای نرخ ارز، تولید ناخالص داخلی، مخارج دولت و تورم در سطح بالا؛ احتمال ورود متغیرهای نقدینگی و تسهیلات بانکی در سطح متوسط و احتمال ورود متغیرهای نرخ بهره و فضای کسب‌وکار در سطح پایین قرار دارد.

«معصوم‌پور سوته» و «خسروتاش» (۱۳۹۸)، با داده‌های روزانهٔ شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در دورهٔ ۱۳۸۷/۰۹/۲۳ تا ۱۳۹۶/۰۹/۲۸ و مدل‌سازی نوسانات شاخص‌های بورس اوراق بهادار با استفاده از معادلهٔ دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین خطی و غیرخطی و ARFIMA[4] این نتیجه را حاصل کرده‌اند که سری زمانی شاخص بورس، رفتار آشوبی داشته و قابل پیش‌بینی است و هم‌چنین معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین غیرخطی، دارای خطای کمتری نسبت به مدل‌های سری زمانی بوده است.

---

1. Markowitz
2. Generalized Method of Moments
3. Dynamic Model Averaging.
4. AutoRegressive Fractionally Integrated Moving Average (ARFIMA).

«سهیلی» و همکاران (۱۳۹۷)، به بررسی اثرات سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی بر اشتغال در ۳۰ استان کشور در سال‌های ۹۴-۱۳۸۴ با استفاده از روش گشتاورهای تعمیم‌یافته (GMM)[1] و در سه مدل مختلف اشتغال بخش خصوصی، دولتی و کل پرداخته‌اند. نتایج مدل اشتغال خصوصی، حاکی از بهبود بازار اشتغال ناشی از افزایش سرمایه‌گذاری خصوصی بوده است. هم‌چنین در مدل اشتغال عمومی، تأثیر سرمایه‌گذاری عمومی در دورهٔ جاری و گذشته بر اشتغال این بخش، منفی و معنادار بوده است. بررسی هم‌زمان اشتغال بخش خصوصی و عمومی و تأثیر آن بر اشتغال کل نیز، اثر مثبت سرمایه‌گذاری خصوصی و اثر منفی سرمایه‌گذاری عمومی بر اشتغال کل را نشان می‌دهد.

«ورهرامی» و «عبدالهی» (۱۳۹۴)، عوامل مؤثر بر سرمایه‌گذاری خصوصی را با تأکید بر نوسانات حجم واقعی اقتصاد با استفاده از آمار سری زمانی (۸۹-۱۳۴۴) بررسی کرده‌اند. آن‌ها ابتدا با الگوی واریانس ناهم‌سانی شرطی خودرگرسیون تعمیم‌یافته (GARCH)[2] نوسانات مربوط به حجم اقتصاد را به‌دست آورده و سپس مدل را از طریق روش خودتوضیحی با وقفه‌های توزیعی (ARDL)[3] برآورد کرده‌اند؛ درنتیجه، نوسانات تولید کل کشور در بلندمدت و کوتاه‌مدت، تأثیر منفی‌بر سرمایه‌گذاری بخش خصوصی داشته است. بررسی سایر عوامل نیز بیانگر آن است که سرمایه‌گذاری خصوصی با تولید ناخالص داخلی حقیقی، نرخ ارز، نرخ سپرده‌های حقیقی بلندمدت و میزان تولید نسبت به ظرفیت به ترتیب دارای رابطهٔ مثبت، منفی، منفی و مثبت بوده است.

«اثنی‌عشری» و همکاران (۱۳۹۲)، به محاسبهٔ نرخ رشد اقتصادی تحت نااطمینانی در بازدهی سرمایه (با حرکت براونی استاندارد) با استفاده از کنترل بهینهٔ تصادفی پرداخته و آن‌را با نرخ رشد اقتصادی معین مقایسه کرده‌اند. آن‌ها هم‌چنین، ضمن شبیه‌سازی تولید ناخالص داخلی با استفاده از مدلی پویا بر پایهٔ معادله دیفرانسیل تصادفی در دورهٔ ۸۹-۱۳۵۳، رابطهٔ بین نااطمینانی بازدهی سرمایه و نرخ رشد اقتصادی را بررسی کرده‌اند و نتیجه آن بوده که رشد اقتصادی ایران با نوسانات بازدهی سرمایه، رابطه‌ای منفی داشته است.

۲-۲-۲. مطالعات خارجی

«فنگ» و «لین» (۲۰۲۳)، در مقالهٔ خود، به ساخت شاخص‌های نااطمینانی اقتصاد کلان براساس توزیع خطاهای پیش‌بینی متغیرهای اصلی اقتصاد کلان برای کشور چین در سال‌های ۲۰۰۹ تا ۲۰۲۱م. پرداخته است. این شاخص‌های ایجاد شده به‌طور مؤثری، رکود عمیق و بازگشت اقتصاد در سال ۲۰۲۰ را نشان می‌دهد. هم‌چنین، بین نااطمینانی اقتصاد کلان و سرمایه‌گذاری بنگاه‌ها رابطهٔ منفی وجود داشته است. به‌علاوه، نااطمینانی نزولی، تأثیر منفی بیشتری نسبت به نااطمینانی صعودی دارد.

«فانینام» و همکاران (۲۰۲۳)، در مقاله‌ای به تحلیل تصمیمات سرمایه‌گذاری تحت نااطمینانی در یک بازار سه‌گانه پرداخته‌اند. آن‌ها مدت‌زمان سرمایه‌گذاری و اندازهٔ سرمایه‌گذاری بنگاه‌ها را تحت شرایطی که بنگاه‌ها ساختار هزینهٔ نامتقارن داشته باشد، تعیین کرده‌اند. الگوریتم طراحی‌شده آن‌ها، از روش دوبخشی در چندین مرحله برای حل مدل استفاده می‌کند؛ در نتیجه، در تجزیه و تحلیل انتخاب ظرفیت سرمایه‌گذاری، بنگاهی با کمترین هزینه همیشه ابتدا به بازار سه‌گانه وارد می‌شود.

---

1. Generalized Method of Moments (GMM).
2. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity (GARCH).
3. Auto Regressive Distributed Lag.

«پاناجیوتیدیس» و «پرینتزیس»[1] (۲۰۲۱)، تأثیر نااطمینانی بر سرمایه‌گذاری را با استفاده از داده‌های تابلویی ۲۵۰۰۰ شرکت یونانی بررسی کرده‌اند. از طرفی، به‌منظور بررسی ناهمگونی بین بخش‌ها از تخمین کمّی پانل[2] استفاده کرده‌اند. پروکسی نااطمینانی، یک مدل عاملی پویا بوده است؛ نتیجه آن بوده که در سطح کلی، اثر نااطمینانی، منفی است. هم‌چنین، زمانی که نرخ سرمایه‌گذاری شرکت، نسبتاً بالا باشد، این اثر منفی به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. به‌علاوه، تأثیر منفی نااطمینانی برای شرکت‌های کوچک‌تر، عمیق‌تر است.

«گنی»[3] (۲۰۲۰)، اثرات نااطمینانی‌های نرخ واقعی ارز، تورم و رشد را بر سرمایه‌گذاری خصوصی در ترکیه تجزیه و تحلیل کرده است. از طرفی، برای اندازه‌گیری نااطمینانی، از مدل GARCH، برای ارزیابی وجود رابطهٔ طولانی‌مدت متغیرها از روش ARDL و برای ارزیابی رابطهٔ پویا، از یک مدل تصحیح خطا (ECM)[4] استفاده کرده است. مطابق نتایج برآورد دینامیک کوتاه‌مدت، هر دو متغیر نااطمینانی‌های تورم و نرخ ارز واقعی، تأثیر منفی قابل‌توجهی بر سرمایه‌گذاری‌ها دارند. درمورد تعادل بلندمدت نیز، نااطمینانی‌های نرخ ارز، تورم و رشد، تأثیر منفی بر سرمایه‌گذاری‌های خصوصی دارند.

«آری» و همکاران[5] (۲۰۱۹)، رابطهٔ غیرخطی بین سرمایه‌گذاری دولتی و خصوصی را برای کشورهای رانتی هیدروکربن محور در کشورهای شورای همکاری خلیج‌فارس در دورهٔ ۲۰۱۵-۱۹۶۰م. مورد بررسی قرار داده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که وابستگی غیرخطی بین سرمایه‌گذاری‌های دولتی و خصوصی وجود دارد و از این‌رو برای استخراج اطلاعات دقیق از علیت غیرخطی استفاده می‌شود. در این‌راستا، عربستان سعودی و امارات متحدهٔ عربی، نسبت به سایر کشورهای شورای همکاری خلیج‌فارس که دارای علیت دوطرفهٔ غیرخطی بین سرمایه‌گذاری‌های عمومی و خصوصی بوده‌اند، عملکرد بالاتری داشته‌اند.

«عباس» و همکاران[6] (۲۰۱۹)، تأثیر ثبات سیاسی و نااطمینانی اقتصاد کلان بر رفتار سرمایه‌گذاری کل در پاکستان طی دورهٔ ۲۰۱۵-۱۹۶۰م. را با استفاده از روش ARDL برای بررسی رابطهٔ تعادلی بلندمدت و رفتار کوتاه‌مدت سرمایه‌گذاری بررسی کرده‌اند. به‌علاوه، متغیر نااطمینانی اقتصاد کلان از نرخ ارز واقعی و توسط بهترین مدل GARCH محاسبه شده است؛ نتایج، نشان‌دهندهٔ اثرات قوی ثبات سیاسی و نااطمینانی اقتصاد کلان بر فعالیت کلی سرمایه‌گذاری در پاکستان بوده است. با این‌حال، تأثیر مطلوب زیرساخت‌های فیزیکی بر سرمایه‌گذاری تنها در بلندمدت حفظ می‌شود، درحالی‌که تأثیر آن در کوتاه‌مدت، بسیار نامطلوب و ناچیز بوده است. این یافته‌ها از اصل شتاب‌دهندهٔ انعطاف‌پذیر نئوکلاسیک، پشتیبانی کرده و مؤید فرضیهٔ «مک کینون-شاو» در کوتاه‌مدت بوده و با تئوری اقتصادی نیز سازگار بوده است.

«ابیاد» و همکاران[7] (۲۰۱۶)، با استفاده از خطاهای پیش‌بینی سرمایه‌گذاری عمومی برای شناسایی اثر علّیت سرمایه‌گذاری دولت و هم‌چنین شبیه‌سازی مدل، دریافته‌اند که افزایش سرمایه‌گذاری عمومی هم در کوتاه‌مدت و

---

1. Panagiotidis, Theodore., & Printzis, Panagiotis.
2. Panel Quantile Estimation
3. Güney, Pelin Öge.
4. Error Correction Model.
5. Ari, I., Akkas, E., Asutay, M., & Koc, M.
6. Abbas, Ahsan, Ahmed, Eatzaz, & Husain, Fallah.
7. Abiad, A., Furceri, D., & Topalova, P.

هم در بلندمدت، باعث افزایش تولید، ازدحام در سرمایه‌گذاری خصوصی و کاهش بیکاری می‌شود. سرمایه‌گذاری عمومی هم‌چنین در شرایط افزایش تولید در کشورهایی با کارایی سرمایه‌گذاری عمومی بالاتر و در زمان انجام تأمین مالی از طریق صدور بدهی، مؤثرتر بوده است.

مرور مطالعات تجربی نشان می‌دهد موضوع نااطمینانی سرمایه‌گذاری به تفکیک سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی در هیچ مطالعهٔ داخلی بررسی نشده است. هم‌چنین، شبیه‌سازی نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک در مطالعهٔ دیگری انجام نشده که این از نوآوری‌های تحقیق حاضر است. یکی دیگر از تفاوت‌های مطالعهٔ حاضر با سایر مطالعات، استفاده از معیار واریانس و انحراف معیار متغیر با زمان برای شبیه‌سازی متغیرهای نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی است؛ درحالی‌که در سایر مطالعات از انحراف معیار به‌عنوان معیار نااطمینانی استفاده می‌شود. از طرفی، پایگاه داده‌ای برای ارائه سری زمانی چنین متغیرهایی وجود نداشته و این مطالعه به تولید سری زمانی برای متغیرهای نااطمینانی مذکور پرداخته است. سری‌های زمانی تولید شده در این مطالعه می‌تواند در مطالعات بعدی مورداستفاده قرار بگیرد و از محدودیت‌های آن تحقیقات بکاهد.

۳. روش‌شناسی پژوهش

نوع مطالعهٔ حاضر به لحاظ هدف، کاربردی بوده که با روش‌های تحلیل اسنادی، فراتحلیل (بررسی آمار و ارقام) و به‌صورت کمّی (مدل ریاضی) انجام شده است. متغیرهای مورد استفاده در این پژوهش، تشکیل سرمایه ثابت ناخالص دولتی و خصوصی در بازهٔ زمانی ۱۴۰۰-۱۳۴۰هش. بوده که آمار آن‌ها از سایت بانک مرکزی استخراج شده است؛ از طرفی، به‌منظور جمع‌بندی و خلاصه‌سازی داده‌ها از نرم‌افزار Excel 2019 و جهت شبیه‌سازی متغیرهای نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی با روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک، از نرم‌افزار MATLAB 2017 استفاده شده است.

۳-۱. معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک

مدل واسیچک یک مدل ریاضی است که تکامل نرخ بهره را در امور مالی، توصیف می‌کند. مدل واسیچک یک نوع مدل نرخ کوتاه‌مدت تک‌عاملی است؛ زیرا تغییرات نرخ بهره را تنها توسط یک منبع ریسک بازار توصیف می‌کند. این مدل را می‌توان در ارزیابی مشتقات نرخ بهره استفاده کرد و هم‌چنین برای بازارهای اعتباری تطبیق داد. این مدل در سال ۱۹۷۷م. توسط «اولدریخ واسیچک»[1] معرفی شد که می‌تواند به‌عنوان یک مدل سرمایه‌گذاری تصادفی درنظر گرفته شود. مدل اولیهٔ وی به‌صورت زیر بوده است:

$$dx(t)=(\mu-\alpha x(t))dt+\sigma dw_t \qquad (۵)$$

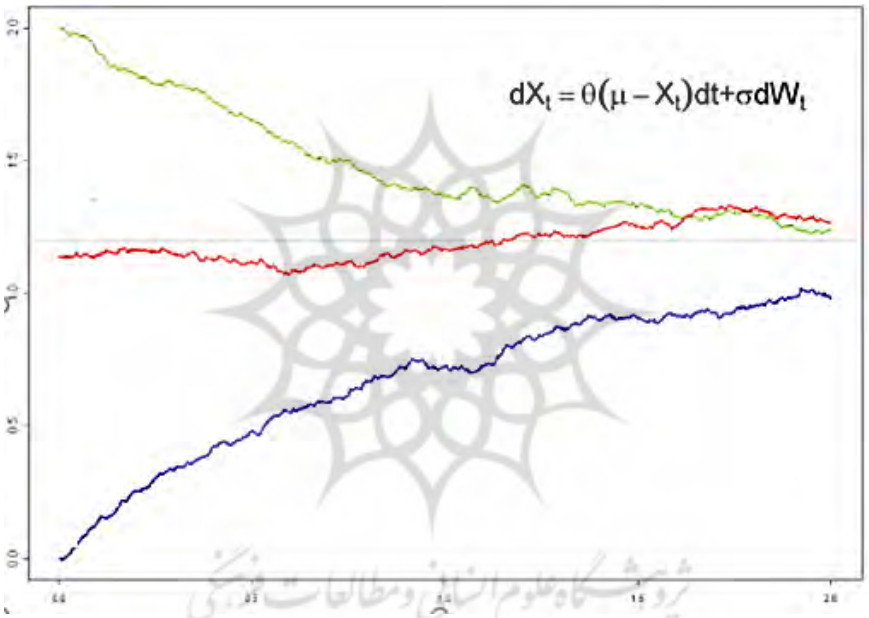
بعدها به‌دلیل کندی و یا تندی رسیدن به میانگین، مدل واسیچک به‌صورت زیر اصلاح گردید. این مدل مشخص می‌کند که نرخ بهرهٔ لحظه‌ای از معادلهٔ دیفرانسیل تصادفی زیر پیروی می‌کند:

[1]. Oldřich Vašíček

$$dx(t)= \theta(\mu-x(t))dt+\sigma dw_t \qquad (۶)$$

در معادلهٔ فوق، $x(t)$ متغیر تصادفی؛ θ نرخ یا سرعت نزدیک شدن پاسخ شبیه‌سازی به میانگین بلندمدت؛ μ میانگین بلندمدت؛ σ انحراف معیار (نوسانات لحظه‌ای)، دامنهٔ تصادفی وارد شده به سیستم را لحظه‌به‌لحظه اندازه‌گیری می‌کند؛ و هرچه‌قدر سیگما بالاتر باشد به‌معنای تصادفی بودن بیشتر است؛ به‌عبارت دیگر، پارامتر انحراف استاندارد، نوسانات نرخ بهره را تعیین می‌کند و به‌نوعی دامنهٔ جریان تصادفی آنی را مشخص می‌کند؛ W_t یک فرآیند وینر تحت چارچوب ریسک خنثی است که عامل ریسک تصادفی بازار را مدل‌سازی می‌کند؛ به‌طوری‌که جریان پیوستهٔ تصادفی به سیستم را مدل می‌کند. این معادله حرکتی است که با گذشت زمان به میانگین مقدار متغیر تصادفی نزدیک می‌شود (واسیچک، ۱۹۷۷).

نمودار زیر روند کلی معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک را نشان می‌دهد.



نمودار ۱: روند کلی معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک (منبع: اقتباس از: متکی و همکاران[1]، ۲۰۲۱).

Graph. 1: The General Trend of Vasicek'S Mean Reverting Stochastic Differential Equation (Source: Adapted from: Mataki et al)

همان‌طورکه در نمودار فوق مشاهده می‌شود، اگر مقادیر اولیهٔ هر متغیر مفروضی کوچک‌تر از میانگین بلندمدت آن متغیر باشد، روند آبی نمودار فوق به‌وقوع می‌پیوندند؛ و متغیر برای نزدیک شدن به میانگین بلندمدت، درحال افزایش است. درصورتی‌که مقادیر اولیهٔ متغیر مورد بررسی بزرگ‌تر از میانگین بلندمدت آن متغیر باشد، روند سبز نمودار فوق به‌وقوع می‌پیوندند و متغیر برای نزدیک شدن به میانگین بلندمدت درحال کاهش است. در حالت سوم نیز، اگر مقادیر اولیهٔ هر متغیر مفروضی در محدودهٔ میانگین بلندمدت آن متغیر باشد روند میانی در روندهای فوق به‌وقوع

[1]. Mottaki, Zahir, Khosrowtash, Masoud, & Mirzaei, Sobhan.

می‌پیوندند. حال می‌توان بسته به نیاز و زمان در دسترس، نرخ θ را برای دستیابی سریع‌تر پاسخ شبیه‌سازی شده نزدیک به میانگین بلندمدت، تعیین کرد؛ درواقع این نرخ تعیین می‌کند که با چه سرعتی پاسخ شبیه‌سازی شده نزدیک به میانگین بلندمدت به‌دست می‌آید.

به‌صورت کلی می‌توان گفت این شکل به این‌صورت معنی می‌شود که فارغ از انتخاب مقدار اولیهٔ متغیر مورد بررسی، فرآیند رفته‌رفته به میانگین بلندمدت میل می‌کند.

نهایتاً دلایل استفاده از مدل بازگشت به میانگین واسیچک برای محاسبهٔ نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی در این مطالعه عبارتنداز:

- رفتار داده‌ها که در بلندمدت، از الگوی بازگشت به میانگین پیروی می‌کنند و این مورد به کمک میانگین‌های متحرک قابل مشاهده است.
- مدل رفتاری شبیه‌سازی واسیچک برای سیستم‌های سادهٔ نوسانی که یک جزء نوسانی دارند مناسب است؛ زیرا در این مدل‌ها یک پارامتر نوسانی قابل شناسایی وجود دارد.
- نوسانات میزان سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی، ناشی از اختلاف آن‌ها با میانگین خود داده‌ها است و تابع عامل بیرونی نیست.
- ازآنجاکه میزان نوسانات برای داده‌های ثابت مقدار بررسی می‌شود؛ بنابراین استفاده از مدل‌های شبیه‌سازی مانند کاکس، اینگر، سول، و راس، به‌صورت یا فوکر پلانک و یا... که نوسانات، با افزایش خود مقدار تابع، کم و زیاد می‌شود و به‌عبارتی خود نوسانات نیز دچار نوسان است و با خود تابع در ارتباط است، مناسب نیست؛ چراکه این ویژگی، منجر به پیچیدگی توابع می‌شود و تأثیر قابل‌توجهی نیز در کارایی ندارد.

$$dr_t = (\theta - \alpha r_t)\, dt + \sqrt{r_t}\, \sigma dw_t \qquad (۷)$$

مدل شبیه‌سازی کاکس، اینگر، سول، راس (۱۹۸۵)

همچنین، برای مدل دو عاملی شوارتز[1] به‌علت این‌که یک عامل نوسانی بیشتر وجود ندارد، مناسب نیست.

$$\begin{aligned} dS/S &= (r - y)\, dt + \sigma\, dw \\ dy &= \alpha\, (\theta - y)\, dt + \epsilon\, dZ \\ dW\, dZ &= \rho\, dt \end{aligned} \qquad (۸)$$

مدل شبیه‌سازی شوارتز (۱۹۹۷)

به‌عبارت دیگر، در مدل‌هایی که رشد نوسانات وجود دارد، مدل‌های فوق‌الذکر یا مدل‌های درجات بالاتر مناسب‌تر هستند. اما در این پژوهش، اطلاعات از پیش معلوم و ثابت هستند که نرخ نوسانات کاملاً قابل محاسبه و ثابت است و از این‌رو، در این سیستم به شبیه‌سازی آن‌ها پرداخته‌ایم.

در آخر این‌که مدل واسیچک با توجه به اثبات فرمول‌هایش به روش تحلیلی، قابلیت کنترل واریانس را دارد و می‌تواند نسبت به سایر روش‌های شبیه‌سازی، شبیه‌سازی مؤثرتر و کمّی ساده‌تری را انجام دهد. یکی از این قابلیت‌های کنترلی، سرعت یا نرخ گرایش به میانگین است که در شبیه‌سازی داده‌های بلندمدت، به برنامه‌نویسی و شبیه‌سازی کمک می‌کند.

[1]. Schwartz (1997) – Commodity models.

۳-۲. مراحل اجرای روش

با توجه به مدل ریاضی مدل واسیچک که به‌صورت زیر است:

$$dx(t) = \theta(\mu - x(t))dt + \sigma dw_t \qquad (۹)$$

این مدل به‌همین صورت، قابل استفاده در برنامهٔ MATLAB نیست و برای پیاده‌سازی آن، باید به دو نکته توجه کرد: الف) هر بار شبیه‌سازی، نتیجه متفاوتی ارائه خواهد داد؛ چراکه با فضای تصادفی و متغیرهای تصادفی روبه‌رو هستیم؛ ب) برای وارد کردن اطلاعات به برنامه‌نویسی، ابتدا باید گسسته‌سازی و روش عددی حل، برای آن تعیین کرد. روش عددی حل مورداستفاده در این بخش، مبتنی‌بر گسسته‌سازی اویلر–مارویاما[1] است.

در روش عددی حل در صورت وجود یک سری زمانی با حجم N، با تعریف $x(t_k) = x_k$ برای $k = 0,1,2,3,\dots,N-1$، صورت گسسته–زمان معادلهٔ دیفرانسیل تصادفی براساس روش اویلر–مارویاما به‌شکل زیر بیان می‌شود:

$$x(t_k) = x(t_{k-1}) + f(t_{k-1}, x(t_{k-1}))\Delta t + g(t_{k-1}, x(t_{k-1}))\sqrt{\Delta t}\ \eta_k \qquad (۱۰)$$

روش عددی گسسته‌سازی اویلر–مارویاما، اطلاعات را به‌صورت بردارهایی درمی‌آورد و آن‌ها را مرتباً در شبیه‌سازی به‌روزرسانی می‌کند تا بهترین جواب ممکن را با محدودیت زمان، ارائه دهد. از طرفی، به‌دلیل آن‌که معادلات دیفرانسیل تصادفی، می‌تواند میلیاردها شبیه‌سازی متفاوت ارائه دهد و بی‌نهایت زمان لازم است تا جواب نهایی حاصل شود و در هیچ تحقیقی این زمان وجود ندارد؛ بنابراین در این پژوهش، محدودهٔ شبیه‌سازی را یک میلیون‌بار انتخاب کرده تا بتوان سریع‌تر به جواب رسید. در اینجا بعد از انجام شبیه‌سازی، θ نرخ یا سرعت نزدیک شدن پاسخ شبیه‌سازی به میانگین بلندمدت (ضریب سرعت‌دهندهٔ میل به میانگین) ۰.۵ تعیین شده است تا سیر حرکت داده‌ها به‌سمت میانگین، متناسب باشد؛ درواقع، با توجه به محدودیت زمانی، حدود یک میلیون‌بار برنامه اجرا می‌شود و درنهایت، نتایج مناسبی ارائه خواهد داد. مناسب بودن نتایج به این معنی است که نتایج شبیه‌سازی به میانگین بلندمدت نزدیک شوند.

گسسته‌سازی به این‌صورت انجام می‌شود:

- از آنجا که $dx(t)$ متغیر زمان پیوسته است به $\Delta x(n)$ تبدیل می‌شود.
- $x(t)$ به‌صورت $x(n)$ درمی‌آید که در آن n شمارندهٔ لحظهٔ فعلی محاسبه است.
- dw_t به $\Delta w(n)$ تبدیل می‌شود، سپس خواهیم داشت:

$$dx(t) = \theta(\mu - x(t))dt + \sigma dw_t \qquad (۱۱)$$

که پس از گسسته‌سازی به فرمول زیر تبدیل می‌شود:

$$\Delta x(n) = \theta(\mu - x(n))\Delta + \sigma \Delta w(n) \qquad (۱۲)$$

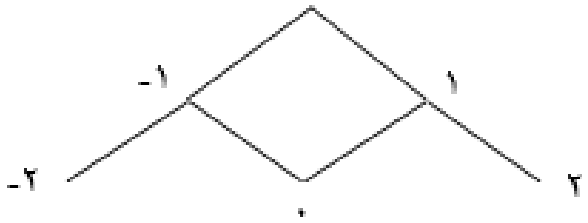
حال Δ را حدفاصل زمانی کوچکی تعیین می‌کنیم که به نوع داده‌های خام و دقت شبیه‌سازی بستگی دارد و از آنجا که تعیین این مقدار به‌صورت تجربی است؛ لازم است چندبار شبیه‌سازی انجام شود تا نتیجهٔ مناسب به‌دست آید.

1. Euler–Maruyama method.

سپس برای آنکه قابل برنامه‌نویسی باشد $\Delta x(n)$ را به صورت $x(n+1)-x(n)$ تعریف می‌کنیم؛ درنتیجه خواهیم داشت:

$$x(n+1)-x(n)=\theta\big(\mu-x(n)\big)\Delta+\sigma\sqrt{\Delta}\,.\,Rand\,(0,1) \qquad (۱۳)$$

همان‌طورکه مشاهده می‌شود dw_t به Rand(0,1). $\sqrt{\Delta}$ تبدیل شده که علت آن به گام تصادفی[1] مرتبط است. اگر شکل فرضی زیر را برای دو گام تصادفی درنظر بگیریم:



شکل ۱: گام تصادفی

Fig. 1: Random Walk

با ادامهٔ مسیر و گام‌های بیشتر می‌توان فرمول میانگین گام تصادفی را به‌صورت زیر ارائه کرد:

$$\mu=\frac{\pm1\ \pm1\ \pm1\ \pm1\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\pm1}{n} \qquad (۱۴)$$

آن‌گاه پاسخ میانگین فوق براساس قانون اعداد بزرگ[2] به‌سمت صفر میل می‌کند.

این درحالی است که واریانس گام تصادفی به‌صورت زیر است:

$$\sigma^2=\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}=\frac{\sum(x_i-0)^2}{n}=\frac{\sum(x_i)^2}{n}=\frac{\sum(\pm1)^2}{n}=\frac{+1+1+1+\cdots+1}{n}=\frac{n}{n}=1 \qquad (۱۵)$$

بر این‌اساس، از آنجا که انحراف معیار، جذر واریانس است، انحراف معیار گام تصادفی نیز، یک خواهد بود. اما در زمانی‌که حرکت با گام بسیار کوچک انجام شود $\sigma^2=\Delta t$ است و انحراف معیار نیز $\sigma=\sqrt{\Delta t}$ می‌شود؛ حال برای آن‌که بتوان، تصادفی بودن آن را رعایت کرد، باید آن را در عدد تصادفی (شانسی) $Rand\,(0,1)$ ضرب کرد.

بنابراین، بردار ورودی و خروجی در نرم‌افزار MATLAB براساس فرمول (۱۶) به‌صورت زیر خواهد بود:

$$x(n+1)=x(n)(1-\theta\Delta)+\theta\mu\Delta+\sigma\sqrt{\Delta}\,.\,Rand\,(0,1) \qquad (۱۶)$$

این بردار، هر بار به‌وسیلهٔ یک حلقهٔ for از ابتدا یعنی $X_1(1)$ که اولین داده تشکیل سرمایهٔ ثابت ناخالص واقعی بخش خصوصی و دولتی است؛ به‌صورت شبیه‌سازی فوق‌الذکر، پرمی‌گردد. در انتها جواب این بردار، در

---

[1]. Random Walk.
[2]. Strong Law of Large Number (SLLN).

حافظهٔ موقت نگه‌داری می‌شود تا بتوان در شبیه‌سازی میانگین و انحراف معیار نهایی از آن استفاده کرد.

فرآیند شبیه‌سازی واریانس و بردارهای آن در جدول زیر قابل مشاهده است:

جدول ۱: فرآیند شبیه‌سازی واریانس‌های سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی و بردارهای آن

Tab. 1: The Process of Simulating Private and Public Investment Variances and their Vectors

شرح	واریانس شبیه‌سازی سال اول	واریانس شبیه‌سازی سال دوم	واریانس شبیه‌سازی سال سوم	.....	.....	.....	واریانس شبیه‌سازی سال ۶۱ام
اولین بردار	$\sigma_1^2\ (1)$	$\sigma_1^2\ (2)$	$\sigma_1^2\ (3)$	.....	.....	.....	$\sigma_1^2\ (61)$
اولین بردار شبیه‌سازی	$\sigma_2^2\ (1)$	$\sigma_2^2\ (2)$	$\sigma_2^2\ (3)$	.....	.....	.....	$\sigma_2^2\ (61)$
دومین بردار شبیه‌سازی	$\sigma_3^2(1)$	$\sigma_3^2(2)$	$\sigma_3^2(3)$	.....	.....	.....	$\sigma_3^2(61)$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
بردار یک میلیون‌ام شبیه‌سازی	$\sigma_{1000000}^2(1)$	$\sigma_{1000000}^2(2)$	$\sigma_{1000000}^2(3)$	.....	.....	.....	$\sigma_{1000000}^2(61)$
میانگین شبیه‌سازی‌ها	$\boldsymbol{\sigma_{Avg}^2(1)}$	$\boldsymbol{\sigma_{Avg}^2(2)}$	$\boldsymbol{\sigma_{Avg}^2(3)}$	.....	.....	.....	$\boldsymbol{\sigma_{Avg}^2(61)}$

منبع: یافته‌های تحقیق.

در سطر اول جدول فوق، واریانس متغیر با زمان داده‌های واقعی را قرار می‌دهیم؛ یعنی به‌جای اولین بردار (σ_1^2)، واریانس متغیر با زمان خود داده‌های واقعی قرار می‌گیرد که در آن، $\sigma_1^2(1)$ واریانس اولین داده واقعی است که حاصل آن صفر است (تنها در اولین بردار)؛ $\sigma_1^2(2)$ تا $\sigma_1^2(61)$ واریانس متغیر با زمان خود داده‌های واقعی سال دوم تا سال شصت و یکم هستند (در اولین بردار) که نحوهٔ محاسبهٔ آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. پس از محاسبهٔ اولین بردار (σ_1^2)، آن را در حافظه نگه‌داشته و حال دوباره فرآیند شبیه‌سازی را از ابتدا اجرا می‌گردد. در اینجا نیز، شبیه‌سازی درون هر بردار، به‌ترتیب از اولین داده تا شصت و یکمین داده انجام می‌شود.

در اولین بردار شبیه‌سازی، $\sigma_2^2(1)$ اولین شبیه‌سازی از واریانس داده سال اول است، $\sigma_2^2(2)$ اولین شبیه‌سازی از واریانس داده سال دوم است، $\sigma_2^2(3)$ اولین شبیه‌سازی از واریانس داده سال سوم است و... و درنهایت $\sigma_2^2(61)$ اولین شبیه‌سازی از واریانس داده سال شصت و یکم است؛ که همگی، داده‌های شبیه‌سازی شده واریانس مربوط به اولین بردار شبیه‌سازی (σ_2^2) را تشکیل می‌دهند؛ چراکه بردار اول، مربوط به واریانس‌های متغیر با زمان خود داده‌های واقعی بوده و نه شبیه‌سازی آن‌ها و بردار (σ_2^2) درواقع، اولین بردار شبیه‌سازی شده از واریانس داده‌های واقعی است. پس از محاسبهٔ بردار (σ_2^2) آن را در حافظه نگه‌داشته و حال دوباره فرآیند شبیه‌سازی از ابتدا اجرا می‌شوند.

این فرآیند تا یک‌میلیون بار انجام شده و درنتیجه، یک میلیون بردار شبیه‌سازی شده واریانس حاصل خواهد شد. حال بالحاظ دستور میانگین در نرم‌افزار MATLAB از این یک‌میلیون شبیه‌سازی واریانس، به‌صورت ستونی، میانگین می‌گیریم. درنهایت بردار زیر حاصل خواهد شد:

$$(\sigma^2_{Avg}(1), \sigma^2_{Avg}(2), \sigma^2_{Avg}(3), \ldots\ldots\ldots\ldots, \sigma^2_{Avg}(61)) \quad (۱۷)$$

این بردار، واریانسی از اثر یک‌میلیون شبیه‌سازی را ارائه می‌دهد که به‌عنوان تخمین مناسبی از داده‌های اصلی می‌تواند استفاده شود.

در مرحلهٔ آخر با اعمال دستور جذر از واریانس در نرم‌افزار MATLAB، انحراف معیارها یا همان نااطمینانی‌های شبیه‌سازی شده سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی، مطابق بردار زیر حاصل خواهد شد.

$$(\sigma_{Avg}(1), \sigma_{Avg}(2), \sigma_{Avg}(3), \ldots\ldots\ldots\ldots, \sigma_{Avg}(61)) \quad (۱۸)$$

مطابق فرآیند فوق، نااطمینانی‌های متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی برمبنای روش معادلات دیفرانسیل تصادفی واسیچک پس از یک میلیون شبیه‌سازی به‌دست می‌آیند.

در این مرحله با اتمام فرآیندهای شبیه‌سازی، مدل تصادفی برمبنای واسیچک برای دو متغیر نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی در دورهٔ مورد بررسی نیز به‌صورت زیر استخراج می‌شود.

$$dx(t) = 0.5(\mu_i - x(t))dt + \sigma_i dw_t \quad (۱۹)$$

در فرمول فوق، μ_i میانگین به‌دست آمده از هر شبیه‌سازی؛ σ_i انحراف معیار به‌دست آمده از هر شبیه‌سازی و ضریب سرعت‌دهندهٔ میل به میانگین هم ۰.۵ است.

جدول زیر نیز روش ریاضی معیار محاسبهٔ اولین بردار مربوط به واریانس در فرآیند شبیه‌سازی را نشان می‌دهد.

جدول ۲: نحوهٔ محاسبهٔ اولین بردار واریانس در فرآیند شبیه‌سازی

Tab. 2: Method of Calculating the First Variance Vector in the Simulation Process

T زمان	X_i داده	میانگین متغیر با زمان $\bar{X}_{Tn}$	واریانس متغیر با زمان σ^2_{Tn}	انحراف معیار $\sigma = \sqrt{\sigma^2_{Tn}}$ متغیر با زمان
T_1 = ۱۳۴۰	X_1	$\bar{X}_{T1} = \bar{X}_{1340} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(X_i) = \frac{1}{1}\sum_{i=0}^{1}(X_i) = \bar{X}_1$	$\sigma^2_{T1} = \sigma^2_{1340} = \frac{1}{n}\sum_{i=0}^{n}(X_i - \bar{X}_i)^2 = \frac{1}{1}\sum_{i=0}^{1}(X_i - \bar{X}_i)^2 = 0$	$\sigma_{Tn} = \sigma_{T1} = \sigma_{1340} = \sqrt{\sigma^2_{T1}} = \sqrt{\sigma^2_{1340}}$
T_2 = ۱۳۴۱	X_2	$\bar{X}_{T2} = \bar{X}_{1341} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{2}(X_i) = \bar{X}_2$	$\sigma^2_{T2} = \sigma^2_{1341} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{2}(X_i - \bar{X}_i)^2$	$\sigma_{T2} = \sigma_{1341} = \sqrt{\sigma^2_{T2}} = \sqrt{\sigma^2_{1341}}$
.....	.....	.....	.....	.....
.....	.....	.....	.....	.....

$T_{n=}$ ۱۴۰۰	$X_n=$ X_{61}	$\bar{X}_{Tn} = \bar{X}_{T61} = \bar{X}_{1400}$ $= \frac{1}{61}\sum_{i=0}^{61}(X_i) = \bar{X}_{61}$	$\sigma^2_{Tn} = \sigma^2_{T61} = \sigma^2_{1400}$ $= \frac{1}{61}\sum_{i=0}^{61}(X_i - \bar{X}_i)^2$	$\sigma_{T61} = \sigma_{1400} =$ $\sqrt{\sigma^2_{T61}} = \sqrt{\sigma^2_{1400}}$

منبع: یافته‌های تحقیق.

روش ریاضی معیار محاسبهٔ میانگین متغیر با زمان داده‌های واقعی و واریانس متغیر با زمان داده‌های واقعی (اولین بردار σ_1^2 مربوط به فرآیند شبیه‌سازی واریانس‌های سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی)، در جدول فوق ارائه شده است؛ یعنی، اعداد ستون واریانس از جدول مذکور، اولین بردار از فرآیند شبیه‌سازی واریانس‌های سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی را تشکیل می‌دهند. از طرفی، واریانس دورهٔ زمانی اول، صفر؛ واریانس دورهٔ زمانی دوم، واریانس داده‌های اول و دوم؛ واریانس دورهٔ زمانی سوم، واریانس داده‌های اول تا سوم؛ و همین‌طور واریانس دورهٔ زمانی nام، واریانس داده‌های اول تا nام است.

٤. یافته‌های پژوهش

٤-١. شبیه‌سازی متغیرهای نااطمینانی سرمایه‌گذاری ناخالص واقعی بخش خصوصی و دولتی با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک

از آنجا که سرمایه‌گذاری، یکی از مؤلفه‌های اصلی تأثیرگذار بر رشد اقتصادی، اشتغال، تابع تولید و... است، هرگونه اختلال و نااطمینانی در روند سرمایه‌گذاری، منجر به لطمه دیدن رشد اقتصادی و اشتغال خواهد شد. به این‌منظور، در این مطالعه، با توجه به تفکیک سرمایه‌گذاری به دو بخش خصوصی و دولتی، متغیرهای نااطمینانی سرمایه‌گذاری ناخالص واقعی بخش دولتی و نیز نااطمینانی سرمایه‌گذاری ناخالص واقعی بخش خصوصی براساس سال‌های پایهٔ ۱۳۹۰ و ۱۳۷۶ از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک شبیه‌سازی شده و اعداد آن به‌ترتیب در جداول زیر ارائه شده است.

جدول ۳: نااطمینانی‌های شبیه‌سازی شده متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی بر مبنای معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۹۰).

Tab. 3: Simulated Uncertainties of Private and Government Investment Variables Based on Vasicek'S Mean Reverting Stochastic Differential Equation (Base Year 2011).

سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی	سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی	سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی
۱۳۴۰	۰.۰۰	۰.۰۰	۱۳۶۱	۱۴۴.۵۹	۱۸۱.۵۱	۱۳۸۲	۱۱۶۶۶	۱۵۶۸۲
۱۳۴۱	۲۵.۷۴	۳۵.۵۵	۱۳۶۲	۱۴۲.۵۲	۱۸۲.۲۱	۱۳۸۳	۱۱۷.۵۹	۱۶۳۶۶
۱۳۴۲	۳۴.۱۸	۳۱.۹۲	۱۳۶۳	۱۳۹.۷۷	۱۸۱.۹۵	۱۳۸۴	۱۱۹.۹۱	۱۶۸۶۱

۱۳۴۳	۳۰.۱۳	۵۷.۵۸	۱۳۶۴	۱۳۷.۰۰	۱۷۹.۰۳	۱۳۸۵	۱۲۲.۱۹	۱۷۱.۷۵
۱۳۴۴	۵۶.۵۴	۷۶.۳۶	۱۳۶۵	۱۳۴.۵۶	۱۷۵.۵۵	۱۳۸۶	۱۲۳.۷۳	۱۷۸.۳۶
۱۳۴۵	۵۶.۷۹	۸۱.۵۰	۱۳۶۶	۱۳۲.۰۵	۱۷۲.۳۰	۱۳۸۷	۱۲۶.۳۱	۱۸۶.۰۷
۱۳۴۶	۶۳.۵۴	۹۱.۴۶	۱۳۶۷	۱۲۹.۹۱	۱۶۹.۲۱	۱۳۸۸	۱۲۸.۱۵	۱۹۲.۶۹
۱۳۴۷	۷۵.۱۰	۹۳.۲۸	۱۳۶۸	۱۲۷.۹۴	۱۶۶.۲۹	۱۳۸۹	۱۲۹.۲۸	۱۹۹.۲۵
۱۳۴۸	۸۱.۹۸	۹۳.۷۸	۱۳۶۹	۱۲۵.۷۹	۱۶۳.۵۲	۱۳۹۰	۱۳۰.۸۴	۲۰۵.۲۲
۱۳۴۹	۸۴.۹۹	۹۹.۷۶	۱۳۷۰	۱۲۳.۷۵	۱۶۳.۴۸	۱۳۹۱	۱۲۹.۹۵	۲۰۷.۵۹
۱۳۵۰	۸۹.۲۳	۱۱۰.۱۶	۱۳۷۱	۱۲۲.۰۲	۱۶۲.۱۴	۱۳۹۲	۱۲۸.۹۵	۲۰۸.۵۴
۱۳۵۱	۹۰.۰۶	۱۲۸.۴۰	۱۳۷۲	۱۲۲.۰۹	۱۵۹.۶۷	۱۳۹۳	۱۲۸.۶۱	۲۰۹.۵۳
۱۳۵۲	۹۴.۸۰	۱۳۸.۵۱	۱۳۷۳	۱۲۱.۲۷	۱۵۷.۴۸	۱۳۹۴	۱۲۸.۰۰	۲۰۹.۱۳
۱۳۵۳	۱۰۸.۳۱	۱۴۵.۶۱	۱۳۷۴	۱۲۰.۱۰	۱۵۵.۲۹	۱۳۹۵	۱۲۷.۸۴	۲۰۸.۱۱
۱۳۵۴	۱۱۶.۱۴	۱۷۵.۴۵	۱۳۷۵	۱۱۹.۳۳	۱۵۳.۲۷	۱۳۹۶	۱۲۷.۶۷	۲۰۷.۱۶
۱۳۵۵	۱۳۸.۸۶	۱۹۹.۸۰	۱۳۷۶	۱۱۸.۲۴	۱۵۱.۹۵	۱۳۹۷	۱۲۶.۷۳	۲۰۵.۹۵
۱۳۵۶	۱۴۴.۰۴	۲۰۵.۰۷	۱۳۷۷	۱۱۷.۰۸	۱۵۱.۰۰	۱۳۹۸	۱۲۵.۶۶	۲۰۴.۷۶
۱۳۵۷	۱۵۶.۲۶	۱۹۹.۶۶	۱۳۷۸	۱۱۶.۴۸	۱۵۰.۰۵	۱۳۹۹	۱۲۴.۷۰	۲۰۳.۹۶
۱۳۵۸	۱۵۳.۲۲	۱۹۴.۴۸	۱۳۷۹	۱۱۵.۷۷	۱۴۹.۵۶	۱۴۰۰	۱۲۳.۷۰	۲۰۲.۷۳
۱۳۵۹	۱۴۹.۷۹	۱۹۰.۱۶	۱۳۸۰	۱۱۵.۲۲	۱۵۰.۵۹			
۱۳۶۰	۱۴۶.۵۰	۱۸۵.۷۵	۱۳۸۱	۱۱۵.۵۶	۱۵۳.۰۵			

منبع: یافته‌های تحقیق.

جدول ٤: نااطمینانی‌های شبیه‌سازی شده متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی برمبنای معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۷۶).

Tab. 4: Simulated Uncertainties of Private and Government Investment Variables Based on Vasicek'S Mean Reverting Stochastic Differential Equation (Base Year 1997).

سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی	سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی	سال	نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی	نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی
۱۳۴۰	۰.۰۰	۰.۰۰	۱۳۶۱	۵۴.۱۰	۶۵.۴۴	۱۳۸۲	۴۳.۶۵	۵۶.۵۴
۱۳۴۱	۹.۶۳	۱۲.۸۲	۱۳۶۲	۵۳.۲۲	۶۵.۷۰	۱۳۸۳	۴۳.۹۵	۵۸.۵۴
۱۳۴۲	۱۲.۷۹	۱۱.۵۱	۱۳۶۳	۵۲.۳۰	۶۵.۶۰	۱۳۸۴	۴۴.۹۰	۶۰.۳۳
۱۳۴۳	۱۱.۲۷	۲۰.۷۶	۱۳۶۴	۵۱.۲۶	۶۴.۵۵	۱۳۸۵	۴۵.۹۱	۶۱.۸۲
۱۳۴۴	۲۱.۱۶	۲۷.۵۳	۱۳۶۵	۵۰.۳۵	۶۳.۳۰	۱۳۸۶	۴۶.۷۶	۶۳.۶۵
۱۳۴۵	۲۱.۲۵	۲۹.۳۹	۱۳۶۶	۴۹.۴۱	۶۲.۱۲	۱۳۸۷	۴۷.۷۹	۶۶.۳۴
۱۳۴۶	۲۳.۷۷	۳۲.۹۸	۱۳۶۷	۴۸.۶۱	۶۱.۰۱	۱۳۸۸	۴۸.۵۴	۶۸.۶۶
۱۳۴۷	۲۸.۱	۳۳.۶۳	۱۳۶۸	۴۷.۸۷	۵۹.۹۵	۱۳۸۹	۴۸.۹۹	۷۰.۹۷
۱۳۴۸	۳۰.۶۷	۳۳.۸۱	۱۳۶۹	۴۷.۰۶	۵۸.۹۶	۱۳۹۰	۴۹.۶۲	۷۳.۰۷
۱۳۴۹	۳۱.۸۰	۳۵.۹۷	۱۳۷۰	۴۶.۳۰	۵۸.۹۴	۱۳۹۱	۴۹.۲۹	۷۳.۹۰
۱۳۵۰	۳۳.۳۹	۳۹.۷۲	۱۳۷۱	۴۵.۶۶	۵۸.۴۶	۱۳۹۲	۴۸.۹۲	۷۴.۲۲
۱۳۵۱	۳۳.۷۰	۴۶.۲۹	۱۳۷۲	۴۵.۶۸	۵۷.۵۷	۱۳۹۳	۴۸.۸۰	۷۴.۵۶
۱۳۵۲	۳۵.۴۷	۴۹.۹۴	۱۳۷۳	۴۵.۳۷	۵۶.۷۸	۱۳۹۴	۴۸.۵۸	۷۴.۴۱

۱۳۵۳	۴۰.۵۳	۵۲.۵۰	۱۳۷۴	۴۴.۹۴	۵۶.۰۲	۱۳۹۵	۴۸.۵۴	۷۴.۰۴
۱۳۵۴	۴۳.۴۵	۶۳.۲۶	۱۳۷۵	۴۴.۶۵	۵۵.۲۶	۱۳۹۶	۴۸.۴۹	۷۳.۷۰
۱۳۵۵	۵۱.۹۶	۷۱.۶۸	۱۳۷۶	۴۴.۲۴	۵۴.۷۹	۱۳۹۷	۴۸.۱۳	۷۳.۲۶
۱۳۵۶	۵۳.۸۹	۷۳.۹۴	۱۳۷۷	۴۳.۸۱	۵۴.۴۴	۱۳۹۸	۴۷.۷۲	۷۲.۸۳
۱۳۵۷	۵۸.۴۷	۷۱.۹۹	۱۳۷۸	۴۳.۵۸	۵۴.۱۰	۱۳۹۹	۴۷.۳۶	۷۲.۵۴
۱۳۵۸	۵۷.۳۳	۷۰.۱۲	۱۳۷۹	۴۳.۳۱	۵۳.۹۳	۱۴۰۰	۴۶.۹۸	۷۲.۱۰
۱۳۵۹	۵۶.۰۴	۶۸.۵۶	۱۳۸۰	۴۳.۱۵	۵۴.۲۹			
۱۳۶۰	۵۴.۸۲	۶۶.۹۷	۱۳۸۱	۴۳.۲۴	۵۵.۱۸			

منبع: یافته‌های تحقیق.

مطابق اعداد نااطمینانی‌های شبیه‌سازی شده متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی براساس روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک براساس سال‌های پایهٔ ۱۳۹۰ و ۱۳۷۶، مواردی قابل ذکر است:

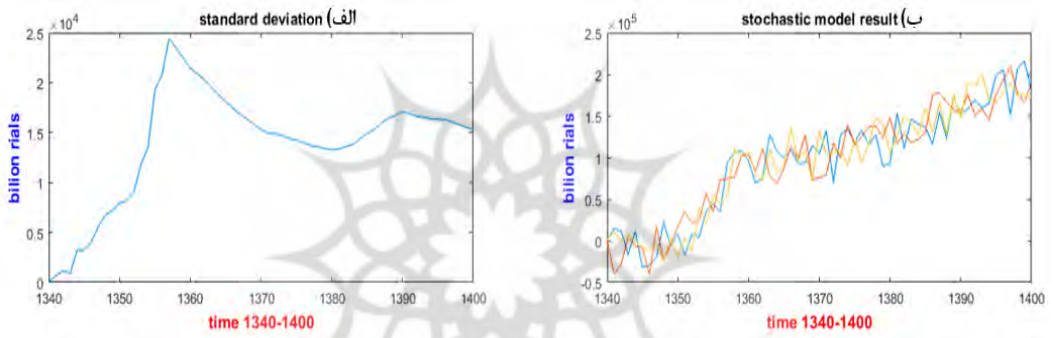
الف) در تمامی سال‌ها به استثنای سال ۱۳۴۲ نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی بیشتر از نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی بوده است.

ب) بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی، به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۹۳، ۱۳۹۴ و ۱۳۹۲ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۲ و ۱۳۴۱ است. یکی از دلایل عمدهٔ بالا بودن نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی در سال‌های مذکور را می‌توان به نوسانات شدید ارزی سال‌های ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ نسبت داد که با وقفه بر متغیرهای اقتصادی و نیز متغیر سرمایه‌گذاری خصوصی و به‌تبع آن نااطمینانی این متغیر تأثیر گذاشته است. از طرفی، سال ۱۳۴۰ نیز به‌دلیل این‌که در ابتدای دوره قرار دارد در روش شبیه‌سازی، واریانس و انحراف معیار آن، صفر می‌شود. این درحالی است که سال‌های ۱۳۴۲ و ۱۳۴۱ به‌ترتیب، دارای کمترین نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی بوده‌اند که از وقایع عمده مرتبط و تأثیرگذار بر آن‌ها در آن سال‌ها می‌توان به گسترش همکاری‌های اقتصادی ایران و امریکا؛ اعطاء وام ۳۵ میلیون دلاری از سوی ریاست جمهوری وقت امریکا به ایران و نیز فروش کارخانه‌های دولتی و انجام خصوصی‌سازی به‌منظور پشتوانهٔ اجرای طرح اصلاحات اراضی اشاره کرد. از طرفی، وام دریافتی و گسترش همکاری‌های ایران و امریکا موجب گسترش سرمایه‌گذاری در زیرساخت‌ها و امور زیربنایی شده است؛ و این امر در کنار امکان‌پذیر شدن خرید سهام کارخانه‌ها ازسوی کارگران در طرح اصلاحات اراضی، انگیزهٔ سرمایه‌گذاران بخش خصوصی، جهت سرمایه‌گذاری را افزایش داده است. البته قابل ذکر است در کنار این وقایع، قیام ۱۵ خرداد سال ۱۳۴۲ نیز به‌وقوع پیوسته است، اما اثرات اقتصادی عوامل فوق بر سرمایه‌گذاری بخش خصوصی درمجموع، بیشتر از اثرات قیام مذکور بوده است. مجموع این عوامل، موجب افزایش سرمایه‌گذاری بخش خصوصی و کاهش نااطمینانی این سرمایه‌گذاری در دو سال مذکور شده است.

ج) بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۵۷، ۱۳۵۸ و ۱۳۵۹ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۱و ۱۳۴۳ است. یکی از دلایل عمدهٔ بالا بودن نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی در سال‌های مذکور را می‌توان به دگرگونی بزرگ سیاسی و اجتماعی یا تغییر رژیم حاکم ایران و پیروزی انقلاب اسلامی؛ و هم‌چنین وقوع جنگ تحمیلی نسبت داد. در ارتباط با انقلاب اسلامی می‌توان گفت تغییر هر رژیمی با نااطمینانی‌هایی در تصمیم‌گیری مواجه است و در آن مرحله، انجام هر اقدامی بسیار

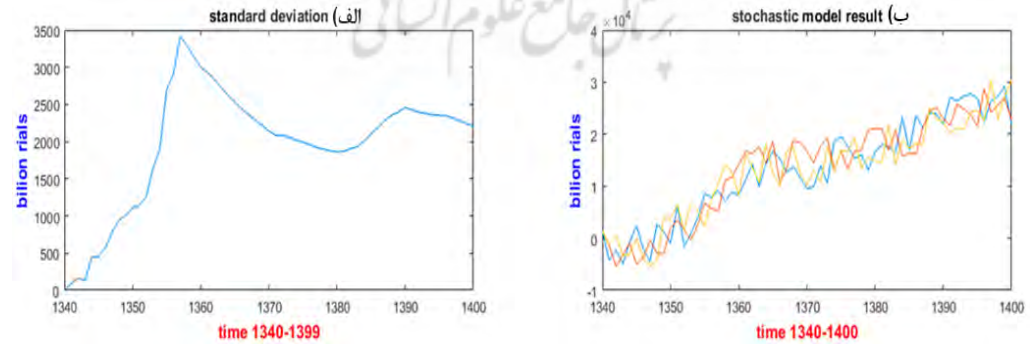
محتاطانه صورت می‌گیرد؛ چراکه شرایط کشور در مقطع مذکور هنوز به ثبات نرسیده بوده و ترجیح بر ثبات شرایط و سپس اقدام به بازسازی و انجام سرمایه‌گذاری‌ها بوده است. در ارتباط با جنگ تحمیلی نیز می‌توان عنوان کرد در زمان وقوع جنگ نیز به‌دلیل تخریب بسیاری از زیرساخت‌ها و عدم امکان تخمین خسارات و زمان پایان جنگ، اقدام به سرمایه‌گذاری و سازندگی از سوی دولت به پس از اتمام جنگ، موکول شد، و در سال‌های مذکور، نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی از سایر سال‌های مورد بررسی بیشتر بوده است. ازطرفی، در اینجا نیز علاوه‌بر موارد ذکر شده در بند (ب) برای سال‌های دارای کمترین نااطمینانی، اعطای اعتبار دویست میلیون دلاری برای فروش تسلیحات نظامی به ایران ازسوی ریاست جمهوری وقت امریکا را یکی دیگر از دلایل پایین‌تر بودن نااطمینانی سرمایه‌گذاری بخش دولتی به‌ترتیب در سال‌های ۱۳۴۱ و ۱۳۴۳ نام‌برد.

نمودارهای (۲) تا (۵) نیز یافته‌های نرم‌افزاری مربوط به متغیرهای نااطمینانی شبیه‌سازی شدهٔ سرمایه‌گذاری دولتی و خصوصی براساس سال‌های پایهٔ ۱۳۹۰ و ۱۳۷۶ را نشان می‌دهد:



نمودار ۲: نمودارهای متغیر نااطمینانی شبیه‌سازی شدهٔ سرمایه‌گذاری دولتی مبتنی بر مدل واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۹۰) (منبع: یافته‌های تحقیق).

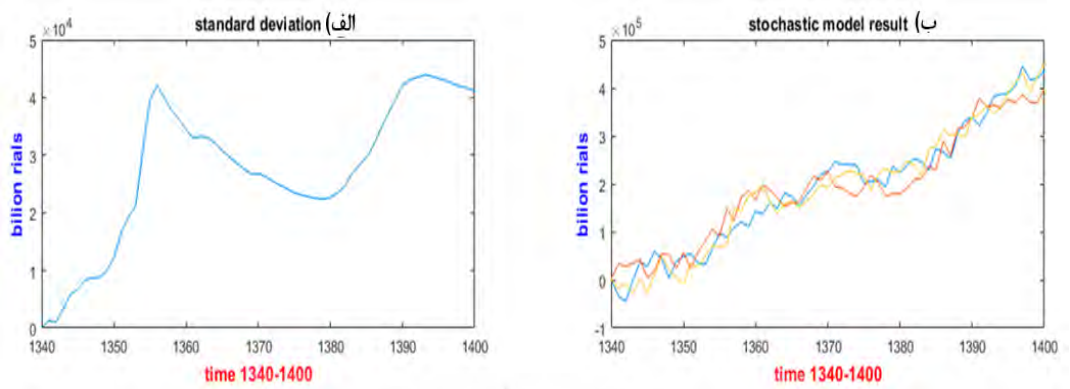
Graph. 2: Simulated Uncertainty Variable Graphs of Government Investment Based on Vasicek'S Model (Base Year 2011).



نمودار۳: نمودارهای متغیر نااطمینانی شبیه‌سازی شدهٔ سرمایه‌گذاری دولتی مبتنی‌بر مدل واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۷۶) (منبع: یافته‌های تحقیق).

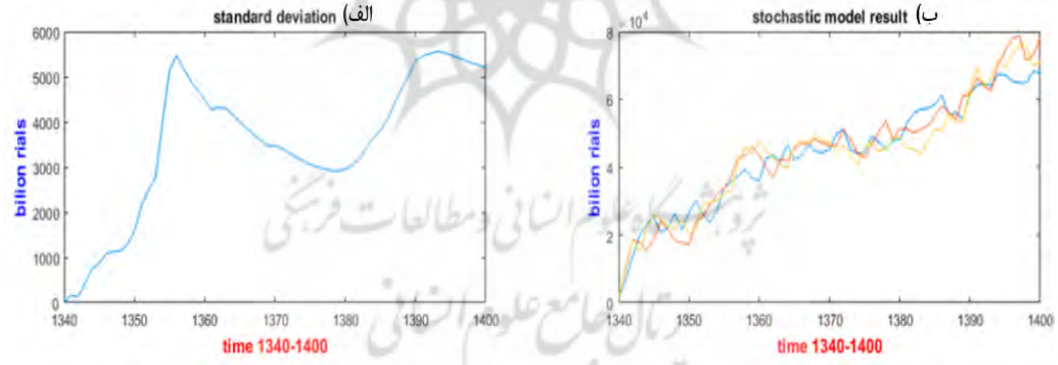
Graph. 3: Simulated Uncertainty Variable Graphs of Government Investment Based on Vasicek'S Model (Base Year 1997).

در هر کدام از نمودارهای (۲) و (۳) که مربوط به سرمایه‌گذاری دولتی در سال‌های پایهٔ ۱۳۹۰ و ۱۳۷۶ هستند: نمودار (الف)، انحراف معیار داده‌ها را نشان می‌دهد که برمبنای مدل شبیه‌سازی شده به‌دست آمده و روش آن در قسمت فوق، توضیح داده شده است. نمودار (ب) نیز خروجی مدل شبیه‌سازی شده و به‌دست آمده طبق مطالب فوق بوده که به جهت فرآیند تصادفی بودن، سه نمونه از آن در نمودار ارائه شده است.



نمودار ٤: نمودارهای متغیر نااطمینانی شبیه‌سازی شدهٔ سرمایه‌گذاری خصوصی مبتنی‌بر مدل واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۹۰)، (منبع: یافته‌های تحقیق).

Graph. 4: Simulated Uncertainty Variable Graphs of Private Investment Based on Vasicek'S Model (Base Year 2011).



نمودار ٥: نمودارهای متغیر نااطمینانی شبیه‌سازی شدهٔ سرمایه‌گذاری خصوصی مبتنی‌بر مدل واسیچک (سال پایهٔ ۱۳۷٦)، (منبع: یافته‌های تحقیق).

Graph. 5: Simulated Uncertainty Variable Graphs of Private Investment Based on Vasicek'S Model (Base Year 1997).

در هرکدام از نمودارهای (۴) و (۵) که مربوط به سرمایه‌گذاری خصوصی در سال‌های پایهٔ ۱۳۹۰ و ۱۳۷۶ هستند: نمودار (الف)، نشان‌دهندهٔ انحراف معیار داده‌ها است که برمبنای مدل شبیه‌سازی شدهٔ به‌دست آمده و روش محاسبهٔ آن نیز پیش‌تر توضیح داده شده است. نهایتاً نیز نمودار (ب) خروجی مدل شبیه‌سازی شده و به‌دست آمده طبق مطالب فوق است که به جهت فرآیند تصادفی بودن، سه نمونه از آن در این نمودار ارائه شده است.

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به مجموعهٔ شرایط کشور (تحریم، پرهزینه بودن فضای کسب و کار، جذابیت بالای بازارهای غیرمولد، نوسانات ارزی بسیار و...) فضای اقتصادی کشور و به‌تبع آن متغیرهای کلان، ازجمله سرمایه‌گذاری (سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی) با نااطمینانی‌هایی مواجه است.

بر این‌اساس، هدف این پژوهش، الگوسازی و شبیه‌سازی سری زمانی نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک طی دورهٔ ۱۴۰۰-۱۳۴۰ براساس سال‌های پایهٔ ۱۳۷۶ و ۱۳۹۰ بوده است.

نتایج شبیه‌سازی نااطمینانی‌های متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی در جداول (۳ و ۴ متن) نشان‌داد[۱]: ۱) در تمامی سال‌ها به استثنای سال ۱۳۴۲ نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی بیشتر از نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی بوده است؛ ۲) بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری خصوصی، به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۹۳، ۱۳۹۴ و ۱۳۹۲ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۲ و ۱۳۴۱ است. از دلایل عمدهٔ بالا بودن نااطمینانی سرمایه‌گذاری خصوصی در سال‌های مذکور را می‌توان به نوسانات شدید ارزی سال‌های ۱۳۹۱ و ۱۳۹۲ نسبت داد که با وقفه بر متغیرهای اقتصادی و نیز متغیر سرمایه‌گذاری خصوصی و به‌تبع آن نااطمینانی این متغیر تأثیر گذاشته است؛ ۳) بیشترین مقدار نااطمینانی‌های سرمایه‌گذاری دولتی به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۵۷، ۱۳۵۸ و ۱۳۵۹ و کمترین مقدار آن به‌ترتیب مربوط به سال‌های ۱۳۴۰، ۱۳۴۱و ۱۳۴۳ است. از دلایل عمدهٔ بالا بودن نااطمینانی سرمایه‌گذاری دولتی در سال‌های مذکور می‌توان به تغییر رژیم حاکم ایران و پیروزی انقلاب اسلامی؛ و نیز وقوع جنگ تحمیلی اشاره کرد.

در پایان، توصیه‌های سیاستی شامل: ۱) توجه به موضوع بااهمیت نااطمینانی سرمایه‌گذاری‌های خصوصی و دولتی به جهت اهمیت متغیرهای مذکور بر رشد و اشتغال کشور؛ ۲) شبیه‌سازی دوره‌ای نااطمینانی‌های این متغیرها با استفاده از روش معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین واسیچک به‌منظور تحلیل و بررسی تفاوت‌های دوره‌ای و شناسایی علل نوسانات آن و تلاش جهت تقلیل آن، ۳) و نیز ایجاد دسترسی عموم به آمار شبیه‌سازی‌های دوره‌ای این متغیرها برای راهنمایی سرمایه‌گذاران داخلی و خارجی؛ به سیاست‌گذاران قابل ارائه است.

پرتال جامع علوم انسانی

سپاسگزاری

در پایان نویسندگان برخود لازم می‌دانند که از داوران ناشناس نشریه برای بهبود و رونق بخشیدن به متن مقاله قدردانی نمایند. به‌ویژه از زحمات و رهنمودهای ارزشمند جناب آقای دکتر مسعود خسروتاش و جناب آقای دکتر سید صالح اکبر موسوی تشکر و قدردانی نمایم.

[۱]. نتایج این مقاله در پژوهش‌هایی که نیاز به استفاده از سری زمانی نااطمینانی متغیرهای سرمایه‌گذاری خصوصی دارند می‌تواند با ذکر منبع، مورد استفاده قرار گیرد.

درصد مشارکت نویسندگان

نویسندگان اعلام می‌دارند که با توجه به استخراج مقاله از رسالهٔ دکتری، نگارش برعهدهٔ نویسندهٔ اول با راهنمایی و نظارت نویسندهٔ دوم و مشاورهٔ نویسندهٔ سوم صورت گرفته است.

تضاد منافع

نویسندگان نبود تضاد منافع را اعلام می‌دارند.

کتابنامه

– اثنی‌عشری، ابوالقاسم؛ پورکاظمی، محمدحسین؛ ابوالحسنی‌هستیانی، اصغر؛ و لطفی‌مزرعه‌شاهی، احمد، (۱۳۹۲). «اثر نااطمینانی در بازدهی سرمایه بر رشد اقتصادی؛ مطالعهٔ موردی ایران». *فصلنامهٔ پژوهش‌های رشد و توسعهٔ اقتصادی*، ۱۲: ۷۵–۸۸. DOR: 20.1001.1.22285954.1392.3.12.5.9

– بهنامیان، مهدی؛ شجاعی، عبدالناصر؛ و حاجی، غلامعلی، (۱۳۹۹). «بررسی عوامل مؤثر بر رشد سرمایه‌گذاری بخش خصوصی در ایران». *فصلنامهٔ نظریه‌های کاربردی در اقتصاد*، ۴: ۸۴–۵۷. DOI: 10.22034/ECOJ.2021.12286

– حاجی، غلامعلی؛ و عسگری، مینا، (۱۳۹۰). «اثر سرمایه‌گذاری خصوصی و دولتی بر رشد اقتصادی در ایران». *فصلنامهٔ اقتصاد کاربردی*، ۵: ۱۲۱–۹۹. DOR: 20.1001.1.22516212.1390.2.0.17.6

– داروغه، جمشید؛ و محمدی، تیمور، (۱۳۸۴). «سرمایه‌گذاری در شرایط نااطمینانی (مطالعهٔ موردی اقتصاد ایران)». *پژوهشنامهٔ اقتصادی*، ۵(۱۸): ۸۰–۴۹. https://joer.atu.ac.ir/article_3406.html

– رحمانی، تیمور، (۱۴۰۰). *اقتصاد کلان (جلد اول و دوم)*. تهران: انتشارات برادران. https://www.gisoom.com/book/11771232

– سهیلی، کیومرث؛ فتاحی، شهرام؛ و محمدی، سعیده، (۱۳۹۷). «بررسی نقش و اثرات سرمایه‌گذاری خصوصی و عمومی بر اشتغال در استان‌های ایران: با رویکرد گشتاورهای تعمیم‌یافته». *پژوهش‌نامهٔ اقتصاد کلان*، ۲۴: ۱۴۸–۱۲۱. DOI: 10.22080/iejm.2018.1940

– صفرزاده، اسماعیل، (۱۴۰۰). «ارتباط بین سرمایه‌گذاری دولتی و خصوصی در ایران (تحلیل تأثیرات پس‌رانی و پیش‌رانی)». *فصلنامهٔ مدلسازی اقتصادی*، ۱۵(۵۳): ۱۴۹–۱۲۵. DOI: 10.30495/eco.2021.1934015.2541

– طهماسبی، فرامرز؛ و تیموری، یونس، (۱۴۰۱). «بررسی تغییر سرمایه‌گذاری در دارایی‌ها در واکنش به تغییر رشد اقتصادی». *فصلنامهٔ پژوهش‌های برنامه و توسعه*، ۱۲: ۷۹–۵۱. DOI: 10.22034/pbr.2023.355076.1255

– طیبی، سید کمیل؛ خوش‌اخلاق، رحمان؛ و فراهانی، مریم، (۱۳۹۲). «الگوسازی نااطمینانی در قیمت نفت ایران با استفاده از فرآیند تصادفی برگشت به میانگین». *فصلنامهٔ اقتصاد انرژی ایران*، ۹: ۱۹۵–۱۷۵. https://jiee.atu.ac.ir/article_693.html?lang=fa

– مجلس شورای اسلامی. (۱۳۹۰). «قانون برنامه پنج ساله پنجم توسعه اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی جمهوری اسلامی ایران (۱۳۹۴–۱۳۹۰)». https://rc.majlis.ir/fa/law/show/790196

– مجلس شورای اسلامی. (۱۳۹۶). «قانون برنامه پنج ساله ششم توسعه اقتصادی، اجتماعی و فرهنگی جمهوری اسلامی ایران (۱۴۰۰-۱۳۹۶)». https://rc.majlis.ir/fa/law/show/1014547

– قره‌باغیان، مرتضی، (۱۳۷۱). «اقتصاد رشد و توسعه (جلد دوم)». تهران: نشر نی. https://nashreney.com/product/

– کازرونی، علیرضا؛ و دولتی، مهناز، (۱۳۸۶). «اثر نااطمینانی نرخ واقعی ارز بر سرمایه‌گذاری بخش خصوصی (مطالعه موردی ایران)». *فصلنامهٔ پژوهش‌های بازرگانی*، ۱۲(۴۵): ۳۰۶-۲۸۳. https://pajooheshnameh.itsr.ir/article_700803.html?lang=fa

– کرمی‌اردالی، مصطفی؛ مرزبان، حسین؛ صمدی، علی‌حسین؛ و ناظمی، امین، (۱۴۰۲). «نقش صندوق‌های سرمایه‌گذاری در رشد اقتصادی ایران». *پژوهش‌های اقتصادی (رشد و توسعه پایدار)*، ۲: ۹۰-۶۷. DOR: 20.1001.1.17356768.1402.23.2.3.7

– معصوم‌پور سوته، مریم؛ و خسروتاش، مسعود، (۱۳۹۸). «مقایسه و پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادلات دیفرانسیل تصادفی بازگشت به میانگین خطی و غیرخطی و ARFIMA». *اولین کنفرانس ملی مدل‌سازی ریاضی و روش‌های محاسباتی در علوم و مهندسی*. دانشگاه ایوان‌کی، ۸-۱. DOR: 20.1001.2.9819137054.1398.1.1.51.1

– ورهرامی، ویدا؛ و عبدالهی، ویدا، (۱۳۹۴). «بررسی اثر نااطمینانی ناشی از نوسانات حجم اقتصاد بر سرمایه‌گذاری بخش خصوصی در ایران». *فصلنامهٔ سیاست‌های مالی و اقتصادی*، ۳(۱۱): ۳۶-۷. http://qjfep.ir/article-1-292-fa.html

- Abbas, A.; Ahmed, E. & Husain, F. (2019). “Political and Economic Uncertainty and Investment Behaviour in Pakistan”. *The Pakistan Development Review*, 58(3): 307-331. https://thepdr.pk/index.php/pdr/article/view/2819

- Abel, A. B. (1983). “Optimal Investment Under Uncertainty”. *American Economic Review*, 73(1): 228-233. http://www.jstor.org/stable/1803942

- Abiad, A.; Furceri, D. & Topalova, P. (2016). “The Macroeconomic Effects of Public Investment: Evidence from Advanced Economies”. *Journal of Macroeconomics*, 50(C): 224–240. https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2016.07.005

- Akron, S.; Demir, E.; Diez-Esteban, J. M. & Garcia-Gomez, C. D., (2020). “Economic Policy Uncertainty and Corporate Investment: Evidence from the U.S. Hospitality Industry”. *Tourism Management*, 77: 104019. https://doi.org/10.1016/j.tourman.2019.104019

- Ari, I.; Akkas, E.; Asutay, M. & Koc, M. (2019). “Public and Private Investment in the Hydrocarbon-Based Rentier Economies: A Case Study for the GCC Countries”. *Resources Policy*, 62, 165–175. https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2019.03.016

- Askari. H. & Krichene., N., (2008). “Oil Price Dynamics (2002-2006)”. *Energy Economics*. 30(5): 2134-2153. https://doi.org/10.1016/j.eneco.2007.12.004

- Baker, S. R.; Bloom, N. & Davis, S. J., (2016). “Measuring Economic Policy Uncertainty”. *The Quarterly Journal of Economics*, 131 (4): 1593-1636. https://doi.org/10.1093/qje/qjw024

- Behnamian, M.; Shojaei, A. N. & Haji, G. A., (2021). “Investigating the Effective Factors in the Growth of Private Sector Investment in Iran”. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, *7*(4): 57-84. DOI: 10.22034/ecoj.2021.12286 (In Persian).

- Bernanke, B. S., (1983). "Irreversibility, Uncertainty, and Cyclical Investment". *Quarterly Journal of Economics*, 98(1): 85 –106. https://doi.org/10.2307/1885568

- Bouis, R.; Huisman, K. J. M. & Kort, P. M., (2009). "Investment in Oligopoly Under Uncertainty: The Accordion Effect". *International Journal of Industrial Organization*, 27(2), 320-331. https://doi.org/10.1016/j.ijindorg.2008.10.003

- Darooghe, J. & Mohammadi, T., (2005). "Investment in uncertainty conditions (a case study of Iran's economy)". *Economic Research*, 5(18): 49-80. https://joer.atu.ac.ir/article_3406.html (In Persian).

- Delaney, L., (2021). "A Model of Investment Under Uncertainty with Time to Build, Market Incompleteness and Risk Aversion". *European Journal of Operational Research*, 293: 155-1167. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.12.052

- Dixit, A. & Pindyck, R. S., (1994). *Investment Under Uncertainty*. Princeton University Press. https://press.princeton.edu/books/hardcover/9780691034102

- Esnaashari, A.; Pourkazemi, M. H.; Abolhasani Hastiani, A.; & Lotfi Mazraeshahi, A., (2013). "The Effect of an Uncertain Capital Return on Economic Growth; a Case Study of Iran". *Economic Growth and Development Research*, *3*(12): 88-75. DOR: 20.1001.1.22285954.1392.3.12.5.9 (In Persian).

- Faninam, F.; Huisman, K. J. M. & Kort, P. M., (2023). "Strategic Investment Under Uncertainty in a Triopoly Market: Timing and Capacity Choice". *European Journal of Operational Research*, 308: 897-911. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2022.12.010

- Feng, Z. & Lin, J., (2023). "Macroeconomic Uncertainty and Firms' Investment in China". *Economics Letters*, 226: 111095. https://doi.org/10.1016/j.econlet.2023.111095

- Gharebaghian, M., (1992). "*Economy of growth and development, Vol (2)*". Tehran: Nashre Ney. https://nashreney.com/product/ (In Persian).

- Goyal, M. & Netessine, S., (2007). "Strategic Technology Choice and Capacity Investment Under Demand Uncertainty". *Management Science*, 53(2): 192-207. https://www.jstor.org/stable/20110690

- Güney, P. Ö., (2020). "Macroeconomic Uncertainty and Investment Relationship for Turkey". *Economic Journal of Emerging Markets*, 12(2): 151-166. https://ideas.repec.org/a/uii/journl/v12y2020i2

- Haji, Gh. & Asgari, M., (2011). "The effect of private and government investment on economic growth in Iran". *Applied Economics Quarterly*, 5: 99-121. DOR: 20.1001.1.22516212.1390.2.0.17.6 (In Persian).

- Hartman, R., (1972). "The Effects of Price and Cost Uncertainty on Investment". *Journal of Economic Theory*, 5(2): 258-266. https://doi.org/10.1016/0022-0531(72)90105-6

- Henzel, S. R. & Rengel, M., (2017). "Dimensions of Macroeconomic Uncertainty: A Common Factor Analysis". *Econ Inq*, 55: 843-877. https://doi.org/10.1111/ecin.12422

- Hubbard, D. W., (2007). *How To Measure Anything: Finding the Value of Intangibles in Business*. John Wiley & Sons, Inc. https://www.amazon.com/dp/0470110120

- Huisman, K. J. M. & Kort, P. M., (2015). "Strategic Capacity Investment Under Uncertainty". *The RAND Journal of Economics*, 46(2): 376-408. http://www.jstor.org/stable/43895596

- Huisman, K. J. M.; Kort, P. M.; Pawlina, G. & Thijssen, J. J. J., (2004). "Strategic Investment Under Uncertainty: Merging Real Options with Game Theory (97-124)". Wiesbaden: Gabler Verlag. https://doi.org/10.1007/978-3-663-12338-5_4

- Islamic Consultative Assembly, (2010). "Law on the Fifth Five-Year Economic, Cultural and Social Development Plan (2010-2015)". https://rc.majlis.ir/fa/law/show/790196 (In Persian).

- Islamic Consultative Assembly, (2016). "Law on the Sixth Five-Year Economic, Cultural and Social Development Plan (2016-2021)". https://rc.majlis.ir/fa/law/show/1014547 (In Persian).

- Jurado, K.; Ludvigson, S. C. & Ng, S., (2015). "Measuring Uncertainty". *American Economic Review*, 105: 1177–1216. DOI: 10.1257/aer.20131193

- Karami Ardali, M.; Marzban, H.; Samadi, A. H. & Nazemi, A., (2023). "Role of Mutual funds in Economic Growth in Iran". *The Economic Research (Sustainable Growth and Development)*, 23(2): 67-90. DOR: 20.1001.1.17356768.1402.23.2.3.7 (In Persian).

- Kazerooni, A. R. & Dolatti, M., (2007). "The Impact of Exchange Rate Uncertainty on Private Investment: The Case of Iran". *Trade Studies Journal*, 12(45): 283-306. https://pajooheshnameh.itsr.ir/article_700803.html?lang=fa (In Persian).

- Knight, Frank, H., (1921). "*Risk, Uncertainty and Profit*". The Riverside Press Cambridge. https:/fraser.stlouisfed.org/files/docs/publications/books/risk/riskuncertaintyprofit.pdf

- Kort, P.; Murto, P. & Pawlina, G., (2010). "Uncertainty and Stepwise Investment". *European Journal of Operational Research*, 202(1): 196-203. https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.05.027

- Kotelenez, P., (2008). *Stochastic Ordinary and Stochastic Partial Differential Equations*. Transition from Microscopic to Macroscopic Equations, Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-74317-2

- Khan, M.; Reinhrt, S. & Carmen, M., (1990). "Private Investment and Economic Growth in Developing Countries". *World Development*, 18(1): 19-27. https://doi.org/10.1016/0305-750X(90)90100-C

- Khashei, M. & Bijari, M., (2011). "Which Methodology is Better for Combining Linear and Nonlinear Models for Time Series Forecasting". *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 4(4): 265-285. https://www.researchgate.net/publication/228446949

- Khashei, M. & Hajirahimi, Z., (2018). "A Comparative Study of Series ARIMA/MLP Hybrid Models for Stock Price Forecasting". *Communications in Statistics Simulation and Computation*, 48(9): 1-16. https://www.researchgate.net/publication/325043454

- Lee, J. & Shin, K., (2000). "The Role of a Variable Input in the Relationship between Investment and Uncertainty". *American Economic Review*, 90(3): 667-680. https://www.jstor.org/stable/117349

- Lucas, R.; Prescott, E. & Edward C., (1971). "Investment Under Uncertainty". *Econometrica*, 39(5): 659-681. https://doi.org/10.2307/1909571

- Masoompoor Soothe, M. & Khosrotash, M., (2019). "Comparing and predicting the total index of Tehran Stock Exchange using linear and non-linear average return stochastic differential equations and ARFIMA". *The First National Conference on Mathematical Modeling and Computational Methods in Sciences and Engineering*, Eyvanekey University, 1-8. DOR: 20.1001.2.9819137054.1398.1.1.51.1 (In Persian).

- Mottaki, Z.; Khosrowtash, M. & Mirzaei, S., (2021). "Designing Based on Evacuation Risk and Crowd-Disaster Management (Case Study: A Subway Station in Tehran)". *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(11): 6631-6645. https://doi.org/10.17762/turcomat.v12i11.7077

- Øksendal, B., (2000). *Stochastic Differential Equations, an Introduction with Applications*. Springer-Verlag. DOI:10.1007/978-3-662-03185-8

- Panagiotidis, T. & Printzis, P., (2021). "Investment and Uncertainty: Are Large Firms Different from Small Ones?". *Journal of Economic Behavior & Organization*, 184: 302-317. https://doi.org/10.1016/j.jebo.2021.01.011

- Pindyck, R. S., (1982). "Adjustment Costs, Uncertainty, and the Behavior of the Firm". *American Economic Review*, 72(3): 415-427. https://www.jstor.org/stable/1831541

- Pluciennik, P., (2010). "Forecasting Financial Processes by Using Diffusion Models". *Journal of Dynamic Economics Models*, 10: 51-60. https://doi.org/10.12775/DEM.2010.005

- Rahmani, T., (2021). *Macroeconomics, Vol (1, 2)*. Tehran: Brothers Publications. https://www.gisoom.com/book/11771232 (In Persian).

- Safarzadeh, E., (2021). "Relationship between Public and Private Investment in Iran (Analyzing the Crowding-Out or Crowding-In Effects)". *Economic Modeling*, *15*(53): 125-149. DOI: 10.30495/eco.2021.1934015.2541 (In Persian).

- Sarkar, S., (2000). "On the Investment-Uncertainty Relationship in a Real Options Model". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 24(2): 219-225. https://doi.org/10.1016/S0165-1889(99)00005-6

- Schwartz, E., (1997). "The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implication for Valuation and Hedging". *The Journal of Finance*, 52(3): 923-973. https:/roycheng.cn/files/papers/paper_schwartz_1997.pdf

- Sohaili, K.; Fatahi, S. & Mohammadi, S., (2018). "Investigating the role and effects of private and public investment on employment in provinces of Iran: GMM approach". *Macroeconomics Research Letter*, *12*(24): 121-148. DOI: 10.22080/iejm.2018.1940 (In Persian).

- Tahmasebi, F. & Teymouri, Y., (2023). "Investigating the Change of Investment in Assets in Response to Change in Economic Growth". *Program and Development Research*, *3*(4): 51-79. DOI: 10.22034/pbr.2023.355076.1255 (In Persian).

- Tayyebi, S. K.; Khoshakhlagh, R. & Farahani, M., (2013). "Modeling Uncertainty of Iran's Oil by Mean Reverting Stochastic Process". *Iranian Energy Economics*, *3*(9), 175-197. https://jiee.atu.ac.ir/article_693.html?lang=fa (In Persian).

- Thijssen, J., (2015). "A Model for Irreversible Investment with Construction and Revenue Uncertainty". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 57: 250-266. https://doi.org/10.1016/j.jedc.2015.06.001

- Varahrami, V. & Abdollahi, M., (2016). "A Study of the Effect of Uncertainty from Fluctuations of Economics Quantity on Private-Sector Investment in Iran". *Quarterly Journal of Fiscal and Economic Policies*, 3(11): 7-36. http://qjfep.ir/article-1-292-fa.html (In Persian).

- Vasicek, O., (1977). "An Equilibrium Characterization of the Term Structure". *Journal of Financial Economics*, 5 (2): 177–188. https://doi.org/10.1016/0304-405X(77)90016-2

- Zeira, J., (1990). "Cost Uncertainty and the Rate of Investment". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 14(1): 53-63. https://doi.org/10.1016/0165-1889(90)90005-2