مجله آموزش مهندسی ایران، شماره ۲، جلد ۲، ص. ۸۶-۷۳

تأثیر Mathematica بر تدریس و یادگیری ریاضیات مهندسی

محرم حبیب‌نژاد کورایم

دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه علم و صنعت ایران

چکیده : آموزش ریاضیات به دانشجویان رشته‌های مهندسی، آنها را در حدی با ریاضیات آشنا می‌کند که برای تخصص آینده آنها کافی باشد. با پیشرفت سریع کامپیوترها شرایط کارخانه‌ها نیز به سرعت تغییر می‌کند و آموزش ریاضیات نیز ناگزیر باید تغییر یابد. دانشجویان یا مهندسان آینده به این سمت هدایت می‌شوند که ریاضیات را با نوشتن برنامه‌های ساده بر مبنای پیش‌فرضهای ریاضی درک کنند. هنگام حل یک مسئله، دانشجویان برنامه‌هایی می‌نویسند که ساده هستند، ولی برای حل مسایل وسیع‌تر و پیچیده‌تر کارایی ندارند. هنگام حل یک مسئله فنی واقعی با یک نرم‌افزار ریاضی که توسط متخصصان نوشته شده است، وظیفه ماست که به مهندسان آینده یاد بدهیم که چگونه از نرم‌افزارهای ریاضی در دسترس استفاده کنند. در دوره زمانی ۱۳۷۸ - ۱۳۷۴ در مورد آموزش ریاضیات در گروههایی از دانشجویان آزمایشی را انجام دادیم تا بفهمیم چه نوع ترکیبی از آموزشهای کلاسیک با کارهای کامپیوتری می‌تواند بهترین نتایج را بدهد. با توجه به آزمایشها، کامپیوتر یک خطر واقعی را به‌دنبال می‌آورد و آن نبود یک دید ریاضی درست در دانشجویان است و آنها فقط می‌پرسند که کدام کلید را باید فشار دهند. چنین مهندس دکمه‌ای، از فرضیات و شرایطی که بر مبنای آن الگوریتم مورد نظر کار می‌کند آگاه نخواهد بود، همچنین، او از محدودیتهای این الگوریتم نیز آگاهی نخواهد داشت. آزمایشهای بعدی نشان داد که ترکیب تقریباً مساوی از آموزش کلاسیک و آموزش به کمک کامپیوتر می‌تواند خیلی مؤثر باشد.

واژه‌های کلیدی: ریاضیات مهندسی، یادگیری، Mathematica

۱. مقدمه

هدف از آموزش ریاضیات مهندسی آماده کردن دانشجویان برای استفاده از ریاضیات در تخصص آینده آنهاست. امروزه، شرایط کار صنایع تغییریافته است و ناگزیر این مسئله باعث تغییر آموزش ریاضی می‌شود. تا همین چند سال پیش به دانشجویان یاد می‌دادیم که چگونه از ریاضیات برای حل مسائل فنی استفاده کنند و چگونه برنامه‌هایی بر مبنای آن بنویسند. ایجاد نرم‌افزارهای ریاضی از این نوع برای درک ریاضیات مفید است و مهارت در برنامه‌نویسی را نیز افزایش می‌دهد. به عبارت دیگر، در حل مسایل ساده دانشجویان یاد می‌گیرند تا برنامه‌هایی را بنویسند که فقط در حل مسایل ساده کاربرد دارد و در حل مسایل پیچیده کاربردی ندارد. مسایل پیچیده فنی به وسیلهٔ نرم‌افزارهایی حل می‌شوند که توسط متخصصان نوشته شده است، بنابراین، سعی می‌کنیم دانشجویان را آماده کنیم تا از نرم‌افزارهای در دسترس استفاده کنند. در طول برپایی کلاس آزمایشهایی را ترتیب دادیم تا به روش پر بازدهی برای تدریس پی ببریم، نتایج آزمایشهای ما در کنفرانس ریاضی منتشر شد [۱]. آزمایشهای اخیر، در مورد کمک گرفتن از کامپیوتر برای آموزش مهندسان و آموزش نرم‌افزارهای ریاضی مثل Mathematica، در این مقاله ارائه می‌شود.

حدود ۲۰ سال پیش به دانشجویان یاد داده می‌شد که برنامه‌های کوچکی را برای محاسبات عددی بنویسند و این کار با یک کامپیوتر بزرگ که در مکان دیگری بود، انجام می‌شد و دانشجویان به‌طور مستقیم با کامپیوتر تماس نداشتند. اما از حدود ۱۲ سال پیش، دانشجویان مدتی از آموزشهای خود را با کامپیوترها و ترمینالها می‌گذرانند. در سالهای ۱۳۷۵ تا ۱۳۷۷ آزمایشهایی را در درس ریاضیات پیشرفته روی ۱۵ گروه از دانشجویان ترتیب دادیم تا به بهترین ترکیب آموزشهای علمی در آزمایشگاه و آموزشهای کلاسیک دست یابیم. در بعضی از گروهها دانشجویان تمام تمرینهای خود را با کامپیوتر انجام می‌دادند. در نهایت، به نظر می‌رسید که ترکیب ۱:۱ از آموزشهای علمی و کلاسیک بهترین نتیجه را می‌دهد. دانشجویان بدون هیچ مشکلی می‌توانستند با یک دستگاه شخصی در ترمینال کار کنند و تمرینهای درس ریاضیات پیشرفته را با برنامه‌های کامپیوتری حل کنند. هر دانشجو کدی داشت که می‌توانست با دستگاه شخصی خود با کامپیوتر مرکزی کار کند. در یک اتاق ۱۲ دستگاه متصل به یک ترمینال و در اتاق دیگر ۱۰ دستگاه متصل به یک ترمینال را قرار دادیم. در طول آزمایش، دانشجویان ضمن یادگیری کار با ترمینال سعی می‌کردند که برنامه‌ای را برای حل معادله بنویسند.

۲. وضعیت قبل از ابداع Mathematica

۱.۲. تدریس

برای سالهای متمادی تدریس ریاضیات شامل اثبات قضایا و ارائه مثالهای ساده‌ای بود از قبیل قضیه‌هایی که نتیجه یک اصل است و مثالهای ساده‌ای که برای حل آنها از قضایای اصلی استفاده می‌کردند. در آن سالها، حل مسایل واقعی غیرممکن می‌نمود. اگر کسی قصد ارائه مفاهیم مهم را داشت، می‌بایست حجم زیادی از محاسبات عددی یا جبری را نشان می‌داد. این کار غیرممکن بود یا زمان زیادی برای نشان‌دادن آن روی تخته سیاه یا اورهد صرف می‌شد و لذا توابعی انتخاب می‌شد که منحنیهای آن به سادگی قابل فهم و به وسیله گچ قابل کشیدن باشد. در نتیجه، مثالها کم‌مایه و غیرعلمی بود و اگر هم مشکل بود، به‌گونه‌ای طرح‌ریزی می‌شد که به وسیلهٔ فرضیات خود جنبه‌های خاصی از مسئله را نشان دهد.

۲.۲. مسایل آموزشی

در اینجا می‌توان مجموعه‌ای از مسایل آموزشی را خاطرنشان کرد که به علت مدت زمان زیاد استفاده از آنها مانند کاغذهای قدیمی فرسوده شده‌اند. به دلیل این که توانایی انجام‌دادن کار جالبتری نبوده است، پس نیازی به ارائه مسایل جدید هم احساس نمی‌شده است، به همین دلیل، این مسایل مانند سنتها تقریباً تغییرناپذیر مانده‌اند. دانشجویان می‌توانند مشکلات به‌خصوصی را ذکر کنند که سال به سال با آنها همراه بوده است.

۳.۲. مثالها

از طرف دیگر، مثالهایی انتخاب می‌شد که توانایی انجام‌دادن آن را داشتیم و هر ساله این مسایل تکرار می‌شد. دانشجویان برای سالهای متمادی کپی‌برداری می‌کردند. در نتیجه، ارزیابی تکالیف و عملکرد دانشجویان مشکل بوده است.

۳. شرایط بعد از ابداع Mathematica

۱.۳. تدریس

در حال حاضر، استفاده از Laptop در موقع تدریس و نمایش Mathematica با آن پیشرفت

مهمی محسوب می‌شود. قبل از وارد شدن Laptop در تدریس، ما در آزمایشگاه با Math کار می‌کردیم و سپس نتایج به‌دست آمده یا منحنیها را با اوورهد یا جواب آن را به عنوان نتایج حاصل درکلاس نشان می‌دادیم. به نظر دانشجویان این نتایج ساختگی می‌آمد تا موقعی که خود صحت این روشها را مشاهده می‌کردند. با به‌وجود آمدن این امکان، تغییرات عمده‌ای با بهره‌گیری از Math در تدریس حاصل شد و کمک شایانی به افزایش راندمان کلاس کرد.

۲.۳. آموزش

به‌طور کلی، بیشتر تغییرات در آموزش پدید آمده است. چندی پیش دانشجویان در اتاقهای آموزشی روی مسایل سنتی کار می‌کردند، ولی آنها حالا به اتاقهای کامپیوتر می‌روند و بر روی مسایل واقعی کار می‌کنند. البته، این خود باعث افزایش تصاعدی نیاز به کامپیوتر می‌شود. در ابتدای هر ترم به بیان چند قضیه و تئوری برای دانشجویان می‌پردازیم، سپس مسایلی را که نیاز به کامپیوتر دارد، مطرح می‌سازیم. بعد از آن مسایلی را که به واقعیت نزدیکتر است و محاسبات زیادی دارد، مطرح می‌کنیم.

۳.۳. مثالها

از طرفی دیگر، تغییرات زیادی در مثالها داده شده است. پیش از آن مجبور به طبقه‌بندی مسایل بودیم. در حال حاضر، توانایی ارائه مسایلی را داریم که به دانشجویان دید جدیدی می‌دهد تا آنها بتوانند از عهده مسایل واقعی برآیند و برای مسایل جوابهای عددی بیابند. از دیگر مزیتها بالابردن مهارتهای علمی و فهم مسایل حقیقی در دانشجویان است و آنها می‌توانند با نوشتن برنامه کامپیوتری مسئله را حل کنند و از آن پرینت بگیرند.

۴.۳. انیمیشن

با توجه به قابلیت انیمیشن نرم‌افزار Math در شرایط فیزیکی مسئله می‌توانیم مدل ریاضی خود را شبیه‌سازی و حرکت آن را ملاحظه کنیم. این برنامه توانایی حل معادلات به صورت عددی یا حل دقیق و نمایش آن را دارد. در حال حاضر هم توانایی انیمیشن مسئله را داریم و می‌توانیم رفتار زمانی و مکانی مسئله را هنگام حل آن مشاهده کنیم. به عنوان مثال، نمایش حرکت استیلاکی یک

وزنه متصل به فنر تحت تأثیر مقاومت هوا مدل‌سازی شد و برای آن برنامه‌ای نوشته شد تا معادله را تحلیلی حل کند و سپس انواع حالتها را نشان دهد. برنامه می‌تواند مقادیر پارامترها را بگیرد و قابلیت fram by fram,reverse,start,stop و انتخاب سرعت مناسب را نیز دارد. این توانایی درک فیزیکی دانشجویان را بالا می‌برد.

۴. سؤالهایی که درباره این پدیده جدید جواب داده می‌شود

۱.۴. درک عمیق‌تر

طبیعی است که تازه‌بودن این پدیده مستلزم کار بیشتر ما و صرف زمان و انرژی بیشتر است. البته، ما راضی هستیم، زیرا این پدیده دیدی بهتر به دانشجویان می‌دهد. ولی خیلی زود است که مفاهیم اساسی را آن طوری که دوست داریم به دانشجو منتقل کنیم. این اشکال هست که جدیت و پافشاری بر روی این پدیده‌ها ممکن است ما را از موضوع اصلی که یادگیری و یاد دادن بهتر است، غافل بکند.

۲.۴. اختیاردادن به دانشجویان

روش سنتی با سختیها و مشکلاتی همراه است که با ابداع Math، این مشکلات حل شده‌اند. در حال حاضر، به جای این که وقت خود را با حل قسمتهای مزاحم مسئله تلف کنیم، به قسمتهای بااهمیت آن می‌پردازیم.

۳.۴. کارهایی که باید انجام شود

همان‌طور که اشاره شد، زمان عامل مهم در این پدیده جدید است. البته، بدین‌گونه نیست که بنشینید و جواب مناسبی را بگیرید. منظور تهیه مسایلی مناسب همراه با نمایش آنها برای یادگیری مسایل اساسی درس است. قسمت دیگر، زمان زیادی است که در آزمایشگاه صرف می‌شود. دانشجویان یک ساعت زودتر به آزمایشگاه می‌روند و یک ساعت دیرتر وقت به آنها می‌رسد. در مدت یک هفته ۱۵ ساعت وقت ما در آزمایشگاه صرف شد تا مطمئن شدیم که مجموعه سیستم‌های آزمایشگاه درست کار می‌کنند. پس این فکر که این پدیده جدید کاهش دهنده بارکاری است، کاملاً اشتباه است. وظیفه دانشگاه است که در برطرف کردن این مشکلات اهتمام بورزد.

۴.۴. منابع مورد نیاز

در چند مسئله اخیر، دانشگاهها پروژه‌های کاربردی را با اورهد نمایش می‌دهند. با وجود این، تعداد کلاسهای اورهددار محدود است. از طرف دیگر، زمان‌بندی استفاده از این کلاسها نیز فشرده است. می‌توان کلاسی بدون اورهد را انتخاب و با یک Laptop تدریس کرد. از اشکالات اورهد می‌توان به کم‌رنگ بودن اشکال و نوشته‌ها یا به پاک شدن قسمتی از شکلها اشاره کرد، البته مشکل زیادی به‌وجود نمی‌آید. مشکلی که در Laptop داریم، ندیدن key board هنگام تدریس است. یکی دیگر از اشکالها احتیاج به حافظه‌ای بین ۱۲ تا ۲۰ مگابایت است، ولی Laptop حافظه‌ای بین ۸ تا ۱۲ مگابایت دارد که جوابگوی نیاز ما نیست.

۵. پیشنهاد روشهایی به منظور تعیین تأثیرات Mathematica

برای مطالعه تأثیرات Mathematica یک نمونه گیری در چهار سال گذشته انجام گرفت. تعداد نمونه در هر سال ۴۰ نفر از دانشجویان علوم مهندسی بوده است.

اساس سؤالات بر فهم ریاضی دانشجویان استوار است. سؤالهای طرح شده بدین قرار است:

۱. آیا شما مایل هستید در تدریس از Mathematica استفاده شود؟

۲. آیا این نرم‌افزار یک دید تازه‌ای به شما می‌دهد یا راه جدیدی در استفاده از ریاضیات جلوی پای شما می‌گذارد؟

۳. آیا استفاده از Mathematica این امکان را می‌دهد تا مسایل جدیدی را حل کنید؟

چند سؤال اضافی دیگر با مضامین زیر آماده شد تا میزان تأثیرات Mathematica در کلاس بیشتر معلوم شود.

۱. بعد از ارائه Mathematica نقش روشهای سنتی حل مسایل چیست؟

۲. چگونگی توان دانشجویان در مهارتهای سنتی حل مسایل پایه و به‌وجود آمدن مهارتهای جدید Mathematica؟

۳. چگونگی نتیجه امتحانات بعد از استفاده از Mathematica ؟

۴. آیا با Math درک روشهای عددی بهتر شده است؟

۵. چگونگی عملکرد دانشجویان در امتحانات با شکل جدید در مقایسه با شکل قدیمی؟

۶. نتیجه جواب به پرسشها (نمونه شامل ۳۹ دانشجوی مهندسی است)

سؤال ۱

بله	نه دقیقاً	خیر
۲۳	۱۱	۶
٪۵۷	٪۲۸	٪۱۵

پانزده درصد از دانشجویان بر این باور هستند که Math در تدریس به آنها کمکی نمی‌کند، ولو اینکه بیشتر دانشجویان نمایش منحنیها و حل مسایل با Math را در تدریس دوست دارند.

سؤال ۲

بله	نه دقیقاً	خیر
۳۴	۲	۳
٪۸۷	٪۵	٪۸

درصد پاسخ مثبت به این سؤال عدد بزرگ ۸۷ است که نشان‌دهنده نگرش جدید دانشجویان به ریاضیات است و ریاضی به دو علت به عنوان یک ابزار مؤثر است. اول این که ریاضیات قبلاً به‌نظر می‌آمد در مسایل واقعی کاربرد داشته باشد. دوم این که کمکی است که Math در حل مسایل مشکل می‌کند.

سؤال ۳

بله	نه دقیقاً	خیر
۲۵	۷	۷
٪۶۴	٪۱۸	٪۱۸

تقریباً دو سوم از دانشجویان معتقدند که با Math قادر به حل مسائل جدیدی هستند و این خود نشان‌دهنده این واقعیت است که Math اولاً قابلیت حل مسایلی را دارد که محاسبات دشواری را

طلب می‌کند و دوم این که توانایی جدیدی را برای حل عددی مسایلی که حل دقیق ندارند، به ما می‌دهد.

۱.۶. بحث روی نتایج پرسشنامه‌ها

با وجودی که گروهی از دانشجویان قبل از ورود به دانشگاه تجربه اندکی در زمینه محاسبات داشتند، با ابداع Mathematica افق جدیدی فراروی آنها باز شد که با رشد توانایی حل مسایل در آنها نیز همراه بود که تأثیرات آن روی درک عمیق‌تر مسایل در حال و آینده نمایان می‌شود.

۷. نتیجه تحقیقات روی تأثیرات Mathematica در یادگیری

۱.۷. سؤال اول سری دوم

به نظر می‌رسد دانشجویان تصدیق می‌کنند که Mathematica محاسبات کسل‌کننده و محاسباتی را که آنها قادر به انجام‌دادنشان نیستند، به سادگی انجام می‌دهد. دانشجویان هنوز توانایی حل مسائل را با روشهای دستی دارند. آنها این اعتقاد را هم به Mathematica دارند که قادر به انجام‌دادن مسایل است و در این بین آنها فقط مردد هستند. دلیل این تردید به‌درستی مشخص نیست و احتیاج به تحلیل بیشتری روی تعداد امتحانات از دانشجویان دارد.

۲.۷. سؤال دوم سری دوم

روشن است که دانشجویان در ذهنشان پشتوانه‌ای عمیق برای حل مسایلشان دارند، اما آنها مهارتهای زیادی را در این راه از دست می‌دهند. به جای آن، دانشجویان می‌توانند در ذهن داشته باشند که چگونه توابع به یک ماکزیمم یا مینیمم می‌رسد و آن را با استفاده از Mathematica مشاهده کنند. تردید دانشجویان وقتی از بین می‌رود که آنها بخواهند با دست مشتق‌گیری یا انتگرال‌گیری کنند.

۳.۷. سؤال سوم سری دوم

ما فرصت داشتیم که دانشجویان مهندسی سالهای ۱۳۷۴ و ۱۳۷۵ را با هم مقایسه کنیم. شرایط پذیرش در دو سال یکی بوده است. در سال ۱۳۷۵ Mathematica ارائه شده بود و در سال ۱۳۷۴

هنوز Mathematica ارائه نشده بود. سؤالهای امتحان استاندارد بودند و از این لحاظ هم شرایط برابر بود. در بخشی از امتحان از Mathematica استفاده شده بود. امتحان ۶ سؤال داشت و ارزش هر سؤال ۲۰ نمره بود. سؤال ۲ یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزیی با مرتبه اول بود و سؤال ۳ معادله دیفرانسیل خطی با مشتقات جزیی مرتبه دوم بود.

	۱۳۷۴($Q_۲$)	۱۳۷۵($Q_۱$)	۱۳۷۴($Q_۴$)	۱۳۷۵($Q_۳$)
مجموع	۳۷	۴۱	۳۷	۴۱
معدل	۱۱/۹۷۶	۹۷/۲۸	۱۰/۱۴۴	۸/۰۰۲
S	۵۸/۷۴۳	۵۹/۲۳۴	۶۹/۸۸۱	۶۱/۹۵۷

از اختلاف میانگین در بین سؤال دوم امتحان z=۵/۳۴۲ به‌دست می‌آید که در سطح ۰/۰۰۰۱ تعیین شده است و برای سؤال سوم z=۴/۵۴۲ می‌باشد که آن هم در سطح ۰/۰۰۰۱ تعیین شده است. بنابراین، از این دو سؤال نتیجه بهتر کار با Mathematica مشخص می‌شود.

۴.۷. سؤال چهارم مقایسه روشهای عددی است (اویلر کوشی و اویلر کوشی بهبود یافته)

	۱۳۷۴	۱۳۷۵
مجموع	۳۷	۴۱
معدل	۱۳/۰۰۳	۱۱/۳۲۰
S	۶/۳۷۰	۵/۶۴۶

z=۳/۹۱۵ به‌دست می‌آید که در سطح ۰/۰۰۰۱ تعیین شده است. این سؤال معلوم می‌کند که نتایج کار در سالی که Math عرضه شده است، بهتر بوده است. به‌راستی Math به‌خوبی جواب داده است. میانگین دانشجویانی که نمره کامل را به‌دست آورده‌اند ۸۹/۷٪ بوده است. از گزارشها برمی‌آید که همه دانشجویان به Math علاقه‌مند هستند. بنابراین، برای بالارفتن مهارتها با Math باید شرایط امتحانی مشکل‌تر شود.

۵.۷. سؤال پنجم سری دوم

برای اولین بار در دانشکده، از دانشجویان در زمینه توانایی کاربرد محاسبات در شبیه‌سازی مسایل واقعی امتحان کاملی گرفته شد، بدین گونه که سه سؤال مطرح شد و در امتحان نهایی نیز همان‌گونه عمل شد، با این تفاوت که دانشجویان مجاز به استفاده از کامپیوتر نبودند و آنها باید ۵ سؤال را از ۶ سؤال انتخاب می‌کردند. در اینجا یک مقایسه بین دو حالت امتحان با Math و بدون استفاده از آن انجام می‌گیرد.

تعداد دانشجویان	امتحان نهایی	میان‌ترم	
۴۱	۵۰/۱۴	۶۷/۸	av
	۲۱/۱	۱۰/۱	s

در اینجا به دو نکته اشاره می‌کنیم، اول اختلافی بزرگ که در اجراست، دوم اختلافی بزرگ که در نتیجه امتحان است، اگر ما اطلاعات به‌دست آمده را av=۱۷/۶۶ و s=۱۹/۹۱۶۵ بیان کنیم، بنابراین z آمارها برای نمونه بزرگ برابر ۱۳/۲۷ است که در سطح ۰/۰۰۰۰۱ تعیین شده است. می‌توان دانشجویان را به فرم زیر طبقه‌بندی کرد.

بدتر با Math	معادل	بهبود با Math
۸	۱	۳۳
٪۱۹	٪۳	٪۷۸

٪۷۸ از دانشجویان کلاس با Math بهتر نتیجه می‌گیرند. بنابراین، ما دلیل قاطعی داریم که دانشجویان ابزاری دارند که به آنها اجازه می‌دهد تا مسایلشان را حل کنند و روشهای کسل‌کننده و گیج‌کننده دستی را کنار بگذارند و فقط مهارتهای سنتی پایه را حفظ و درک کنند، زیرا که آنها توانایی حل مسایل واقعی را ندارند.

۸. مزایا و معایب

طبق تحقیقات ما تدریس با کامپیوتر آثار مثبت زیر را دارد:

۱. کامپیوتر وسیله‌ای برای مطالعه نیست، بلکه وسیله‌ای برای حل مسایل است.

۲. دانشجویان کار با ترمینال و کتابخانه برنامه‌ها را یاد می‌گیرند.

۳. کار انفرادی هر دانشجو ممکن می‌شود.

۴. این امکان وجود دارد که بتوانیم مسایل پیچیده‌تر را در تکالیف کلاس داشته باشیم.

۵. برای حل مسایل می‌توانیم از الگوریتم‌های متفاوت استفاده کنیم و مزایا و محدودیتهای آن را نشان دهیم.

در ابتدا دانشجویان به کار با کامپیوتر خیلی علاقه‌مند بودند، آزمایش به این ترتیب بود که اگر ترمینال کامپیوتر پر نشده بود، دانشجویان از مدت زیادی قبل از تمرین به اتاق ترمینال می‌رفتند و می‌توانستند برنامه‌ای را بنویسند که برای حل تمرینها نیز کاربرد دارد. معمولاً دانشجویان وقتی با ترمینال کار می‌کنند که ترمینال خالی باشد. این نتیجه گیری به علت کمی دسترسی به PC در این دوران واضح است. در حال حاضر، دانشجویان اغلب با کامپیوترهای شخصی کار می‌کنند و امکان این را دارند که با جدیدترین دانش برنامه‌ریزی کار کنند. بعد از چند سال آموزش، به ترتیبی که در زیر شرح داده می‌شود، دانش تئوری دانشجویان کاهش پیدا کرد. این شکاف یادگیری به صورت ضعف در درک روش ریاضی جلوه گر شد. بعضی از دانشجویان تمایل داشتند تا برنامه‌هایی را بنویسند که به آنها کمک کند در امتحانات قبول شوند. دانشجویان برنامه‌هایشان را توسعه دادند و تعداد زیادی از فارغ‌التحصیلان می‌خواستند بدانند که از این برنامه‌ها چگونه استفاده کنند، این ممکن بود مثبت ارزیابی شود، اما از طرف دیگر، آنها احساسشان را نسبت به روشهای ریاضی از دست می‌دادند. به علت عدم صلاحیت و تنها داشتن درکی مقطعی از مفاهیم ریاضی باعث می‌شد که برنامه‌های نوشته شده قابل اعتماد نباشد و دانشجویان در بعضی از اوقات به اشتباه بیفتند. تعداد این برنامه‌ها آن‌قدر زیاد بود که استاد نمی‌توانست به همه آنها رسیدگی کند. این واضح شد که تغییر در آموزش ریاضی با استفاده از کامپیوتر یک خطر واقعی را با خود به همراه می‌آورد و آن این است که دانشجویان الگوریتم‌های ریاضی را که کامپیوتر با آنها کار می‌کند، درک نمی‌کنند و فقط می‌پرسند که کدام کلید را فشار بدهیم. این مهندسان دکمه‌ای، شاید هرگز از شرایط و فرضیاتی که کامپیوتر با آنها کار می‌کند باخبر نشوند و هرگز ندانند که الگوریتمی که با آن کار می‌کنند، چه

محدودیتهایی دارد.

برای اجتناب از خطر به‌وجود آمدن مهندسان دکمه‌ای، باید روش تدریس ریاضیات را تغییر دهیم و به‌جای تدریس الگوریتم‌ها به دانشجویان، آنها را به یک بینش قوی و درک مستقیمی از مفاهیم ریاضی مجهز کنیم.

هدف اصلی آموزش ریاضیات بر مبنای کامپیوتر باید به قرار زیر باشد:

- توانایی تخمین‌زدن نتایج مورد انتظار؛
- آگاهی از محدودیتهای روش به‌کار گرفته شده؛
- توانایی پیدا کردن خطای انسان - ماشین.

بر مبنای بحثهای گسترده در مهندسی، موضوعات جدیدی را در ریاضیات مهندسی (نظیر معادلات با مشتقات جزئی، اختلالات، توابع موهومی، حساب تغییرات و ...) در شاخه‌های مطالعاتی نظیر مکانیک سیالات، طراحی کاربردی، هوا و فضا، ساخت و تولید معرفی کردیم. مقدمه موضوعات جدید باعث محدودیت در قسمتهایی از ریاضیات شد. به این دلیل، لازم است که مقدار و محتوای تمام موضوعات ریاضی دوباره ارزیابی شود تا آنها برای دانشجویان در یک موقعیت جدید مناسب باشد. نتیجه‌گیریهای ما از روی تجربه به شرح زیر است:

- تدریس ریاضیات به کمک کامپیوتر باید با شکل کلاسیک آن ترکیب شود.
- در تمرینهای کلاسیک باید از مثالهای ساده (که نشان‌دهنده ایده اصلی و محدودیتهای روشن باشد) استفاده شود.
- کامپیوترها باید برای حل مسایل پیچیده‌تر و انجام دادن آزمایش با تغییر پارامترها به‌کار برده شوند و مسئله‌ها حتی‌الامکان به سمت کاربردی شدن هدایت شوند.
- هنگام تمرین در آزمایشگاه کامپیوتر و همچنین در ایجاد برنامه‌های جدید باید عمدتاً از نرم‌افزار تخصصی موجود استفاده شود.
- در آموزشهای همراه با کامپیوتر باید از خروجیهای گرافیکی آموزنده یا نرم‌افزار نمایشی در دسترس استفاده شود.
- حتی در دانشگاههایی که شرایط فعلی معرفی تدریس ریاضی به کمک کامپیوتر را اجازه نمی‌دهد، لازم است تا مقداری اطلاعات پایه در مورد وجود نرم‌افزار ریاضی و تواناییها و خاصیتهای مخصوص آن به دانشجویان داده شود.

موقعی که دانشجویان می‌توانند مسئله‌های پایه (اولیه) را با قلم و ماشین‌حساب حل کنند، ممکن است به آنها نرم‌افزارهایی مناسب معرفی شود که در استفاده‌های تجاری (بازرگانی) به کار می‌آیند، نظیر Matlab، Maple، Mathematica. بهتر است که دانشجویان روی یک نرم‌افزار متمرکز شوند و به اندازه کافی قادر به استفاده از آن باشند. تجربه‌ها نشان داده است که دانشجو به زودی استفاده از سایر نرم‌افزارهای مشابه را بعد از کمی مطابقت فرا می‌گیرد. به عقیده ما این مدل آموزش به کمک کامپیوتر می‌تواند در آینده نزدیک و با مقداری احتیاط به کار گرفته شود. خصوصاً در دروس تخصصی و پایان‌نامه‌ها ما قصد داریم که به عقایدمان تحقق ببخشیم. در درس دینامیک و رباتیک در سه سال گذشته، نرم‌افزار تولید شده Math با بسته نرم‌افزاری آماری برای سه نیمسال (دوره ۱۶ هفته‌ای دانشگاه) استفاده شده است. تمرینها در اتاق درس کلاسیک و آزمایشگاه با نسبت ۱:۱ انجام می‌شود. یک سری مسایل مخصوص مورد استفاده قرار می‌گیرد و دانشجویان با انواع جدید مسایل درگیر می‌شوند که نمی‌توان در زمان معمولی آنها را با دست محاسبه کرد. اما حل کامپیوتری آنها به راحتی با Mathematica انجام می‌شود. فرموله کردن مسایل، دانشجو را به سمت تجزیه و تحلیل و حل تئوریک وا می‌دارد و محاسبه مقادیر عددی فقط آخرین قدم کار دانشجوست که کامپیوتر آن را انجام می‌دهد. مسایل امتحانات روی کاغذ حل می‌شود و کامپیوتر و نرم‌افزار فقط به‌عنوان یک ابزار محاسباتی قوی به خدمت گرفته می‌شود.

۹. جمع‌بندی

کامپیوتر می‌تواند موقعیت‌های متفاوتی را برای دانشجو ایجاد کند. دانشجو می‌تواند پارامترها را انتخاب کند یا آنها را تغییر دهد و در این راه می‌تواند فرایند تربیتی‌اش را طی کند. کامپیوترها قادرند تا سریهای اطلاعاتی بزرگ را بررسی کنند که این سریها نمی‌توانند بدون کامپیوتر و برای تمرین‌های کلاسیک استفاده شوند. ما با انتخاب مسایل مناسب می‌توانیم به دانشجویان جهت بدهیم. چنین کاربردهایی که از نظر تخصص آینده آنها برایشان مفید است. احتمالات و ضرورتهایی برای معرفی موضوعات ریاضی جدید به منظور کاربردهای صنعتی وجود دارد. استفاده از کامپیوترها تغییراتی را در محتوای موضوعات ریاضی سبب شده است.

- افزایش اهمیت بعضی از روشها و فرایندها که بدون کاربرد کامپیوتر بسیار مشکل یا غیرقابل کاربرد هستند.

- کاهش اهمیت بعضی از روشها که فقط برای حمایت از محاسبات دستی توسعه یافته‌اند و برای کامپیوترها ضروری نیستند.
- مسایل مخصوص جدید ایجاد شده‌اند که در ارتباط با استفاده از کامپیوترها هستند.
- افزایش قدرت، مطابق آن چیزی که دانشجو می‌خواهد.
- توانا کردن دانشجو در شرایط زندگی واقعی.

تمام این تغییرات باید در ترتیب ریاضی معاصر منظور شود. آموزش ریاضی به کمک کامپیوتر فقط و فقط موقعی می‌تواند معرفی شود که بعضی از شرایط مقدماتی تحقق پیدا کند. مقدمه باید به خوبی از نظر تکنیکی و شخصی فراهم شود. در مرحله اولیه مقدمه آموزش کامپیوتری مقدار زیادی تلاش برای تأمین استاد و تهیه اطلاعات ضروری و نرم‌افزار برای دانشجویان لازم است. در خاتمه اینکه، ریاضیات بدون کامپیوتر ریاضیات معاصر نیست، اما با استفادهٔ بدون دقت از کامپیوترها به هیچ وجه ممکن نیست ریاضی باشد.

مراجع

1. M.H. Korayem, S. Ghoffrani and M. Roghani, Computer Animation for Mechanical Manipulators Using Mathematica, 2nd Biennial Australian Engineering Mathematics Conference, pp. 379-386, 1996.
2. Wolfram, Mathematica, Addison and Wesley, 1991.
3. Worthy, An Introduction to Mathematica 2.0, Department of Mathematics, University of Wollongong, 1996.
4. D.G. Zill and Cullen, Advanced Engineering Mathematics, PWS Kent, 1992.
5. D.G. Zill, Differential Equations with Computer Lab Experiments, PWS Kent, 1994.

(تاریخ دریافت مقاله: ۷۸/۷/۱۰)