

بسته نرم افزاری تحلیل و مدلسازی مسائل مهندسی شامل فیزیکیهای چندگانه

مجتبی حقیقی یزدی^۱ و جعفر اسکندری جم^۲

چکیده: در این پژوهش قابلیت‌های یک نرم‌افزار مدلسازی اجزای محدود با عنوان کامسول بررسی شده است. در این خصوص، یک مثال پرکاربرد در زمینه مهندسی مکانیک ارائه و با استفاده از این نرم‌افزار تحلیل شده است. این نرم‌افزار دارای ماژول‌های گوناگونی برای حل مسائل مهندسی است و این امکان را فراهم می‌آورد که چند ماژول به طور همزمان برای مدلسازی مسائل به کار برده شود و در نتیجه، تحلیل مسائل مهندسی شامل فیزیکیهای چندگانه ساده‌تر صورت گیرد. در این پژوهش ماژول‌های مکانیک سازه‌ای و معادلات دیفرانسیل جزئی در نرم‌افزار، برای بررسی مثال یاد شده استفاده می‌شود. تحلیل مسئله مورد نظر که شامل بررسی رفتار لوله پلیمری انتقال گاز است، نشان می‌دهد که چگونه این نرم افزار در تحلیل عددی مسائل مهندسی شامل فیزیکیهای چندگانه کوپل شده سودمند است. نتایج رضایتبخش حاصل از این مسئله علمی - صنعتی پرکاربرد، قابلیت این نرم‌افزار را در مدلسازی و همچنین، تحلیل عددی مسائل با روش اجزاء محدود برای مهندسان، پژوهشگران و دانشجویان بیش از پیش روشن می‌سازد.

واژه‌های کلیدی: بسته نرم‌افزاری، مدلسازی اجزاء محدود، مسائل مهندسی، فیزیکیهای چندگانه.

۱. استادیار دانشکده مکانیک دانشگاه تهران، تهران، ایران. mohaghghi@ut.ac.ir

۲. استاد دانشگاه صنعتی مالک اشتر، پژوهشکده کامپوزیت، تهران، ایران. jejam@mail.com

۱. مقدمه

فیزیکهای موجود در مسائل مهندسی مکانیک به زبان ریاضی به صورت معادلات حاکم و در قالب معادلات دیفرانسیل جزئی^۱ بیان می‌شوند. یکی از دغدغه‌های اصلی طراحان و مهندسان علم مکانیک در این نوع مسائل، حل این معادلات حاکم و به دست آوردن توزیع متغیر اصلی معادلات (مانند جابه‌جایی، دما، رطوبت و غیره) در سراسر ناحیه مدل هندسی مورد نظر و از طریق آن به دست آوردن دیگر مشتقات متغیر اصلی (مانند کرنش و تنش، شار حرارتی، شار رطوبتی و غیره) است. به‌طور کلی، دو روش حل در این مسائل دنبال می‌شود: در روش اول که بر حل تحلیلی مسئله استوار است، جوابی با دقت بالا برای مسئله یافت می‌شود، اما این روش برای مدل‌های پیچیده و پیشرفته دارای مسیرهای طولانی حل و در موارد بسیاری بدون پاسخ است. روش دوم که در برگیرنده روش‌های عددی حل مسائل است، هر چند دارای دقتی کمتر از روش تحلیلی است، اما برای مدل‌های پیچیده و به‌ویژه فیزیکهای چندگانه مناسب‌تر است.

یکی از معروف‌ترین روش‌های حل عددی، روش اجزای محدود^۲ است. معمولاً طراحان و مهندسان مکانیک به‌منظور به‌کارگیری این روش از بسته‌های نرم‌افزاری گوناگونی بهره می‌جویند که از مشهورترین آنها می‌توان به نرم‌افزارهای انسیس^۳ و آباکوس^۴ اشاره کرد.

از نقاط قوت این نرم‌افزارها جامعیت نسبی آنها در خصوص مسائل مختلف مهندسی مکانیک است؛ بدین معنا که بیشتر فرایندها و پدیده‌های مکانیکی را شامل می‌شوند و مهندسان مکانیک نیز از دیرباز با این نرم‌افزارها آشنا بوده‌اند. با وجود این، کاربران این نرم‌افزارها برای مدلسازی و حل مسائل شامل فیزیکهای چندگانه؛ یعنی مسائلی که در آنها کوپلینگ بین دو یا چند فیزیک وجود دارد، با چالش‌هایی مواجه هستند، چرا که در بیشتر موارد برای مدلسازی نیاز به نوشتن کدهای کامپیوتری است که خود مراحل مدلسازی را زمانبر و پیچیده می‌کند.

بسته نرم‌افزاری اجزای محدود کامسول^۵ دارای ماژول‌های مختلفی برای حل مسائل فیزیکهای گوناگون همچون مکانیک سازه‌ای، انتقال حرارت، واکنش‌های شیمیایی، جریان الکتریکی و غیره است. یکی از ویژگی‌های بارز این نرم‌افزار، همان‌گونه که از نام آن نیز بر می‌آید، قابلیت مدلسازی فیزیکهای چندگانه کوپل شده است. به منظور بررسی قابلیت‌های این نرم‌افزار می‌توان مسئله‌ای را که

-
1. Partial Differential Equation (PDE)
 2. Finite Element Method (FEM)
 3. ANSYS
 4. ABAQUS
 5. COMSOL Multiphysics

شامل فیزیکیهای چندگانه کوپل شده است، با این نرم‌افزار تحلیل و نتایج به دست آمده را با نتایج مشابه در نرم‌افزارهای دیگر مقایسه کرد. مسئله‌ای که در این پژوهش بررسی شده است، در برگیرنده فیزیکیهای مکانیک سازه‌ای، انتقال حرارت و نفوذ جرم در یک ماده پلیمری است. در این مسئله ماده پلیمری به دلیل کاربرد فراوان آن در صنایع مختلف و در نتیجه، قرارگرفتن در شرایط محیطی گوناگون در نظر گرفته شده است.

حل چنین مسئله‌ای به دلیل کوپل شدن فیزیکیهای موجود در آن پیچیده است. یکی از کوپلینگ‌ها، کوپلینگ بین انتقال حرارت و مکانیک سازه ای است که مسئله‌ای متداول از فیزیکیهای دوگانه کوپل شده است. در این نوع کوپلینگ برای محاسبه تنش ایجاد شده در سازه معمولاً ابتدا یک تحلیل حرارتی برای تعیین توزیع دما در سازه انجام می پذیرد. به طور مشابه، نفوذ رطوبت و گازها درون مواد پلیمری معمولاً همراه با انتقال حرارت و تغییر شکل مکانیکی است و در نتیجه، این سه مکانیزم فیزیکی - مکانیک سازه‌ای، نفوذ جرم و انتقال حرارت - اثرهای متقابلی بر رفتار ماده دارند.

با مطالعه کارهای پژوهشی در زمینه مدلسازی فیزیکیهای چندگانه کوپل شده در می‌یابیم که پژوهشگران رویکردهای گوناگونی را برای مدلسازی رفتار کوپل شده به کار برده‌اند که بسیاری از آنها بر پایه کارکردهای نرم‌افزارهای به کار رفته استوار بوده‌اند. با توجه به شباهت بین انتقال حرارت و انتقال ماده، تعدادی از پژوهشگران از ماژولهای موجود مدلسازی اجزای محدود، که برای تحلیل مکانیکی - حرارتی به کار می‌روند، برای مدلسازی رفتار کوپل شده انتقال ماده و مکانیک سازه‌ای استفاده کرده‌اند. برای نمونه، وانگ و همکارانش [۱] این روش را برای مشخصه سازی برآمدگی ناشی از رطوبت در مواد پلیمری در حین لحیم کاری قطعات الکترونیکی به کار برده‌اند. تخریب ایجاد شده به وسیله رطوبت در اتصالات چسبی نیز با استفاده از روش مشابهی در پژوهش ته و همکارانش [۲] بررسی شده است. در تحقیق آنها روش تحلیلی اجزای محدود برای مطالعه اثر اختلاف ضریب انبساط رطوبت بر روی تنش ناشی از تورم رطوبتی در قطعات الکترونیکی به کار برده شده است.

به طور مشابه، تعدادی از دانشمندان از ضریب انبساط حرارتی معادل که در برگیرنده کرنش برآمدگی^۱ از نوع حرارتی و رطوبتی است، بهره جست‌ه‌اند. لاهوتی و همکارانش [۳] با استفاده از این روش با کرنش برآمدگی رطوبتی به صورت یک «کرنش حرارتی» اضافی برخورد کردند. در پژوهش آنها تحلیل اجزای محدود سه بعدی به کار برده شد تا اثر دما و رطوبت بر کارایی قطعات کوچک الکترونیکی مطالعه شود. هولالکر و همکارانش [۴] نیز در مطالعه تورق قطعات پلاستیکی از تحلیل تنشی اجزای محدود و مکانیک شکست برای ارزیابی حساسیت به رطوبت در میکرومدارهای

بسته‌بندی شده در پلاستیک استفاده کردند. در روش به‌کاربرده شده برآمدگی به‌عنوان یک ضریب انبساط حرارتی معادل در نظر گرفته شد.

تحلیلهای کوپل شده پشت سر هم روش دیگری برای مدلسازی فیزیکهای کوپل شده انتقال ماده و مکانیک سازه‌ای است. در این روش ابتدا یک تحلیل انتقال ماده گذرا انجام می‌پذیرد و نتایج به دست آمده از این تحلیل به‌عنوان بارگذاری در تحلیل سازه‌ای بعدی منظور می‌شود. زو [۵] با به‌کار بردن این روش در تعیین دقیق ضریب انبساط رطوبتی، فرایند مشخصه سازی برآمدگی رطوبتی در مواد پلیمری را شبیه سازی کرد.

تحلیل کوپل کامل، روشی قدرتمند در مدلسازی فیزیکهای کوپل شده است که تعدادی از پژوهشگران از آن استفاده کرده‌اند [۶، ۷، ۸، ۹ و ۱۰]. این روش شامل حل همزمان معادلات حاکم کوپل شده است و در نتیجه، کوپلهای بین مکانیزمهای فیزیکی مختلف را همزمان در نظر می‌گیرد. رمبرت و همکارانش [۶] با استفاده از این رویکرد یک مدل مکانیکی - نفوذ - حرارتی ارائه دادند. این مدل در چارچوب ترمودینامیک کلاسیک توسعه پیدا کرد و یک دسته معادلات ساختاری کوپل شده برای رفتار الاستیک خطی به‌دست آمد. رمبرت و همکارانش [۶] روش اجزای محدود نرم‌افزار انسیس را برای پیاده سازی کوپلینگ مستقیم در معادلات حاکم به‌کار بردند و المان جدیدی با عنوان المان تعریف شده توسط کاربر^۱ برای این منظور ایجاد کردند. روشی که آنان به‌کار بردند، کوپلینگ بین سه فیزیک درگیر در مسئله در نظر گرفته می‌شود، اما نرم‌افزاری که آنها به‌کار برده‌اند، نیازمند ایجاد یک نوع المان جدید با استفاده از نرم‌افزارهای برنامه نویسی‌ای مانند فورترن^۲ است که این خود بر پیچیدگی مدلسازی می‌افزاید و در نتیجه، از انعطاف‌پذیری آن می‌کاهد. با وجود این، بر اساس دانش کتابخانه‌ای نویسندگان این مقاله، گروه رمبرت و همکارانش تاکنون پیشرفته‌ترین کار را در این حوزه به چاپ رسانده‌اند. چندی پیش نیاموی و همکارانش [۱۱] مدلسازی فیزیکهای چندگانه را که شامل انتقال حرارت، انتقال جرم و نیز مکانیک جامدات با رفتار الاستیک است، با به‌کارگیری نرم‌افزار کامسول به انجام رساندند. آنها رسانش حرارتی، نفوذ جرم و مکانیک جامدات الاستیک را در زیست مواد تغییر شکل پذیر و دارای شکل نامنظم از قبیل میگو که در فرایند خشک کردن قرار می‌گیرد، با کوپل کردن ماژولهای مهندسی شیمی و مکانیک سازه ای مدل کردند.

هدف از پژوهش حاضر بررسی کارایی و قابلیت نرم‌افزار کامسول برای تحلیل فیزیکهای کوپل شده سه‌گانه مکانیک سازه‌ای، نفوذ جرم و همچنین، انتقال حرارت در یک لوله گاز رسان با استفاده از معادلات ساختاری بود که رمبرت و همکارانش [۶] ارائه کرده‌اند. در بخشهای بعدی این مقاله

1. User-Defined Element (UEL)

2. Fortran

پیش زمینه‌ای راجع به پدیده نفوذ ارائه و معادلات حاکم بر سه فیزیک کوپل شده معرفی شده است. در ادامه، قالبی که در آن نرم‌افزار کامسول به کار برده شد تا مدل‌سازی برای تحلیل پارامتری مسئله انجام گیرد، تشریح شده است. سرانجام، برای ارزیابی درستی نتایج به دست آمده از مدل‌سازی در این پژوهش، جوابهای به دست آمده از مدل‌سازی با نرم‌افزار آباکوس، برگرفته از مطالعات رمبرت و همکارانش، با یافته‌های مدل‌سازی کامسول مقایسه شده است.

۲. پدیده نفوذ و معادلات حاکم بر فیزیکیهای سه گانه

مشهورترین نظریه در زمینه نفوذ را فیک در سال ۱۸۵۵ ارائه کرد. این نظریه که بر اساس شباهت موجود بین نفوذ و جریان حرارت پایه‌گذاری شده است، به صورت زیر است [۱۲]:

$$J = -D \frac{dC}{dx} \quad (1)$$

که در آن J و C به ترتیب شار و غلظت مواد نفوذی و D ضریب نفوذ است. معادله ۱ نفوذ حالت پایدار را در یک سیستم یک بعدی (جهت x) بیان می‌کند و به قانون اول نفوذ فیک معروف است. قانون دوم نفوذ فیک رابطه‌ای را برای نفوذ حالت غیر پایدار به صورت زیر ارائه می‌کند [۱۲]:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (2)$$

قوانین اول و دوم نفوذ فیک نوعی از نفوذ را ارائه می‌دهند که به وسیله گرادیان غلظت، $\partial C / \partial x$ ، ایجاد می‌شود. اما زمانی که ماده نفوذی وارد پلیمر می‌شود، پلیمر تغییر شکل می‌یابد و در نتیجه، تنش در ماده ایجاد می‌شود. تنش ایجاد شده موجب می‌شود که مولکولهای ماده نفوذی از گستره‌ای با تنش بالا به مناطق با تنش پایین حرکت کنند [۱۳]. این اثر که به اثر فشاری نیز معروف است، نشان می‌دهد چگونه دو مکانیزم فیزیکی بر روی هم اثر متقابل دارند. به طور مشابه، اختلاف دما نیز می‌تواند موجب ایجاد نفوذ جرم شود. این اثر که اثر سوره نامیده می‌شود، نشان دهنده ارتباط متقابل بین انتقال حرارت و نفوذ جرم است.

رمبرت و همکارانش [۶، ۷، ۸ و ۹] در مدل‌سازی ارتباط متقابل بین سه فیزیک انتقال حرارت، نفوذ گاز و مکانیک سازه‌ای تمام کوپلینگهای موجود بین فیزیکیها را در چارچوب ترمودینامیک فرایندهای برگشت ناپذیر مورد توجه قرار دادند. آنها ساده‌ترین مدل را برای مخلوط گاز و پلیمر

منظور کردند و معادلات ساختاری را با به کار بردن قوانین توازن جرمی، مکانیکی و ترمودینامیکی برای مخلوط مورد نظر به دست آوردند [۶، ۷ و ۸]. معادلات حاکم به صورت زیر هستند [۷]:

$$S = S_o + \lambda(trE^e)I + 2\mu E^e - (3\lambda + 2\mu)[\alpha^T \Delta T + \alpha^D \Delta Y_g]I \quad (۳)$$

$$\rho_o s_g \dot{Y}_g = \rho_o Ds_g Div[\nabla Y_g] + [K_{T\mu} - C_{TY} K_\mu] Div[\nabla T] - K_\mu \alpha^D \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_o} Div[\nabla(trE^e)] \quad (۴)$$

$$\begin{aligned} \rho_o C_T \dot{T} = & [\lambda_T + C_{TY} T(C_{TY} K_\mu - 2K_{T\mu})] Div[\nabla T] - (3\lambda + 2\mu) \alpha^T T \dot{E}^e + (K_{T\mu} - C_{TY} K_\mu) \frac{\rho_o Ds_g}{K_\mu} Div[\nabla Y_g] \\ & - (K_{T\mu} - C_{TY} K_\mu) T \alpha^D \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_o} Div[\nabla(trE^e)] + (C_{TY} K_\mu - 2K_{T\mu}) C_{TY} [\nabla T]^2 + \frac{(\rho_o Ds_g)^2}{K_\mu} [\nabla Y_g]^2 \\ & + K_\mu \left[\alpha^D \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_o} \right]^2 [\nabla(trE^e)]^2 + 2(K_{T\mu} - C_{TY} K_\mu) \frac{\rho_o Ds_g}{K_\mu} \nabla T \cdot \nabla Y_g - 2(3\lambda + 2\mu) Ds_g \alpha^D \nabla Y_g \cdot \nabla(trE^e) \\ & - 2(K_{T\mu} - C_{TY} K_\mu) \alpha^D \frac{(3\lambda + 2\mu)}{\rho_o} \nabla T \cdot \nabla(trE^e) + q \end{aligned} \quad (۵)$$

تعاریف حروف و علامات به کار برده شده در معادلات یادشده در جدول ۱ ارائه شده‌اند.

جدول ۱: تعریف حروف و علامات استفاده شده در معادلات ۳ تا ۵ [۶]

علامت	تعریف
α^D	ضریب انبساط رطوبتی
α^T	ضریب انبساط حرارتی
λ, μ	ثابتهای لامه
λ_T	رسانایی حرارتی
ρ_o	چگالی متوسط مخلوط
C_T	ظرفیت گرمایی ویژه
C_{TY}	ضریب نشان دهنده اثر تغییر دما (غلظت) بر پتانسیل شیمیایی (انترپیی)
D	ضریب نفوذ
E^e	تانسور کرنش الاستیک
K_μ	ضریب مربوط به اثر گرادیان پتانسیل شیمیایی بر شار جرمی گاز

$K_{T\mu}$	ضریب مرتبط با اثر گرادیان دما (پتانسیل شیمیایی) بر شار جرمی (انترپوی)
Q	چگالی حجمی حرارت تولید شده به وسیله منبع خارجی
s_g	ضریب حل پذیری گاز در پلیمر
S	تانسور تنش کوشی
S_o	تانسور تنش کوشی اولیه
T	دما
Y_g	جزء جرمی گاز

معادلات ۳ تا ۵ به ترتیب معادلات ساختاری مکانیک سازه‌ای، انتقال جرم و انتقال حرارت هستند که در آنها پنج ضریب کوپلینگ ($\alpha^T, \alpha^D, K_{\mu}, K_{T\mu}, C_{TY}$) معادلات را به یکدیگر مرتبط می‌سازند.

۳. معرفی نرم‌افزار کامسول

نرم‌افزار کامسول نرم‌افزار قدرتمندی است که بر اساس زبان برنامه نویسی متلب^۱ بنا شده است. این نرم‌افزار که از ابتدا با نام فملب^۲ معرفی شد، در سال ۱۹۹۸ میلادی ایجاد شد و در سال ۲۰۰۵ میلادی به صورت کنونی درآمد. به‌طور کلی، نرم‌افزارهای مهندسی به‌منظور آموزش یا پژوهش یا هر دو به‌کار می‌روند که از آن دسته می‌توان به نرم‌افزار آموزش نحوه عملکرد توربینهای بادی در سیستم‌های انرژی تجدید پذیر [۱۴]، نرم‌افزار تدوین شده برای آموزش رباتیک [۱۵] و نرم‌افزار آموزشی - پژوهشی درایوهای موتور القایی [۱۶] اشاره کرد. به‌طور مشابه، نرم‌افزار کامسول نیز قابلیت استفاده برای اهداف آموزشی و پژوهشی را دارد. این نرم‌افزار که به‌عنوان وسیله‌ای محاسباتی برای معادلات دیفرانسیل جزئی نیز عمل می‌کند، امکان تغییرات معادلات را فراهم می‌سازد. قابلیت مدل‌سازی فیزیکیهای چندگانه نرم‌افزار می‌تواند با در بر گرفتن مسائل پیچیده نیز گسترش داده شود. همچنین، نرم‌افزار کدهای ام - فایل (m-file) مربوط به نرم‌افزار متلب را نیز تولید می‌کند که خود موجب آسان‌تر شدن برنامه نویسی می‌شود. همین قابلیت نرم‌افزار؛ یعنی ارتباط همزمان با نرم‌افزار متلب، توانایی نرم‌افزار را در حل مسائل پیچیده ریاضی و مهندسی (مانند معادلات غیر خطی سیالات ریز - قطبی^۳ [۱۸ و ۱۹]) افزایش می‌دهد. نرم‌افزار کامسول از روش مدل‌سازی اجزای محدود به‌عنوان ابزاری برای محاسبه معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده می‌کند. در واقع، معادلات دیفرانسیل جزئی را به مجموعه‌ای از ماتریس سفتی و بردار بارگذاری تعریف شده در روش اجزای محدود تبدیل و سپس،

1. Matlab
2. Femlab
3. Micro-Polar Fluids

معادلات را در محدوده زیر دامنه های کوچک تر یا همان اجزای محدود حل می کند. از نظر ریاضی نرم افزار کامسول با استفاده از مفاهیم اجزای محدود یک معادله دیفرانسیل جزئی را به شکل ضعیف آن تبدیل می سازد که در آن توابع پایه ای لاگرانژ (یا توابع شکل) برای نشان دادن متغیرهای میدان به صورت ناپیوسته بر روی دامنه استفاده می شوند. سپس، از این گونه توابع ناپیوسته انتگرال گیری می شود تا جواب مسئله به دست آید [۲۰].

۱.۳.۱. ماژول معادلات دیفرانسیل جزئی

نرم افزار کامسول ماژولهای متفاوتی برای مدل کردن فیزیکهایی همچون مکانیک سازه ای، انتقال حرارت، نفوذ و غیره دارد. یکی از این ماژولها، ماژول معادلات دیفرانسیل جزئی است که برای مدل سازی بر اساس معادلات استفاده می شود [۲۱]. به کار بردن این ماژول در نرم افزار، مدل سازی دستگاه پیچیده معادلات دیفرانسیل جزئی را آسان تر می سازد و این به دلیل برتریهای متعددی است که نرم افزار دارد، مانند در دسترس بودن منبع کد نرم افزار، آسانی اصلاح آن و عدم نیاز به نوشتن کد المان جدید توسط کاربر. ماژول معادلات دیفرانسیل جزئی در نرم افزار سه شکل از معادلات دیفرانسیل جزئی را در اختیار کاربران قرار می دهد: شکل ضربی، شکل عمومی و شکل ضعیف. از آنجایی که در این پژوهش از شکلهای ضربی و عمومی معادلات دیفرانسیل جزئی استفاده شده است، این دو شکل در مسئله مورد نظر در این مقاله به اختصار در زیر معرفی می شوند:

شکل ضربی معادلات دیفرانسیل جزئی (Coefficient Form)

$$e_a \frac{\partial^2 Y_g}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial Y_g}{\partial t} + \nabla \cdot (-c \nabla Y_g - \alpha Y_g + \gamma) + a Y_g + \beta \cdot \nabla Y_g = f \quad (6)$$

که در آن Y_g متغیر مستقل روی دامنه محاسباتی است که با Ω در نرم افزار کامسول نشان داده می شود.

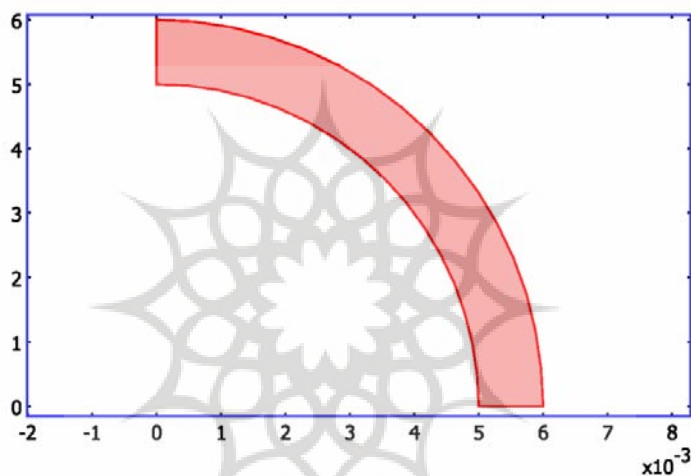
شکل عمومی معادلات دیفرانسیل جزئی (General Form)

$$e_a \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} + d_a \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \Gamma = F \quad (7)$$

که در آن Γ و F توابع متغیر وابسته به متغیر دما، T ، و مشتقات مکانی آن بر روی دامنه محاسباتی هستند.

۴. کاربرد نرم افزار کامسول

به منظور مدل سازی سه فیزیک کوپل شده در نرم افزار کامسول، یک مثال نوعی بررسی شده است. یک مدل دو بعدی برای یک لوله گاز (شکل ۱) برای آسان تر ساختن تحلیل پارامتری از حالات کوپلینگ مختلف ایجاد شد. هندسه لوله مشابه هندسه ای است که رمبوت و همکارانش [۶، ۷ و ۸] به کار برده اند که دارای قطر داخلی ۵ میلیمتر و ضخامت ۱ میلیمتر است. به دلیل تقارن لوله فقط یک چهارم آن مدل شده است.



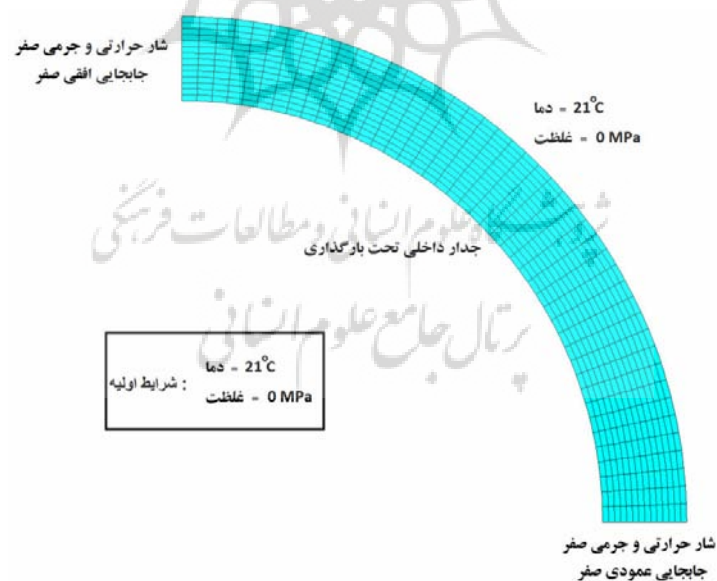
شکل ۱: هندسه یک چهارم لوله مدل شده در نرم افزار کامسول

در این تحلیل لوله مورد نظر از جنس پلی وینیلیدن^۱ با ویژگیهای مواد ارائه شده در جدول ۲ ساخته شده است. مشابه کار مطالعاتی رمبوت و همکارانش [۶]، فرض شده است که لوله رفتار کشسانی خطی دارد.

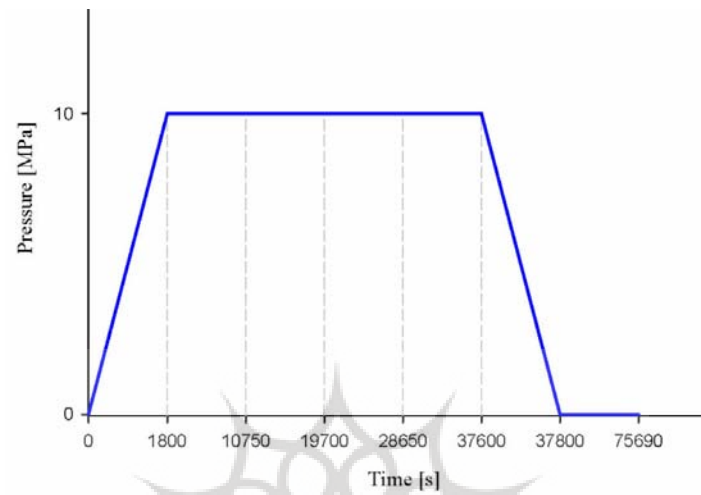
جدول ۲: خصوصیات مواد یک نمونه پلی وینیلیدن و گاز دی اکسید کربن در دمای 21 °C [۶].

مقدار	واحد) پارامتر
1745	ρ_o (kg/m ³)
2000	λ (MPa)
631	μ (MPa)
1045	C_T (J/kg.K)
0.26	λ_T (W/m.K)
10^{-5}	α^T (K ⁻¹)
5.539×10^{-9}	s_g (Pa ⁻¹)
9.8×10^{-12}	d (m ² /s)
2.2×10^{-13}	α^D (∅)

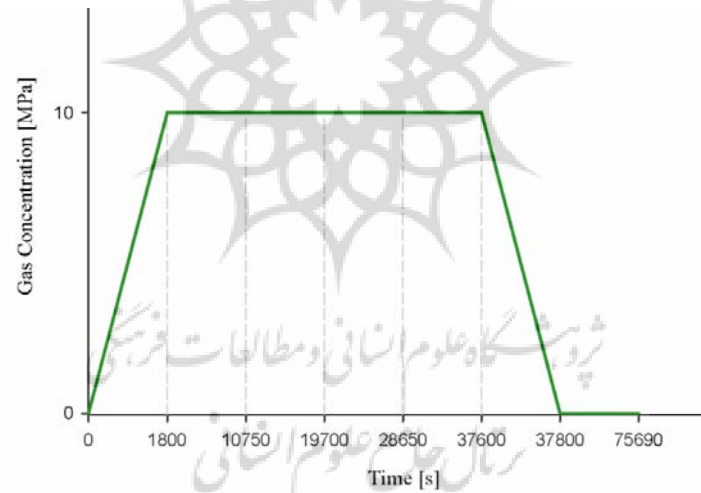
لوله مورد نظر در این مسئله برای انتقال گاز دی اکسید کربن به کار می‌رود و بنابراین، تحت تأثیر تغییرات فشار داخلی، دما و غلظت گاز است. شرایط مرزی، شرایط اولیه و همچنین، نمودارهای بارگذاری لوله در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند.



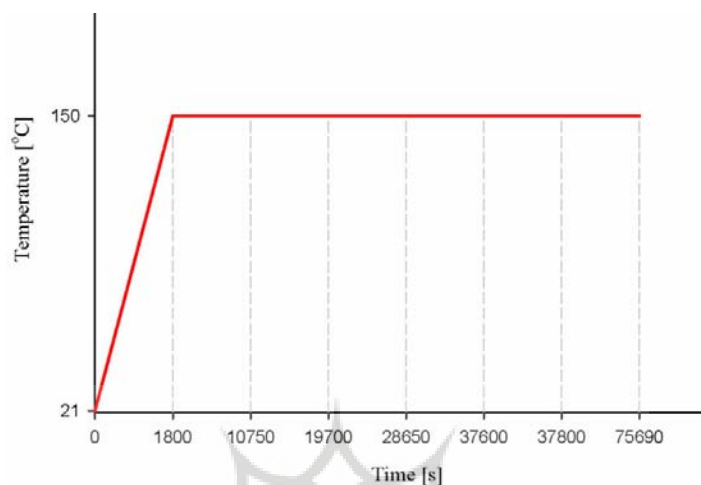
شکل ۲: مدل شبکه بندی شده لوله با شرایط مرزی و اولیه [۷]



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۳: نمودارهای بارگذاری سطح داخلی لوله، (الف) فشار، (ب) غلظت گاز، (ج) دما [۶]

برای مدلسازی سه فیزیک کوپل شده به وسیله معادلات حاکم ۳ تا ۵، یک مدل فیزیکی چندگانه ایجاد شد. از آنجایی که تحلیل دو بعدی است و لوله در شرایط کرنش صفحه‌ای قرار دارد، تحلیل گذرای حالت کرنش صفحه‌ای از مازول مکانیک سازه‌ای نرم‌افزار انتخاب شد، اما این حالت نرم‌افزار فقط تنش مکانیکی معادله ۳ را مدل می‌کند (سه عبارت اول سمت راست معادله). بنابراین، برای مدل کردن تنشهای ایجاد شده با تغییرات دما و غلظت گاز؛ یعنی عبارت $(3\lambda+2\mu)(\alpha^T\Delta T+\alpha^D\Delta Y_g)$ دستگاه معادلات مربوط به زیر دامنه مدل اصلاح شد.

از آنجایی که معادلات ۴ و ۵ به صورت معادلات دیفرانسیل جزئی هستند، مناسب‌ترین حالت کاربردی برای مدل کردن آنها حالت معادلات دیفرانسیل جزئی در نرم‌افزار است. معادله ۴ که رفتار نفوذ گاز را نشان می‌دهد، یک معادله دیفرانسیل خطی است و بنابراین، با شکل ضریبی معادلات دیفرانسیل جزئی (رابطه ۶) مدل می‌شود. اما معادله ۵ معادله‌ای غیرخطی است و در نتیجه، مناسب‌ترین روش مدل کردن آن شکل عمومی معادلات دیفرانسیل جزئی (رابطه ۷) است.

ضرایب معادلات ۶ و ۷ به گونه‌ای در نرم‌افزار تعریف شدند که معادلات به معادلات نفوذ جرم و انتقال حرارت؛ یعنی معادلات ۴ و ۵ منجر شوند. عبارات پارامتری از قبیل $(d(T,x) =) \delta T / \delta x$ به صورت عبارات عمومی^۱ و عددی^۲ در نرم‌افزار تعریف شدند.

برای اجرای مطالعه پارامتری تمام ثابتهای موجود در معادلات اعم از پنج ضریب کوپلینگ $(\alpha^T, \alpha^D, K_{II}, K_{TII}, C_{TY})$ به صورت ثابتهای^۳ تعریف شدند. این روش این امکان را فراهم می‌سازد که مقدار یک پارامتر را در پنجره ثابتها برای تحلیلهای بعدی بتوان به راحتی تغییر داد. یک تحلیل گر وابسته به زمان برای حل مسئله انتخاب و یک تحلیل گر مستقیم^۴ به عنوان تحلیل گر دستگاه خطی معادلات استفاده شد.

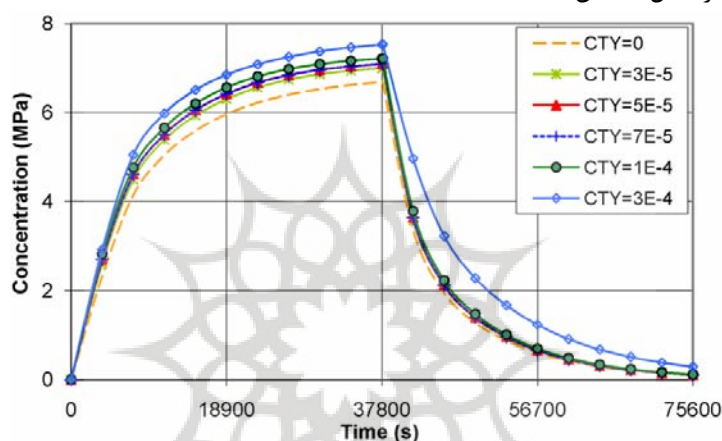
در این پژوهش ابتدا مدل‌های غیرکوپل ایجاد شدند و نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از مدل‌های موجود در نرم‌افزار کامسول و نیز نتایج به دست آمده از مدل‌های ساخته شده در نرم‌افزار آباکوس مقایسه شدند. تطابق خوبی که بین نتایج این مدل‌ها وجود داشت، نشان داد که معادلات دیفرانسیل به درستی در نرم‌افزار تعریف شده‌اند. در مرحله بعدی مدل‌های کوپل شده با به کار بردن پشت سر هم ضرایب کوپلینگ $(\alpha^T, \alpha^D, K_{II}, K_{TII}, C_{TY})$ تحلیل شدند. سپس، نتایج به دست آمده با نتایج حاصل از مطالعه پارامتری رمبرت و همکارانش [۶] مقایسه شدند. استفاده از نتایج مدلسازی پژوهشگران دیگری همچون رمبرت و همکارانش برای مقایسه دارای چنین برتری‌هایی است:

۱. یافته‌های مدلسازی رمبرت و همکارانش به وسیله نتایج آزمایشگاهی دیگر پژوهشگران [۱۰] تأیید شده‌اند و بنابراین، مورد اعتماد هستند؛
۲. مدلسازی آنها با نرم‌افزار تأیید شده‌ای همچون آباکوس انجام شده است و در نتیجه، برای بررسی قابلیت‌های نرم‌افزار جدیدتر کامسول مناسب است؛
۳. چنانچه یک گروه پژوهشی دو مدل مشابه را در دو نرم‌افزار مختلف ایجاد می‌کردند، امکان وجود خطاهای مشابه در دو مدلسازی بیشتر از حالتی بود که دو مدل مشابه را دو گروه تحقیقی متفاوت ایجاد می‌کردند. مقایسه نتایج دو مدل ایجاد شده در دو گروه تحقیقی مختلف در این پژوهش موجب می‌شود از تکرار خطاهای پیش آمده منحصر به یک گروه جلوگیری شود.

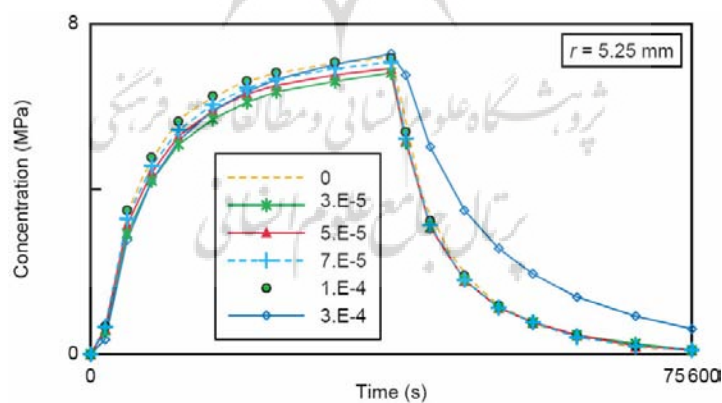
-
1. Global
 2. Scalar
 3. Constants
 4. UMFPACK

۵. نتایج و بحث

اثرهای مقادیر مختلف ضرایب کوپلینگ بر جابه‌جایی نقاط لوله، غلظت گاز در جداره لوله و همچنین، دمای لوله بررسی و نتایج به‌دست آمده با نتایج ارائه شده در پژوهش رمبرت و همکارانش [۶] مقایسه شد. شکل ۴ اثر ضریب کوپلینگ C_{TY} را بر غلظت گاز در شعاع ۵/۲۵ میلیمتری لوله در زمانهای مختلف نشان می‌دهد. به‌منظور مقایسه نتایج، نموداری مشابه از مقاله رمبرت و همکارانش [۶] استخراج و در شکل ۵ نشان داده شده است.

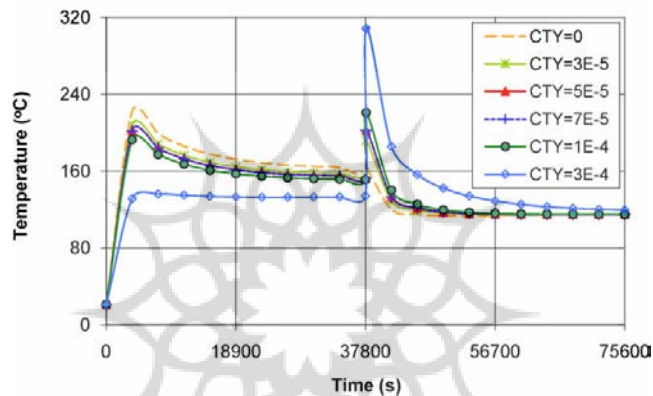


شکل ۴: اثر مقادیر مختلف C_{TY} بر غلظت در شعاع ۵.۲۵ mm در نرم‌افزار کامسول

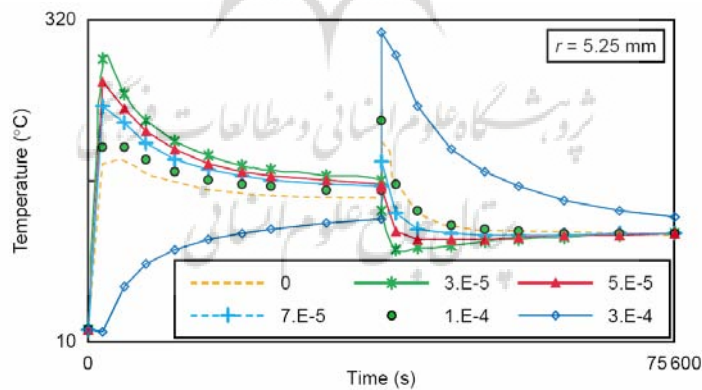


شکل ۵: اثر $K_{T\mu}$ و C_{TY} بر نفوذ گاز برای $K_{T\mu} = 104 \text{ kg.s/m}^3$ ، $K_{T\mu} = 1 \text{ kg/(m.s.K)}$ و مقادیر مختلف C_{TY} [۶]

مقایسه نمودارهای ارائه شده در شکل‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهد که مدل ایجاد شده در نرم‌افزار کامسول قابلیت مدل کردن فیزیکی‌های کوپل شده سه‌گانه برای پیچیده‌ترین حالت کوپلینگ را؛ یعنی حالتی که تمام ضرایب کوپلینگ غیر صفر و موجود هستند، دارد. به‌طور مشابه اثر مقادیر مختلف CTY بر دما و جابه‌جایی شعاعی در شعاع ۵/۲۵ میلیمتری لوله در زمانهای مختلف بررسی شد. نتایج به‌دست آمده و شکل‌های متناظر از پژوهش رمبرت و همکارانش [۶] در شکل‌های ۶ تا ۹ نشان داده شده‌اند.

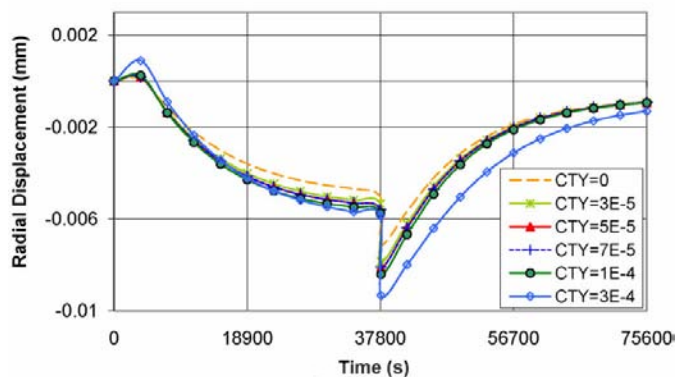


شکل ۶: اثر مقادیر مختلف C_{TY} بر دما در شعاع 5.25 mm مدل شده در نرم‌افزار کامسول

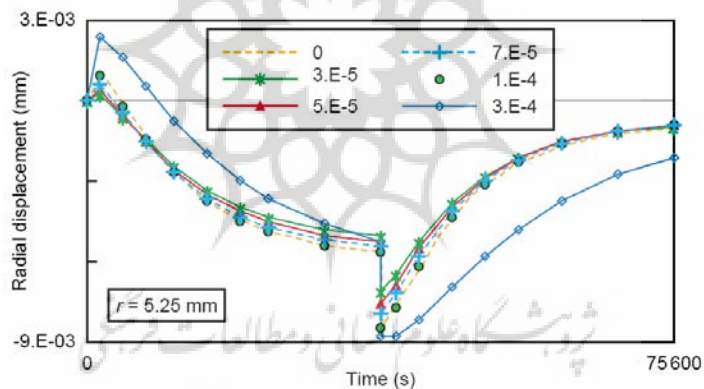


شکل ۷: اثرهای $K_{T\mu}$ و C_{TY} بر دما برای $K_{\mu} = 10^4 \text{ kg.s/m}^3$ ، $K_{T\mu} = 1 \text{ kg/(m.s.K)}$ و مقادیر مختلف C_{TY} [۶]

۱۳۲ بسته نرم افزاری تحلیل و مدلسازی مسائل مهندسی شامل فیزیکهای چندگانه



شکل ۸: اثر مقادیر مختلف C_{TY} بر جابه‌جایی شعاعی در شعاع 5.25 mm مدل شده در نرم افزار کامسول



شکل ۹: اثرهای $K_{T\mu}$ و C_{TY} بر مکانیک سازه ای برای $K_{T\mu} = 104 \text{ kg.s/m}^3$ ، $K_{T\mu} = 1 \text{ kg/(m.s.K)}$ و مقادیر مختلف C_{TY} [۶]

همان‌گونه که در شکل‌های ۶ تا ۹ مشاهده می‌شود، روند صعودی و نزولی نمودارهای به‌دست آمده از مدل‌های ایجاد شده در نرم‌افزار کامسول و نمودارهای ارائه شده در پژوهش رمبرت و همکارانش [۶] همگونی زیادی دارد. مقادیر نمودارها نیز بسیار شبیه است و تفاوت‌های اندک موجود در زمره تفاوت‌های

موجود در تحلیل روش اجزای محدود قرار می‌گیرد. این تفاوتها می‌تواند برگرفته از تعداد شبکه‌های گوناگون در شبکه بندی مدل، فاصله‌های زمانی متفاوت یا روشهای حل مختلف باشد.

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش با به‌کار بردن روش حل عددی اجزای محدود در نرم‌افزار کامسول یک مسئله نسبتاً پیچیده شامل سه فیزیک کوپل شده در یک ماده پلیمری بررسی شد. تحلیل دو بعدی ایجاد شده از فیزیکهای کوپل شده مکانیک سازه‌ای، نفوذ گاز و انتقال حرارت در یک لوله گاز به‌راحتی انجام شد. نرم‌افزار کامسول امکان مطالعه پارامتری کاملی از مسئله را فراهم ساخت و نتایجی را تولید کرد که تطابق خیلی خوبی با پیشرفته‌ترین مطالعات امروزه دنیا در این زمینه از جمله پژوهش گروه رمبرت داشت. این تحقیق نشان داد که نرم‌افزار به‌کار برده شده امکان تحلیل مسائل حتی پیچیده‌تری را همچون تحلیل رفتار ویسکو الاستیک مواد، که از نظر محاسباتی زمانبر است، فراهم می‌سازد.

مراجع

1. Wong, E. H., Chan, K. C., Rajoo, R. and Lim, T. B. (2000) The mechanics and impact of hygroscopic swelling of polymeric materials in electronic packaging, *Proceedings, 50th Electronic Components and Technology Conference*, pp. 576-580.
2. Teh, L. K., Teo, M., Anto, E., Wong, C. C., Mhaisalkar, S. G., Teo, P. S. and Wong, E. H. (2005), Moisture induced failures of adhesive flip chip interconnects, *IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies*, Vol. 28, No. 3, pp. 506-516.
3. Lahoti, S. P., Kallolimath, S. C. and Zhou, J. (2005) Finite element analysis of thermo-hygro-mechanical failure of a flip chip package, *6th International Conference on Electronics Packaging Technology*, pp. 330-335.
4. Holalkere, V., Mirano, S., Kuo, A., Chen, W., Sumithpibul, C. and Sirinorakul, S. (1997), evaluation of plastic package delamination via reliability testing and fracture mechanics approach, *Proceedings - Electronic Components and Technology Conference*, pp. 430-435.
5. Zhou, J. (2008), Transient analysis on hygroscopic swelling characterization using sequentially coupled moisture diffusion and hygroscopic stress modeling method, *Microelectronics Reliability*, pp. 805-810.
6. Rambert, G., Grandidier, J. C., Cangemi, L. and Meimon, Y. (2003), A modelling of the coupled thermodiffuso-elastic linear behaviour. application to explosive decompression of polymers, *Oil & Gas Science and Technology – Rev. IFP*, Vol. 58, No. 5, pp. 571-591.
7. Rambert, G., Jugla, G., Grandidier, J. C. and Cangemi, L. (2006), A modelling of the direct couplings between heat transfer, mass transport, chemical reactions and

- mechanical behaviour. *Numerical Implementation to Explosive Decomposition, Composites: Part A*, Vol. 37, pp. 571-584.
8. Rambert, G. and Grandidier, J. C. (2005), An approach to the coupled behaviour of polymers subjected to a thermo-mechanical loading in a gaseous environment, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 24, pp. 151-168.
 9. Rambert, G., Grandidier, J.-C. and Aifantis, E. C. (2007), on the direct interactions between heat transfer, mass transport and chemical processes within gradient elasticity, *European Journal of Mechanics, A/Solids*, Vol. 26, No. 1, pp. 68-87.
 10. Jugla, G., Jochum, C., and Grandidier, J.-C. chemical-thermal and mechanical coupling model for the cure of a thermosetting matrix: application to fem simulation, *Key Engineering Materials*, Vol. 334-335, No. 1, pp. 225-228.
 11. Niamnuy, C., Devahastin, S., Soponronnarit, S. and Vijaya Raghavan, G.S. Modeling coupled transport phenomena and mechanical deformation of shrimp during drying in a jet spouted bed dryer, *Chemical Engineering Science*, Vol. 63, No. 22, pp. 5503-5512.
 12. Callister, W. D. (1997), *Materials Science and Engineering: An Introduction*, John Wiley and Sons, 4th Edition, New York.
 13. Cox, R. W. and Cohen, D. S. (1989), A mathematical model for stress-driven diffusion in polymers, *Journal of Polymer Science, Part B: Polymer Physics*, Vol. 27, No. 3, pp. 589-602.
 ۱۴. ریاحی، غلامحسین و عابدی، مهرداد (۱۳۸۷)، طراحی و تهیه نرم افزار آموزش الکترونیکی (e-Learning) به منظور آموزش نحوه عملکرد توربینهای بادی در سیستمهای انرژی تجدید پذیر، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال دهم، شماره ۳۸، صص. ۱۳۵ - ۱۱۹.
 ۱۵. حبیب نژاد کورایم، محرم (۱۳۸۱)، تدوین نرم افزار آموزشی رباتیک به کمک سیستم چند رسانه ای، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال چهارم، شماره ۱۳، صص. ۴۹ - ۳۷.
 ۱۶. ابراهیمی، محمد (۱۳۸۰)، نرم افزار آموزشی - پژوهشی درایوهای موتور القایی، *فصلنامه آموزش مهندسی ایران*، سال سوم، شماره ۹، صص. ۶۱ - ۴۵.
 17. Kholpotin, A. and Razanica, S. (2012), designing materials for mechanical invisibility cloaks, master's thesis in solid and structural mechanics, department of applied mechanics, division of dynamics and division of material and computational mechanics, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden.
 18. Olsson, P., Larsson, F., Khlopotin, A. and Razanica, S. (2012), designing materials for mechanical invisibility cloaks, *Proceedings of COMSOL Conference, Milan, Italy*.
 19. Zimmerman, W. B. J. (2006), *Multiphysics modelling with finite element methods*, World Scientific Pub., London, Hackensack, N.J.
 20. COMSOL Multiphysics modeling guide (2008), *COMSOL Multiphysics 3.5a*, pp. 245-286.