

# استفاده از روش کینی و ریفا برای بهینه سازی چند پاسخ در چارچوب روش سطح پاسخ (RSM)

دکتر رسول نورالسنا، دکتر هیرش سلطان پناه

## چکیده

### Abstract

In this paper response surface method (RSM) is explained initially as one of the most important tools of quality improvement, then a review of the literature is presented in relation with the optimization of the multi-responses within RSM framework. Attempts are classified in three groups: loss function, desirability function, and classic methods. Then each item will be discussed usefully. Since the method of the utility function considers the decision-maker's opinions objectively, it is quite important. It should be noted that the function of common utilities being used in RSM is in fact L-P metric formula. The relationship between quality attributes and their respective effects are not taken into account by it. Since it is important to provide aid circumstances and guidelines for decision-makers in the discovery of the solution, Raiffa and Keeney's method is effective in this respect. Thus, this method is used to obtain utility function and finally to determine a satisfactory solution. The efficiency of the mentioned method is illustrated by an example.

**Keywords:** Response Surface Method (RSM), decision-makers (DM), multi-responses, utility function, loss function

این مشخصه های کیفی می باشد لازم است از روشهای مناسب جهت بهبود و توسعه فرآیند تولید استفاده شود. یکی از روشهای مناسب برای بهبود فرآیند تولید استفاده از روش آماری سطح پاسخ است. ارتباط بین بهینه سازی و اطلاعات آماری به اوایل قرن ۱۹ باز می گردد [20].

از نظر بوکس و هانتز، روش سطح پاسخ (RSM)

مجموعه ای از تکنیک های طرح ریزی آزمایش ها و

در این مقاله ابتدا روش سطح پاسخ به عنوان یکی از ابزارهای مهم بهبود کیفیت معرفی می گردد سپس با توجه به تحقیقات انجام شده در بهینه سازی چند پاسخ در چارچوب روش سطح پاسخ این تحقیقات در سه گروه تابع زیان، تابع مطلوبیت و روشهای کلاسیک دسته بندی و هر کدام به طور خلاصه مورد بررسی قرار می گیرد. از آنجا که روش تابع مطلوبیت نظرات تصمیم گیرنده را به صورت عینی در نظر می گیرد. در میان روشهای بهینه یابی از اهمیت ویژه ای برخوردار است. اما تابع مطلوبیت های متعارف مورد استفاده در روش سطح پاسخ در واقع فرمول L-P متریک است که ارتباط مشخصه های کیفی را در نظر نمی گیرد. با توجه به اینکه فراهم نمودن شرایط کمک و راهنمایی برای تصمیم گیرنده در کشف راه حل مسئله اهمیت ویژه ای دارد و روش کینی و ریفا در این مورد روش کار آمدی است، لذا در این مقاله از این روش برای استخراج تابع مطلوبیت و در نهایت مشخص کردن نقطه رضایت بخش استفاده شده است؛ همچنین کارایی روش با یک مثال نشان داده شده است.

**واژگان کلیدی:** تابع مطلوبیت، روش سطح پاسخ،

تصمیم گیرنده، چند پاسخ، تابع زیان

## ۱- مقدمه

برای آن دسته از مسائل کنترل کیفیت که در آنها کالا دارای چندین مشخصه کیفی است و هدف بهبود

۱- استاد دانشگاه علم و صنعت

۲- استادیار دانشگاه آزاد اسلامی واحد سمنان

برای تصمیم گیرنده (DM) ایجاد نمایند از اهمیت ویژه ای برخوردار است [7]. مطالعات گسترده ای در این حوزه انجام شده و روشهای متعددی پیشنهاد گردیده است. در حوزه کنترل کیفیت نیز برای بهبود فرآیند تولید یکی از مهمترین روشها، بکارگیری RSM است. بیشتر مطالعات در RSM بر روی حالتی متمرکز شده است که در آن فقط بهبود یک مشخصه مورد علاقه بوده است. اما در عمل تعیین سطوحی از متغیرهای قابل کنترل که بطور همزمان برآیند مشخصه های کیفی در چارچوب تفکرات DM در نظر گرفته شود دارای اهمیت است.

یکی از مشکلات معمول در بهینه سازی چند پاسخی این است که هنگام بهینه نمودن یک مشخصه سایر مشخصه های کیفی تحت تأثیر قرار می گیرند. به عبارت دیگر مجموعه ای از شرایط که برای یک خصوصیت بهینه است لزوماً برای سایر مشخصه ها بهینه نیست. به همین دلیل طراحی روشی که بتواند با در نظر گرفتن جنبه های مختلف محصول قابل قبولی را ارائه نماید از اهمیت ویژه ای برخوردار است [18]. بهینه یابی چند پاسخی در چارچوب RSM تلاشی جهت رسیدن به این هدف است.

پیکن تیلو روشهای موجود بهینه سازی چند پاسخی در RSM را در شش دسته طبقه بندی نمود و از قابلیت آنها در کمینه سازی زیان سخن گفته است (Pignatiello, 1993, 6). مدل‌های بهینه یابی چند پاسخی در چارچوب روش RSM را می توان در سه گروه دسته بندی نمود (رسول نورالسنا، هیرش سلطان پناه، ۱۳۸۱، کنفرانس آمار).

- ۱- روشهای کلاسیک
- ۲- استفاده از تابع زیان
- ۳- روش تابع مطلوبیت

بهینه سازی است که توسط آماردانان و صاحب نظران علوم مختلف جهت بهینه یابی مورد استفاده قرار می گیرد. در RSM با به کارگیری طرحهای آزمایشی مناسب اطلاعات ساخت یافته ای به دست می آید که با برآزش مدل مناسب بر داده های به دست آمده منحنی های سطح پاسخ به دست می آید که در جهت بهبود فرآیند تولید از آن استفاده می شود. RSM دارای این مزیت است که بخشی از محاسبات را می توان بصورت موازی انجام داد. همچنین می توان میزان حساسیت پارامترهای تخمینی را به دست آورد [12]. به منظور کاهش هزینه محاسبه، تحقیقات فعلی در زمینه RSM در سه مسیر دنبال می شود [11] مسیر اول شناسایی و توسعه طرحهای جایگزین طرحهای تجربی در جهت کاهش هزینه جمع آوری اطلاعات است. مسیر دوم تحقیقات در مورد توسعه مدل‌های برآورد سطح پاسخ است و مسیر سوم تحقیقات در جهت توسعه روشهایی است که بطور مکرر می توانند دقت مدل سطح پاسخ را بهبود بخشند.

## ۲- مدل‌های بهینه یابی چند هدفه

در این مدل‌ها هدف دسترسی به یک راه حل موثر در تأمین k هدف در یک فضای موجه می باشد. اگر بردار متغیرهای قابل کنترل را با X، عوامل محدود کننده را با  $g_i(X)$  و اهداف را با  $y_i(X)$  نشان دهیم مدل آن را می توان بصورت رابطه (۱) نوشت:

$$\min \text{ or } \max Z_r = y_r(X) \quad r=1, \dots, k \quad (1)$$

$$\text{s.t. } x \in g_i(X) \quad i=1, \dots, m$$

از آنجا که به دست آوردن X بطوری که کلیه اهداف را بهینه نماید در عمل غیر ممکن یا به ندرت اتفاق می افتد به دست آوردن نقطه بینابینی  $X^*$  بطوری که برآیند اهداف را تأمین نماید و حداکثر رضایت را

در این رابطه  $T$  مقدار مورد نظر از مشخصه کیفی،  
 $y(X)$  تابع مشخصه کیفی و  $k$  ضریب زیان کیفی<sup>۳</sup>  
 است که در آن زیان تابعی درجه دوم از انحراف  
 مشخصه های کیفی است. خوری و کائلن [14] جز و  
 اولین افرادی هستند که تابع زیان تاگوچی را به چند  
 مشخصه کیفی بسط دادند. پیگن تیلو یک شیوه چند  
 پاسخه بر اساس معیار حداقل نمودن انحراف از اهداف  
 و حداکثر نمودن مقاومت در مقابل واریانس از  
 مشخصه های کیفی را ارائه داد. آرتیس لیون [5] روشی  
 را پیشنهاد کرد که در چارچوب آن امکان ترکیب تابع  
 زیان مربوط به مشخصه های کیفی را ممکن می سازد.  
 او ضریب  $k$  را به نحوی تعیین می کند که مقدار هدف  
 در مرکز حدود مشخصه فنی قرار گرفته باشد. به طور  
 کلی در روش تابع زیان علاوه بر بهبود مشخصه های  
 کیفی به واریانس - کوواریانس پاسخها نیز توجه می  
 شود. آرتیس لیون از بسط تابع زیان تاگوچی تابع زیانی  
 به صورت رابطه (۳) را پیشنهاد نمود.

$$L(y, X, t) = 4 \sum_{i=1}^k \left( \frac{y_i(X) - T_i}{USL_i - LSL_i} \right)^2 \quad (3)$$

پیگن تیلو (Ibid) تابع زیانی به صورت رابطه (۴)  
 را پیشنهاد نمود.  
 مجموعاً توابع زیان ارائه شده توسط صاحب نظران  
 مختلف از نوع درجه دوم می باشند. هرگاه در عمل  
 به دست آوردن کالا با ویژگی های کیفی مشخص مورد  
 نظر باشد این روش، روش بسیار مناسبی است. اما اگر  
 هدف حداکثر یا حداقل نمودن مشخصه های کیفی کالا  
 باشد این روش، روش مناسبی نیست.

## ۲-۱- روشهای کلاسیک

روشهای کلاسیک شبیه روش اهداف حددار<sup>۱</sup> و در  
 مواردی ترکیبی از روش اهداف حددار و روش لکسیکو  
 گراف<sup>۲</sup> است.  
 میرس و کارتیر روش بهینه سازی برای حداکثر (یا  
 حداقل) کردن جواب اصلی همراه با محدود کردن  
 جوابهای دیگر را برای اولین بار پیشنهاد کردند [15]  
 روش میرس و کارتیر برای دو جواب بود که بلیس این  
 روش را به بیش از دو جواب گسترش داد [6]. خوری،  
 میرس و وینینگ با ترکیب روش میرس و کارتیر با  
 روش تاگوچی این شیوه را گسترش دادند [16]. آنها  
 آثار (نتایج) پراکندگی و پاسخ را به عنوان دو جواب  
 جداگانه مورد بررسی قرار دارند.

دیل کاستیلو و مونت گومیری در سال ۱۹۹۳،  
 لاینی در سال ۱۹۹۵، سیمپل در سال ۱۹۹۷، رال و  
 آلبین در سال ۱۹۹۹ و لوی و همکارانش در سال ۲۰۰۰  
 روش وینینگ و میرس را مورد استفاده قرار داده و در  
 گسترش و بهبود آن نقش داشتند.

## ۲-۲- روش تابع زیان

امروزه روش تابع زیان به عنوان یک وسیله تصمیم  
 گیری به طور عمده در دو ناحیه مورد استفاده قرار می  
 گیرد. که یکی در طراحی فرآیند تولید و دیگری در  
 برنامه های بهبود کیفیت است. در هر دو حالت روش  
 تابع زیان بر برآورد ضرر ناشی از انحراف اهداف استوار  
 است. مبنای روش تابع زیان، تابع زیان ارائه شده توسط  
 تاگوچی است. تاگوچی یک مدل ریاضی به صورت  
 رابطه (۲) ارائه داد.

$$loss(y(X)) = K(y(X) - T)^2 \quad (2)$$

<sup>۱</sup> - Banded - Objective - Methods

<sup>۲</sup> - Lexicograph - Methods

<sup>۳</sup> - Quality Loss Coefficient

$$L(y,t) = \sum_{i=1}^k k_i [\delta_i^2 + (\mu_i - T_i)^2] + \sum_{i=1}^k \sum_{j=i+1}^k k_{ij} [\delta_{ij} + (\mu_i - T_i)(\mu_j - T_j)] (\epsilon)$$

$$d_i(\hat{y}_i(X)) = \begin{cases} 0 & \text{if } \hat{y}_i(X) \leq \hat{y}_{\min i} \\ \left( \frac{\hat{y}_i - \hat{y}_{\min i}}{\hat{y}_{\max i} - \hat{y}_{\min i}} \right)^r & \text{if } \hat{y}_{\min} \leq \hat{y}_i(x) \leq \hat{y}_{\max i} \\ 1 & \text{if } \hat{y}_i(x) \geq \hat{y}_{\max i} \end{cases}$$

$$d_i(\hat{y}_i(X)) = \begin{cases} \left( \frac{\hat{y}_i - \hat{y}_{\min i}}{T_i - \hat{y}_{\min i}} \right)^s & \text{If } \hat{y}_{\min} \leq \hat{y}_i(x) < T_i \\ \left( \frac{\hat{y}_{\max i} - \hat{y}_i}{\hat{y}_{\min i} - T_i} \right)^r & \text{If } T_i \leq \hat{y}_i(x) \leq \hat{y}_{\max i} \\ 0 & \text{در سایر نقاط} \end{cases} \quad (8)$$

که در این روابط  $T_i$  مقدار مطلوب از مشخصه  $i$  ام و  $r$  و  $s$  پارامترهای تابع مطلوبیت می باشند. درینگر و سویچ مطلوبیت کل را بصورت رابطه (۹) یعنی میانگین هندسی مطلوبیت مشخصه های کیفی تعریف نمودند.

$$D_{(y)} = [d_1(y_1) \cdot d_2(y_2) \dots d_k(y_k)] \quad (9)$$

### ۳- انتخاب روش تابع مطلوبیت

همچنان که گفته شد یکی از روشهای مهم جهت تصمیم گیری، استفاده از تابع مطلوبیت است. اما آنچه درینگر و سویچ تحت عنوان تابع مطلوبیت ارائه نمودند در واقع فرمول L-P متریک است که در آن مقدار  $r$  و  $s$  مشخص کننده درجه تأکید بر انحراف موجود با نقطه بهینه اهداف است. این روش بیشتر ویژگی تابع ارزش<sup>۴</sup> را دارد به همین دلیل در این مقاله برای به دست آوردن جواب بهینه در روش RSM معروف ترین روش علمی برآورد تابع مطلوبیت یعنی؛ روش کینی و ریفا پیشنهاد می گردد. به عبارت دیگر روش کینی و ریفا در

### ۳-۲- روش تابع مطلوبیت

این روش اولین بار توسط هارینگتون مطرح گردید (Ibid). و در سال ۱۹۷۲ توسط گنزا و ماک میلان مورد استفاده قرار گرفت. این روش بعداً توسط افرادی مانند درینگر و سویچ گسترش یافت (Derringer, Suich, 1980, 217). ایده اساسی در روش تابع مطلوبیت تبدیل یک مسأله چند هدفه به مسأله ای یک هدفه است. تابع مطلوبیت به کار رفته در بهینه یابی چند پاسخی در RSM مقادیر پاسخ را به کمک توابع برازش شده به مقادیری بین صفر و یک تبدیل می نمایند. این مقادیر میزان مطلوبیت هر کدام از پاسخها را نشان می دهند. بعد از محاسبه تابع مطلوبیت تمامی مشخصه های کیفی، تابع مطلوبیت کل از ترکیب این توابع مطلوبیت به دست می آید. هارینگتون در حالت یک طرفه برای محاسبه تابع مطلوبیت رابطه (۵) و در حالت دو طرفه رابطه (۶) را پیشنهاد نمود.

$$d_i(\hat{y}_i(X)) = e^{\hat{y}_i(X)} \quad (5)$$

$$d_i(\hat{y}_i(X)) = e^{-|\hat{y}_i(X)|} \quad (6)$$

ایراد اساسی تابع مطلوبیت پیشنهادی هارینگتون آن است که قابلیت گرفتن شکلهای مختلف را ندارد به همین دلیل درینگر و سویچ تابع توسعه یافته (۷) را برای حالت یک طرفه و تابع توسعه یافته (۸) را برای حالت دو طرفه پیشنهاد نمودند (Del castillo, Montgomery, 1996, 339).

را بهتر درک کند و به گزینه ها اجازه توسعه دهد. از آنجا که روش کینی و ریفا دارای ویژگیهای فوق است می تواند روشی مناسب برای بهینه یابی چند پاسخه در چارچوب RSM باشد.

#### ۴- روش کینی و ریفا

مورگینسترن و نیومن در سال ۱۹۴۷ نشان دادند که تحت شرایط خاص امکان پی ریزی یک سری اعداد برای یک تصمیم گیرنده معین وجود دارد تا او بتواند از اعداد مذکور برای پیش بینی انتخابهای خود در شرایط نامطمئن استفاده نماید [3]. نیومن با ارائه بحث بازی استاندارد این روش را تکمیل نمود. کینی و ریفا معروف ترین روش محاسبه تابع مطلوبیت را بر اساس تجزیه مسأله به شاخصهای تشکیل دهنده آن و تعیین توابع مطلوبیت شرطی به فرض ثابت نگه داشتن سایر مشخصه ها و ترکیب این توابع شرطی برای محاسبه تابع مطلوبیت کل را ارائه نمودند. آنها برای محاسبه تابع مطلوبیت شرطی از روش بازیهای استاندارد استفاده کردند.

برای توضیح فرض کنید؛ کالایی مانند X تولید شود. کالای X بعد از تولید زمانی که به دست مصرف کننده می رسد همگی در حد استاندارد نیستند به همین دلیل زمانی که کالای X به دست مصرف کننده می رسد او از قبل هیچ گونه آگاهی در این مورد که کالای X در حد استاندارد است یا خیر ندارد.

فرض کنید A نمایانگر حالتی است که فرد تصمیم گیرنده دارای کالای X در حد قابل قبول، B حالتی است که فرد کالای X را ندارد و C حالتی است که فرد دارای کالای X است که پایین تر از حد استاندارد است. و اگر فرد مورد نظر A را بر B و B را بر C ترجیح دهد. بنابراین تصمیم گیرنده بر سر یک دو راهی در دو

چارچوب روش RSM جهت بهینه یابی چند پاسخه مورد استفاده قرار می گیرد.

کینی و ریفا روش خود را بر اساس تجزیه مسأله به شاخص های تشکیل دهنده آن و سپس تعیین یک تابع مطلوبیت شرطی برای هر شاخص بنا نهاده اند. شرطی بدان مفهوم که در محاسبه تابع مطلوبیت یک شاخص، سایر شاخص ها در یک سطح مشخص ثابت نگه داشته می شوند. در نتیجه این توابع شرطی با یکدیگر ترکیب شده و تابع مطلوبیت کل به دست می آید [13]. حال با این سوال روبرو هستیم که چرا روش کینی و ریفا روشی مناسب برای بهینه یابی چند پاسخه است؟

در پاسخ باید گفت هر فرد به گرفتن تصمیمات خوب علاقه مند است. یا به طور دقیق تر، تصمیم گیران علاقه مندند تصمیماتی بگیرند که نتایج خوبی از آن به دست آید. حال سوال اینست که یک پروسه تصمیم گیری خوب باید چه ویژگی داشته باشد؟ استیوارت [19] می گوید: هدف از هر تکنیک تصمیم گیری چند معیاره (MCDM) فراهم نمودن شرایط کمک و راهنمایی برای تصمیم گیرنده در کشف راه حل مسأله است. فرینچ [10] اضافه می کند که یک روش مناسب باید به تصمیم گیرنده کمک کند که نه تنها مسأله بلکه خود را هم جستجو نماید. کینی می گوید ما باید بیشتر وقت تصمیم گیری خود را بر روی آنچه مهم است متمرکز کنیم تا ارزشهای خود را بفهمیم و از این ارزشها برای تفکر و سنجش استفاده کنیم تا گزینه های بهتری ایجاد و با دقت بیشتری ارزش گزینه ها را ارزیابی نماییم.

در درون تمام این نقل قولها این عقیده مشترک وجود دارد که یک فرآیند تصمیم گیری خوب، تصمیم گیرنده را مجبور می کند برتری هایش را بفهمد، مسأله

انتخاب زیر قرار می گیرد.

۲- فرم حاصل ضرب:

$$1 + \alpha U(A) = \prod_{j=1}^k [1 + a_j U_j(r_j)] \quad (11)$$

۳- فرم ترکیب خطی چند گانه :

$$U(A) = \sum_{j=1}^k a_j U_j(r_j) + \sum_{j=1}^k \sum_{j' > j}^k a_{jj'} U_j(r_j) U_{j'}(r_{j'}) + \dots + a_{12\dots n} U_1(r_1) U_2(r_2) \dots U_k(r_k) \quad (12)$$

بطوری که  $0 < U_j(r_j) < 1$  خواهد بود و

$U_j(r_j)$  تابع مطلوبیت شرطی مشخصه  $J$ ام است .

فرم ترکیب خطی چند گانه به لحاظ آنکه به حداقل فرضیه های استقلال بین مشخصه های کیفی نیاز دارد به واقعیت نزدیک تر است. به همین دلیل در مثال مورد بررسی فرم ترکیب خطی چند گانه مورد استفاده قرار گرفته است .

## ۵-مثال

برای توضیح روش کینی و ریفا و همچنین نحوه به کارگیری آن در روش سطح پاسخ، مثال آقای علی جهان در پایان نامه کارشناسی ارشد به لحاظ در دسترس بودن DM در این مقاله مورد استفاده قرار می گیرد (علی جهان، ۱۳۸۰، ترفیق لیسانس). طرح آزمایشی مورد استفاده طرح مرکب مرکزی است که متغیرهای قابل کنترل آن عبارتند از: ۱- درصد نشادر فلاکس کوره  $(X_1)$  ۲- ضخامت آلیاژ قلع و سرب روی لوله رادیاتور  $(X_2)$  ۳- دما  $(X_3)$  ۴- درصد قلع در آلیاژ روی لوله رادیاتور  $(X_4)$ ، همچنین مشخصه های کیفی مورد مطالعه نیز عبارتند از ۱- میزان خوردگی  $(y_1)$  ۲- چسبندگی  $(y_2)$ ، که هدف حداکثر کردن آنهاست.

منحنیهای سطح پاسخ برای مشخصه های کیفی به

DM-۱ می تواند موقعیت فعلی خود را حفظ کند و اصلاً کالای X را خریداری ننماید . این یک انتخاب

قطعی با احتمالی معادل یک است . ( موقعیت B )

DM-۲ می تواند یک بلیط بخت آزمایی بخرد و

در یک مسابقه که پی آمدهای آن رسیدن به کالای X در

حد استاندارد ( موقعیت A ) یا رسیدن به کالای X در

حد پایین تر از حد استاندارد ( موقعیت C ) است

شرکت نماید.

نحوه تصمیم گیری فرد برای انتخابهای فوق به

درجه ریسک پذیری DM و شانس برد ( موقعیت A )

وابسته است. اگر امکان وقوع حادثه A زیاد باشد وی

ممکن است در بخت آزمایی شرکت نماید در غیر

اینصورت ممکن است وی ترجیح دهد با اطمینان پول

خود را حفظ نماید . همچنین سطحی از احتمال وقوع

A وجود دارد که DM بین این دو گزینه بی تفاوت

است. در چارچوب بحث فوق با بررسی لاتاریهای

مختلف می توان مطلوبیت مورد انتظار گزینه های

مختلف را محاسبه و با برآزش رابطه مناسب تابع

مطلوبیت شرطی تک تک مشخصه ها را به دست آورده

از ترکیب آنها مطلوبیت کل را محاسبه نمود. برای

ترکیب توابع شرطی باید فرم ترکیبی خاصی از آنها مورد

استفاده قرار گیرد فرم های مختلف برای ترکیب توابع

مطلوبیت بصورت روابط (10),(11),(12) پیشنهاد

شده اند (محمد جواد اصغریور، ۱۳۸۱، ۱۹)

۱- فرم جمع پذیر :

$$U(A) = \sum_{j=1}^k a_j U_j(r_j) \quad (10)$$



صورت روابط (۱۳) و (۱۴) به دست آمده است. به دست آورد.

$$U(y_1, y_2) = U(y_1, y_2^0) + U(y_1^0, y_1) + aU(y_1, y_2^0)U(y_1^0, y_1)$$

در مثال مورد مطالعه تابع مطلوبیت کل بصورت رابطه (۱۹) به دست آمد.

$$(19) \quad y_1, y_2 = 7514(1 - e^{-0.000002414y_1}) + 23899(1 - e^{-0.000004117y_2}) + 25597(1 - e^{-0.000002414y_1})(1 - e^{-0.000004117y_2})$$

در نتیجه مسأله دو هدفه (۱۵) به مسأله تک هدفه (۲۰) تبدیل می گردد.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & z = U(y_1, y_2) \\ \text{S.t} \quad & -1 < x_i < 1 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} Y_1 = & 250.34 - 34.26x_1 + 43.91x_2 - 1.55x_3 + 6.75x_4 - 24.09x_1^2 - 2.97x_2^2 - 21.84x_3^2 - 23.22x_4^2 + 4.56x_1x_2 + 16.94x_2x_4 + 25.31x_3x_4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_2 = & 176.75 - 2.01x_1 + 30.6x_2 + 2.59x_3 + 16.87x_4 - 13.31x_1^2 - 13.19x_2^2 - 12.94x_3^2 - 12.44x_4^2 + 8.56x_1x_4 - 3.94x_2x_4 + 8.69x_3x_4 \end{aligned}$$

همچنین تابع مطلوبیت به دست آمده از روش درینگیر و سویچ برای مشخصه های کیفی  $y_1$  و  $y_2$  به ترتیب به صورت روابط (۲۱) و (۲۲) خواهد بود.

$$Y_1 = 250.34 - 34.26x_1 + 43.91x_2 - 1.55x_3 + 6.75x_4 - 24.09x_1^2 - 22.97x_2^2 - 21.84x_3^2 - 23.22x_4^2 + 4.56x_1x_2 + 16.94x_2x_4 + 25.31x_3x_4 \quad (13)$$

$$\begin{aligned} Y_2 = & 176.75 - 2.01x_1 + 30.6x_2 + 2.59x_3 + 16.87x_4 - 13.31x_1^2 - 13.19x_2^2 - 12.94x_3^2 - 12.44x_4^2 + 8.56x_1x_4 - 3.94x_2x_4 + 8.69x_3x_4 \end{aligned} \quad (14)$$

پس مسأله چند هدفه مورد بررسی به صورت رابطه (۱۵) خواهد بود.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & y_1(X) \\ \text{Max} \quad & y_2(X) \\ \text{S.t} \quad & -1 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, 4 \end{aligned} \quad (15)$$

بعد از جمع آوری اطلاعات از DM در چارچوب روش کینی و ریفا تابع مطلوبیت شرطی مشخصه های کیفی بصورت روابط (۱۶) و (۱۷) به دست آمد.

$$U_1 = 1333(1 - e^{-0.000002414Y_1}) \quad (16)$$

$$U_1 = 987.9(1 - e^{-0.000004117Y_2}) \quad (17)$$

با سؤال از DM ،  $U(180,52) = U(59,198)$  ، شد پس  $U_2(59,198) \beta_1$   $U_1(180,52) = \beta_2$  خواهد شد که با جایگزاری در توابع مطلوبیت شرطی  $\beta_1 = 0.4292 \beta_2$  خواهد شد.

با فرض مثبت بودن تست استقلال  $y_1$  و  $y_2$  با توجه به قضیه کینی تابع مطلوبیت کل را می توان از رابطه (۱۸)

نظر DM جواب به دست آمده از روش Keeney و Raiffa بر روش اهداف حددار برتری داشت .

اگر چه روش Keeney و Raiffa روشی علمی، کارآمد و بسیار مناسب برای تصمیم‌گیری چند معیاره است. اما با افزایش تعداد متغیرهای تصمیم‌گیری استخراج تابع مطلوبیت بسیار مشکل خواهد شد. همچنین فهم الگوریتم برای DM می‌تواند مشکل باشد. به همین دلیل برای مطالعات آینده ارائه روشی ساده‌تر در این چارچوب که برای DM قابل فهم تر باشد پیشنهاد می‌گردد. همچنین ترکیب روش اهداف حددار و تابع مطلوبیت در جهت کاهش تعداد مشخصه‌های کیفی می‌تواند پیچیدگی محاسبه تابع مطلوبیت را کاهش دهد.

$$d(y_1) = \begin{cases} 1 & y_1 \geq 290 \\ \left(\frac{y_1 - 60}{290 - 60}\right)^{1.2843} & 60 \leq y_1 \leq 290 \\ 0 & y_1 \leq 60 \end{cases} \quad (21)$$

$$d(y_2) = \begin{cases} 1 & y_2 \geq 200 \\ \left(\frac{y_2 - 50}{200 - 50}\right)^{1.4717} & 50 \leq y_2 \leq 200 \\ 0 & y_2 \leq 50 \end{cases} \quad (22)$$

جدول ۱ حل مسأله فوق از روش درینگیر و سویچ ، روش اهداف حددار و روش Keeney و Raiffa به وسیله نرم‌افزار Lingo را نشان می‌دهد.

جدول ۱- نتایج حل مسأله دو هدفه مورد بررسی از روشهای مختلف

|                   | $x_1^*$ | $x_2^*$ | $x_3^*$    | $x_4^*$    | $y_1^*$ | $y_2^*$ |
|-------------------|---------|---------|------------|------------|---------|---------|
| Keeney & Raiffa   | 0       | 1       | 0.176<br>4 | 0.564<br>5 | 278.8   | 196.7   |
| Derringer & Suich | 0       | 1       | 0          | 0          | 271.3   | 194.2   |
| روش اهداف حددار   | 0       | 1       | 0.380<br>2 | 0.717<br>3 | 279.5   | 193.8   |

### فهرست منابع و مآخذ:

- ۱- اصغر پور ، محمد جواد (۱۳۷۷) “تصمیم‌گیری چند معیاره” انتشارات دانشگاه تهران، تهران، ۱۳۸۱، دوم، اول، ۲۱-۱۹
- ۲- جهان، علی “بهینه‌سازی مدل‌های چند هدفه در طراحی آزمایش‌ها” پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد، ۱۳۸۱، دانشگاه علم و صنعت ایران.
- ۳- راسل، ال، ایکاف “روش علمی بهینه‌سازی تصمیمات در پژوهشهای کاربردی” منصور شریفی کلویی، نشر آروین، تهران، ۱۳۷۷، اول، اول، ۱۱۷-۱۱۴.
- ۴- نورالسنا، رسول و سلطان پناه، هیرش “بهینه‌یابی چند شاخصه در کنترل کیفیت از روش سطح پاسخ” کنفرانس بین‌المللی آمار چهار تا ششم شهریورماه ۱۳۸۱.
- 5- Artiles- Leon N.(1996) “A pragmatic Approach to Multiple – Response problems using Loss Functions” Quality Engineering

### ۶- نتیجه گیری

همچنانکه دیده می‌شود جواب به دست آمده از روش Keeney و Raiffa بر جواب به دست آمده از روش Derringer و Suich برتری دارد. همچنین از مقایسه جواب به دست آمده از روش Keeney و Raiffa با جواب به دست آمده از روش اهداف حددار اگر چه  $y_1$  در روش Keeney به نسبت روش اهداف حددار 0.8 واحد کاهش یافته است اما این کاهش منجر به افزایش  $y_2$  به اندازه 2.54 واحد شد. اگر چه اهمیت نسبی  $y_1$  از  $y_2$  از نظر DM در واحد بیشتر بود اما از آنجا که کاهش  $y_1$  همراه افزایش قابل قبولی از  $y_2$  همراه بوده است از



- Minimization " Quality Engineering , Vol 4 , pp 475-483.
- 19- Stewart T.J.(1992) " A Critical Survey on the Status of Multiple Criteria Decision Making Theory and Practice " OMEGA , Vol 3 , pp 569-586.
- 20- W.M.Carlyle , D.C.Montgomery and G.C.Runger,(2000) " optimization problems and Methods in Quality control and Improvement " journal of Quality Technology, Vol 1, pp1-31.
- ,Vol 2 , pp 213-220
- 6- Biles W.(1975), " A Response surface Methods for Experimental optimization of Multi- Response Processes" Industrial and Engineering chemistry ,Vol 2,pp152-158.
- 7- C.T. Chiao , M.Tamede, (2001) " Analyzing Experiments with Corrolated Multiple Responses" Journal of Quality Technology ,Vol 4 , pp 451-465
- 8- Derringer G. and Suich R., (1980) " Simultaneous optimization of several response variables " Journal of Quality Technology ,Vol 2 , pp 214-219.
- 9- Del Castillo E.,Montgomery D.C.&Mc Crville D.R.(1996)"Desirability Functions for Multiple Response optimization"Journal of Quality Technology ,Vol 3 , pp 337-345.
- 10- French S. (1984) " Interactive Multi - objective programming : its Aims Applications and Demands" Journal of the operational Research Society , Vol 4 , pp 827-834.
- 11- G.Gary Wang, (2002) "Adaptive Response surface Method using Inherited Latin Hypercube Design points " Journal of Mechanical Design , Vol 1 , pp 1-31.
- 12- Haftka R.,Scott E.P. and Cruz J.R,(1998) " Optimization and Experiments : A Survey " Applied Mechanics Review ,Vol 3 , pp 435-448.
- 13- Keeney R.L . and H. Raiffa(1976) " Decisions with Multiple objectives : preferences and value Tradeoffs " John wiley, Newyork.
- 14- Khuri A. and Conlon M., (1981) "Simultaneous optimization of Multiple Responses Represented by Polynomial regression functions " Technometrics ,Vol 2 , pp 363-375.
- 15- Myers R.and Carter W.J, (1973) . " Response surface Techniques for Dual Response Systems " Technometrics , Vol 2 , pp 301-317.
- 16- Myers . R, Khuri A and Vining .G,(1992) "Response Surface Alternatives to the Taguchi Robust parameter Design Approach " the American statistician ,Vol 1, pp131-139.
- 17- Pignatiello J.J,(1993) " Strategies for Robust Multiresponse " Quality Engineering ,Vol 1 , pp 5-15.
- 18- Richard Suhr and Robert G. Batson, (2001) " Constrained Multivariate Loss Function



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی