

## پیش بینی نرخ ارز با استفاده از روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین

مسعود یارمحمدی<sup>۱</sup>

رحیم محمودوند<sup>۲\*</sup>

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۳/۱۵

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۱۲/۲۲

### چکیده

تأثیر نرخ‌های ارز خارجی بر متغیرهای اقتصادی در هر کشوری، ضرورت مدل‌سازی و پیش‌بینی آن را نشان می‌دهد. در این مقاله روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین (SSA) که یک روش ناپارامتری برای تحلیل سری‌های زمانی است، برای مدل‌سازی و پیش‌بینی نرخ روزانه دلار به ریال در بازه زمانی تیرماه ۱۳۹۲ تا شهریور ۱۳۹۴ مورد استفاده قرار گرفته است. برای ارزیابی کیفیت مدل ارائه‌شده از مدل ARIMA به‌عنوان یک مدل رقیب استفاده شده است. برای یافتن بهترین مدل ARIMA از بسته نرم‌افزاری auto.arima در نرم‌افزار R استفاده شده است. همچنین برای مقایسه دو مدل، خطای برازش (درون نمونه‌ای) و خطای پیش‌بینی (خطای برون نمونه‌ای) برای گام‌های پیش‌بینی کوتاه، متوسط و بلند مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که SSA می‌تواند به‌عنوان یک روش توانمند برای این منظور به‌کار گرفته شود.

**کلیدواژه‌ها:** سری‌های زمانی، تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین، نرخ ارز، مدل ARIMA

طبقه‌بندی JEL: F31, F33, C22, C14

۱. Email: masyar@pnu.ac.ir

۲. Email: r.mahmodvand@gmail.com

۱. دانشیار گروه آمار دانشگاه پیام نور تهران

۲. استادیار گروه آمار دانشگاه بوعلی سینا (\*نویسنده مسئول)

## ۱. مقدمه

نرخ ارز به‌عنوان یکی از مهم‌ترین متغیرهای قیمتی نقش بسیار اساسی در عملکرد اقتصاد ایفا می‌کند (ورتایان کاشانی، ۱۳۹۲). اهمیت این نرخ باعث شده است که بخش قابل‌توجهی از مطالعه‌های اقتصادی به این شاخص و تأثیر آن بر سایر مشخصه‌های اقتصادی اختصاص یابد. به‌عنوان مثال در پژوهش پیرایی و کوروش پسندیده (۱۳۸۱) رابطه بین نرخ ارز و نرخ تورم در ایران بررسی شده است. در این خصوص یزدانی و زارع قشلاقی (۱۳۹۵) نیز با تحلیل نرخ ارز در بازه زمانی ۱۳۷۹ تا ۱۳۹۱ نتیجه گرفته‌اند که یکی از عوامل تأثیر گذار بر تورم، نرخ ارز است. توکلی و سیاح (۱۳۸۹) و غفاری و همکاران (۱۳۹۲) تأثیر نوسان‌های نرخ ارز بر فعالیت‌های اقتصادی کشور را مطالعه کرده‌اند. جلایی اسفندآبادی و همکاران (۱۳۹۱) جهش پولی نرخ ارز را بررسی کرده و بر اساس روش شبکه‌های عصبی مصنوعی به پیش‌بینی آن پرداخته‌اند. همچنین جعفری صمیمی و بالونژادنوری (۱۳۹۴) با استفاده از آزمون ریشه‌های واحد زنجیره‌ای وجود حباب عقلایی قیمت در بازار ارز ایران را بررسی کرده‌اند. طاهری و صارم صفاری (۱۳۹۰) با استفاده از رویکرد ARDL رابطه‌ی بین نرخ ارز و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران را مورد بررسی قرار داده است. پژوهش‌هایی بسیار زیادی شبیه به این موارد می‌توان یافت که به‌دلیل جلوگیری از اطاله کلام از آنها صرف‌نظر کرده و به همین موارد بسنده می‌کنیم. مدیریت نرخ ارز در اقتصاد ایران همواره یکی از چالش‌های عمده سیاست‌گذاران اقتصادی کشور بوده و در همه دوره‌ها در محافل آکادمیک و سیاست‌گذاری اقتصاد ایران مباحث چالش‌برانگیزی حول نحوه تعیین نرخ ارز در جریان بوده است (زمان‌زاده، ۱۳۸۹). در این بین پیش‌بینی نرخ ارز با توجه به تأثیر آن بر سایر متغیرهای اقتصادی برای بسیاری از ذینفعان از اهمیت بالایی برخوردار است. چنانکه خداویسی و وفامند (۱۳۹۲) نیز اشاره کرده‌اند، آگاهی از تغییرات آتی نرخ ارز از یک‌سو نقش مهمی در کمک به مقامات پولی برای طراحی یک سیاست پولی کارا به‌منظور تثبیت قیمت‌ها و افزایش سطح اشتغال و از سوی دیگر بر روی بسیاری از تصمیم‌های بنگاه نظیر سرمایه‌گذاری، داد و ستد تأمیینی، قرض دادن و قرض گرفتن تأثیر فراوانی می‌گذارد.

به این منظور روش‌های مختلفی تاکنون به کار گرفته شده است که هر یک دارای نقاط قوت و ضعفی هستند. در این مقاله ضمن دسته‌بندی این روش‌ها به معرفی و به‌کارگیری روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین (SSA) به‌عنوان روشی که در مطالعه‌های اقتصادی در ایران مورد استفاده قرار نگرفته است، می‌پردازیم. ساختار این مقاله در ادامه به‌صورت زیر تهیه شده است:

در بخش ۲ یک دسته‌بندی کلی از مهم‌ترین روش‌های پیش‌بینی نرخ ارز ارائه می‌کنیم و در ادامه به ذکر دلایل انتخاب روش SSA می‌پردازیم. در بخش ۳ روش SSA به‌صورت اجمالی معرفی

می‌شود. در بخش ۴ نتایج تجربی حاصل از کاربرد این روش و مقایسه آن با مدل ARIMA ارائه می‌شود. در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای انجام تحقیق‌های بعدی در بخش ۵ ارائه می‌شود.

## ۲. مروری بر روش‌های پیش‌بینی نرخ ارز

با توجه به اهمیت نرخ ارز در حوزه اقتصاد و مدیریت، روش‌های مختلفی برای پیش‌بینی آن تاکنون معرفی و به کار گرفته شده است. دسته‌بندی جامعی از روش‌های پیش‌بینی نرخ ارز در ادامه ارائه شده است: الف- روش‌های توضیح محور: در این روش‌ها سیر تغییر و تحول نرخ ارز با توجه به نوسان‌های متغیرهای اقتصادی توصیف می‌شوند. برخی از محققان مدل‌های ذیل این روش‌ها را به نام «مدل‌های اقتصادی» و «مدل‌های اقتصادسنجی» به کار گرفته‌اند (شیرازی و نصراللهی، ۱۳۹۲) و خداویسی و وفامند، (۱۳۹۲). با توجه به نوع متغیرهای اقتصادی، کلان یا خرد، دو نوع مدل در این دسته مطرح شده است:

- **مدل‌های پولی:** این مدل‌ها از متغیرهای اقتصاد کلان استفاده می‌کنند. مطابق با پژوهش‌های انجام‌شده در این خصوص نوسان‌های درازمدت متغیرهای اقتصاد کلان به خوبی نوسان‌های نرخ ارز را نشان می‌دهند. توضیح مناسبی در خصوص این مدل‌ها در دلاکورتیه و سیاکاس (۲۰۱۱) و پلاکانداراس (۲۰۱۵) ارائه شده است.

- **مدل‌های ریزساختاری:** این مدل‌ها از متغیرهای اقتصاد خرد استفاده می‌کنند. در این روش‌ها از رابطه‌ی بین تغییرات نرخ ارز و نوسان‌های کوتاه‌مدت مشخصه‌های اقتصاد خرد استفاده می‌شود. جزئیات بیشتری از این مدل‌ها را می‌توان به عنوان مثال در جانترکو (۲۰۱۴) ملاحظه کرد.

ب- روش‌های مبتنی بر درون‌یابی: این روش‌ها مبتنی بر سوابق آماری خود نرخ ارز هستند. روش‌های تحلیل سری‌های زمانی رایج از این نوع هستند. برخی از محققان این روش‌ها را روش‌های تکنیکال (خداویسی و وفامند، ۱۳۹۲) نامیده و برخی دیگر از نام روش‌های آماری (شیرازی و نصراللهی، ۱۳۹۲) برای آن استفاده کرده‌اند. مدل‌های به کار گرفته‌شده در این روش‌ها نیز به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند:

- **مدل‌های پارامتری:** در این مدل‌ها پذیره‌هایی مانند نرمال بودن یا در حالت بهتر مشخص بودن توزیع آماری جزء بخشی از روش است. مدل‌های ARIMA و ویرایش‌های غیرخطی مانند ARCH و GARCH از جمله مهم‌ترین مدل‌های پارامتری هستند که برای پیش‌بینی نرخ ارز قابل استفاده بوده و تاکنون بارها به کار گرفته شده‌اند.

- **مدل‌های ناپارامتری:** در صورتی که پذیره‌های مدل‌های پارامتری برقرار نباشند و امکان تصحیح مدل با استفاده از ابزارهایی مانند تبدیل، وزن‌دهی و تفاضل‌گیری فراهم نباشد، استفاده از روش‌های ناپارامتری می‌تواند یک راهکار جایگزین باشد. روش‌هایی مانند شبکه‌های عصبی مصنوعی و موجک‌ها از جمله این روش‌هاست.

ج- روش‌های ترکیبی: در این روش‌ها از هر دو روش الف و ب به صورت ترکیبی استفاده می‌شود. جزئیات بیشتر و منابع مناسبی برای این منظور را می‌توان به عنوان مثال در پلاکنداراس (۲۰۱۵) ملاحظه کرد.

در روش‌های به کار گرفته شده در بالا محدودیت‌های مختلفی وجود دارد که منشأ معرفی و به کارگیری دیگر راهکارها هستند. باکس، دانشمند معروف علم آمار و مدل‌سازی، بیان می‌کند که «اساساً همه مدل‌ها اشتباه هستند؛ اگرچه برخی از آنها مفید هستند» (باکس و درپیر، ۱۹۸۷). بر این اساس، معرفی و به کارگیری مدل‌های جدید در صورتی که حداقل در برخی شرایط خروجی مطلوبی ایجاد کنند نیز همواره می‌تواند مورد علاقه محققان باشد.

روشی که در این مقاله برای پیش‌بینی نرخ ارز معرفی شده است اولین کاربرد آن در حوزه پیش‌بینی نرخ ارز در مطالعات داخلی است و از این جهت می‌تواند مبنای خوبی برای معرفی و به کارگیری آن در بین محققان اقتصادی داخلی باشد. با این وجود روش SSA در چند مطالعه‌ی خارجی برای پیش‌بینی نرخ ارز به کار گرفته شده است (حسینی و همکاران، ۲۰۰۹؛ قدسی و یارمحمدی، ۲۰۱۴ و بنکی و یارمحمدی، ۲۰۱۴). در دسته‌بندی بالا این روش جزء روش‌های مبتنی بر برون‌یابی و از نوع ناپارامتری است. از جمله مزیت‌های SSA که آن را از سایر روش‌های رقیب متمایز می‌سازد می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزاد مدل و آزاد توزیع است؛ برخلاف اکثر روش‌ها که بایستی مدل در ابتدای تحلیل مشخص شود، در این روش، مدل در جریان تحلیل داده‌ها به دست می‌آید. همچنین پذیره مشخص بودن توزیع آماری در اینجا ضروری نیست.
- نیازی به مانایی سری و دیگر پذیره‌های محدودکننده ندارد.
- برای اندازه‌های نمونه کوچک نیز به خوبی کار می‌کند.
- دقت آن در پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت مطلوب است.

### ۳. معرفی اجمالی روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین

در این بخش مروری کلی بر روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین (SSA) ارائه شده است. مطالب تکمیلی در این خصوص در محمودوند (۱۳۹۱)، نجاری (۱۳۹۰) و منابع داخل آنها ارائه شده است که خواننده علاقه‌مند می‌تواند به آنها رجوع کند.

به‌طور کلی SSA با استفاده از دیدگاه سری زمانی کلاسیک فرض می‌کند که یک سری زمانی برابر مجموع مؤلفه‌هایی مانند تغییرات درازمدت (روند)، تغییرات دوره‌ای، تغییرات فصلی و تغییرات نامنظم است و سعی می‌کند با استفاده از تکنیک‌هایی از سیستم‌های دینامیکی، جبر ماتریسی و آمار چند متغیری این مؤلفه‌ها را استخراج کند. سپس مؤلفه‌های به دست آمده را مبنای تحلیل‌های بعدی قرار می‌دهد. مطابق

با پژوهش‌هایی کاربردی صورت گرفته تا این تاریخ، روش SSA در پیشبرد اهداف زیر موفق عمل کرده است:

- هموارسازی داده‌های طولی و سری‌های زمانی (حسینی و همکاران، ۲۰۱۰)؛
- استخراج روند تغییرات سری‌های زمانی (الکساندروف، ۲۰۰۹)؛
- پیش‌بینی سری‌های زمانی (محمودوند و همکاران، ۲۰۱۵)؛
- برآورد داده‌های گمشده (رودریگوئز و دی‌کاروالهو (۲۰۱۳) و محمودوند و رودریگوئز، ۲۰۱۶)؛
- تشخیص نقطه تغییر در سری زمانی (محمد و نیشیدا، ۲۰۱۱).

در این بخش به معرفی الگوریتم‌های متداول در پیش‌بینی سری زمانی با استفاده از SSA می‌پردازیم. برای این منظور الگوریتم رایجی که به نام الگوریتم «پیش‌بینی بازگشتی» معروف است و در عمل کاربرد گسترده‌ای دارد به اختصار شرح داده می‌شود.

### ۱-۳. الگوریتم پیش‌بینی بازگشتی

به‌طور کلی برای استفاده از روش SSA در پیش‌بینی سری زمانی بایستی سه مرحله را طی کرد:

- تجزیه سری. این مرحله شامل دو زیر مرحله است:
  - بازنشانی<sup>۱</sup> سری و تشکیل ماتریس مسیر<sup>۲</sup>،
  - تجزیه مقدار تکین ماتریس مسیر.
- بازسازی سری. این مرحله نیز شامل دو زیر مرحله است:
  - گروه‌بندی سری به مجموع چند مؤلفه،
  - میانگین‌گیری قطری و به‌دست آوردن سری هموارشده.

• پیش‌بینی سری.

برای سادگی استفاده در این بخش سعی می‌کنیم از جزئیات پرهیز کرده و تنها به ارائه الگوریتم عملیاتی بپردازیم. به این طریق محققان بعدی می‌توانند به‌سادگی از این الگوریتم برای انجام محاسبه و تهیه کدهای کامپیوتری استفاده کنند.

(الف) سری زمانی با طول  $T$  با مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_T]$  را در نظر بگیرید.

(ب) ماتریس مسیر که ستون‌های آن بر اساس زیربردارهای  $L$  بعدی از سری اصلی استخراج

می‌شوند را به‌صورت زیر بسازید:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_k \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{k+1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ y_L & y_{L+1} & \cdots & y_T \end{bmatrix}$$

که در این ماتریس  $1 < L < T$  و  $k = T - L + 1$ . توجه کنید که درایه‌های روی قطرهای فرعی این ماتریس با هم برابرند (چنین ماتریسی را ماتریس هنکل<sup>۱</sup> می‌نامند) و رابطه یک‌به‌یکی بین این ماتریس و سری اصلی وجود دارد.

(ج) با استفاده از تجزیه مقدار تکین برای ماتریس‌ها (SVD) ماتریس  $\mathbf{H}$  را به مجموع  $L$  مؤلفه افراز کنید:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \cdots + \mathbf{H}_L.$$

توجه کنید که بر اساس روش SVD ماتریس‌های  $\mathbf{H}_i$  به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\mathbf{H}_i = U_i U_i' \mathbf{H} \quad ; i = 1, \dots, L$$

که در آن بردارهای  $L$  بعدی  $U_i$  همان بردارهای ویژه ماتریس مربع  $\mathbf{H}\mathbf{H}'$  هستند. (د) با توجه به تغییرات ویژه بردارها و مؤلفه‌های اصلی مربوط به ماتریس  $\mathbf{H}$  آن را به دو گروه تقسیم کنید: گروه اول شامل  $r$  زیر ماتریس که آن را سیگنال می‌نامیم و گروه دوم شامل  $L-r$  مؤلفه که آن را نوفه<sup>۲</sup> می‌نامیم:

$$\mathbf{H} = \underbrace{\mathbf{H}_1 + \cdots + \mathbf{H}_r}_{\text{سیگنال}} + \underbrace{\mathbf{H}_{r+1} + \cdots + \mathbf{H}_L}_{\text{نوفه}}.$$

(هـ) با استفاده از میانگین‌گیری قطری (بر روی قطرهای فرعی) ماتریس مربوط به گروه سیگنال را به یک ماتریس هنکل (که درایه‌های روی قطر فرعی آن برابر هستند) تبدیل کنید. توجه کنید که پس از گروه‌بندی در قسمت (د) زیرماتریس‌های به دست آمده (سیگنال و نوفه) هنکل نیستند؛ بنابراین برای تبدیل آنها به سری زمانیک بعدی باید آنها را تبدیل به یک ماتریس هنکل کرد. میانگین‌گیری قطری یک راهکار ساده و البته بهینه (گولبندینا و همکاران، ۲۰۰۱) برای این منظور است. مثال ساختگی زیر برای فهمیدن این مرحله مفید است:

1. Hankel matrix  
2. Noise

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 2 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -1 & 2 & 7 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{میانگین}} \begin{bmatrix} 1/00 & 1/50 & 1/00 & 2/00 & 2/25 \\ 1/5 & 1/00 & 2/00 & 2/25 & 1/00 \\ 1/00 & 2/00 & 2/25 & 1/00 & 4/00 \\ 2/00 & 2/25 & 1/00 & 4/00 & 7/00 \end{bmatrix}$$

(و) با توجه به رابطه‌ی یک‌به‌یک بین ماتریس‌های هنکل و سری مرتبط با آن، سری همواره شده را از ماتریس حاصل از مرحله (ه) به‌دست آورده و فرض کنید این سری دارای درایه‌های  $[\hat{y}_1, \dots, \hat{y}_n]$  است.

(ز) سطر آخر  $r$  ستون اول از ماتریس ویژه‌بردارهای حاصل از اجرای SVD روی ماتریس  $H$  را بر روی سطرها‌ی قبلی آن رگرسیون کرده و بردار ضرایب به‌دست‌آمده را  $\hat{A} = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{L-1}]$  بنامید. با فرض آنکه  $U_i^\nabla$  نشان‌دهنده  $L-1$  مؤلفه‌ی اول بردار ویژه‌ی  $U_i$  و  $u_{L,i}$  نشان‌دهنده درایه آخر این بردار ویژه باشد، می‌توان نشان داد که:

$$\hat{A}' = [\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_{L-1}]' = \frac{1}{1-v^2} \sum_{i=1}^r u_{i,L} U_i^\nabla$$

که در آن  $v^2 = \sum_{i=1}^r u_{i,L}^2$ .

(ح) در نهایت مقدار پیش‌بینی‌های سری را از فرمول بازگشتی زیر محاسبه کنید:

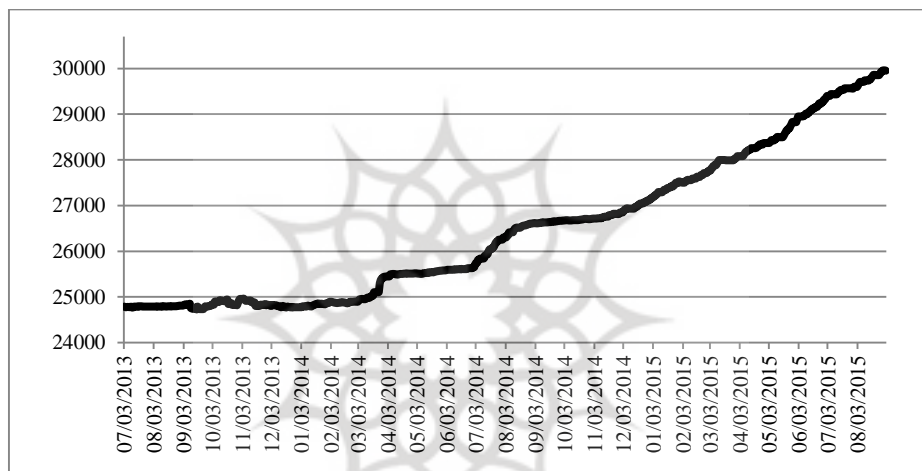
$$\hat{y}_{T+h} = \hat{a}_1 \hat{y}_{T+h-1} + \hat{a}_2 \hat{y}_{T+h-2} + \dots + \hat{a}_{L-1} \hat{y}_{T+h-L+1}, \quad h = 1, 2, \dots$$

الگوریتم بالا نشان می‌دهد که روش SSA مانند روش اتورگرسیون  $AR(L-1)$  است اما به‌جای استفاده از سری زمانی اصلی از سری زمانی هموارشده در معادله پیش‌بینی استفاده می‌کند؛ بنابراین ممکن است این‌طور برداشت شود که این روش، یک روش خطی است؛ اما باید توجه داشت که مقادیر هموارشده توابعی غیرخطی از مقادیر سری اولیه هستند و در نتیجه مدل نهایی نسبت به سری اولیه خطی نیست. از منظر دیگر اگر سری زمانی خود یک سری هموار باشد آنگاه نتایج حاصل از این روش مانند روش اتورگرسیون خواهد بود. توجه داریم که در مرحله (ز) از روش حداقل مربعات خطا برای به‌دست آوردن ضرایب پیش‌بینی استفاده شد که نشان می‌دهد روش پیش‌بینی نسبت به تابع زیان درجه دوم خطا بهینه است. همچنین استفاده از بردارهای ویژه به‌جای خود مقادیر برای به‌دست آوردن ضرایب پیش‌بینی نشان می‌دهد که این روش نسبت به روش‌های دیگر استوارتر است.

## ۴. مطالعه‌ی کاربردی: نرخ دلار آمریکا به ریال ایران

### ۴-۱. توصیف داده‌ها

نرخ روزانه دلار به ریال در بازه زمانی تیرماه ۱۳۹۲ (June 2013) تا شهریورماه ۱۳۹۴ (Sep 2015) در شکل ۱ نمایش داده شده است. به نظر می‌رسد که این سری زمانی دارای نوسان‌های اندکی بوده و البته روند افزایشی در آن کاملاً مشهود است. به‌طور دقیق‌تر در بازه تیرماه ۹۲ تا فروردین ۹۳ تغییر اندکی در سری وجود دارد درحالی‌که پس از این تاریخ روند افزایشی با شیب نسبتاً معنی‌داری در سری قابل مشاهده است.



نمودار ۱: سری زمانی نرخ دلار به ریال در بازه زمانی تیرماه ۱۳۹۲ تا تیرماه ۱۳۹۴

### ۴-۲. بررسی مانایی

برای بررسی مانایی از آزمون دیکی-فولر استفاده شده است. نتیجه حاصل از اجرای این آزمون در جدول ۱ داده شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود مقدار احتمال (p-value) مقدار بزرگی است که از فرض نامانایی سری حمایت بالایی دارد؛ بنابراین سری حاصل از نرخ ارز روزانه در بازه زمانی تیر ۱۳۹۲ تا شهریور ۱۳۹۴ مانا نیست. خاطر نشان می‌سازیم که فرض‌های آماری در این آزمون به‌صورت زیر تعریف شده‌اند:

$H_0$ : سری زمانی مانا نیست

$H_1$ : سری زمانی مانا است



جدول ۱: آزمون دیکی- فولر برای بررسی مانایی سری نرخ ارز روزانه در بازه زمانی تیر ۱۳۹۲ تا شهریور ۱۳۹۴

تعداد داده‌ها	مقدار آماره آزمون	p-value
۷۹۱	-۲۸۱۶/۱	۸۸۲۴/۰

### ۳-۴. مدل‌سازی و تحلیل سری نرخ ارز روزانه

چنانکه پیش‌تر گفته شد برای ارزیابی کیفیت روش پیشنهادی، مدل ARIMA را به‌عنوان مدل معیار در نظر می‌گیریم. با استفاده از بسته نرم‌افزاری auto.arima در نرم‌افزار R به‌صورت اتوماتیک می‌توان بهترین مدل ARIMA را به‌دست آورد. بر اساس نتایج حاصل از اجرای دستورهای مربوطه در نرم‌افزار R خروجی زیر به‌دست آمد.

```
Series: Iran
ARIMA(1,2,1)

Coefficients:
      ar1      ma1
    0.0187 -0.9551
s.e.  0.0391  0.0163

sigma^2 estimated as 321.3:  log likelihood=-3397.99
AIC=6801.98  AICc=6802.01  BIC=6815.99

Training set error measures:
      ME      RMSE      MAE      MPE      MAPE      MASE      ACF1
Training set 0.3118571 17.94667 12.06867 0.001243247 0.04520188 1.243381 -0.003817029
```

مطابق با این خروجی، با در نظر گرفتن معیارهایی مانند ME، RMSE، MAE، MPE، MAPE، MASE بهترین مدل پیشنهادشده، مدل ARIMA(1,2,1) است. البته براساس خروجی، ضریب برآورد شده برای بخش اتورگرسیو دارای خطای معیار نسبتاً بزرگی است که دقت این برآوردگر را زیر سؤال می‌برد.

برای استفاده از روش SSA گام نخست، مشخص کردن پارامترهای L و r است. برای تعیین این پارامترها تاکنون از لحاظ ریاضی نشان داده نشده است که چگونه می‌توان بهترین مقادیر را برای آنها مشخص کرد. البته در بسیاری از مطالعه‌های صورت گرفته در این خصوص توصیه شده است که برای هموارسازی، مقدار پارامتر L هر چه بزرگتر باشد بهتر است (محمودوند و همکاران، ۲۰۱۵)؛ اما در حالت کلی برای پیش‌بینی هیچ قاعده کلی وجود ندارد. البته گولیندینا و همکاران (۲۰۰۱) توصیه کرده‌اند که اگر در سری تحت مطالعه تغییرات دوره‌ای مشخصی وجود داشته باشد بهتر است مقدار L مضربی از دوره باشد. رویکرد دیگر، در نظر گرفتن برخی از معیارهای خطا و یافتن مقادیری از پارامتر L است که این معیارها را کمینه کند. اگرچه محمودوند و همکاران (۲۰۱۳) با توجه به شبیه‌سازی نشان داده‌اند که

مقادیر پارامترهایی که بهترین برازش را به داده‌های موجود دارند لزوماً بهترین پیش‌بینی را فراهم نمی‌کنند.

برای تعیین پارامتر  $r$  می‌توان از سهمی که مؤلفه‌ها از کل تغییرات سری دارند استفاده کرد. به‌عنوان مثال برای مقدار  $L=10$  نمودار شکل ۲ لگاریتم مقادیر تکین ماتریس مسیر را برای سری نرخ ارز روزانه نشان می‌دهد. بر این اساس پیشنهاد می‌شود که سه ویژه بردار ابتدایی که سهم قابل توجهی از کل تغییرات را پوشش می‌دهند (حدود ۹۹/۵ درصد) برای بازسازی سری به کار گرفته شود. سری برازش یافته با استفاده از مدل  $ARIMA(1,2,1)$  و مدل  $SSA$  برای ۶۰ مشاهده آخر سری در شکل ۲ نمایش داده شده است. اگرچه برازش هر دو مدل به نظر مطلوب است اما توجه دقیق‌تر به نمودار نشان می‌دهد که برازش حاصل از مدل  $SSA$  بسیار دقیق‌تر از مدل  $ARIMA(1,2,1)$  است. برای پیش‌بینی به‌ترتیب پیش‌بینی مقادیر ۱، ۶ و ۶۰ روز جلوتر را در نظر می‌گیریم. به‌منظور مقایسه عملی دو مدل، داده‌ها را به سه قسمت تقسیم کرده‌ایم:

قسمت اول: مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_{T_1}]$  برای مدل‌سازی استفاده شده است.

قسمت دوم: مشاهده‌های  $[y_{T_1+1}, \dots, y_{T_2}]$  برای بررسی و بهینه‌سازی مدل به کار گرفته شده است

و در نهایت؛

قسمت سوم: مشاهده‌های  $[y_{T_2+1}, \dots, y_T]$  را مبنای بررسی اعتبار و مقایسه مدل‌ها قرار داده‌ایم.

برای توضیح دقیق‌تر نحوه انجام محاسبات را برای پیش‌بینی یک روز آینده شرح می‌دهیم.

با استفاده از مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_{770}]$  مقدار ۷۷۱ امین مشاهده را پیش‌بینی می‌کنیم و خطای

آن را محاسبه می‌کنیم. سپس داده‌های  $[y_1, \dots, y_{771}]$  را در نظر گرفته و مقدار ۷۷۲ امین مشاهده

را پیش‌بینی و خطای آن را محاسبه می‌کنیم. همین کار را تا پیش‌بینی مقدار ۷۸۰ امین مشاهده بر

اساس مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_{779}]$  انجام می‌دهیم. به این ترتیب می‌توانیم ۱۰ خطای پیش‌بینی برای

پیش‌بینی‌های یک روز جلوتر به‌دست آوریم. میانگین توان دوم این ده مقدار خطا برآوردی از  $MSE$

است. حال با نوشتن یک تابع برای انجام این محاسبه مدل  $SSA$  را به‌گونه‌ای برازش می‌دهیم که این

معیار را مینیمم کند. اکنون بر اساس مدل به‌دست‌آمده از مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_{780}]$  استفاده کرده

و مقدار مشاهده ۷۸۱ ام را پیش‌بینی می‌کنیم. سپس بر اساس مشاهده‌های  $[y_1, \dots, y_{781}]$  مقدار

پیش‌بینی مشاهده ۷۸۲ را به‌دست آورده و همین کار را تا به‌دست آوردن پیش‌بینی مشاهده ۷۹۱ ام که

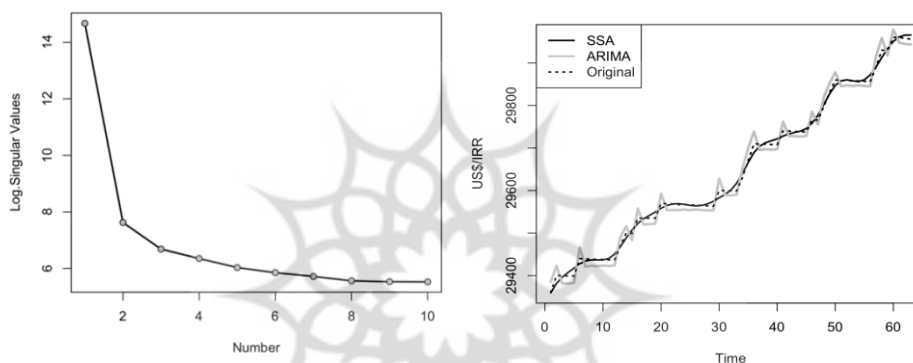
آخرین مشاهده است انجام می‌دهیم. اکنون بر اساس این ۱۱ پیش‌بینی مقدار  $MSE$  را محاسبه

می‌کنیم. با این شرح مقدار  $MSE$  برای پیش‌بینی یک گام جلوتر از فرمول زیر محاسبه شده است:

$$MSE = \frac{1}{11} \sum_{t=1}^{11} (\hat{y}_{780+t} - y_{780+t})^2$$

که در این فرمول  $\hat{y}_{780+t}$  مقادیر پیش‌بینی را نشان می‌دهد. توجه کنید که این مقدار مربوط به خطای خارج از نمونه است. در مورد خطای داخل نمونه در هر بار مدل‌سازی، مقادیر به‌دست‌آمده از برازش مدل را با مقادیر قسمت اول مقایسه کنیم.

نتایج مربوط به دقت مدل‌سازی و پیش‌بینی در جدول ۲ ارائه شده است. همان‌طور که در این جدول ملاحظه می‌شود، روش SSA قادر است بهبود قابل‌توجهی هم در قسمت داخل نمونه و هم در پیش‌بینی مشاهده‌های آتی نسبت به مدل ARIMA، برحسب معیار MSE، فراهم کند.



شکل ۱: نمودار سمت چپ: لگاریتم مقادیر تکین ماتریس مسیبر؛ نمودار سمت راست: مقایسه برازش حاصل از مدل‌های SSA و ARIMA برای مقادیر دو ماه آخر سری

جدول ۲: مقایسه توانایی مدل SSA و مدل ARIMA در برازش و پیش‌بینی نرخ ارز روزانه بر اساس معیار MSE

درصد بهبودی توسط مدل SSA نسبت به ARIMA		خطای درون نمونه‌ای		خطای برون نمونه‌ای		گام پیش‌بینی
برای هموارسازی	برای پیش‌بینی	ARIMA	SSA	ARIMA	SSA	
۲۶	۸۶	۲۰۰/۶۱	۱۴۸/۹۱	۳۲۲/۵۹	۴۴/۷۰	۱
۱۹	۴۴	۳۲۲/۲۱	۲۶۱/۰۲	۱۲۰۲/۴۶	۶۷۰/۲۰	۶
۹۹	۶	۳۲۶/۱۱	۱/۶۹	۲۳۳۷۵۵/۲	۲۲۰۶۴۳/۱	۶۰

## نتیجه‌گیری

در این مقاله کارایی استفاده از روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین (SSA) برای پیش‌بینی نرخ ارز روزانه در مقابل مدل ARIMA مورد بررسی قرار گرفت. به این منظور نرخ دلار به ریال در بازه تیرماه ۱۳۹۲ تا شهریورماه ۱۳۹۴ به صورت روزانه در نظر گرفته شد و پیش‌بینی‌های کوتاه‌مدت و بلندمدت به دست آمده از دو مدل با یکدیگر مقایسه شدند. با توجه به نتایج عددی به دست آمده از این مدل‌ها و بر اساس معیار MSE روش SSA نشان داده که می‌تواند به عنوان یک مدل رقیب برای پیش‌بینی نرخ ارز مورد استفاده قرار بگیرد. میزان بهبود به دست آمده بر اساس روش SSA در مقایسه با مدل ARIMA در بخش پیش‌بینی بین ۶ تا ۸۶ درصد و در قسمت هموارسازی بین ۱۹ تا ۹۹ درصد را نشان می‌دهد. توجه داریم که SSA در بین کلاس روش‌های خطی و غیرخطی به مدل‌سازی می‌پردازد و به همین جهت توانایی مقابله با مدل‌هایی از هر دو نوع خطی و غیرخطی را داراست.

قابل ذکر است که امکان استفاده از این روش برای پیش‌بینی و مدل‌سازی سایر متغیرهای اقتصادی نیز می‌تواند در پژوهش‌های بعدی مورد مطالعه قرار بگیرد. علاوه بر این ویرایش‌های دیگری از پیش‌بینی با استفاده از SSA در ادبیات این حوزه معرفی شده است که می‌توان توانمندی آنها را نیز در پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی مورد ارزیابی قرار داد. به عنوان مثال الگوریتم برداری و الگوریتم‌های چند متغیره پیش‌بینی از جمله مواردی هستند که می‌توان در پژوهش‌های بعدی از آنها استفاده کرده و نتایج آنها را با سایر مدل‌های رقیب مقایسه کرد. نکته دیگری که درباره استفاده از این روش (و سایر روش‌ها) مطرح است مربوط به محاسبه مقدار MSE مربوط به پیش‌بینی‌هاست که در برخی از پژوهش‌ها به اشتباه محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن این مقدار علاوه بر روش پیشنهاد شده در این پژوهش، می‌توان از بوت‌استرپ نیز استفاده کرد؛ بنابراین استفاده از روش SSA بر مبنای بوت‌استرپ از دیگر رویکردهایی است که می‌تواند در تحقیق‌های بعدی مورد مطالعه قرار بگیرد.

## منابع

- پیرایی، خسرو و کوروش پسندیده، حسین (۱۳۸۱): مطالعه تجربی رابطه بین نرخ ارز و تورم در ایران، پژوهشنامه علوم انسانی و اجتماعی، شماره ۴، ۶۱-۸۱.
- توکلی، اکبر و سیاح، محسن (۱۳۸۹): تأثیر نوسانات نرخ ارز بر فعالیت‌های اقتصادی کشور، فصلنامه پول و اقتصاد، شماره ۴، ۷۷-۵۹.
- جعفری صمیمی، احمد و بالونژادنوری، روزبه (۱۳۹۴): آزمون وجود حباب عقلایی قیمت در بازار ارز ایران: کاربردی از آزمون‌های ریشه واحد زنجیره‌ای؛ فصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، شماره ۱۵، ۱-۲۰.
- جلایی اسفندآبادی، سیدعبدالمجید؛ حسینی، سیدجعفر و نظام‌آبادی پور، حسین (۱۳۹۱): بررسی جهش پولی نرخ ارز و پیش‌بینی آن با شبکه‌های عصبی مصنوعی در ایران، پژوهشنامه اقتصاد کلان، شماره ۱۴، ۳۵-۶۰.
- خداویسی، حسن و وفامند، علی (۱۳۹۲): مقایسه پیش‌بینی نرخ ارز بر اساس مدل‌های غیرخطی STAR و مدل‌های رقیب، فصلنامه مدل‌سازی اقتصادی، شماره ۲۳، ۸۵-۱۰۳.
- زمان‌زاده، حمید (۱۳۸۹): مدیریت نرخ ارز در اقتصاد ایران؛ تازه‌های اقتصاد، شماره ۱۳۰، ۴۱-۴۸.
- غفاری، هادی؛ چنگی‌آشتیانی، علی و جلولی، مهدی (۱۳۹۲): بررسی اثر افزایش نرخ ارز بر متغیرهای عمده اقتصاد کلان ایران در چهارچوب یک الگوی اقتصاد سنجی کلان ساختاری، فصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، شماره ۸، ۹۱-۱۱۳.
- شیرازی، همایون و نصراللهی، خدیجه (۱۳۹۲): مدل‌های پولی و پیش‌بینی نرخ ارز در ایران: از تئوری تا شواهد تجربی؛ فصلنامه سیاست‌های مالی و اقتصادی، شماره ۴، ۵-۲۴.
- طاهری، حامد و صارم صفاری، میلاد (۱۳۹۰): بررسی رابطه بین نرخ ارز و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران: با استفاده از رویکرد ARDL؛ فصلنامه روند پژوهش‌های اقتصادی، شماره ۶۰، ۶۳-۸۰.
- محمودوند، رحیم (۱۳۹۱): گسترش برخی از مبانی نظری روش تحلیل مجموعه‌ی مقادیر تکین؛ رساله دکتری آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
- نجاری، نادر (۱۳۹۰): مقدمه‌ای بر تحلیل تکینی طیفی و کاربردهای آن (۱۳۹۰): پایان‌نامه کارشناسی ارشد آمار، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه شهید بهشتی.
- ورتاییان کاشانی، هادی (۱۳۹۲): تحلیل منشأ نوسانات نرخ ارز طی سال‌های ۱۳۸۹-۱۳۹۱، فصلنامه سیاست‌های مالی و اقتصادی، شماره ۴، ۱۳۱-۱۵۴.
- یزدانی، مهدی و قشلاقی زارع، سمیه (۱۳۹۵): ارزیابی اثر نکانه‌های نرخ ارز بر تورم در اقتصاد ایران طی دوره فصلی ۱۳۷۹-۱۳۹۱، فصلنامه علمی- پژوهشی مطالعات اقتصادی کاربردی ایران، شماره ۱۷، ۱۷۱-۱۹۱.
- Alexandrov, T. (2009); A Method of Trend Extraction Using Singular Spectrum Analysis; Statistical Journal, Vol. 7, No. 1, 1-22.
- Beneki, C. and Yarmohammadi, M. (2014); Forecasting exchange rates: An optimal approach; Journal of Systems Science and Complexity, Vol. 27, No. 1, 21-28.
- Box, G.E.P. and Draper, N.P. (1987); Empirical Model-Building and Response Surfaces; John Wiley & Sons, New York.
- Della Corte, P.; Sarno, L. and Tsiakas, L. (2011); Spot and forward volatility in foreign exchange; Journal of Financial Economics, Vol. 100, 496-513.

- Ghods, M. and Yarmohammadi, M. (2014); Exchange rate forecasting with optimum singular spectrum analysis; *Journal of Systems Science and Complexity*, Vol. 27, No. 1, 47-55.
- Golyandina, N.; Nekrutkin, V. and Zhigljavsky, A. (2001); *Analysis of Time Series Structure: SSA and related technique*; Chapman and Hall/CRC, New York - London.
- Hassani, H.; Soofi, A. and Zhigljavsky, A. (2009); Predicting Daily Exchange Rate with Singular Spectrum Analysis; *Nonlinear Analysis: Real World Applications*, Vol. 11, 2023-2034.
- Hassani, H.; Mahmoudvand, R. and Yarmohammadi, M. (2010); "Filtering and Denosing in Linear Regression Analysis"; *Fluctuation and Noise Letters*, Vol. 9, No. 4, 343-353.
- Janetzko, D. (2014); Using Twitter to Model the ERO/USD Exchange rate; arXiv preprint arXiv:1402-1624.
- Mahmoudvand, R.; Alhosseini, F. and Rodrigues, P.C. (2015); Forecasting Mortality Rate by Singular Spectrum Analysis; *RevStat-Statistical Journal*, Vol. 13, No. 3, 193-206.
- Mahmoudvand, R.; Najari, N. and Zokaei, M. (2013); On the Parameters for Reconstruction and Forecasting in the Singular Spectrum Analysis; *Communication in Statistics: Simulations and Computations*, Vol. 42, 860-870.
- Mahmoudvand, R. and Rodrigues, P.C. (2016); Missing value imputation in time series using Singular Spectrum Analysis; *International Journal of Energy and Statistics*, Accepted.
- Mohammad, Y. and Nishida, T. (2011); On comparing SSA-based change point discovery algorithms. *IEEE SII*, 938-945.
- Plakanadaras, V. (2015); Forecasting Financial Time Series with Machin Learning Techniques; Ph.D. Thesis, Department of Economics, Democritus University of Thrace, Greece.
- Rodrigues, P.C. and De Carvalho, M. (2013); Spectral modeling of time series with missing data; *Applied Mathematical Modeling*, 37, 4676-4684.

## Exchange Rate Prediction Using Singular Spectrum Analysis

Masoud Yarmohammadi<sup>1</sup> and Rahim Mahmoudvand<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Associate Professor of Statistics, Payame Noor University

<sup>2</sup>Assistant Professor of Statistics, Bu-Ali Sina University

### Abstract

The effects of foreign exchange rates on economic variables in every countries show the importance of modeling and prediction of exchange rates. In this paper, singular spectrum analysis (SSA), which is a non-parametric technique for time series analysis, are used for modeling and predicting daily exchange rate US dollar when compares with Iranian Rials (USD/IRR) during June 2013 to Sep. 2015. ARIMA model is used as a benchmark to assess the performance of SSA. In order to find the best ARIMA model, R package auto.arima is used. In addition, errors in sample and out of samples for short, medium and long term forecasts are considered to compare the capabilities of models with together. Results indicate that SSA is able to be used for modeling exchange rate data.

**Keywords:** Time series, Singular Spectrum Analysis, Exchange rates, ARIMA model.

**JEL:** C14, C22, C53, F31.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
رتال جامع علوم انسانی