



## پیش‌بینی نوسان شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران از طریق مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی

زهرا نصیری

دانشجوی دکتری حسابداری، دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران

دکتر فاطمه صراف<sup>۱</sup>

استادیار گروه حسابداری، دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران

دکتر محمدرضا تنهایی

استاد تمام گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه، تهران، ایران

دکتر قدرت الله امام وردی

استادیار گروه علوم اقتصادی، دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز، تهران، ایران

دکتر علی نجفی مقدم

استادیار گروه حسابداری، دانشکده اقتصاد و حسابداری دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب، تهران، ایران

(تاریخ دریافت: ۲۷ آذر ۱۴۰۰؛ تاریخ پذیرش: ۳۱ مرداد ۱۴۰۱)

پیش‌بینی نوسان همواره یکی از مسایل بسیار مهم در بازارهای مالی محسوب می‌شود و توجه بسیاری از محققان دانشگاهی و فعالان و سرمایه‌گذاران بازارهای مالی و سرمایه را در چند دهه گذشته به خود جلب کرده است. در پژوهش حاضر به پیش‌بینی نوسان شاخص کل و شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی پرداخته شد. داده‌های ماهانه بازده لگاریتمی شاخص کل و شاخص بازده نقدی و قیمت طی بازه زمانی فروردین ۱۳۹۰ الی اسفند ۱۳۹۹ به صورت سری زمانی جمع‌آوری و محاسبه شد. این تحقیق از لحاظ هدف، کاربردی و به لحاظ ماهیت جزء مطالعات توصیفی-تحلیلی است. به منظور اجرای مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی از تابع چگالی احتمالی و تابع فوکرپلانک استفاده و نتایج پیش‌بینی‌ها با مدل تصادفی حرکت براونی هندسی نیز مقایسه شد. در مجموع شش فرضیه براساس معیار نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا مورد بررسی قرار گرفت. نتایج فرضیه‌ها نشان داد که در شاخص کل بورس اوراق بهادار، مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برای دوره‌های زمانی کوتاه‌مدت (۲۴ ماهه)، میان‌مدت (۴۸ الی ۷۲ ماهه) و بلندمدت (۹۶ لغایت ۱۲۰ ماهه) نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از دقت بالاتری در پیش‌بینی نوسانات برخوردار است. اما در شاخص بازده نقدی و قیمت این کارآمدی تنها در طول دوره‌های کوتاه‌مدت ۲۴ ماهه و میان‌مدت ۴۸ لغایت ۷۲ ماهه مشاهده شد و برای دوره بلندمدت ۹۶ لغایت ۱۲۰ ماهه نمی‌توان، مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی را رویکرد مناسبی برای پیش‌بینی نوسانات دانست.

**واژه‌های کلیدی:** کوانتوم مالی، نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی، براونی هندسی، اقتصاد فیزیک و بازار سهام.

<sup>1</sup> aznyobe@yahoo.com

## مقدمه

امروزه بازار سرمایه و به تبع آن سرمایه‌گذاری در بورس، به کانون توجه بسیاری از فعالان اقتصادی تبدیل شده است. در این راستا سرمایه‌گذاران و سهام‌داران به منظور نیل به اهداف از پیش تعیین شده و کسب بالاترین بازده سرمایه‌گذاری خود، به دنبال پیش‌بینی قیمت سهام می‌باشند. بازارهای اوراق بهادار، نقش بسیار مهمی را در فرایند رشد و توسعه اقتصادی به واسطه تسهیل و انتقال وجوه از پس‌اندازکنندگان به سرمایه‌گذاران، بازی می‌کنند. تلاطم بازارهای اوراق بهادار فعالیت صحیح سیستم‌های مالی را تخریب نموده و به صورت نامناسبی بر عملکرد اقتصادی اثر می‌گذارد [۴]. از این رو پیش‌بینی شرایط آینده همواره یکی از چالش‌های مهم سرمایه‌گذاران بوده و افراد در تلاش هستند با آگاهی یافتن از شرایطی که در آینده پیش خواهد آمد خود را برای رویارویی با آن مهیا کند [۲].

یکی از رویکردهایی که در دو دهه اخیر علاقه‌ندان به بررسی نوسانات بازار سهام در مطالعات خود بر آن تمرکز کرده‌اند، رویکرد اقتصاد فیزیک بوده است. متخصصان اقتصاد فیزیک در راستای درک رفتار بازارهای مالی از نقطه نظر علمی در تلاش برای پاسخ‌گویی به پرسش‌های اقتصادی در زمینه نوسانات و رفتارهای تصادفی در بازار سهام برآمده‌اند. اقتصاد فیزیک به عنوان علم بین رشته‌ای برای رفع مسائل و مشکلات بازارهای سرمایه، به دنبال ایفای نقش می‌باشد [۱]. بطور کلی هدف محققان در اقتصاد فیزیک آن است تا بتوانند به کمک مدل‌هایی که جنبه تصادفی و پویایی غیرخطی دارند مشکلات اقتصادی بازارهای مالی کشورها را به لحاظ نظری و عملی برطرف سازند [۱۵]. در سال‌های اخیر برخی از فیزیک‌دانان دریافته‌اند که چند مدل فیزیک آماری می‌تواند برای توصیف پیچیدگی بازارهای مالی استفاده شود. امروزه اکثر نظریه‌های فیزیک اقتصادی بر اساس فیزیک آماری ایجاد می‌شود. کوانتوم یکی از مهم‌ترین نظریه‌های فیزیک معاصر است [۱۳]. از آن‌جا که پدیده‌های بازار حاصل فعل و انفعالات عوامل متعددی می‌باشد، از این رو ممکن است بتوان شباهت زیادی بین مکانیک آماری<sup>۱</sup> که در آن کنش‌های ذرات بر یکدیگر را مورد مطالعه قرار می‌گیرد و اقتصاد بازار یافت. بنابراین، فیزیک‌دانان به این نتیجه رسیده‌اند که شاید بتوان پدیده‌های موجود در بازار و فعل و انفعالات بین آن‌ها را با استفاده از مدل‌های متداول در علم فیزیک توضیح داد. در این تفکر، بازار یک سیستم پیچیده تلقی می‌شود که محقق به دنبال یافتن قوانین تجربی است که بتواند رفتار آن را توضیح دهد. از جمله بازارهایی که موردعلاقه فیزیک‌دانان قرار گرفت، بازار سرمایه می‌باشد [۸]. از این رو، مطالعه حاضر به دنبال یافتن پاسخ این پرسش است که آیا مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی قادر به پیش‌بینی تغییرات و نوسانات شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران است؟

## مبانی نظری و پیشینه تحقیق

اصطلاح پیش‌بینی همان‌طور که از مفهوم آن استنباط می‌شود، ناظر بر آینده و مسائل و رویدادهای مربوط به آن است. پیش‌بینی پایه و شالوده و تصمیم‌گیری استراتژیک و تاکتیکی بوده و موثر بر رقابت می‌باشد.

<sup>۱</sup> Statistical Mechanics.

پیش‌بینی شاخص بورس اوراق بهادار همواره از دغدغه‌های سرمایه‌گذاران در بازار سرمایه بوده است. در دهه‌های گذشته، مهم‌ترین نکته‌ای که توجه بسیاری از متخصصان و فعالان در بازارهای مالی را متوجه خود کرده است، پیش‌بینی نوسان قیمت سهام است. از آن‌جا که نوسان در این بازار به عنوان یکی از متغیرهای مهم در زمینه تصمیمات سرمایه‌گذاری، قیمت‌گذاری اوراق بهادار و مشتقه‌ها، مدیریت ریسک، تدوین مقررات سیاست‌گذاری پولی است، پس اهمیت و ضرورت پرداختن به آن نیز امری ملموس خواهد بود و تاثیری شگرف در اقتصاد کشورها، از طریق ایجاد یا کاهش اطمینان و اعتماد عمومی را خواهد داشت [۹]. نوسان اندازه‌گیری محدوده قیمت دارایی از سطح متوسط، برای یک بازه‌ی زمانی ثابت می‌باشد که آگاهی داشتن از آن، اطلاعات مفیدی از ارزش سهام به سرمایه‌گذاران خواهد داد و آن‌ها را به سمت اتخاذ تصمیمات درست سوق خواهد داد [۱۰].

امروزه رویکردهای مختلفی برای پیش‌بینی نوسان سهام مورد استفاده قرار می‌گیرد. اما یکی از رویکردهای نوینی که اخیراً توجه محققان دانشگاهی و فعالان بازار سرمایه را به خود جلب نموده، رویکرد اقتصاد فیزیک است. اصطلاح "اقتصاد فیزیک" یا فیزیک مالی نخستین بار توسط هری یوجین استنلی در سال ۱۹۹۵ در کنفرانس فیزیک آماری در کلکته ارائه شد اما این اصطلاح به‌طور رسمی در سال ۱۹۹۶ در نشریه فیزیکا-ای<sup>۱</sup> ظاهر شد. اقتصاد فیزیک یا فیزیک مالی مبحثی بین‌رشته‌ای است که از مباحث کاربردی فیزیک مانند فیزیک آماری و دینامیک غیرخطی در پاسخ‌گویی به پرسش‌های اقتصادی و مالی مانند مدل‌سازی اقتصاد کلان و تحلیل بازارهای سرمایه استفاده می‌کند [۲۰]. گرچه مکانیک کوانتومی برای توصیف دنیای اتمی ابداع شد و به نظر می‌رسد که با دنیای تجارت روزمره فاصله زیادی خواهد داشت ولی تاثیر آن در زندگی امروزی بدون شک فوق‌العاده است. در مکانیک کوانتوم، هیچ یک از وضعیت‌های ذره جنبه قطعی ندارد، برای تبیین وضعیت‌های کوانتومی از یک مفهوم ریاضی موسوم به «تابع موج» استفاده می‌شود [۱]. در کوانتوم مالی ابزارهای مالی پویا مانند نرخ ارز، شاخص‌های مالی و ارزش‌های رمزنگاری شده، بازارهای مالی جهانی را به عنوان ذرات کوانتوم مالی در مدل دوگانگی ذره-موج تعریف می‌کنند. اهمیت حرکات و پویایی این ذرات مالی کوانتومی منوط به زمینه‌های انرژی کوانتومی ذاتی آن‌ها است که اصطلاحاً به آن‌ها میدان‌های کوانتومی گفته می‌شود و به‌عنوان سطح قیمت کوانتوم در بازارهای مالی ظاهر می‌شوند. آن‌ها شبیه ذرات کوانتومی هستند که تحت تأثیر سطح انرژی خود و میدان انرژی تولید شده توسط سایر ذرات کوانتومی همسایه خود قرار دارند. به عبارت دیگر، یکی از مهم‌ترین اهداف تئوری کوانتوم مالی، ایجاد یک مدل مالی کوانتومی موثر و منطقی است و به سرمایه‌گذاران و فعالان بازار سرمایه کمک کند تا با استفاده از مکانیک کوانتوم و نظریه‌های میدان کوانتوم، تمامی سطوح قیمت کوانتوم در بازارهای مالی جهانی را شناسایی کنند [۲۱]. لوپزدی پرادو<sup>۲</sup> (۲۰۱۶)، پنج دلیل را برای ضرورت محاسبات کوانتومی آینده برای مدیران سرمایه‌گذاری، تحلیل‌گران و معامله‌گران

<sup>1</sup> Physica A

<sup>2</sup> Lopez de Prado.

بیان نمود. اول اینکه محاسبات کوانتومی می‌تواند به معامله‌گران، تحلیل‌گران و شرکت‌های آن‌ها کمک کند تا بر چالش‌های تحقیق مالی غلبه کنند. دوم محاسبات کوانتومی تمام راه‌حل‌های ممکن را به‌طور هم‌زمان ارزیابی می‌کنند. سوم محاسبات کوانتومی جهان را به‌عنوان یک ابزار محاسباتی اداره و از فیزیک برای حل مشکلات ریاضی استفاده می‌نمایند. چهارم محاسبات کوانتومی مشکلات مالی که قبلاً غیرقابل حل بود را حل می‌کند. پنجم مربوط برای مدیران سرمایه‌گذاری، تحلیل‌گران و معامله‌گران است [۱۴]. بورس یک پدیده زنده، پویا و منحصربه‌فرد است، به همین دلیل نمی‌توان از الگوی سایر کشورها برای حل مسائل بورس و سرمایه‌گذاری در کشور استفاده کرد. در ذات پدیده‌های کوانتومی یکتا بودن بیش از هر چیزی نمود می‌کند. بورس یک پدیده یکپارچه و سیستمی پیچیده است، بنابراین بررسی متغیرهای آن به‌صورت جداگانه و بدون لحاظ کردن اثر سایر پارامترها، خطای نتیجه‌گیری برای تصمیم‌گیری‌های اقتصادی در این حوزه را بالا می‌برد؛ بنابراین مدل‌های خطی برای تحلیل و شناخت کامل مسائل اقتصاد بورس جوابگو نیست [۸]. درحالی‌که فیزیک آماری و سیستم‌های پیچیده آن از جمله کوانتوم مالی به‌جرت یکی از قدرتمندترین ابزار در تحلیل رفتارهای بازار و پیش‌بینی قیمت‌هاست. مزیت مدل‌های کوانتومی نسبت به مدل‌های سنتی، این است که آن‌ها اغلب، اثر شرایط بازار روی بازده سهام را بهتر توصیف می‌کنند و این توصیف بهتر، منجر به مدل‌سازی بسیار دقیق‌تر می‌شود [۱۲]. از این‌رو با توجه به اهمیت مطرح شده در خصوص مدل‌های کوانتوم مالی در پیش‌بینی نوسانات بورس و شاخص‌های آن، هدف پژوهش حاضر پیش‌بینی نوسان شاخص کل و شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران با کمک مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی و مقایسه کارآمدی آن در پیش‌بینی نوسان با مدل حرکت براونی هندسی است. بر این اساس، سایر اهداف فرعی مطالعه حاضر عبارتند از:

- مقایسه دقت مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی با مدل حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی نوسان شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.
  - مقایسه دقت مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی با مدل حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی نوسان شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران.
- با توجه به اهداف مطرح شده، فرضیه‌های تحقیق به صورت زیر مطرح می‌شوند:
۱. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان کوتاه مدت (۲۴ ماهه) شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.
  ۲. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان میان مدت (۴۸ الی ۷۲ ماهه) شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.
  ۳. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان بلندمدت (۹۶ الی ۱۲۰ ماهه) شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.
  ۴. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان کوتاه مدت (۲۴ ماهه) شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.

۵. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان میان مدت (۴۸ الی ۷۲ ماهه) شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.

۶. مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی از دقت بیشتری در پیش‌بینی نوسان بلندمدت (۹۶ الی ۱۲۰ ماهه) شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران برخوردار است.

#### مروری بر پیشینه تحقیق

ژانگ و هانگ<sup>۱</sup> [۲۲]، در مطالعه خود ابتدا با چند فرضیه پایه مکانیک کوانتومی، یک مدل کوانتومی جدید در فیزیک اقتصادی ارائه نمودند. در این مدل، توابع موج و عملگرهای بازار سهام را برای ایجاد معادله شرودینگر برای قیمت سهام تعریف کردند. نستاسوک<sup>۲</sup> [۱۷]، در تحقیق خود تابع توزیع احتمال را برای قیمت در بازارهای مالی با اکسترم‌سازی اطلاعات فیشر به‌دست آورد و نتایج پژوهش او نشان داد چگونه در آن مبنای توصیف شبه کوانتومی برای بازارهای مالی به وجود می‌آید. منگ<sup>۳</sup> و همکاران [۱۶]، رفتارهای سهام را در بازارهای سهام با قیمت روزانه محدود با پیشنهاد یک مدل هماهنگ متناوب-فضایی کوانتومی بررسی کردند. قیمت سهام به‌صورت نوسان و سقوط در یک پتانسیل نوسان‌گر هارمونیک فضایی کوانتومی به دست آمد. یک رابطه غیرخطی پیچیده از قبیل همبستگی مثبت درون بانندی و همبستگی منفی میان بانندی بین فراریت و حجم مبادله یک سهام از نظر عددی با ساختار بانندی انرژی مدل به دست آمد. آهن و همکاران<sup>۴</sup> [۱۲]، یک نوسان‌گر هارمونیک کوانتومی را به عنوان یک مدل برای نیروی بازار پیشنهاد دادند، که تغییرات بازده سهام از نوسانات کوتاه‌مدت تا تعادل بلندمدت را ترسیم می‌کند، تجزیه و تحلیل تمام شاخص‌های سهام بورس اوراق بهادار مالی تایمز نشان داد که مدل آن‌ها در مقایسه با مدل‌های فرآیند تصادفی سنتی، مانند حرکت هندسی براونی و مدل هیستون، دارای اشتباهات کوچک‌تر و آماره بهتر است. اهوادو و اوگان‌فیدیتیمی<sup>۵</sup> [۱۸]، به بررسی نظریه مالی کوانتومی در بورس سهام نیجریه پرداختند. به همین منظور معادله موج وابسته به زمان شرودینگر برای نوسان‌گر هماهنگ برای مدل‌سازی حرکت سهام در یک بازار سهام باقیمت روزانه محدود استفاده شد. این تحقیق، پیشرفتی نسبت به روش‌های محاسباتی قبلی بود در نهایت اراس و همکاران<sup>۶</sup> [۱۹]، در مورد این موضوع بحث کردند که چطور محاسبات کوانتومی را می‌توان بر مسائل مالی اعمال کرد و مرور کلی از روش‌های فعلی و چشم‌اندازهای

<sup>1</sup> Zhang and Huang

<sup>2</sup> Nastasiuk.

<sup>3</sup> Meng et al.

<sup>4</sup> Ahn et al.

<sup>5</sup> Ohwadia & Ogunfiditimi.

<sup>6</sup> Orus et al.

بالمقوه را ارائه نمودند. آن‌ها الگوریتم‌های بهینه کوانتومی را مرور و بررسی کردند که چطور از گداخت‌های کوانتومی می‌توان برای بهینه‌سازی پرتفوی‌ها و پیدا کردن فرصت‌های معاملاتی و انجام رتبه‌بندی اعتباری استفاده کرد.

فدایی نژاد و حسن نژاد [۶]، از مدل‌های میانگین متحرک **MA** و میانگین متحرک با ورودی‌های خارجی **MAX** جهت پیش‌بینی بازده بورس اوراق بهادار تهران استفاده گردید. پس از تخمین مدل‌های مذکور و تایید قدرت تصریح آنها از طریق بکارگیری آزمون‌های تشخیصی، بازده بورس اوراق بهادار تهران برای چهار دوره آتی پیش‌بینی گردید. نتیجه نهایی موید برتری مدل **MAX** بر مدل **MA** بود. نیسی و پیمانی [۱۱] به مدل‌سازی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی هستون پرداختند. سرانجام برای سنجش توانایی این مدل در ورطه عمل، ارزش در معرض خطر شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران مبتنی بر شبیه‌سازی مونت کارلو براساس مدل هستون محاسبه شده و با فرآیند تصادفی حرکت براونی هندسی مورد مقایسه قرار گرفته که نتایج این مقایسه حاکی از عملکرد نسبی بهتر مدل هستون است. بهجت و همکاران [۱] در چارچوب مکانیک کوانتوم از مدل نوسان‌گر غیرکلاسیک به تجزیه و تحلیل نوسان‌های بازار سهام در ایران پرداختند. نتایج حاکی از این حقیقت بود که افزایش سطح اطلاعات می‌تواند منجر به تعدیل سریع‌تر قیمت و کاهش دامنه پیشنهادی قیمت خرید و فروش سهام گردد. به عبارت دیگر با افزایش سطح انرژی و کاهش عدم تقارن اطلاعاتی می‌توان انتظار داشت سرعت جذب اخبار در بازار کاهش یافته و انجام معاملات و نقدشوندگی سهام افزایش یابد. دولو و ورزیده [۳]، به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که مدل حرکت براونی هندسی قادر است تا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را در افق زمانی ۱ روزه با صحت بالا پیش‌بینی کند.

همان‌گونه که مرور مطالعات داخلی نشان می‌دهد، عموماً به منظور بررسی نوسانات و تغییرات شاخص‌های مختلف بورس اوراق بهادار تهران از مدل‌های ریاضی و آماری استفاده و نیز در پیش‌بینی نوسانات از رویکرد شبکه عصبی مصنوعی به عنوان یک ابزار نوین، بهره گرفته شده است، در حالی که ادبیات بازار سرمایه ایران درخصوص بکارگیری از کوانتوم مالی در حوزه پیش‌بینی نوسانات قیمت سهام با خلاء مواجه است.

### روش پژوهش

از آنجایی که هدف پژوهش حاضر کمک به سرمایه‌گذاران و فعالان بازار سرمایه در پیش‌بینی شاخص‌های بورس با رویکرد کوانتوم مالی است، در نتیجه این تحقیق از لحاظ هدف، کاربردی محسوب می‌گردد. هم‌چنین به لحاظ ماهیت تحقیق، مطالعه حاضر را می‌توان جزء مطالعات توصیفی - تحلیلی دانست. جامعه آماری تحقیق شامل اسناد مربوط به شاخص‌های کل و بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران است که بصورت ماهانه از ابتدای سال ۱۳۹۰ تا پایان ۱۳۹۹ جمع‌آوری شده است. از آنجایی که هدف تحقیق حاضر بررسی توانایی مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسان شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران است، لذا در این پژوهش از طریق رویکرد مطالعاتی اهن و همکاران [۱۲] استفاده شد،

همچنین توانایی مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی با مدل حرکت براونی هندسی مقایسه می‌شود تا قدرت پیش‌بینی‌کنندگی آن مورد بررسی دقیق‌تری قرار گیرد. هم‌چنین لازم به ذکر است که تجزیه و تحلیل داده‌ها و برآورد پارامترهای مدل از طریق نرم‌افزارهای اکسل ۲۰۱۰، متلب ۲۰۱۹ و مینی‌تب ۲۰۱۷ انجام می‌گیرد.

### تحلیل اطلاعات

#### معرفی الگوی تحقیق

مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی آهن و همکاران [۱۲]:

مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برای توصیف کوچک‌ترین تغییرات در یک مولکول دوامی، استفاده می‌شود، اما این توصیف، جهانی است، به این معنی که می‌تواند به سایر بخش‌های فیزیک و حتی سایر علوم، تعمیم داده شود. آهن و همکاران [۱۲] فرایند وینر استاندارد  $W_t$  و معادله دیفرانسیل تصادفی به صورت فرمول (۱) مطرح نمودند.

$$dx = v(x, t)dt + \sigma(x, t)dW_t \quad (1)$$

در فرمول فوق  $x$  متغیر تحت مطالعه است که شامل شاخص‌های کل و بازده نقدی و قیمت است. هم‌چنین  $\sigma$  ضریب انتشار و  $V$  نرخ رانش است. در این مطالعه برای محاسبه ضریب انتشار از نسبت  $D = \sigma^2/2$  استفاده شده است. برای محاسبه نرخ رانش، از میانگین بازده پیوسته شاخص‌های کل، بازده نقدی و قیمت به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$R_t = \ln(p_t) - \ln(p_{t-1}) = \ln \frac{p_t}{p_{t-1}} \quad (2)$$

$R$  بازده مورد مطالعه،  $p_t$  ارزش شاخص مورد مطالعه در ماه  $t$  و  $p_{t-1}$  ارزش شاخص مورد مطالعه در ماه  $t-1$  است. در گام دوم با معرفی PDF  $\rho(x, t)$  (تابع چگالی احتمال) متغیر تصادفی  $x$  در زمان  $t$ ، معادله FP از فرمول (۱) به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(x, t)\rho(x, t)] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \rho(x, t) \frac{\partial V(x, t)}{\partial x} \right] \quad (3)$$

که  $D(x, t) \equiv (\sigma^2(x, t))/2$  ضریب انتشار است و  $V(x, t)$  پتانسیل خارجی است، که جمله رانش طبق فرمول (۳) را می‌توان برحسب عملگر FP به صورت زیر بیان کرد:

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho(x, t) = \left[ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} + D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] \rho(x, t) = \hat{L} \rho(x, t) \quad (4)$$

باید توجه داشت که عملگر  $\hat{L}$  بخاطر مشتق اول، غیرهرمیتی است. این را می‌توان با تبدیل معادله FP در فرمول (۴) به یک معادله شرودینگر با یک هامیلتونی هرمیتی برطرف کرد. برای این منظور، یک تابع جدید به صورت فرمول زیر معرفی می‌شود [12]:

$$\phi(x, t) \equiv \frac{\rho(x, t)}{\sqrt{\rho_s(x)}} \quad (5)$$

جایی که  $\rho_s(x)$  راه حل فرمول (3) است:

$$\rho_s(x) = \frac{1}{C} e^{-V(x)/D} \quad (6)$$

با ثابت بهنجارش  $C \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dx e^{-V(x)/D}$  سپس عملگر FP در فرمول (4) منجر به رابطه زیر می‌شود.

$$\hat{L} \rho(x, t) = -\sqrt{\rho_s(x)} \hat{H} \phi(x, t) \quad (7)$$

که عملگر هامیلتونی هرمیتی  $\hat{H}$  به صورت فرمول زیر بیان می‌شود (همان):

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{1}{4D} \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 - D \frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad (8)$$

حالا معادله FP به صورت معادله شرودینگر وابسته به زمان در زمان موهومی  $\tau = -i\hbar t$  بیان می‌شود:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial \tau} \phi(x, \tau) = \hat{H} \phi(x, \tau) = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi(x, \tau) + U(x) \phi(x, \tau) \quad (9)$$

که جرم برابر است با  $m \equiv \hbar^2 / 2D$  و پتانسیل بالقوه به صورت زیر است:

$$U(x) \equiv -\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{4D} \left[ \frac{\partial V(x)}{\partial x} \right]^2 \quad (10)$$

جواب کلی فرمول (9) به صورت زیر است (همان):

$$\phi(x, \tau) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \phi_n(x) \exp \left[ -\frac{i}{\hbar} E_n \tau \right]^2 \quad (11)$$

که  $A_n$  دامنه جواب (بهنجار)  $\phi_n(x)$  معادله شرودینگر مستقل از زمان است:

$\hat{H} \phi_n(x) = E_n \phi_n(x)$  با ویژه انرژی  $E_n$  بنابراین جواب معادله FP به صورت زیر است:

$$\rho(x, t) = \sqrt{\rho_s(x)} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \phi_n(x) \exp(-E_n t) \quad (12)$$

که دامنه با تابع چگالی احتمال اولیه  $\rho(x, 0)$  رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$A_n = \int_{-\infty}^{\infty} dx \phi_n^*(x) [\rho_s(x)]^{-1/2} \rho(x, 0) \quad (13)$$

باید توجه داشت که فرمول (9) دینامیک یک ذره به جرم  $m$  در پتانسیل  $U(x)$  را توصیف می‌کند. در حالتی که انحرافات از تعادل، کوچک باشند، می‌توانیم جملات مرتبه بالاتر در  $x - x_0$  را نادیده گرفت و نوشت:

$$U(x) = U(0) + \frac{1}{2} Kx^2 \quad (14)$$



که  $k \equiv d^2U / dx^2 \Big|_0$  ، که بدون این که کلیت را از دست بدهیم،  $\mathbf{x}_0 \equiv \mathbf{0}$  را در نظر گرفته‌ایم. به این ترتیب،  $\mathbf{U}(\mathbf{x})$  با یک پتانسیل هماهنگ توصیف می‌شود و سیستم به یک نوسانگر هماهنگ تبدیل می‌شود. بنابراین انحرافات کوچک از تعادل را در نظر می‌گیریم و به نوسانگر هماهنگ کوانتومی (QHO) متوسل می‌شویم، که با معادله (6) توصیف می‌شود که پتانسیل مؤثر به شکل فرمول (۱۴) است. بخصوص با ملاحظه پتانسیل هماهنگ  $V(x) = \gamma x^2$  ، پتانسیل مؤثر را نیز به فرم هماهنگ بدست می‌آوریم:

$$U(x) = -\gamma + \frac{1}{2}mw^2x^2 \quad (15)$$

با  $\gamma = w\sqrt{mD/2}$  مشخص شده که ویژه تابع  $n$ -ام نوسان گر هماهنگ به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\phi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left(\frac{mw}{\pi h}\right)^{1/4} H_n\left(\sqrt{\frac{mw}{h}}x\right) \times \exp\left(-\frac{mw}{2h}x^2\right) \quad (16)$$

با ویژه انرژی متناظر :

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)hw - \gamma = nhw \quad (17)$$

باید توجه داشت که این جواب به فرم یک توزیع  $x$  ترکیبی است:

$$\rho(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n(t) \rho_n(x) \quad (18)$$

$$A_n, \omega_n(x) = H_n(\sqrt{m\omega/\hbar}x)e^{-(m\omega/\hbar)x^2} \text{ و } C_n(t) = (A_n / \sqrt{2^n n!}) (\sqrt{m\pi/\hbar})^{-1} e^{-E_n t}$$

تابع چگالی احتمال برای  $\mathbf{p}(\mathbf{0}, t)$  است و از طریق انتگرال نامعین حل می‌شود

$$\omega \equiv \sqrt{k/m} \text{ و فرکانس زاویه‌ای نوسان گر هماهنگ را می‌دهد [۱۲].}$$

#### یافته‌ها

در این قسمت لازم است پیش از بررسی فرضیه‌های تحقیق، محاسبات مربوط به مدل حرکت براونی هندسی و مدل نوسان گر هماهنگ کوانتومی به عنوان یافته‌های تحقیق مطرح شوند.

#### یافته‌های مدل حرکت براونی هندسی

نخست به منظور برآورد ضرایب معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسانات تصادفی از رویکرد تابع چگالی احتمال (PDF) و تابع فوکر-پلانک (FP) استفاده شد. بر این اساس جهت برآورد ضرایب رانش ( $\mu$ ) و انتشار ( $\sigma$ )، مراحل حرکت براونی هندسی به این ترتیب انجام شد: در گام اول با کمک ۵ دوره‌ی ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه اقدام به شبیه‌سازی قیمت و پارامترهای مدل حرکت براونی هندسی می‌گردد. در این گام ابتدا مقادیر  $\mu$  و  $\sigma^2$  که همان رانش و نوسانات هستند، برای داده‌های نرمال شده شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران برای دوره‌های تعیین شده محاسبه می‌شوند. در گام دوم، با به کارگیری هر بردار پارامتر بدست آمده در گام اول، برای افق پیش‌بینی مورد نظر، حرکت براونی هندسی براساس کد دستوری فوق اجرا می‌شود. در گام سوم، به ازای هر بردار پارامتر برای هر دوره پیش‌بینی،

مسیرهای مختلف تصادفی ایجاد می‌شود که در این جا  $N=1000$  است. پس از اجرای مراحل فوق و پیاده‌سازی کدهای دستوری لازم در نرم‌افزار متلب ضرایب  $\sigma$  و  $\mu$  برای شاخص‌های تحقیق به شرح جدول (۱) ارائه می‌گردند:

جدول ۱. مقادیر برآوردی  $\sigma$  و  $\mu$  در حرکت براونی هندسی (GBM)

شاخص	پارامترهای GBM	دوره ۲۴ ماهه	دوره ۴۸ ماهه	دوره ۷۲ ماهه	دوره ۹۶ ماهه	دوره ۱۲۰ ماهه
شاخص کل	$\mu$	۰/۰۷۸۱۵۳	۰/۰۷۶۶۰۹	۰/۱۲۷۴۵۶	۰/۰۷۳۳۵۱	۰/۰۲۱۴۲۵
	$\sigma^2$	۰/۴۳۹۲۳۵	۰/۵۹۴۷۱	۰/۵۵۰۱۸۱	۰/۵۴۲۸۸۴	۰/۸۰۷۹۴۹
شاخص بازده نقدی و قیمت	$\mu$	۰/۲۱۴۳۹۸	۰/۱۷۰۰۸۸	۰/۲۱۴۱۵۳	۰/۱۵۱۵۲۱	۰/۰۵۴۸۱۲
	$\sigma^2$	۰/۷۰۱۴۴۵	۰/۷۲۱۴۳	۰/۶۹۶۳۴۵	۰/۶۶۷۳۸۶	۰/۹۴۳۱۳۲

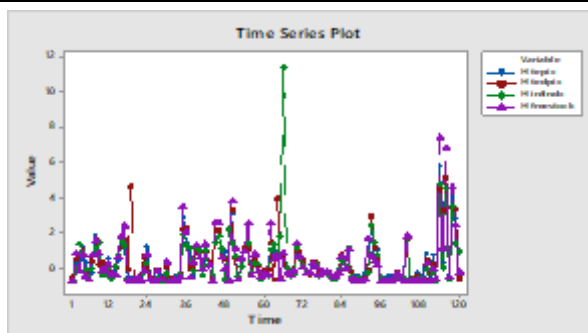
#### یافته‌های مدل نوسان گر هماهنگ کوانتومی

در این قسمت با کمک مدل اهن و همکاران [۱۲]، به برآورد پارامترهای مدل نوسان گر هماهنگ پرداخته شد. بدین ترتیب ابتدا تابع  $p(x,t)$  با توجه به رویکرد تابع چگالی احتمال و فرآیند فوکر-پلانک به صورت مشتق مرتبه دوم برآورد گردید. مقادیر  $\rho(x,t)$  برای شاخص‌های تحقیق براساس عملگر غیرهرمیتی  $\hat{L}$  به دست آمد. به منظور مقایسه بهتر و دقیق‌تر، علاوه بر دو شاخص کل و بازده نقدی و قیمت، شاخص‌های صنعت و سهام آزاد شناور نیز به این مقایسه اضافه شدند. نتیجه این برآورد در شکل ۱ نشان داده شده است.

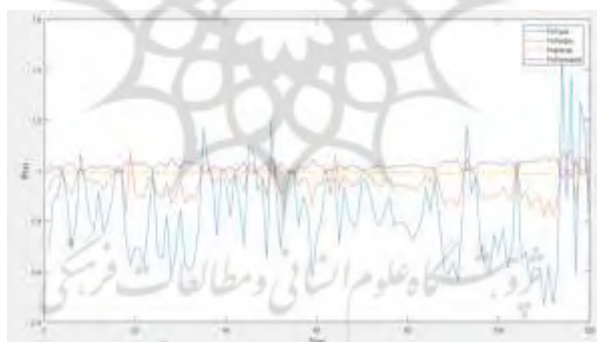


شکل ۱.  $p(x,t)$  شاخص‌ها بر اساس رویکردهای PDF و FP و عملگر غیرهرمیتی  $\hat{L}$

همان‌طور که ملاحظه می‌گردد شاخص بازده نقدی و قیمت در مقایسه با سایر شاخص‌ها طی بازه زمانی بین ماه‌های ۶۰ تا ۷۰ دچار افزایش قیمت شده که در این بازه زمانی بالاترین نوسان را نشان می‌دهد. در گام بعدی عملگر هامیلتون هریمیتی  $\hat{H}$  براساس فرمول (۸) و با فرض  $V(0)=0$  محاسبه گردید:



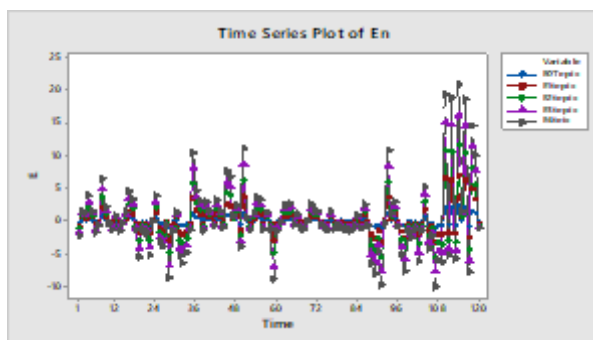
شکل ۲. خروجی عملگر هامیلتون هرمیتی  $\hat{H}$  شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران حال می‌توان  $\rho_s(x)$  را پس از حل معادله انتگرال نامعین  $C$ ، برآورد کرد. خروجی آن در شکل ۴ نشان داده شده است. در این شکل تابع  $Ps(x)$  برای شاخص‌های صنعت و مالی و سهام آزاد شناور به ترتیب دارای کم‌ترین میزان نوسان هستند. این در حالی است که شاخص کل بورس به لحاظ تابع  $\rho_s(x)$  دارای بیش‌ترین نوسان می‌باشد. علت نوسان در شاخص کل را می‌توان بدان لحاظ دانست که این شاخص به قیمت سهام شرکت‌ها بسیار وابسته بوده و نوسان در از آن جایی که نوسان در قیمت سهام شرکت‌ها در طول زمان  $t$  دارای نرخ بالای نوسان است، لذا می‌توان شاهد نوسان بالا در مقدار تابع  $\rho_s(x)$  در شاخص کل بورس بود.



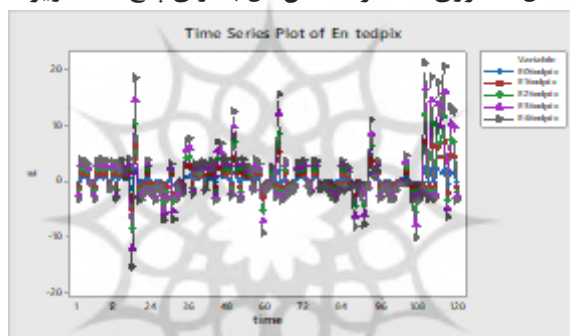
شکل ۳. خروجی تابع  $Ps(x)$  برای شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران

سپس انرژی متناظر شاخص‌های بورس اوراق بهادار بوسیله فرمول (۱۷) محاسبه می‌گردد.  $n$  در فرمول (۱۷) حالت ویژه است. حالت ویژه یک حالت مکانیکی کوانتوم مربوط به مقدار ویژه معادله موج است که در پنج حالت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین برای هر شاخص بورس:  $n=0,1,2,3,4$  است. بنابراین در این مرحله انرژی متناظر هر چهار شاخص تحقیق حاضر به ازای حالت‌های ویژه پنجگانه ( $1 \leq n \leq 4$ ) به تفکیک محاسبه شده است. لازم به توضیح است که به منظور محاسبه ارزش‌ها در حالت‌های مختلف  $n$ ، مشاهدات را در پنج دهک دسته‌بندی نموده و سپس ارزش آن‌ها محاسبه می‌گردد. بدین ترتیب در

شکل‌های ۴ و ۵ انرژی متناظر شاخص‌های کل و بازده نقدی و قیمت در حالت‌های ویژه پنج‌گانه  $n$  به نمایش درآمده است.



شکل ۴. انرژی متناظر شاخص کل به ازای پنج حالت ویژه



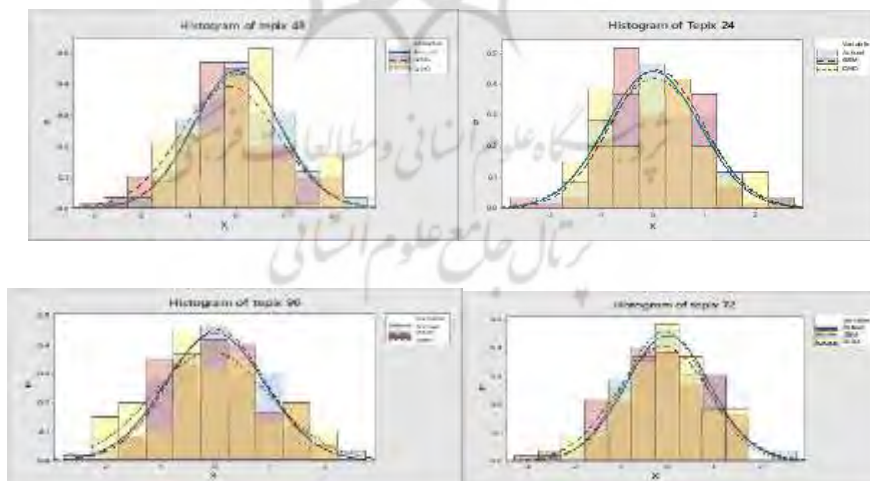
شکل ۵. انرژی متناظر شاخص بازده نقدی و قیمت به ازای پنج حالت ویژه

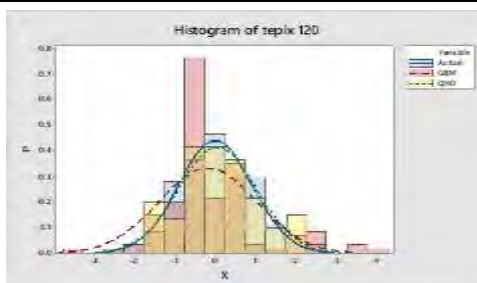
بر اساس شکل ۴، میزان انرژی متناظر، با افزایش حالت ویژه نیز افزایش می‌یابد یعنی هر گاه طول حالت ویژه در تابع موج افزایش می‌یابد، قیمت شاخص کل به عنوان ذره، از ظرفیت بالاتری در دریافت انرژی محیط برخوردار خواهد بود و از طرفی با موانع مختلفی از سوی عوامل بازار مواجه خواهد شد. در شکل ۵، انرژی متناظر شاخص بازده نقدی و قیمت عموماً تا قبل از ماه ۱۰۰ ام با نوسانات محدود و مقطعی مواجه بوده اما در دوره بین ۱۰۰ تا ۱۲۰ این شاخص‌ها به لحاظ انرژی متناظر دچار نوسانات بالاتری شده است که هم‌تراز با نوسانات ارزش واقعی این شاخص می‌باشد. در نهایت قیمت شبیه‌سازی شده شاخص‌های مورد مطالعه بورس اوراق بهادار تهران بر اساس مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی به صورت فرمول (۱۸) بدست می‌آید. پس از برآورد پارامترها، مقادیر  $C_n(t)$  و  $\rho_n$  مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برای شاخص‌های تحقیق به ازای حالت‌های ویژه پنج‌گانه تابع موج به دست آمد که در جدول ۲ نشان داده شده است.

جدول ۲: مقادیر  $C_n$  و  $\rho_n$  مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی

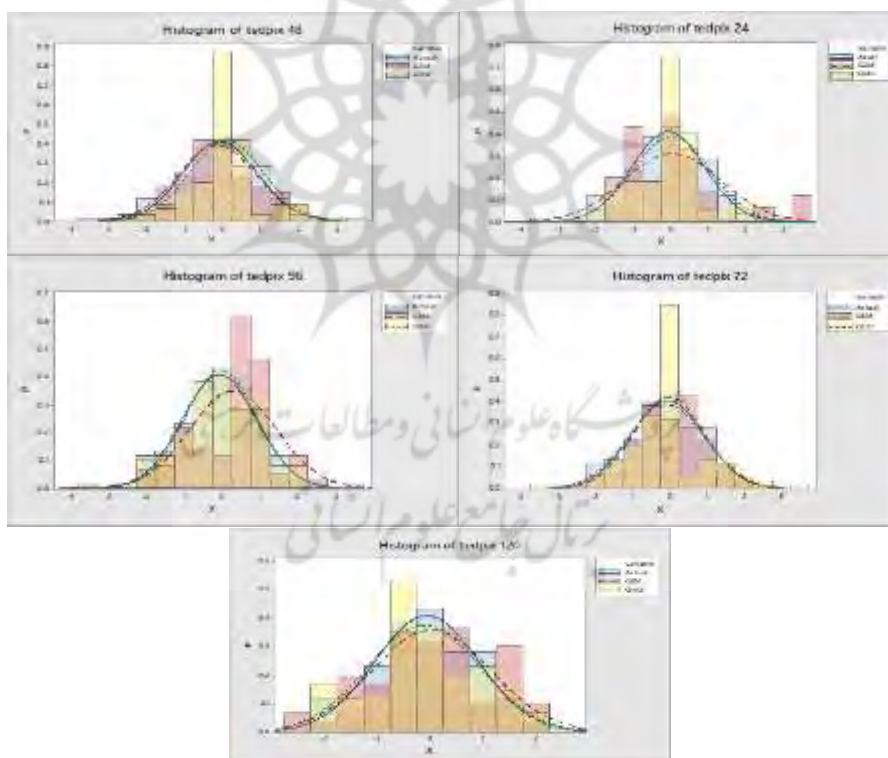
مقدار	$P_n(X)$	مقدار	$C_n$	شاخص‌ها
۰/۱۵۱۷	$P_0$	۰/۳۵۷۰	$C_0$	شاخص کل
۰/۱۵۲۸	$P_1$	۰/۷۳۷۲	$C_1$	
۰/۰۴۸۰	$P_2$	۰/۱۵۶۵	$C_2$	
۰/۳۳۲۹	$P_3$	۰/۶۰۰۹	$C_3$	
۰/۵۳۲۰	$P_4$	۰/۴۲۴۰	$C_4$	
۰/۱۸۳۲	$P_0$	۰/۷۹۰۹	$C_0$	شاخص بازده نقدی و قیمت
۰/۲۹۹۸	$P_1$	۰/۶۹۹۹	$C_1$	
۰/۳۳۰۶	$P_2$	۰/۵۲۴۳	$C_2$	
۰/۳۲۶۱	$P_3$	۰/۳۴۳۳	$C_3$	
۰/۵۰۶۶	$P_4$	۰/۶۱۹۴	$C_4$	

در گام بعد، ارزش شبیه‌سازی شده شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران با کمک مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در دوره‌های ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه با مقادیر واقعی آن به لحاظ نمودار توزیع نرمال و تابع چگالی احتمال مقایسه می‌گردد. در شکل ۶ پیش‌بینی بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار بر اساس مدل حرکت براونی هندسی و نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در دوره‌های ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه با ارزش واقعی این شاخص نشان داده شده است.





شکل ۶. مقایسه پیش‌بینی شاخص کل بر اساس رویکرد GBM و QHO با ارزش واقعی آن همانطور که دوره‌های پنج‌گانه شکل ۶ نشان می‌دهد نمودار مدل QHO به جز در دوره پیش‌بینی ۱۲۰ ماهه، در سایر ادوار بسیار نزدیک و منطبق با ارزش واقعی و رویکرد GBM است. در شکل ۷ مقایسه پیش‌بینی شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار بر اساس مدل حرکت براونی هندسی و نوسان‌گر همبستگی کوانتومی در دوره‌های ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه با ارزش واقعی این شاخص نشان داده شده است.



شکل ۷. نمودار مقایسه‌ای پیش‌بینی شاخص بازده نقدی و قیمت بورس بر اساس رویکرد GBM و QHO با ارزش واقعی

همان‌طور که در انواع دوره‌های پنج‌گانه شکل ۷ مشخص شده است، نمودار مدل QHO در مقایسه به نمودار GBM، انطباق بیش‌تری با ارزش واقعی شاخص بازده نقدی و قیمت در دوره‌های مختلف دارد. در جدول ۳ میزان ضرایب و آماره p-value آزمون ضریب همبستگی پیروسون بین مدل QHO و مقادیر واقعی شاخص‌های مورد مطالعه بورس در دوره‌های ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه نشان داده شده است. جدول ۳. مقدار ضریب همبستگی و آماره p-value برای مقادیر پیش‌بینی شده شاخص‌های

## بورس با مدل QHO

متغیر	دوره پیش‌بینی (ماه)	ضریب همبستگی	آماره p-value	نتیجه
شاخص کل (واقعی-QHO)	۲۴	۰/۷۸۰	۰/۰۰۰	معنادار
	۴۸	۰/۴۹۲	۰/۰۰۳	معنادار
	۷۲	۰/۰۰۸	۰/۹۳۳	بی‌معنی
	۹۶	۰/۰۸۳	۰/۳۶۸	بی‌معنی
	۱۲۰	۰/۱۴۴	۰/۱۱۷	بی‌معنی
شاخص بازده نقدی و قیمت (واقعی-QHO)	۲۴	۰/۰۳۹	۰/۶۷۵	بی‌معنی
	۴۸	۰/۱۱۲	۰/۲۲۳	بی‌معنی
	۷۲	۰/۰۲۹	۰/۷۵۰	بی‌معنی
	۹۶	۰/۰۵۵	۰/۵۴۷	بی‌معنی
	۱۲۰	۰/۰۹۵	۰/۳۰۴	بی‌معنی

بر اساس جدول ۳، مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در دوره‌های ۲۴ و ۴۸ ماهه شاخص کل با مقادیر واقعی آنان همبستگی معنادار داشته است. این در حالی است که در هیچ یک از ادوار پنج‌گانه، شاخص بازده نقدی و قیمت نتوانست پیش‌بینی معناداری نسبت به مقادیر واقعی ارزش آن شاخص‌ها داشته باشد.

## بررسی فرضیه‌های تحقیق

بررسی فرضیه‌های تحقیق لازم است مقادیر شبیه‌سازی شده شاخص‌های مورد مطالعه برای افق‌های زمانی مورد پیش‌بینی بررسی شده و میزان تطابق آن‌ها با مقادیر واقعی به تفکیک برای مدل‌های حرکت براونی هندسی و نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی تعیین شود. به این منظور از نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا<sup>۱</sup> استفاده می‌شود که می‌تواند بیان‌گر نحوه حرکت مقادیر شبیه‌سازی شده نسبت به مقادیر واقعی باشد. فرمول (۱۹)

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{F_t - Y_t}{Y_t} \right| \times 100}{n}$$

<sup>۱</sup> Mean Absolute Percentage Error.

که  $t$  زمان پیش‌بینی،  $n$  تعداد دوره‌های مورد پیش‌بینی،  $Y_t$  مقدار واقعی زمان  $t$  و  $F_t$  مقدار پیش‌بینی شده زمان  $t$  است. هرچه مقدار  $MAPE$  کم‌تر باشد، خطای پیش‌بینی کم‌تر بوده و مقادیر پیش‌بینی شده انطباق بیشتری با مقادیر واقعی دارند. لورنس و همکاران (۲۰۰۹) جدولی را به منظور نحوه قضاوت در مورد مقادیر  $MAPE$  ارائه کرده‌اند که بر این اساس مقادیر  $MAPE$  کم‌تر از ۱۰٪ نشان‌دهنده صحت بالا، بین ۱۱٪ تا ۲۰٪ نشان‌دهنده صحت مناسب، بین ۲۱٪ تا ۵۰٪ نشان‌دهنده پیش‌بینی معقول و بیش از ۵۱٪ نشان‌دهنده پیش‌بینی نادرست است [۴]. مقادیر  $MAPE$  محاسبه شده برای شاخص‌های کل و بازده نقدی و قیمت برای افق‌های زمانی ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه در مدل حرکت براونی هندسی و مدل نوسانگر هماهنگ کوانتومی به ترتیب در جدول ۴ و ۵ نشان داده شده است.

جدول ۴. معیار  $MAPE$  برای افق‌های پیش‌بینی شده مختلف شاخص‌های تحقیق در مدل

#### GBM

افق پیش‌بینی	۲۴ ماهه	۴۸ ماهه	۷۲ ماهه	۹۶ ماهه	۱۲۰ ماهه
$MAPE$ شاخص کل	۰/۳۷۹۵	۰/۵۸۲۹	۰/۶۲۶۳	۰/۳۵۸۴	۰/۹۲۶۶
$MAPE$ شاخص بازده نقدی و قیمت	۰/۷۵۴۴	۰/۸۶۶۱	۰/۹۶۳۶	۱/۱۹۶۵	۱/۱۰۸۶

بر اساس نتایج جدول ۴ مقدار  $MAPE$  برای شاخص کل در افق زمانی ۲۴ ماهه و ۹۶ ماهه در حد پیش‌بینی معقول قرار دارد و این مقادیر نشان می‌دهند که در افق زمانی ۲۴ ماهه مقدار انحراف مقدار پیش‌بینی شده نسبت به مقدار واقعی ۳۷ درصد و در افق زمانی ۹۶ ماهه میزان انحراف مقادیر پیش‌بینی شده نسبت به مقادیر واقعی ۳۵ درصد است که در حد معقول قرار دارند. اما در شاخص بازده نقدی و قیمت در تمامی افق‌های زمانی مقادیر  $MAPE$  بیش از ۵۰٪ بوده که این فاصله انحراف بین مقادیر پیش‌بینی شده و واقعی، صحت پیش‌بینی را رد نموده است.

جدول ۵. معیار  $MAPE$  برای افق‌های پیش‌بینی شده مختلف شاخص‌های تحقیق در مدل

#### QHO

افق پیش‌بینی	۲۴ ماهه	۴۸ ماهه	۷۲ ماهه	۹۶ ماهه	۱۲۰ ماهه
$MAPE$ شاخص کل	۰/۳۰۱۸	۰/۳۲۳۲	۰/۴۹۶۴	۰/۷۲۳۴	۰/۹۷۷۲
$MAPE$ شاخص بازده نقدی و قیمت	۰/۴۹۶۰	۰/۵۶۲۳	۰/۸۵۰۶	۱/۱۲۸۸	۱/۴۹۲۰

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، مقدار معیار  $MAPE$  در شاخص کل طی افق‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ماهه، در شاخص بازده نقدی و قیمت طی افق زمانی ۲۴ ماهه در محدوده بین ۲۱ تا ۵۰ درصد قرار دارند. بدین ترتیب این دو شاخص تحقیق در مدل  $QHO$  به لحاظ قدرت پیش‌بینی دارای پیش‌بینی معقول هستند. به عبارت دیگر در شاخص کل مقادیر پیش‌بینی شده براساس مدل  $QHO$  به ترتیب در افق‌های زمانی ۲۴، ۴۸ و ۷۲ ماهه به میزان ۳۰، ۳۲ و ۴۹ درصد و در شاخص بازده نقدی و قیمت در افق زمانی ۲۴ ماهه ۴۹ درصد نسبت به مقادیر واقعی انحراف دارند که براساس معیار لورنس و همکاران



(۲۰۰۹) آن را معقول دانست. حال با مقایسه نتایج جداول ۴ و ۵ به بررسی فرضیه‌های تحقیق پرداخته می‌شود که به شرح زیر می‌باشند:

در فرضیه اول از آنجایی که نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا در دوره کوتاه‌مدت ۲۴ ماهه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۰/۳۰۱۸ و کم‌تر از مقدار ۰/۳۷۹۵ در مدل حرکت براونی هندسی است لذا می‌توان دریافت که مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات کوتاه‌مدت شاخص کل نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از خطای کمتری برخوردار بوده و پیش‌بینی دقیق‌تری ارائه می‌دهد. لذا فرضیه اول مورد تایید قرار می‌گیرد. در فرضیه دوم نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا در دوره میان مدت ۴۸ لغایت ۷۲ ماهه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۰/۳۲۳۲ و ۰/۴۹۶۴ و کم‌تر از مقادیر ۰/۵۸۲۹ و ۰/۶۲۶۳ برای دوره مشابه در مدل حرکت براونی هندسی است لذا می‌توان دریافت که مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات میان‌مدت شاخص کل نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از سطح خطای کمتری برخوردار بوده و پیش‌بینی مناسب‌تری ارائه می‌نماید. بنابراین فرضیه دوم مورد تایید قرار می‌گیرد. در فرضیه سوم مقدار شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا برای دوره بلندمدت ۹۶ الی ۱۲۰ ماهه شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۰/۳۵۸۴ و ۰/۹۲۶۶ و کم‌تر از مقادیر ۰/۷۳۳۴ و ۰/۹۷۷۲ برای دوره مشابه در مدل حرکت براونی هندسی است لذا می‌توان دریافت که مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات بلندمدت شاخص کل نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از سطح خطای کمتری برخوردار بوده و پیش‌بینی مناسب‌تری ارائه می‌نماید. بنابراین فرضیه سوم مورد تایید قرار می‌گیرد. بدین ترتیب می‌توان دریافت که برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در مقایسه با مدل حرکت براونی هندسی در تمامی دوره‌های زمانی از دقت پیش‌بینی‌کنندگی بالاتری برخوردار بوده و خطای کمتری در پیش‌بینی دارد. در فرضیه چهارم از آنجایی که نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا در دوره کوتاه مدت ۲۴ ماهه شاخص بازده نقدی و قیمت در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۰/۴۹۶۰ و کم‌تر از مقدار ۰/۷۵۴۴ در مدل حرکت براونی هندسی است، لذا می‌توان دریافت که مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات کوتاه‌مدت شاخص بازده نقدی و قیمت نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از خطای کمتری برخوردار بوده و پیش‌بینی دقیق‌تری ارائه می‌دهد. لذا فرضیه چهارم مورد تایید قرار می‌گیرد. در فرضیه پنجم از آن جایی که نسبت میانگین قدرمطلق درصد خطا در دوره میان مدت ۴۸ لغایت ۷۲ ماهه شاخص بازده نقدی و قیمت در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۰/۵۶۲۳ و ۰/۸۵۰۶ و کم‌تر از مقادیر ۰/۸۶۶۱ و ۰/۹۹۶۳۶ برای دوره مشابه در مدل حرکت براونی هندسی است لذا می‌توان دریافت که مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات میان‌مدت شاخص بازده‌نقدی و قیمت نسبت به مدل حرکت براونی هندسی از سطح خطای کمتری برخوردار بوده و پیش‌بینی مناسب‌تری ارائه می‌نماید. بنابراین فرضیه پنجم نیز مورد تایید قرار می‌گیرد. در نهایت در فرضیه ششم مقدار شاخص میانگین قدرمطلق درصد خطا برای دوره ۹۶ ماهه شاخص بازده نقدی و قیمت در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی

برابر با ۱/۱۲۸۸ و کم‌تر از مقدار ۱/۱۹۶۵ برای دوره مشابه در مدل حرکت براونی هندسی است، اما برای دوره ۱۲۰ ماهه میانگین قدرمطلق درصد خطا در شاخص بازده نقدی و قیمت در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی برابر با ۱/۴۹۲۰ بوده که این مقدار از شاخص **MAPE** حرکت براونی هندسی که برابر با ۱/۱۰۸۶ است بیش‌تر بوده لذا دقت کمتری خواهد داشت. بدین ترتیب در دوره بلندمدت مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی دقت بیش‌تری از مدل حرکت براونی هندسی برای پیش‌بینی نوسانات شاخص بازده نقدی و قیمت نداشته و فرضیه ششم مورد تایید قرار نمی‌گیرد.

### نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادها

در این پژوهش شاخص کل بورس و شاخص بازده نقدی و قیمت بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از رویکرد کوانتوم مالی اهن و همکاران [۱۲] الگوسازی شد. به این منظور شاخص‌های قیمت و بازده نقدی و قیمت در پنج دوره زمانی ۲۴، ۴۸، ۷۲، ۹۶ و ۱۲۰ ماهه با استفاده از دو الگوی حرکت براونی هندسی با نوسانات تصادفی و مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی با رویکرد تابع چگالی احتمال و تابع فوکر-پلانک شبیه‌سازی شدند. بر اساس مباحث کوانتوم مالی، بازده لگاریتمی شاخص‌های بورس اوراق بهادار به عنوان یک نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی شبیه‌سازی می‌گردند که بر اساس عوامل وابسته به کارایی بازار و اطلاعات مرتبط با آن تحت تاثیر قرار می‌گیرد.

بر اساس نتایج تجربی می‌توان دریافت که بکارگیری توزیع تصادفی و نرمال در قالب تابع چگالی احتمال در شاخص کل و به عبارتی تصادفی در نظر گرفتن نوسانات شاخص کل می‌تواند منجر به بهبود عملکرد این شاخص در حرکت براونی هندسی شود اما این امر می‌تواند برای یک دوره زمانی کوتاه مدت رخ دهد، بنابراین حضور یک سطح مشخص انرژی جنبشی که منجر به تحرک بازار سرمایه می‌گردد، می‌تواند به پیش‌بینی دقیق‌تر کمک بیش‌تری نماید. در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی، وجود انرژی لازم در حوزه حساب قیمت‌ها و همچنین انواع اطلاعات اقتصادی و روان‌شناختی که تصمیمات سرمایه‌گذاران را تحت تاثیر قرار می‌دهند، می‌توانند تعدیلات لازم را طی یک دوره زمانی بلندتر ایجاد نموده و با کاهش انحرافات و نوسانات، پیش‌بینی مناسب‌تری را ایجاد کند. بنابراین وجود انرژی متناظر در بازار سرمایه که می‌تواند در قالب اطلاعات کامل بازار، حجم معاملات و عوامل اقتصادی بازار باشد، باعث خواهد شد تا پیش‌بینی با واقعیت‌های آینده بازار در بازه زمانی کوتاه‌مدت و میان‌مدت نزدیک‌تر شده و شاهد نوسان کم‌تری بین ارزش واقعی و پیش‌بینی شده شاخص کل بورس بود. در شاخص بازده نقدی و قیمت نیز وجود انرژی مالی باعث شده است تا مقدار معیار خطای پیش‌بینی **MAPE** بدست آمده در رویکرد نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی بطور کلی کم‌تر و بهتر از **MAPE** حرکت براونی هندسی به دست آید و در مقایسه با **GBM**، پیش‌بینی مناسب‌تر و معقول‌تری ارائه نماید. اما به مانند حرکت براونی هندسی، در مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی **QHO** نیز هر چه افق زمانی پیش‌بینی افزایش می‌یابد، با کاهش انرژی مالی، مقادیر خطای **MAPE** نیز افزایش یافته و صحت پیش‌بینی دچار انحراف بیش‌تری خواهد شد. بر این اساس می‌توان به منظور پیش‌بینی کوتاه‌مدت و حتی میان‌مدت شاخص کل از مدل نوسان‌گر هماهنگ کوانتومی بهره برد، این در حالی است که برای شاخص بازده نقدی و قیمت، مدل **QHO** تنها برای دوره بلندمدت

مناسب نمی‌باشد. با توجه به نتایج بدست آمده، از آنجایی که مدل نوسانگر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات شاخص کل در دوره‌های کوتاه‌مدت، میان‌مدت و بلندمدت از کارایی بالاتری نسبت به حرکت براونی هندسی برخوردار است، لذا به سرمایه‌گذاران و تحلیل‌گران بازار سرمایه توصیه می‌شود از این مدل برای تحلیل‌های خود بیشتر بهره‌مند شوند. همچنین کاربرد مدل نوسانگر هماهنگ کوانتومی در پیش‌بینی نوسانات شاخص‌های بورس اوراق بهادار تهران بویژه شاخص‌های کل و بازده نقدی و قیمت توسط خبرگان و اساتید دانشگاهی به سرمایه‌گذاران و علاقه‌مندان آموزش داده شود تا سطح آگاهی و دانش کاربران نسبت به کارآمدی این مدل در پیش‌بینی نوسانات ارتقا یابد. از سویی دیگر مطالعه حاضر با محدودیت‌هایی نیز مواجه بود که مهم‌ترین و اصلی‌ترین آن بدین شرح است که انرژی متناظر مدل نوسانگر هماهنگ کوانتومی تحت تاثیر عوامل زیادی از بازار سرمایه و همچنین ویژگی‌های سرمایه‌گذاران و ذینفعان قرار دارد که امکان بررسی تمامی این عوامل در تحقیق حاضر وجود نداشت و صرفاً به عواملی هم چون اخبار بازار سرمایه، حجم معاملات و شرایط اقتصادی توجه شد و سایر عوامل مورد مطالعه و ارزیابی قرار نگرفت. بدین ترتیب در راستای رفع محدودیت تحقیق پیشنهادهای زیر به عنوان پیشنهادات برای مطالعات آتی عنوان می‌شوند: در مطالعات آتی نرخ بهره نیز با استفاده از روش‌های کوانتومی مدل‌سازی و در بازار سرمایه لحاظ شود. همچنین مدل نوسانگر هماهنگ کوانتومی این پژوهش برای مدیریت ریسک نیز بکار گرفته شود و برای مثال، محققان و سایر علاقه‌مندان ارزش در معرض ریسک را براساس تابع چگالی احتمال نوسانگر هماهنگ کوانتومی برآورد و با نتایج شبیه‌سازی‌های تاریخی یا نظریه ارزش‌کرانی مقایسه نمایند. همچنین توسعه الگوهای مختلف با ویژگی‌های پویای غیرخطی و احتمالی که وابسته به رفتار افراد در بازارهای مالی است در تحقیقات آتی مورد توجه متخصصان عرصه اقتصاد فیزیک قرار گیرد.

#### فهرست منابع

۱. بهجت، سحر؛ زارع، هاشم؛ رضایی، لادن. (۱۳۹۸). "یک الگوی نوسانگر غیرکلاسیک در بازار سهام برای چند شرکت منتخب: رهیافتی از مکانیک کوانتوم"، فصل‌نامه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال دوازدهم، شماره چهل و سوم، ص ۷۱-۵۹.
۲. حمیدیان، محسن؛ بوستانی، سارا؛ مشهدی قره قیه، هادی. (۱۳۹۸). "پیش‌بینی بازده منفی سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بازار سرمایه ایران"، فصل‌نامه تصمیم‌گیری و تحقیق در عملیات، دوره ۴، شماره ۲، ص ۱۱-۱.
۳. دولو، مریم؛ ورزیده، علیرضا. (۱۳۹۹). "پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل حرکت براونی هندسی"، فصل‌نامه دانش مالی تحلیل اوراق بهادار، سال سیزدهم، شماره ۴۶، ص ۲۰۸-۱۹۳.

۴. راستین‌فر، علی؛ همت‌فر، علی. (۱۳۹۹). "مدل‌سازی و پیش‌بینی نوسانات بازار سهام با استفاده از ترکیب شبکه عصبی و الگوهای واریانس شرطی"، **فصل‌نامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار**، شماره ۴۳، ص ۴۷۳-۴۵۱.
۵. شریعت‌پناهی، مجید؛ بیاتی، مصطفی. (۱۳۸۵). "بررسی رابطه تورم و شاخص قیمت سهام و شاخص بازده نقدی قیمت سهام بورس اوراق بهادار تهران"، **فصل‌نامه مطالعات تجربی حسابداری مالی**، دوره ۴، شماره ۱۳، ص ۱۶-۱.
۶. فدایی‌نژاد، محمد اسماعیل؛ حسن‌نژاد، محمد. (۱۳۹۱). "پیش‌بینی بازده بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از مدل‌های میانگین متحرک (MA) و میانگین متحرک با ورودی‌های خارجی (MAX)"، **فصل‌نامه تحقیقات حسابداری و حسابرسی**، انجمن حسابداری ایران، دوره ۴، شماره ۱۶، ص ۱۶-۳۷.
۷. کرمانشاه، مهدیه. (۱۳۹۳). مردم در دنیای کوانتومی بورس، **دنیای اقتصاد**، شماره ۳۲۰۳.
۸. مرزبان، حسین؛ منتخب، افشین؛ خواجه‌جو، شکرالله؛ صمدی، علی حسین؛ زارع، هاشم. (۱۳۹۲). "رهیافتی از اقتصاد فیزیک در بازار سهام ایران"، **فصل‌نامه پژوهش‌ها و سیاست‌های اقتصادی**، سال بیست و یکم، شماره ۶۵، ص ۲۰۰-۱۸۳.
۹. مکیان، سیدنظام‌الدین؛ موسوی، فاطمه السادات. (۱۳۹۱). "پیش‌بینی قیمت سهام شرکت فرآورده های نفتی پارس با استفاده از شبکه عصبی و روش رگرسیون: مطالعه موردی: قیمت سهام شرکت فرآورده های نفتی پارس"، **مدل‌سازی اقتصادی**، دوره ۶، شماره ۲، ص ۱۲۱-۱۰۵.
۱۰. نبوی چاشمی، سیدعلی؛ مختاری‌نژاد، ماریه. (۱۳۹۵). "مقایسه مدل‌های حرکت براونی و براونی کسری و گارچ در برآورد نوسانات بازده سهام"، **مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار**، دوره ۷، شماره ۲۹، ص ۴۴-۲۵.
۱۱. نیسی، عبدالساده؛ پیمانی، مسلم. (۱۳۹۳). "مدل‌سازی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی هستون"، **فصل‌نامه پژوهش‌نامه اقتصادی**، دوره ۱۴، شماره ۵۳، ص ۱۶۶-۱۴۳.
12. Ahn, K., Choi, M., Y., Dai, B., Sohn, S., & Yang, B. (2018). "Modeling stock return distributions with a quantum harmonic oscillator", **The journal of EPL (Europhysics Letters)**, 120(3), 1-8.
13. Lee, R., S., T. (2020). "Quantum Finance: Intelligent Forecast and Trading Systems, Division of Science and Technology". **Beijing Normal University-Hong Kong**, E-book.
14. Lopez de Prado, M. (2016). "Building Diversified Portfolios that Outperform Out-of-Sample". **The Journal of Portfolio Management**, 42(4), 59-69.

15. Lopez Garcia, M., D., N., & Ramos Requena, J., P. (2019). "Different methodologies and uses of the Hurst exponent in econophysics". **The Journal of Estudios de Economía Aplicada**, 37(2), 96-108.
16. Meng, X., Zhang, J., W., Xu, J., & Guo, H. (2015). "Quantum spatial-periodic harmonic model for daily price-limited stock markets". **The Journal of Preprint submitted to Physica A**, 438 (C), 154-160.
17. Nastasiuk, V. (2015). "Fisher information and quantum mechanical models for finance". **The Journal of Preprint submitted to Physics Letters A**, 1-5.
18. Ohwadua, O., E., & Ogunfiditimi, F., O. (2018). "A Quantum Finance Model for Technical Analysis in the Stock Market". **International Journal of Engineering Inventions**, 7(2), 7-12.
19. Orus, R., Mugel, S., & Lizaso, E. (2019). "Quantum computing for finance: overview and prospects". **The Journal of Reviews in Physics**, 4, 1-13.
20. Tarasov, V., E. (2020). "Fractional econophysics: Market price dynamics with memory effects. The Journal of Physica A: Statistical Mechanics and its Applications", **Published by Elsevier**, 557 (1), 1-33.
21. Zee, A. (2011). "Quantum Field Theory in a Nutshell. Princeton Princeton", **University Press**, 2nd edition.
22. Zhang, C., & Huang, L. (2010). "A quantum model for the stock market". **The Journal of Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 389(24), 5769-5775.



## **Predicting fluctuations in Tehran Stock Exchange indices through a Harmonic Quantum Oscillator model**

### **Zahra Nasiri**

Ph.D. Candidate in Accounting, Faculty of Economics and Accounting, Islamic Azad University, South Tehran Branch, Tehran, Iran

### **Fatemeh Sarraf (PhD)<sup>1</sup>©**

Assistant Prof, Department of Accounting, Faculty of Economics and Accounting, Islamic Azad University, South Tehran Branch, Tehran, Iran.

### **Mohammad Reza Tanhayi (PhD)**

Prof, Department of Physics, Islamic Azad University, Firoozkooh Branch, Tehran, Iran

### **Qudratullah EmamVerdi (PhD)**

Assistant Prof, Department of Economic Sciences, Faculty of Economics and Accounting, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran

### **Ali Najafi Moghaddam (PhD)**

Assistant Prof, Department of Accounting, Faculty of Economics and Accounting, Islamic Azad University, South Tehran Branch, Tehran, Iran

(Received: December 18, 2021; Accepted: August 22, 2022)

Fluctuation Forecasting has always been one of the most important issues in financial markets and has attracted the attention of many academic researchers and activists and investors in financial and Capital markets in the past few decades. In the present study, the fluctuation of Total index and Dividend and Price index of the Tehran Stock Exchange were predicted using a harmonic quantum oscillator model. Monthly data of logarithmic return of total index and Dividend and Price index were collected and calculated in the period of April 2012 to March 2021 as a time series. In terms of purpose, this research is applied and in terms of its nature, it is part of descriptive-analytical studies. In order to implement the harmonic quantum oscillator model, the probability density function and the Fokker-Plank function were used and the prediction results were also compared with the random geometric Brownian motion model. In total, six hypotheses were examined based on the ratio of the Mean Absolute Percentage Error. The results of the hypotheses showed that in the total index of the stock exchange, the Harmonic Quantum Oscillator model for short-term (24 months), medium-term (48 to 72 months) and long-term (96 to 120 months) time periods compared to the geometric Brownian motion model. It has higher accuracy in predicting fluctuations. However, in the Dividend and Price index, this efficiency was observed only during short-term periods of 24 months and medium-term periods of 48 to 72 months, and for the long-term period of 96 to 120 months, the Harmonic Quantum Oscillator model cannot be considered a suitable approach for predicting fluctuations.

**Keywords:** Financial Quantum, Harmonic Quantum Oscillator (QHO), Geometric Brownie, Physical Economics and Stock Market.

---

<sup>1</sup> aznyobe@yahoo.com © (Corresponding Author)