Publisher: Shahid Beheshti University
Journal of Financial Management Perspective
2022, Vol. 12, No.37
PP: 123-145
DOI: https://doi.org/ 10.52547/JFMP.12.37.123
© Copyright: Author(s)
P-ISSN: 2645-4637
E-ISSN: 2645-4645

Cash flow forecasting using Continuous-Time Stochastic Processes

Elham Danesh*, Ali Saeedi, Ehsan Rahmaninia***, Amir Gholami******

Research Paper

Abstract

Since the liquidity situation is the basis for many people to judge the position of the economic unit, this issue has been considered by stakeholders including creditors and investors.The purpose of this study is a new understanding of cash flow behavior and cash balance forecasting. The statistical population of the present study is the annual cash balance of 48 branches of a certain bank. For this purpose, the optimal model out of 4 models; Geometric Brownie, Arithmetic Brownie, Vasicek and Modified Square Root Model at three levels of microscopic, mesoscopic and macroscopic have been investigated and the geometric Brownie model has been approved as the optimal model; Then, using the mentioned optimal model, the cash balance is predicted in different time horizons. The result shows that the strength of the GBM model does not remain constant with increasing the length of the forecast time horizon and with increasing the forecast time horizon, they have different results. The accuracy of the model forecast with the MAPE criterion at the 14-day horizon is at an appropriate level.

Keywords: Cash flow; Cash balance; Stochastic Processes.

Received: 2021. March. 27, Accepted: 2021. November. 28.
* Ph.D. Candidate in Accounting, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-Mail: edanesh2014@gmail.com
** Associate Prof., Department of Financial Management, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. (Corresponding Author). E-Mail: a_saeedi@iau-tnb.ac.ir
*** Assistant Prof., Department of Accounting, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-Mail: ehsanrahmaninia@gmail.com
**** Assistant Prof., Department of Economics, North Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-Mail: a_gholami@iau-tnb.ac.ir

ناشر: دانشگاه شهیدبهشتی
نشریه چشم‌انداز مدیریت مالی
۱۴۰۱، دوره ۱۲، شماره ۳۷
ص‌ص. ۱۲۳- ۱۴۵
© نویسندگان
شاپای چاپی: ۴۶۳۷- ۲۶۴۵
شاپای الکترونیکی: ۴۶۴۵- ۲۶۴۵

پیش‌بینی جریان نقد با استفاده از فرایندهای تصادفی پیوسته

الهام دانش*، علی سعیدی**، احسان رحمانی نیا***، امیر غلامی****

مقاله پژوهشی

چکیده

از آنجا که وضعیت نقدینگی مبنای قضاوت بسیاری از اشخاص درباره موقعیت واحد اقتصادی است، این مطلب مورد توجه گروه‌های ذینفع از جمله اعتباردهندگان و سرمایه‌گذاران قرارگرفته‌است. هدف این پژوهش درک جدیدی از رفتار جریان نقد و پیش‌بینی مانده نقد است. جامعه آماری پژوهش حاضر مانده نقد روزانه یکساله ۴۸ شعبه بانک معین است. برای این منظور مدل بهینه از بین ۴ مدل؛ براونی هندسی، براونی حسابی، واسیسک و مدل ریشه مربعات اصلاح شده در سه سطح میکروسکوپی، مسسکوپی و ماکروسکوپی بررسی گردیده است و مدل براونی هندسی به عنوان مدل بهینه تایید شده است؛ سپس با استفاده از مدل بهینه مذکور پیش‌بینی مانده نقد در افق‌های زمانی متفاوتی صورت‌گرفته‌است. نتیجه نشان می‌دهد که قدرت مدل GBM با افزایش طول افق زمانی پیش‌بینی ثابت نمی‌ماند و با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، نتایج متفاوتی دارند صحت پیش‌بینی مدل با از معیارMAPE در افق ۱۴روزه در سطح مناسبی می‌باشد.

کلیدواژه‌ها: جریان نقد؛ مانده نقد؛ فرایندهای تصادفی.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۱/۰۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۹/۰۷.

* دانشجوی دکتری حسابداری، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاداسلامی، تهران، ایران.
E-Mail: edanesh2014@gmail.com
** دانشیار، گروه مدیریت مالی، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (نویسنده مسئول).
E-Mail: a_saeedi@iau-tnb.ac.ir
*** استادیار، گروه حسابداری، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
E-Mail: ehsanrahmaninia@gmail.com
**** استادیار، گروه اقتصاد، واحد تهران شمال، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.
E-Mail: a_gholami@iau-tnb.ac.ir

۱. مقدمه

مسائل مرتبط با پیش‌بینی همواره از اهمیت زیادی برای فعالین اقتصادی، سرمایه‌گذاران و سیاست‌گذاران کلان اقتصادی کشورها برخوردار است. همچنین مدل‌هایی که برای شبیه‌سازی و پیش‌بینی متغیرهای مختلف اقتصادی مورد استفاده قرار می‌گیرند نیز از اهمیت فراوانی برخوردار هستند، به گونه‌ای که استفاده از مدل‌های مختلف می‌تواند منجر به پیش‌بینی‌هایی با صحت متفاوت گردند[۲۸]. یکی از مهم‌ترین موضوعات مورد توجه پژوهشگران، اقتصاددانان و تحلیلگران مالی تبیین چگونگی روند جریان نقد می‌باشد که راه‌های مختلف و دیدگاه‌های متفاوتی را پدید آورده‌است. بررسی جریان نقد با استفاده از مدل‌های ریاضی جدید؛ مدل‌های رگرسیون، مدل‌های سری زمانی، گام تصادفی و مدل‌های پیشرفته‌تر آغاز شد. آزمون‌های مختلفی با استفاده از اطلاعات جریان نقد صورت گرفت. یک مدل جریان نقد در واقع نمایش انتزاعی (معمولا ریاضی) جریان نقد در دنیای واقعی با هدف توضیح دادن، پیش‌بینی، مدیریت و کنترل جریان نقد است. در پنجاه سال گذشته ، مدل‌های جریان نقد پیچیده‌تر شده‌اند. مدل‌های قطعی و گسسته اولیه ، با برآورد نقطه‌ای ذهنی از جریآن‌های نقد، خیلی زود با مدل‌های احتمالی جریان نقد جایگزین شدند. با گذشت زمان، مدل‌های احتمالی به مدل‌های تصادفی بسیار غنی‌تری تبدیل شدند، به ویژه مدل‌های تصادفی پیوسته، که قادر به توصیف طیف گسترده‌ای از خصوصیات و خواص تصادفی است. [۳۵]

زمینه‌های مدل‌های جریان نقد پیوسته تصادفی، هنوز در مرحله نسبتا ابتدایی از توسعه و گسترش است، که از تعداد کم نشریات مربوط به این مدل‌ها نسبت به سایر مقوله‌های مدل‌های جریان نقد مشهود است[۳۵]. جریان نقد پیوسته مستقیما به ارزیابی عدم اطمینان در هر یک از اجزای پایه مربوط می‌شود و انگیزه اصلی پژوهش حاضر مطالعه جریان نقد بر روی مدل‌های تصادفی پیوسته است. بر خلاف پژوهش‌های روز افزون ریاضیات در علوم مالی، از این منظر در کشور ما تاکنون توجه چندانی در زمینه جریان نقد نشده است و پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه با چند مدل ساده و معمولی به کار خود پایان داده‌اند و از ورود به عمق مدل‌های با پیچیدگی بیشتر سرباز زده شده‌است. در پژوهش حاضر سعی شده است با استفاده از فرآیند تصادفی و معادلات دیفرانسیل تصادفی به این مقوله پرداخته شود تا گامی جهت برطرف شدن نقیضه فوق گردد. در بخش‌های بعد ابتدا به بررسی مبانی نظری پژوهش و مدل‌های ریاضی پرداخته خواهدشد و در ادامه برخی پژوهش‌های انجام شده مرتبط با پژوهش حاضر به همراه نتایج آن‌ها ذکر می‌گردد. پس از آن در بخش روش پژوهش مواردی از قبیل نوآوری‌های پژوهش، مدل کلی پژوهش، روش اجرا و به‌کارگیری مدل، جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز پژوهش و معیارهای مورد استفاده جهت قضاوت در مورد پیش‌بینی انجام شده ذکر می‌گردد سپس نتایج و

یافته‌های حاصل از پژوهش ارائه و تحلیل می‌شود و در نهایت خلاصه‌ای از آنچه در پژوهش حاضر انجام گرفته است بیان خواهدشد و پیشنهادهای کاربردی و آتی ارائه می‌گردد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

یکی از مهم‌ترین وظایف بانک‌ها، نگهداری وجوه نقد یا دارایی‌های نزدیک به نقد با هدف رفع نیازهای نقدینگی بانک، پاسخ به درخواست مشتریان برای برداشت از حساب‌های خود است. از این رو، چنانچه اختلالی در این جریان بروز کند به ویژه به دلیل ارتباطات سیستمی بانک‌ها با یکدیگر، تبعات نامطلوبی برای هر بانک و نیز کل سیستم بانکی در پی خواهدداشت. وجوه نقد مهم‌ترین عنصر دارایی‌های جاری در نهادهای مالی به‌خصوص بانک‌ها است. در صورتی‌که نهاد مالی قابلیت دسترسی به وجوه نقد را داشته باشد، به عنوان یک نهاد مالی با قابلیت نقدینگی بالا شناخته می‌شود. از سویی دیگر عدم کفایت نقدینگی موجب افزایش ریسک نقدینگی و بروز مشکلات مالی خواهدشد. لذا همانطور که ماهیت صنعت بانکداری ایجاب می‌کند، بانک‌ها بایستی نظارت دقیقی بر وجوه نقد داشته باشند، می‌توان این طور بیان نمود، همان میزان پولی است که شعب بانک نگه می‌دارند[۴]. نگهداری بیش از حد وجه نقد قیمت تمام شده پول را افزایش می‌دهد و میزان نگهداری کمتر آن نیز نمی‌تواند نیازهای بانک را مرتفع ساخته و بانک ناچار است که مقادیر زیاد از بازار قرض کند که منجر به ریسک نقدینگی می‌شود لذا بانک همواره باید آماده تخمین میزان نقدینگی شعب خود باشد، تا بدین ترتیب بتواند در صورت پیش‌بینی مازاد نقدینگی، گزینه‌های مناسب برای سرمایه‌گذاری این وجوه را به موقع تشخیص دهد و از فرصت‌ها به بهترین شکل استفاده کند. همچنین در صورت پیش‌بینی کسری نقدینگی نیز قادر باشد، با بررسی منابع مختلف نقدینگی و در نظر گرفتن هزینه هر یک از این منابع، از گزینه های مناسب برای جبران کمبود نقدینگی بهره‌مند گردد [۲۹]. ارزیابی اینکه یک بانک به اندازه کافی نقدینگی دارد به میزان مانده نقد بستگی دارد لذا پیش‌بینی آن به ویژه در فواصل کوتاه مدت منجر به تصمیم‌گیری‌های صحیح و مناسب مدیران خواهدشد.

اهمیت پیش‌بینی مانده نقد روزانه و پیش‌بینی خوب و صحیح آن، باعث بهبود بازده سرمایه‌گذاری در کوتاه مدت، کاهش هزینه‌های انتشار اوراق بهادار تجاری و سایر استقراض‌های کوتاه مدت، کاهش مانده وجه نقد بلااستفاده و در حالت کلی منجر به تسهیل مدیریت وجه نقد و نیز تضمین عدم مواجهه با ورشکستگی می‌شود.[۲۹]

از آنجا که اصطلاح «جریان‌های نقد تصادفی پیوسته» دارای یک تناقض ذاتی است: در واقع، جریان‌های نقد صرف‌نظر از فاصله زمانی که اندازه‌گیری می‌شود ، متغیرهای تصادفی گسسته در مقدار و زمان هستند. بنابراین، این سوال قابل تامل است که چرا جریان‌های نقد باید در زمان پیوسته مدل سازی شود؟

گاندولفو[1][۱۴]، در مورد اهمیت مطالعه مدل‌های جریان نقد پیوسته نکات زیر را بیان نموده است:

۱. «تغییرات زمان گسسته در جریان نقد، نتایج یکبار تعامل تعداد زیادی از متغیرهای تصادفی اساسی و تصمیمات مدیران شرکت است که در زمان‌های مختلف اتفاق می‌افتد. برگستروم[2][۳]، اشاره می‌کند به منظور کنترل مالی و دیگر اطلاعات توسط شرکت‌های پذیرفته شده در بورس، در طی یک روز، هزاران تغییر کوچک تصادفی رخ می‌دهد. مدل کلی واقع گرایانه که به طور دقیق، این پروسه‌های تصمیم‌گیری اقتصادی را در نظر بگیرد، باید در زمان پیوسته فرموله شود. در بازارهای مالی، جریان اطلاعات پیوسته اغلب توجیهی برای استفاده از مدل‌های زمان پیوسته ارائه می‌دهد؛ استدلال مشابه در فرآیندهای جریان نقد نیز کاربرد دارد، زیرا تصمیمات مدیران و سایر متغیرهای تصادفی تحت تأثیر جریان اطلاعات به طور مداوم در جریان است. از این‌رو بهتر است که پردازش جریان نقد را پیوسته در نظر گرفت.

۲. نتیجه تجزیه و تحلیل جریان‌های نقد زمان گسسته می‌تواند وابسته به فاصله زمانی انتخاب شده باشد. به عبارت دیگر، اگر مدل به خوبی تعریف و سازگار نباشد، خواص متغیرهای تصادفی می‌تواند با توجه به طول زمان دوره مورد نظر متفاوت باشد در حالیکه مدل‌های زمان پیوسته چنین شرایطی ندارند.

۳. به طور تحلیلی، در سیستم‌های معادلات دیفرانسیل زمان پیوسته معمولا به راحتی از سیستم‌های مختلف زمان گسسته استفاده می‌شود. پس از برآورد پارامترها، معادلات دیفرانسیل پیش‌بینی و شبیه‌سازی مسیرهای نمونه بدون در نظر گرفتن فاصله زمانی انتخاب شده را ممکن می‌سازد. برعکس، مدل‌های گسسته نمی‌توانند اطلاعات بیشتری را در مورد داده‌های موجود در واحد زمانی ارائه دهند».

علاوه بر این، کاکس و میلر[3][۷]، خاطر نشان می‌نمایند «روش مفید استفاده از فرآیند انتشار در فرآیند پیوسته است زیرا روش‌های ریاضی مرتبط با فرآیند پیوسته (به عنوان مثال، معادلات دیفرانسیل، یکپارچه سازی) اغلب خود را با روش‌های تحلیلی بهتر نشان می‌دهد».

به همین ترتیب، کارلین و تیلور[4][۱۹]، اذعان می‌کنند «یک مزیت بزرگ در استفاده از معادلات دیفرانسیل پیوسته تصادفی در مقابل مدل‌های گسسته در توصیف فرآیندهای خاص اقتصادی این است که پاسخ صریح، اغلب در فرمول‌های پیوسته در دسترس است. بنابراین

---

[1] Gandolfo

[2] Bergstrom

[3] Cox and Miller

[4] Karlin and Taylor

وابستگی و حساسیت فرآیند بر پارامترها به‌راحتی قابل دسترسی و قابل تفسیر است. تحقق فرآیندها برای مدل زمان گسسته، به ندرت اعمال واکنش‌های صریح را نشان می‌دهد و بنابراین بحث کیفی آن‌ها قابل درک است».

در بررسی رفتار متغیرهای اقتصادی که ماهیت تصادفی دارند، مطالعات متنوعی صورت گرفته‌است. در چند دهه گذشته فرآیندهای انتشار بخش مهمی از ادبیات اقتصاد مالی را به خود اختصاص داده‌است. به ویژه، در هسته اقتصاد مالی جهت الگوسازی نرخ ارز، نرخ بهره، قیمت‌گذاری دارایی‌ها، قیمت‌گذاری مشتقات مالی، ارزش‌گذاری در معرض ریسک، انتخاب سبد بهینه و الگوسازی نوسانات از فرآیندهای انتشار استفاده می‌شود. [۳۱]

فرآیندهای تصادفی در مدل‌سازی سیستم‌ها و پدیده‌هایی که به نظر می‌رسد به صورت تصادفی تغییر می‌کنند کاربرد فراوانی دارد. در بیست سال اخیر تقاضاهای زیادی برای استفاده از ابزارها و روش‌های حسابان تصادفی در رشته‌های مختلف وجود داشته است. معادلات دیفرانسیل تصادفی به عنوان یکی از شاخه‌های ریاضیات تصادفی و ریاضی مالی نوین مورد توجه زیادی قرار گرفته است. در معادلات دیفرانسیل تصادفی، دو نوع ماهیت تصادفی می‌توان در نظر گرفت، گروهی از این معادلات دارای حل مشتق پذیر و گروهی دیگر مشتق ناپذیرند. هر یک از این دو گروه راه حل‌هایی را ارائه می‌دهند که با یکدیگر به طور اساسی متفاوتند. گروه اول، راه‌حل‌های ساده‌تری داشته و شامل معادلات دیفرانسیل معمولی با ضرایب تصادفی یا مقدار اولیه تصادفی یا ورودی تصادفی با خواص منظم و معین و یا حتی ترکیبی از حالات مذکورند. دومین طبقه یا گروه، معادلاتی هستند که ورودی آن‌ها، فرآیندی تصادفی نامنظم مانند نویز سفید گوسی است. این معادلات به عنوان معادلات دیفرانسیل تصادفی محسوب می‌شوند و به صورت معادلات با انتگرال‌های تصادفی ایتو بیان می‌شوند و به روش‌های مرسوم برای حل معادلات دیفرانسیل حل نمی‌شوند. [۳۱]

در ادبیات مالی از ۵ معادله تصادفی؛ براونی حسابی[۱] (ABM)، براونی هندسی[۲](GBM)، واسیچک[۳](VC)، کاکس–انگرسون–راس[۴] (CIR) و ریشه مربعات اصلاح‌شده[۵] (MSR) به عنوان ویژگی قابل توجه فرآیندهای تصادفی زمان پیوسته توجه شده‌است و از آن‌ها به عنوان مدل‌های جریان نقد در برنامه‌هایی مانند مدل‌های مدیریت جریان نقد، تجزیه و تحلیل پروژه سرمایه و ارزیابی کسب و کار استفاده شده است. [۳۵]

---

۱. Arithmetic Brownian Motion

۲. Geometric Brownian Motion

۳. Vasicek

۴. Cox–Ingersoll–Ross

۵. Modified Square Root Process

معروف‌ترین فرآیند تصادفی پیوسته، حرکت براونی است. در سال۱۸۲۷، برای اولین بار، روبرت براون[۱](۱۷۷۳–۱۸۵۸) گیاه‌شناس اسکاتلندی حرکت براونی را معرفی کرد.

فرآیند وینر نیز، یک فرآیند تصادفی پیوسته است‌که به نام ریاضیدان و نابغه امریکایی نوربرت وینر[۲] (۱۸۹۴–۱۹۶۴) نام‌گذاری شده‌است. این فرآیند به اسم حرکت براونی استاندارد نیز شناخته می‌شود. حرکت براونی استاندارد (ΔZ) حالت خاصی از حرکت براونی است که درآن $\Delta Z = \frac{W_t}{\sigma}$ حرکت براونی استاندارد، واریانس عدد یک است. حرکت براونی استاندارد و فرآیند وینر به یک معنا استفاده می‌شوند که به‌صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$X_{t+1} = X_t + dz$$

$$dz = \varepsilon\sqrt{dt} \quad \& \quad \varepsilon \sim N(0,1)$$ رابطه (۱)

حرکت براونی حسابی (ABM): اگر به حرکت وینر رشد طولانی مدت اضافه گردد حرکت براونی حسابی به‌دست می‌آید نمایش ریاضی آن به‌صورت زیر است:

$$S_{t+1} = S_t + \mu dt + \sigma dz$$

$$ds = \mu d_t + \sigma dz \quad \& \quad ds \sim N(\mu dt, \sigma^2 dt$$ رابطه (۲)

تکامل حرکت براونی حسابی ترکیبی از دو بخش است:

الف: یک رشد خطی با نرخ μ ؛ ب: یک رشد تصادفی با توضیع نرمال و انحراف استانداردσ.

تمرکز آن بر تغییر در مقدار متغیر است و همچنین به عنوان یک مدل افزودنی شناخته می‌شود زیرا متغیر هر زیرا متغیر هر دوره با یک مقدار ثابت رشد می‌کند.

پژوهش الکساندر و استن [۲] یکی از معدود کاربردهای ABM در فرآیند ارزش‌گذاری پروژه است. آن‌ها استفاده از مدل ABM را مورد توجه قرار داده و تایید نموده‌اند؛ زیرا در مقادیر منفی پروژه ایرادی وارد نمی‌کند و استدلال می‌نمایند که تغییر در مقادیر پروژه نیازی به مقیاس‌بندی با اندازه پروژه ندارد، و ازاین‌رو یک مشخصه با نوسان ثابت مانند ABM برای توصیف فرآیندهای ارزیابی پروژه مناسب‌تر است. وندربرگ [۳۶] نشان داد مدلABM برای اندازه‌گیری جریان نقد در شرکت‌ها قابل استفاده و مورد تایید است. یانگ [۳۷] قیمت‌گذاری و زمان‌بندی نظریه اختیارات واقعی را تحت اطلاعات جزئی در نظر می‌گیرد. این مقاله فرآیند جریان نقدی ABM با یک پارامتر رانش متغیر که توسط یک فرآیند برگشت میانگین است را بررسی نموده است و این مدل را مناسب و با صحت بالا می‌داند.

---

[۱] Robert Brown
[۲] Norbert Wiener

مدل براونی هندسی (GBM): حرکت براونی نمایی نیز گفته می‌شود، فرآیند تصادفی زمان پیوسته است که در آن لگاریتم مقادیر مختلف تصادفی، از یک حرکت براونی یا فرآیند وینر پیروی می‌کند. اگر s_t از فرآیند براونی هندسی تبعیت‌کند معادله دیفرانسیل تصادفی این مدل به فرم زیراست:

$$\frac{ds_t}{s_t} = \mu(s,t)dt + \sigma(s,t)dw_t \qquad \text{رابطه (۳)}$$

s_t : دارایی پایه در زمانt؛ μ : میانگین و σ : تغییر پذیری قیمت سهام که معمولا در مسائل ثابت در نظر گرفته می‌شو د و در معادله فوق به‌صورت تابعی از زمان و قیمت سهام است ؛w_t : فرآیند وینر.

از جمله مزایای حرکت براونی هندسی می‌توان به سادگی آن اشاره کرد. در این مدل تخمین پارامترها به آسانی انجام می‌پذیرد و بر خلاف بسیاری از مدل‌های دیگر نیازی به حجم زیادی از داده وجود نخواهد داشت علاوه بر این، مدل GBM در عین سادگی با لحاظ نمودن جزء تصادفی در خود می‌تواند پیش‌بینی متغیرهای تصادفی را که شبیه سازی آنان با مشکلات بیشتری رو به است، به خوبی انجام دهد. [۲۸]

مدل واسیچک (VC): یکی از شناخته شده‌ترین فرآیندهای تصادفی بازگشت به میانگین، فرآیند واسیچک می‌باشد که اولین بار از آن برای مدل‌سازی رفتار تصادفی نرخ‌های بهره کوتاه مدت استفاده گردید. یک نوع از مدل نرخ کوتاه مدت تک عاملی است که تغییرات نرخ بهره را با توجه به یک نوع از ریسک بازار توصیف می‌کند. معادله دیفرانسیل تصادفی این مدل به شکل زیر است:

$$dX_t = \alpha(\theta - X_t)dt + \sigma dw_t \qquad \text{رابطه (۴)}$$

w_t : فرآیند وینر؛ σ : تلاطم نوسان پذیری ؛ α : سرعت بازگشت به میانگین؛ θ : میانگین بلند مدت سری زمانی.

مدل کاکس_انگرسول_راس(CIR): یک نوع مدل «تک عاملی» (مدل نرخ بهره کوتاه مدت) است که تغییرات نرخ بهره را با توجه به یک نوع ریسک بازار توصیف می‌کند.

معادله دیفرانسیل مدل به شکل زیر است:

$$dc_t = a(b - c_t)dt + \sigma\sqrt{c_t}\,dw_t \qquad \text{رابطه (۵)}$$

w_t فرآیند وینر، a، b و σ پارامترهای آن هستند. پارامترa مربوط به رابطه تنظیم سرعت، b میانگین وσ شدت نوسان‌پذیری است، $a(b - c_t)$ عامل انحراف می‌باشد که تضمین می‌کند بازگشت به میانگین نرخ بهره به سمت b با سرعت تعدیل شده مثبتa .

باتاچاریا[1][۶] ، اولین مقاله‌ای است که مدل تصادفی جریان نقد پیوسته را برای تصمیمات بودجه‌بندی سرمایه اعمال نموده است. نویسنده یک فرآیند جریان نقد تصادفی بازگشتی را ارائه داده است، با این استدلال که «در یک اقتصاد رقابتی، باید انتظار داشت که برخی از تمایلات دراز مدت برای جریان‌های نقدی پروژه به سطوحی برگردد که باعث شود شرکت‌ها نسبت به سرمایه‌گذاری‌های جدید در نوع خاصی از فرصت سرمایه‌گذاری که یک پروژه معین نشان می‌دهد بی تفاوت باشند». مشخصات به‌کاررفته در مقاله مشابه مدل CIR است که جریان‌های نقد منفی را مجاز نمی‌داند. جای تعجب نیست که نتایج مدل آن‌چنان که انتظار می‌رود قوی نیست زیرا شبیه‌سازی‌های عددی بر اساس مقادیر پارامتر معقول، سطح نادرستی ۸ درصد–۱۰درصد از ارزش ناخالص را نشان می‌دهند.

مدل ریشه مربع اصلاح‌شده (MSR) : کلومپس و تیپت[2]از ریشه مربع اصلاح‌شده برای ارزش سرمایه‌گذاری استفاده نمودند. آن‌ها معیارهای بهینه سرمایه‌گذاری را برای یک پروژه سرمایه‌ای تعیین نمودند به گونه‌ای که جریان وجه نقد آن از نظر فرآیند «ریشه مربع اصلاح‌شده» تکامل یابد. روند ریشه مربع اصلاح‌شده دارای خصوصیاتی مشابه روند ریشه مربع کاکس ، اینگرسول و راس (۱۹۸۵) است اما علاوه بر این ، امکان جریان منفی نقدینگی را نیز در بر می‌گیرد [۲۱].

رابطه(۶)
$$dc_t = (\mu c_t)dt + \sqrt{\left({k_1}^2 + {k_2}^2 c_t^2\right)}\,dw_t$$

w_t :فرآیند وینر، ${k_2}^2$ ، ${k_1}^2$و μ پارامترهای آن هستند $k_1 = \sigma$ شدت نوسان‌پذیری است، ${k_2}^2 = 2\mu$ ، μ میانگین است.

پژوهش‌های خارجی و داخلی

تانگ و چن[3][۳۳] ، در پژوهشی تحت عنوان «برآورد پارامتریک و تصریح اریب فرآیندهای انتشار» با استفاده از ترکیب رویکرد پارامتریک حداکثر درست‌نمایی و روش بوت استرپ ضرایب معادله انتشار را برآورد کردند. بدین‌صورت که در ابتدا با استفاده از روش حداکثر درست‌نمایی ضرایب الگوی انتشار برآورد می‌شود. در ادامه به منظور کاهش اریب از رویکرد بوت استرپ استفاده می‌شود. از داده‌های ماهانه نرخ بهره امریکا در دوره زمانی ۱۹۶۳ تا ۱۹۹۸ به منظور آزمون روش پیشنهادی استفاده شده‌است. نتایج حاکی از کاهش اریب روش پیشنهادشده در فرآیندهای تک متغیره و چند متغیره دارد.

[1] Bhattacharya
[2] Klumpes & Tippett
[3] Tang & Chen

ساهالیا و جاکود[1][۱]، در پژوهشی تحت عنوان «آیا استفاده از فرآیند براونی در الگوسازی داده‌هایی با تناوب بالا ضروری است؟» با هدف آزمون وجود عنصر براونی در داده‌هایی با تناوب بالا انجام دادند. فرآیند تصادفی دارایی پایه یا قیمت سهام از چهار عنصر تشکیل شده‌است که عبارتند از عامل انتقال، بخش پیوسته یا فرآیند براونی، عامل پرش که خود شامل جز پرش کوچک و پرش بزرگ است. در این پژوهش دو آزمون به منظور تعیین وجود فرآیند براونی در داده‌های با تناوب بالا مانند داده‌های دارایی‌های مالی معرفی شد. نتایج تجربی نشان داد که آزمون‌های معرفی‌شده به خوبی قادر به تعیین عنصر براونی در داده‌های با تناوب بالا است.

سالاس ملینا و همکاران[2][۳۰]، در پژوهشی با عنوان «تجزیه و تحلیل تجربی جریان نقد روزانه و پیامدهای پیش‌بینی آن» با استفاده از داده‌های واقعی جریان نقد روزانه ۵۴ شرکت اسپانیایی مدل‌های خطی و غیرخطی سری‌های زمانی را بررسی نمودند، نتیجه پژوهش آن‌ها کارایی مدل‌های غیرخطی در دنیای واقعی برای پیش‌بینی جریان نقد را نشان می‌دهد.

ون دربرگ[3][۳۵]، در رساله خود به بررسی فرآیند تصادفی جریان نقد پیوسته پرداخته است. شواهد تئوری و تجربی نشان می‌دهدکه تحت برخی از قوانین، جریان نقد عملیاتی می‌تواند به خوبی توسط یک معادله دیفرانسیل تقریبی بیان شود، در حالی‌که فرآیند سرمایه‌گذاری- ترجیحا ابتدا باید توسط یک متغیر اندازه کنترل واریانس بیان شود. با توجه به ملاحظات نظری و شواهد تجربی، این مطالعه معتبر بودن قابلیت یک معادله دیفرانسیل تصادفی با یک تابع رانش خطی و یک تابع انتشار درجه دوم به منظور ایجاد مدل جریان نقد زمان پیوسته را نشان می‌دهد.

حندان و همکاران[4][۱۷]، در پژوهشی با استفاده از مدل براونی هندسی قیمت طلا در بازار مالزی را بررسی نمودند. قیمت‌های شبیه سازی شده برای یک دوره حداکثر یک ماهه با استفاده از معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا (MAPE[5]) بررسی شده است. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که مدل مذکور برای پیش‌بینی قیمت طلا برای مدت زمان کوتاه یک‌ماهه قابل استفاده است و از دقت بالایی برخوردار می‌باشد.

سابوتاو و واتارون[6] [۳۹]، در پژوهشی تاثیر نوسانات تصادفی بر قیمت گذاری آپشن در بازار تایلند را بررسی نمودند. بررسی آن‌ها با استفاده از دو مدل هستون[7]و بلک شولز[1]صورت گرفته

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

---

1. Sahalia & Jacod
2. Salas-Molina,et all
3. Ven der Burg
4. Handan, et all
5. Mean Absolute Percentage Error
6. Wattaatorn, W. , & Sombultawee, K .
7. Heston

است. جهت ارزیابی مدل‌های مذکور از دو معیار ریشه مربع میانگین خطا[۲](RMSE) و میانگین قدر مطلق درصد خطا(MAPE) استفاده شده است. نتیجه به‌دست‌آمده نشان داد مدل هستون نوسانات تصادفی را بهتر را پوشش می‌دهد و از عملکرد بهتری برخوردار است.

تاری وردی و همکاران [۳۲]، در پژوهش خود تحت عنوان «بررسی تاثیر سود عملیاتی، اهرم مالی و اندازه بر میزان نقدینگی شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران» به بررسی عوامل موثر بر میزان نقدینگی شرکت‌های پذیرفته‌شده در بورس اوراق بهادار تهران در دوره زمانی ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۳پرداختند. نتایج نشان داد که بین نسبت سودآوری با نسبت آنی ارتباط مثبت و معنادار و همچنین بین اندازه شرکت‌ها (لگاریتم طبیعی فروش) با نسبت آنی و دوره تبدیل وجه نقد ارتباط مثبت و معنادار می‌باشد .از طرف دیگر، بین نسبت‌های سودآوری با دوره تبدیل وجه نقد، ارتباط منفی و معناداری وجود دارد. همچنین بین نسبت بدهی با نسبت آنی ارتباط مثبت و معناداری وجود دارد و در نهایت بین نسبت بدهی‌ها با دوره تبدیل وجه نقد ارتباط منفی و معناداری وجود دارد.

زندیه و خامی [۳۸]، در پژوهشی از فرآیند تصادفی ، مدل مارکوف پنهان و مفهوم زنجیره مارکف پنهان برای پیش‌بینی رفتار بازارهای مالی استفاده نمودند. الگوریتم ژنتیک به منظور تعیین و تنظیم پارامترهای مدل تنظیم شده برای شناسایی و شناخت الگوهای «مارکوف پنهان» استفاده شده است ؛ سپس از مدل «مارکف پنهان» مشابه در داده‌های تاریخی استفاده شده و پس از آن مقدار قیمت برای روز بعد با استفاده از الگوهای مشابه محاسبه گردیده است. از چندین سهم به منظور دستیابی به نتایج مناسب استفاده شده است و سپس، مقایسه‌ای بین دو مدل که یکی از آن‌ها تلفیقی از مدل «مارکوف پنهان» و مفهوم «زنجیره مارکوف» و دیگری تنها مدل «مارکف پنهان» بوده است انجام گرفته است و نتایج این مقایسه نشان از بهبود عملکرد مدلی داشت که از مفهوم «زنجیره مارکف» استفاده شده است.

مولایی و همکاران [۲۳]، با استفاده از رویکرد معادلات دیفرانسیل تصادفی، مدل‌های براونی هندسی و مدل براونی هندسی همراه با گارچ غیرخطی، رفتار قیمت سهام را الگوسازی نمودند همچنین به منظور برآورد ضرایب معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسانات ثابت و معادلات دیفرانسیل تصادفی با نوسانات تصادفی از رویکرد حداکثر درست‌نمایی استفاده شده‌است و به منظور الگوسازی رفتار قیمت سهام با توجه به تأثیرات نامتقارن اخبار خوب و بد، از الگوی گارچ غیرخطی جهت توضیح رفتار نوسانات قیمت در طی زمان استفاده شده‌است. با توجه به نتایج، اخبار خوب دارای تأثیر بیشتر بر رفتار شاخص کل هستند به عبارت دیگر شاخص کل به

۱Black-Scholes

۲Root-Mean-Square Error (RMSE)

شوک‌های مثبت بیشتر واکنش نشان‌می‌دهد. همچنین با توجه به معیار لگاریتم درست‌نمایی، فرآیند براونی هندسی با نوسانات تصادفی دارای قدرت توضیح‌دهندگی بیشتر نسبت به فرآیند براونی با نوسانات ثابت است.

داودی و میرسعیدی [۹]، در پژوهشی با استفاده ازچارچوب تحلیلی به کمک زنجیرهای مارکوف، امکان پاسخگویی به سؤال‌هایی را فراهم می‌کنند که در چارچوب‌های تحلیلی دیگر مانند چارچوب بنیادی - تکنیکی امکان چنین رویکردی وجود ندارد. در این پژوهش که با استفاده از دو روش بیان شده‌است. بازده‌های دو هفته‌ای (چهار ده روز کاری) شاخص کل «بورس اوراق بهادار تهران» در بازه ۱۳۷۶-۱۳۹۴ در یک فضای حالت شش عضوی که بر اساس بازده و ریسک تعریف می‌شود دارای خاصیت مارکوفی است. خاصیت مارکوفی نشان می‌دهد که متوسط زمان برای انتقال زمان بین فضای حالت بین ۴ تا ۱۳ دوره (هر دوره ۱۴روز) است و بیشترین مقدار احتمالات حدی که رفتار درازمدت فرآیند را نشان می‌دهد، مربوط به حالتی است که در آن بازده کسب‌شده از متوسط بیشتر است.

رافعی و شوشتری [۲۶]، در پژوهشی تحت عنوان «بررسی کارایی معادلات دیفرانسیل تصادفی تحت فرآیند لوی در مدل‌سازی نوسانات نرخ ارز (رویکردی از مدل‌هایCOGARCH)» بااستفاده از معادله دیفرانسیل تصادفی پیوسته لوی، برای اولین بار یک مدل‌سازی پیوسته داده‌های نرخ ارز در ایران پرداختند. برای این منظور از مدل GARCH گسسته و COGARCH پیوسته را مقایسه نمودند. جهت مقایسه دو مدل با استفاده از معیارهای MHSE و MAE، RMSE استفاده نمودند. طبق نتایج به دست‌آمده، معیار MHSE مدلCOGARCH را مدلی مناسب‌تر برای پیش‌بینی نوسان‌پذیری شرطی معرفی می‌کند.

صادقی و همکاران [۲۸]، به بررسی کاربرد حرکت براونی هندسی در پیش‌بینی قیمت طلا و نرخ ارز در بازار آزاد ایران پرداختند. نتایج پژوهش نشان می‌دهد مدل حرکت براونی هندسی مطابق با معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا (MAPE) می‌تواند قیمت‌ها را با صحت بالا شبیه‌سازی نماید. از دیگر نتایج به‌دست‌آمده مشخص می‌شود که با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، توانایی مدل GBM در انجام شبیه‌سازی کاهش می‌یابد.

دلو و ورزیده [۸]، در پژوهشی بااستفاده از مدل حرکت براونی هندسی و معیار ارزیابی MAPE به پیش‌بینی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. نتایج پژوهش نشان داد که مدل حرکت براونی هندسی قادر است تا شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران را در افق زمانی ۱ روزه با صحت بالا پیش‌بینی کند همچنین با افزایش افق زمانی پیش‌بینی، صحت مقادیر پیش‌بینی‌شده توسط مدل کاسته‌شده و توانایی مدل در شبیه‌سازی شاخص کاهش می یابد، با این حال تا افق پیش‌بینی ۳۱ روزه کماکان مقادیر پیش‌بینی شده از صحت بالایی برخوردار است.

بنابر آنچه از نظر گذشت سوال‌های اصلی پژوهش حاضر عبارتند از:

مدل بهینه از بین مدل‌های براونی حسابی، براونی هندسی، واسیچک و ریشه مربعات اصلاح‌شده جهت پیش‌بینی مانده نقد کدام است؟

آیا قدرت مدل بهینه در پیش‌بینی مانده نقد افق‌های زمانی با طول متفاوت ثابت می‌ماند یا با افزایش افق زمانی مورد پیش‌بینی تغییر می‌نماید؟

۳. روش‌شناسی پژوهش

بررسی پژوهش حاضر با استفاده از داده‌های ۱ سال مانده نقد ۴۸ شعبه یک بانک (پس از حذف روزهای تعطیل) صورت گرفته‌است.

این مطالعه با استفاده از تجزیه و تحلیل مانده نقد در سطوح؛ میکروسکوپی[1]؛ مسسکوپی[2] و ماکروسکوپی[3]انجام شده‌است. این دسته‌بندی بر اساس مفاهیم کتلنز[4][۲۰]، به عنوان اولین دستاورد دقیق معادلات مسسکوپی و ماکروسکوپی از یک سیستم قطعی معادلات میکروسکوپی به کار گرفته شده‌است. در سطح میکروسکوپی، هدف اولیه مطالعه درک مانده نقد در طول زمان به تنهایی برای یک شعبه در نظر گرفته می‌شود و فرآیند تصادفی با محتوای پرش و همچنین توصیف با دیفرانسیل تصادفی صورت گرفته‌است. در واقع این رویکرد رفتار منحصر به‌فرد (در این مطالعه شعبه‌ها) را بررسی می‌کند و معمولا برای توصیف چنین سیستمی و مدل‌سازی تصادفی خاص است. در سطح مسسکوپی، به دنبال تجزیه و تحلیل از یک سیستم کوچک به یک سیستم بزرگ تاکید بر چند شعبه است که در آن حرکات گسسته مانده‌های نقد را می‌توان نادیده گرفت و شرح مفصل از روند مانده نقد بنگاه‌ها را می‌توان با فرآیند انتشار (تقریب) «متوسط» از همه فرآیندهای پرش امکان‌پذیر نمود. در سطح میکروسکوپی تحقق فردی از مانده‌های نقد در طول زمان هدف اصلی مطالعه است، در حالی که در سطح مسسکوپی تجزیه و تحلیل گسترش‌یافته و شامل تمام مسیرهای ممکن است که یک روند مانده نقد می‌تواند دنبال کند. اساساً تجزیه و تحلیل از یک فضای قطعی که فقط یک تحقق امکان وجود دارد، به یک فرآیند تصادفی منتقل می‌شود که در آن تحقق بی‌شماری از تحقق‌های (آینده) از یک روند مانده نقد وجود دارد. هنگام بالا بردن تجزیه و تحلیل به سطح ماکروسکوپی، نه تنها روند جریان نقدی تصادفی یک شعبه بلکه کلیه شعب موجود در گروه تحت مطالعه در نظر گرفته‌می‌شود. این

---

[1] Microscopic

[2] Mesoscopic

[3] Macroscopic

[4] Kotelenze

رویکرد رفتار متراکم‌شده سیستم و فرآیند تصادفی سطح بالاتر به عنوان وجه مشترک برای همه شعبه‌ها) را در نظر می‌گیرد. در سطح ماکروسکوپی در واقع سطح کلان تجزیه و تحلیل، تنوع مانده نقد فردی نادیده گرفته می‌شود. آنچه مهم است رفتار متوسط مسیرهای مانده نقد برای کل گروه است. بنابراین، تکامل تابع چگالی احتمال (بی‌قید و شرط) احتمالات مجموعه‌ای را توصیف می‌کند که در برخی شرایط برای توصیف رفتار تصادفی جریان نقدی شرکت‌های مختلف معتبر هستند.

رویکرد پژوهش حاضر به صورت زیر است:

۴ مدل تصادفی پیوسته شامل؛ هندسی براونی، حسابی براونی، واسیچک و ریشه مربع اصلاح‌شده در نظر گرفته شده است؛

ابتدا هر یک از مدل‌ها از حالت عمومی در سطح شعبه ارائه شده است (میکروسکوپی)؛

سپس هر یک از مدل‌ها به یک مدل پیوسته در سطح چند شعبه توسعه داده می‌شود که شامل ترکیبی از انتشارهای خالص و جهش‌های خالص است (مسسکوپی)؛

پس از آن مدل توسعه‌یافته به یک معادله تمام شعب افزایش خواهدیافت (ماکروسکوپی)؛

مدل بهینه در تمام سطوح انتخاب می‌شود؛

و در نهایت از مدل بهینه نهایی انتخاب‌شده از بین کل سطوح به منظور پیش‌بینی مانده جریان نقد استفاده شده‌است.

پژوهش حاضر به بررسی این موضوع پرداخته است که به صورت بهینه تا چه افق زمانی را می‌توان با صحت بالا شبیه‌سازی نمود و مدل بهینه تاییدشده در مرحله (۶) برای شبیه‌سازی افق‌های زمانی با طول متفاوت تا چه میزان کارایی خواهدداشت. شبیه‌سازی مانده نقد برای افق پیش‌بینی ۷، ۱۴، ۲۱، ۳۰،۶۰ و ۱۸۰روز، انجام‌شده‌است. با استفاده از دوره زمانی تخمین پارامترها، اقدام به شبیه‌سازی مانده نقد هر یک از متغیرهای سری زمانی تحت بررسی برای هر یک از افق‌های زمانی موردنظر، پیش‌بینی شده‌است. پس از انجام شبیه‌سازی‌های مربوط به افق‌های زمانی مذکور، به وسیله معیارهایی بررسی صحت پیش‌بینی صورت گرفته است.

جهت رسیدن به موارد گفته شده مراحل زیر طی شده است:

با استفاده از دوره مورد استفاده جهت تخمین پارامتر، پارامترها محاسبه می‌گردند و تا انتهای سری زمانی، با در نظر قرار دادن افق‌های پیش‌بینی، فرآیند تخمین پارامترها ادامه می‌یابد و در انتها بردارهای مختلف از پارامترها حاصل می‌شود.

با به‌کارگیری هر بردار پارامتر، برای افق پیش‌بینی موردنظر، برای مدل منتخب بهینه اجرا می‌شود.

به ازای هر بردار پارامتر برای هر دوره پیش‌بینی، مسیرهای مختلف تصادفی ایجاد می‌شود که در این مطالعه تعداد ۱۰۰۰ مسیر (مانند صادقی و همکاران [۲۸]) ایجاد خواهدشد.

با توجه به مسیرهای تصادفی به دست آمده، فرآیند شبیه‌سازی انجام می‌گیرد.

شبیه‌سازی با استفاده از هر بردار برای افق پیش‌بینی موردنظر تا انتهای سری زمانی تحت بررسی اجرا می‌شود.

معیار بررسی صحت مدل

به منظور بررسی عملکرد مدل، در شبیه‌سازی باید مانده نقد پیش‌بینی‌شده در مقابل مقادیر واقعی آن بررسی گردد تا مشخص شود که پیش‌بینی‌های حاصل از مدل بهینه تا چه حد به حقیقت نزدیک است. به منظور مقایسه مدل‌ها از معیار میانگین قدر مطلق خطا[۱] (MAE)، میانگین مربع خطا[۲] (MSE) در سه سطح گفته‌شده (میکروسکوپی، مسسکوپی و ماکروسکوپی) به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_{model}(i) - y_{actual}(i)|}{n}$$ رابطه (۷)

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_{model}(i) - y_{actual}(i))^2}{n}$$ رابطه (۸)

در این روابط، n تعداد داده‌های مربوط به هر شعبه، y_{model} مانده نقد پیش‌بینی‌شده توسط مدل و y_{actual} مانده نقد واقعی هر شعبه است.

معیارهای مورد استفاده جهت پیش‌بینی

در این پژوهش (مانند عمر و جعفر [۲۴]) از معیار میانگین قدرمطلق درصد خطا (MAPE) استفاده گردیده است. این معیار، معیاری مناسب و قابل درک جهت تحلیل میزان نزدیک‌بودن مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر واقعی است و تاثیر اندازه مقادیر واقعی را در نظر می‌گیرد.

$$MAPE = \frac{\sum \left| \frac{y_{tmodel}(i) - y_{actual}(i)}{y_{actual}(i)} \times 100 \right|}{n}$$ رابطه (۹)

معیار بررسی صحت مدل

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

۱. Mean Absolute Error

۲. Mean Squared Error

به منظور بررسی عملکرد مدل، در شبیه‌سازی باید مانده نقد پیش‌بینی شده در مقابل مقادیر واقعی آن بررسی گردد تا مشخص شود که پیش‌بینی‌های حاصل از مدل بهینه تا چه حد به حقیقت نزدیک است. به منظور مقایسه مدل‌ها از معیار میانگین قدرمطلق خطا (MAE)، میانگین مربع خطا (MSE) در سه سطح گفته‌شده (میکروسکوپی، مسسکوپی و ماکروسکوپی) به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

$$\mathrm{MAE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} |y_{\mathrm{model}}(i) - y_{\mathrm{actual}}(i)|}{n}$$ رابطه (۷)

$$\mathrm{MSE} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_{\mathrm{model}}(i) - y_{\mathrm{actual}}(i))^2}{n}$$ رابطه (۸)

در این روابط، n تعداد داده‌های مربوط به هر شعبه، y_{model} مانده نقد پیش‌بینی‌شده توسط مدل و y_{actual} مانده نقد واقعی هر شعبه است.

معیارهای مورد استفاده جهت پیش‌بینی

در این پژوهش (مانند عمر و جعفر [۲۴]) از معیار میانگین قدر مطلق درصد خطا (MAP) استفاده گردیده است. این معیار، معیاری مناسب و قابل درک جهت تحلیل میزان نزدیک بودن مقادیر پیش‌بینی شده به مقادیر واقعی است و تاثیر اندازه مقادیر واقعی را در نظر می‌گیرد.

$$\mathrm{MAPE} = \frac{\sum \left| \frac{y_{\mathrm{tmodel}}(i) - y_{\mathrm{actual}}(i)}{y_{\mathrm{actual}}(i)} \times 100 \right|}{n}$$ رابطه (۹)

در این رابطه، n تعداد داده‌های مربوط به هر شعبه، y_{model} مانده نقد پیش‌بینی‌شده توسط مدل در زمان t و y_{actual} مانده نقد واقعی در زمان t هر شعبه است.

در این پژوهش از جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) جهت قضاوت مقادیر MAPE به‌دست‌آمده استفاده شده‌است. نحوه قضاوت در مورد معیار ذکرشده در جدول (۱) تشریح شده‌است.

جدول۱.نحوه قضاوت در مورد معیار MAE

قضاوت در مورد صحت پیش بینی	مقدار میانگین قدر مطلق درصد خطا
صحت بسیار بالا	کمتر از ۱۰٪
صحت مناسب	٪۱۱ تا ۲۰ ٪
پیش بینی معقول	٪۲۱ تا ۵۰٪
پیش بینی نادرست	بیش از ۵۱٪

لورنس و همکاران (۲۰۰۹)

جهت پاسخ به سوال دوم پژوهش به علت این که هر کدام از معیارهای مختلف صحت پیش‌بینی ویژگی‌های متفاوتی دارند و با این هدف که نتایج پژوهش قابلیت اتکا و تعمیم‌پذیری بیشتری داشته باشند، از ۴ معیار MAPE , MAE, MSE و RMSE استفاده شده است.

$$MSE = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{model}(i) - y_{actual}(i))^2}{n}$$

$$MAE \frac{\sum_{i=1}^{n}|y_{model}(i) - y_{actual}(i)|}{n}$$

$$MAPE = \frac{\sum\left|\frac{y_{model}(i)-y_{actual}(i)}{y_{actual}(i)} \times 100\right|}{n}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_{model}(i)-y_{actual}(i))^2}{n}}$$ رابطه (۱۰)

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌ها

با استفاده از نرم‌افزار صفحه گسترده (اکسل)[1] داده‌های گردآوری‌شده، طبقه‌بندی‌شده پس از غربالگری و حذف روزهای تعطیل، با استفاده از نرم‌افزار متلب[2] تجزیه و تحلیل صورت گرفته‌است.

نتایج تخمین پارامترهای معادلات دیفرانسیل تصادفی

جهت تخمین پارامترهای هر معادله، تعداد داده‌های موجود برای هر سطح، به دو قسمت تقسیم شده‌است. بخش اول که از نظر تعدادی اکثریت را تشکیل می‌دهد، برای تخمین پارامترها مورد استفاده قرار گرفته است و بخش دوم جهت آزمون توانایی مدل‌ها برای پیش‌بینی استفاده شده است و با حرکت این بخش داده‌ها به جلو تخمین تکرار می‌گردد. در تمامی مدل‌ها روش حداکثر درست‌نمایی جهت تخمین پارامترها مورد استفاده قرار گرفته است. هر یک از مدل‌های قرار داده‌شده بر اساس مانده نقد (C) مورد بررسی قرارگرفته اند. ۴ مدل شماره ۱) براونی هندسی، ۲) براونی حسابی، ۳) واسیچک و ۴) ریشه مربعات اصلاح شده است و سه سطح میکروسکوپی مسسکوپی و ماکروسکوپی بررسی شده است. در جدول زیر میانگین پارامترهای هر مدل ارائه شده است:

جدول۲.میانگین تخمین پارامترها

سطح	مدل (۱)	مدل (۲)	مدل (۳)	مدل (۴)

[1] Excel
[2] Matlab

میکروسکوپی	μ =۲/۳۱ σ =۲/۱۸	μ =۲/۴۳۳ σ =۲/۴۸	μ =۲×۱۰^{۳}/۱۵ σ =۷/۰۳	μ =۲×۱۰^{۳}/۱۳ K_1=۳/۰۸ K_2=۶×۱۰^{۳}/۵۳۴
مسسکوپی	μ =۷/۴۴ σ =۰/۰۸۹۳	μ =۱×۱۰^{۳}/ ۸۰۳ σ =۴/۸۴	μ =۱×۱۰^{۴}/۲۵ σ =۱/۱۷	μ=۱×۱۰^{۳}/۲۵ K_1=۱/۸ K_2=۴×۱۰^{۳}/۷۳۴
ماکروسکوپی	μ =۸/۴۵ σ =۰/۱۹	μ =۳×۱۰^{۳}/۱۲۶ σ =۵/۳	μ =۱×۱۰^{۴}/۲۵ σ =۴/۶	μ=۴×۱۰^{۸}/۲۴ K_1=۱/۷۸ K_2=۲۹۱۲۰

مقایسه مدل‌ها بر اساس معیار MAE ، MSE

به منظور مقایسه قدرت پیش‌بینی مدل‌ها از معیار میانگین قدر مطلق خطا (MAE)، میانگین مربع خطا (MSE) در سه سطح گفته‌شده (پس از نرمالایز کردن) به صورت زیر در نظر گرفته شده است.

جدول۳.اطلاعات حاصل از آزمون‌ها

سطح	مدل	MSE	AME
میکروسکوپی	GBM	۰/۳۱۱	۰/۸۰۶
	ABM	۰/۷۹	۱ /۶۵
	VC	۰/۸۷۸	۱/۷۲
	MSR	۱/۰۰۱	۱/۹۴
مسسکوپی	GBM	۰/۴۸۳	۱/۰۱۴
	ABM	۱/۲۴	۲/۳۴
	VC	۰/۸۰۳	۱/۶۳
	MSR	۰/۹۴۸	۱/۹۲
ماکروسکوپی	GBM	۰/۳۳	۰/۸۲۱
	ABM	۰/۸۶۹	۱/۶۹
	VC	۱/۱۵	۲/۰۶
	MSR	۰/۸۰۳	۱/۶۵

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مدلی که کوچک‌ترین مقدار را دارد کمترین خطا را داراست ، مدل مناسب‌تری است؛ نتیجه بررسی فوق مدل براونی هندسی در سطح میکروسکوپی را به عنوان مدل مناسب تایید می‌نماید.

پیش‌بینی مانده نقد

با توجه به آنچه در قسمت قبل از نظر گذشت مدل براونی هندسی در سطح میکروسکوپی به عنوان مدل بهینه تایید شده است و برای پیش‌بینی در افق‌های زمانی مختلف با استفاده از ۴ معیار MSE,RMSE,MAE ,MAPE در جدول شماره (۴) نتیجه بررسی آورده شده است. هر کدام از معیارهای محاسبه شده نشان‌دهنده میزان خطای پیش‌بینی هستند، هر چه مقادیر این معیارها بیشتر باشد، بدان معناست که مقدار پیش‌بینی شده با خطای بیشتری مواجه بوده است.

جدول۴. معیارهای مختلف صحت پیش بینی برای افق‌های پیش بینی متفاوت

افق (روز)	۷	۱۴	۲۱	۳۰	۶۰	۹۰	۱۸۰
MSE	/۲۹ ۴×۱۰^{۱۷}	/۱۰۳ ۷×۱۰^{۱۶}	/۸۴ ۲×۱۰^{۱۸}	/۰۹ ۱×۱۰^{۱۸}	/۰۱۵ ۳×۱۰^{۱۸}	۷×۱۰^{۱۸}/۷۲	/۲۶ ۱×۱۰^{۱۸}
RMSE	۶×۱۰^{۹}/۵۵	۲×۱۰^{۸}/۶۶۵	۵×۱۰^{۹}/۳۳	۶×۱۰^{۹}/۵۵	۱×۱۰^{۹}/۰۰۴	/۷۳۶ ۱×۱۰^{۹}	۳×۱۰^{۹}/۵۵
MAE	۴×۱۰^{۹}/۴۵	۲×۱۰^{۹}/۳۱	۸×۱۰^{۹}/۰۵	۸×۱۰^{۹}/۰۵	۱×۱۰^{۱۰}/۳۵	۷×۱۰^{۹}/۲۳	۲×۱۰^{۹}/۸۳
MAPE	۰/۲۵۳	۰/۱۳۰	۰/۳۰۶	۰/۵۸	۱	۰/۵۴۸	۰/۲۱۱

نتایج حاصل از شبیه‌سازی مانده نقد روزانه در افق‌های زمانی روزانه در جدول (۴) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. با توجه به جدول که نشان‌دهنده مقدار مطلق میانگین قدر مطلق خطا درصد خطا برای مانده نقد پیش‌بینی شده در هر یک از افق‌های زمانی است. با توجه به جدول پیشنهادی لورنس و همکاران (۲۰۰۹) که پیش‌بینی‌های دارای مقدار بین ۱۱ درصد تا ۲۰ درصد از صحت مناسب پیش‌بینی بر خوردارند؛ می‌توان دریافت که در افق ۱۴ روزه MAPE کمتر از ۲۰درصد بیشترین صحت پیش‌بینی در این بازه زمانی می‌باشد. سایر معیارها نیز در این بازه دارای مقدار کمتری نسبت به سایر دوره‌ها است. صحت پیش‌بینی مناسب در پژوهش حاضر مربوط به بازه زمانی ۱۴روزه بوده است. همچنین می‌توان گفت که قدرت مدل GBM با افزایش طول افق زمانی پیش‌بینی ثابت نمی‌ماند و با افزایش افق زمانی پیش بینی، نتایج متفاوتی دارند.

۵. بحث و نتیجه‌گیری

پیش‌بینی یکی از ابزارهای مدیریت موفق و عنصری کلیدی در مدیریت، برنامه‌ریزی‌های اقتصادی و کاهش ریسک محسوب می‌شود. این مطالعه درصدد پیش‌بینی مانده نقد با استفاده از فرآیندهای تصادفی پیوسته بوده‌است. برای بررسی از مانده نقد روزانه یک‌سال ۴۸ شعبه بانک استفاده شده است. جهت بررسی سه سطح (میکروسکوپی، مسسکوپی و ماکروسکوپی) در نظر

گرفته شد. از چهار مدل تصادفی براونی هندسی، براونی تصادفی، واسیچک و حداقل مربعات اصلاح‌شده استفاده گردیده است. به منظور مقایسه قدرت پیش‌بینی مدل‌ها از دو معیار ؛ MAE، MSE که نشان‌دهنده برتری مدل براونی هندسی در سطح میکروسکوپی به عنوان مدل کاراتر و به واقعیت نزدیک‌تر تایید گردیده است. سپس با استفاده از این مدل و در این سطح با استفاده از ۴ معیارMAPE ، MAE، RMSE، MSE، پیش‌بینی مانده نقد در بازه‌های متفاوت زمان صورت گرفت. نتیجه نشان می‌دهد صحت پیش‌بینی مدل در افق ۱۴ روزه در سطح مناسبی می‌باشد. نتایج به‌دست‌آمده با پژوهش سالاس ملینا [۳۰]، مبنی بر اینکه مدل‌های غیرخطی در دنیای واقعی برای پیش‌بینی جریان نقد کاراتر است، همخوانی دارد. همچنین با پژوهش ون‌دبرگ [۳۵]، توصیف ماهیت غنی و گوناگون روند جریان نقد و نوسانات تصادفی آن و معتبر بودن قابلیت یک معادله دیفرانسیل تصادفی به منظور ایجاد مدل جریان نقد زمان پیوسته همخوانی دارد. همچنین با پژوهش حندان و همکاران [۱۷]، صادقی و همکاران [۲۸] و دلو و ورزیده [۸]، مبنی بر تایید مدل براونی هندسی به عنوان مدل کارای تصادفی و مناسب در افق‌های زمانی مختلف برای پیش‌بینی همخوانی دارد.

۶. پیشنهادها و محدودیت‌ها

ایجاد و گسترش وابستگی‌های بین المللی در بسیاری از جنبه‌های سیاسی و اجتماعی، به ویژه در شرایط جهانی‌شدن اقتصاد، باعث شده‌است انگیزه‌های لازم به منظور یکپارچگی سیستم‌های بانکی و مالی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار شود. به تبع آن، اهمیت مسائل حسابداری و مدیریت بانکی در مفهوم جهانی و درک آن بسیار ضروری شده است[۴]. در همین راستا استفاده از مدل‌ها و ابزارهای نوین در پژوهش‌های مالی ضروری است .

با توجه به نتایج پژوهش حاضر به پژوهشگران آتی پیشنهاد می‌گردد: از آنجا که رابطه متقابل ریاضیات پیشرفته و مالی در حال پیشرفت است و نیز مطالعه انجام شده کاربرد ریاضیات پیشرفته در علوم مالی و حسابداری می‌باشد؛ ابعاد مختلف فرآیندهای تصادفی به عنوان نکته مهم، مورد توجه قرار گیرد؛ از فرآیندهای تصادفی دیگر جهت بررسی رفتار جریان نقد استفاده گردد و در پژوهش‌های آتی از مدل‌های دیگر مانند؛ هستون[1]؛ مرتون[2]، قارچ غیر خطی[3]، گارچ پیوسته [4](COGARCH) و مدل مارکوف[5] استفاده شود. همچنین پیشنهاد می‌گردد با

پرتال جامع علوم انسانی

---

[1] Heston model
[2] Merton model
[3] Nonlinear GARCH model
[4] Continuous GARCH
[5] Markov model

استفاده از الگوریتم‌های دیگر بهینه‌سازی و ماشین لرنینگ[1]، معیارهای دیگـر نیـز مـورد اسـتفاده قرار گیرد.

پژوهش حاضر با محدودیت استفاده از اطلاعات بانک‌های مختلف روبرو بوده است و با توجـه به این محدودیت، از داده‌های شعب مختلف یک بانک استفاده شده است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

[1] Machine Learning

منابع

1. Ait-Sahalia, Y. Jacod, J, (2010), Is Brownian Motion Necessary to Model High Frequency Data?, *The Annals of Statistics*, 38, 3093-3128.

2. Alexander, D. R., Mo, M., & Stent, A. F. (2012). Arithmetic Brownian motion and real options. *European Journal of Operational Research*, 219(1), 114-122.

3. Bartlett, M. S. (1955). An introduction to stochastic processes: with special references to methods and applications: *Cambridge University Press*.

4. Basel Committee on Banking supervision (2000), Sound Practices for Managing Liquidity in Banking Organisations.

5. Bergstrom, A. R. (1990). Continuous time econometric modelling: *Oxford University Press, Incorporated.*

6. Bhattacharya, S. (1978). PROJECT VALUATION WITH MEAN-REVERTING CASH FLOW STREAMS. *The Journal of Finance*, 33(5), 1317-1331.

7. Cox, D. R., & Miller, H. D. (1977). The Theory of Stochastic Processes: Taylor & Francis.

8. Davallo. M, Varzideh.A.R. (2020). Forcasting total index of Tehran Stock Exchange using Geometric Brownian motion model. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 13(46), 193-208. (In Persian)

9. Davoodi,S.M.R ,& Mirsaeedi, K.(2019). The Analysis of the Tehran Stock Exchange Index in the Framework of Markov Chains, *Journal of Financial Managemen*t, Perspective .25, 31-57. (In Persian)

10. Doob, J. L. (1990). Stochastic processes: *Wiley*

11. Dreman D. and M. Berry. (1995). Overreaction, Underreaction and the Low-P/E Effect. *Financial Analysts Journal* ,51(4): 21-30

12. Feller, W. (1971). An Introduction to Probability Theory and Its Applications: *Wiley*.

13. Fuchs, C. (2013). Inference for Diffusion Processes: With Applications in Life Sciences: *Springer Berlin Heidelberg*.

14. Gandolfo, G. (2012). Continuous-Time Econometrics: Theory and applications: *Springer Netherlands.*

15. Gillespie, D. T. (1992). Markov Processes: An Introduction for Physical Scientists: *Academic Press*.

16. Gardiner, C. W. (1985). Handbook of stochastic methods for physics, chemistry, and the natural sciences: *Springer-Verlag*.

17. Handan ,Jarr,Z. Ibrahim, S.I , Mustafa , A.M.S.(2020). Modelling Alaysian Gold Prices Using Geometric Brownian Motion Model. *Advances in Mathematics: Scientific Journal*, 9 (45), 7463–7469.

18. Karlin, S., & Taylor, H. E. (2012). A First Course in Stochastic Processes: *Elsevier Science*.

19. Karlin, S., & Taylor, H. M. (1981). A Second Course in Stochastic Processes: *Academic Press.*

20. Kotelenez, P. (2007). Stochastic Ordinary and Stochastic Partial Differential Equations: Transition from Microscopic to Macroscopic Equations: *Springer New York.*

21. Klumpes, P., & Tippett, M. (2004). A Modified ‘Square Root’ Process for Determining the Value of the Option to (Dis) invest. *Journal of Business Finance & Accounting*, 31(9-10), 1449-1481

22. Lindeberg, J. W. (1922). Eine neue Herleitung des Exponentialgesetzes in der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Mathematische Zeitschrift*, 15(1), 211-225.

23. Molaei, S. Baezani ,M.V. Samadi,S(2016). Modeling behavior of stock price using stochastic differential equations vollidity . *Journal of Financial Knowledge, Securities Analysis,* 9 (32), 1-13.(In Persian)

24. Omar, A., & Jaffar, M. M. (2011). Comparative analysis of Geometric Brownian motion model in forecasting FBMHS and FBMKLCI index in Bursa Malaysia. In Business, Engineering and Industrial Applications. (ISBEIA), IEEE Symposium on (pp. 157-161).

25. ow,R. & Protter,P.(2004). A short history of stochastic integration and mathematical finance: The early years, 1880–1970. A Festschrift for Herman Rubin Institute of Mathematical Statistics Lecture Notes – Monograph Series.

26. Rafei, M., Karimi shoushtari, M. (2020). Investigation of Efficiency of Stochastic Differential Equations Driven by Levy Process in Modeling of Exchange Rate Volatility (COGARCH Approach). *Applied Economics Studies, Iran (AESI)*, 8(32), 81-101. (In Persion)

27. Risken, H., & Frank, T. (2012). The Fokker-Planck Equation: Methods of Solution and Applications: *Springer Berlin Heidelberg*.

28. Sadeqi.H, Fadaeinejad, M.E. Varzideh .A.R. (2019). Application of Geometric Brownian motion in predicting gold price and exchange rate. *Journal of Investment Knowledge*. 8(30), 251-270. (In Persian)

29. Saeedi,A.,& Shabani .M.,(2010). To Assess Banking Liquidity Risk by Emery’s Lambda .*Quarterly Journal of the Stock Exchange Organization* . 3 (3) 3, 129-149. (In Persian)

30. Salas-Molina, F., Martin, F.J., Rodr´ıguez-Aguilar, J.A.(2018), Empirical analysis of daily cash flow time-series and its implications for forecasting. SORT. 42 (1) , 73-98.

31. Shivaie, E., Jalaee Esfandabadi, S. A.M., Salehi Esfiji, N. (2018).Modeling exchange rate behavior in Iran using random differential equations: Merton model and NGARCH Approach, *Applied Economics Studies, Iran (AESI),* 7(27), 1-21. (In Persian)

32. Tari Wardi,Y.Amraei,H & Mehdipooor Roshan,S. (2016). Investigating the effect of operating profit, financial leverage and size on liquidity Companies listed on the Tehran Stock Exchange, *Journal of Financial Management Perspective*,5 (11), 83-106. (In Persian)

33. Tong,C., and chen,S. (2009). Parameter Estimation and Bias Correletion of Diffiuasion Prosses. *Journal of Economecrics* ,149(1) , 65-81.

34. Van Kampen, N. G. (2011). Stochastic Processes in Physics and Chemistry: *Elsevier Science*.

35. Van der Burg, J. G. (2018). Stochasthic Continos-Time Cash Flows ,A Copled Linear-Quadratic Model. A Thesise for the degree of Doctor of Philosophy. Victoria University of Wellington.

36. Van der Burg, J. G. (2015). Do Firms’ Free Cash Flow Movements Fit Arithmetic Brownian Motion? Evidence from the New Zealand Capital Market. *Research Paper*.

37. Yang, Z. a. S., Dandan and Yang, Jinqiang. (2011). The Pricing and Timing of the Option to Invest for Cash Flows with Partial Information *Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=1734302* or *http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.1734302*

38. Zandieh,M.& Khami,M.(2015). Predict stock prices using a combination of the hidden Markov model and the Markov chain, *Journal of Financial Management Perspective* .12, 27-40. (In Persian)

39. Wattaatorn, W. , & Sombultawee, K ., (2021). The Stochastic Volatility Option Pricing Model: Evidence from a Highly Volatile Market. J*ournal of Asian Finance, Economics and Business*.8 (2), 0685–0695.

استناد

دانش، الهام؛ سعیدی، علی؛ رحمانی‌نیا، احسان و غلامی، امیر (۱۴۰۱). پیش‌بینی جریان نقد با استفاده از فرایندهای تصادفی پیوسته. *چشم‌انداز مدیریت مالی*، ۱۲(۳۷)، ۱۲۳–۱۴۵.

Citation

Danesh, Elham; Saeedi, Ali; Rahmaninia, Ehsan & Gholami, Amir (2022). Cash flow forecasting using Continuous-Time Stochastic Processes. *Journal of Financial Management Perspective*, 12(37), 123 - 145. (*in Persian*)

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی