



Production and Operations Management
University of Isfahan E-ISSN: 2423-6950
Vol. 14, Issue 1, No. 32, Spring 2023



<https://doi.org/10.22108/pom.2023.135716.1478>

(Research paper)

Fuzzy multi-objective modelling of project scheduling with multi-skill resource constraints with the ability to change the level of skills and interrupt activities

Mojtaba Salehi *

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payam Noor University, Tehran, Iran, mojtaba.salehi@pnu.ac.ir

Yalda Rahimi

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payam Noor University, Tehran, Iran, yaldarahimi1212@gmail.com

Shohreh Shariati

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Payam Noor University, Kish International Center, Iran, s_shariati23@yahoo.com

Purpose: Time and cost are significant factors in every project. By reducing the resources allocated to the project, project costs are reduced, while the reduction of available resources means the inability to simultaneously implement activities or activities in the shortest possible time, which in turn increases the duration of the project. This is although, in all projects, the completion of the projects in the earliest time is considered one of the important parameters of the project. Considering the highly practical application of the examined problem, project scheduling by investing multi-skill resources with the possibility of changing the skill level in fuzzy conditions can be considered a positive step towards creating project scheduling problems.

Design/methodology/approach: In this paper, the proposed mathematical model of meta-heuristic genetic algorithms to solve the proposed model is discussed and explained in detail. Several skills are needed to perform each activity. The goal is to optimally determine resource availability and find the best schedule by minimizing investment in resources.

Findings: Considering the activities' need for different skills as well as the expertise of the project members in different skills, it seems obvious that each activity can be done with several different

* Corresponding author



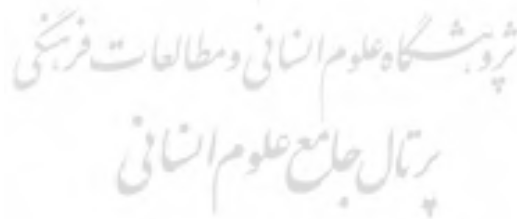
situations in terms of human resources allocation, which might be only for one activity, reaching more than 10 modes. As a result, compared to MRCPSP, this issue has a much higher complexity. The Resource Investment Problem (RIP) is a variant of RCPSP where renewable resource constraints are considered decision variables. In many projects, managers, in addition to making decisions about the time of implementation of activities, should determine the number of resources allocated to activities in each period of the implementation of activities according to the status of the project, which means ignoring the constant pattern of resource consumption for activities during their implementation.

Practical implications: By comparing the algorithms with the indicators of maximum extension, distance from the ideal solution, distance, and several Pareto solutions, it was found that the multi-objective genetic algorithm performs far better than the multi-objective Cuckoo algorithm regarding the criteria, distance from the ideal solution, and the largest expansion. However, in terms of the number of Pareto solutions, the algorithm is not superior to the other algorithms. Therefore, it can be concluded that the multi-objective genetic algorithm has relatively a better performance than the multi-objective Cuckoo algorithm.

Social implications: In this research, each activity can be performed with several different situations in terms of human resource allocation, which may reach more than 10 situations just for one activity. As a result, compared to MRCPSP, this issue has a higher level of complexity. Literature review indicates that being multi-skilled increases the productivity, quality, and consistency of work and gives managers more flexibility in work allocation.

Originality/value: One of the most important branches of project scheduling knowledge is the problem of project scheduling with limited resources. This new concept has led to the development of one of the most general modes of scheduling problems under the title of multi-mode project scheduling with limited resources, which solves many real problems and can be modeled for application.

Keywords: Project scheduling, Multiskilled manpower, Meta-heuristic algorithms, parameter setting





مدیریت تولید و عملیات، دوره ۱۴، شماره ۱، پیاپی ۳۲، بهار ۱۴۰۲

دریافت: ۱۴۰۱/۰۸/۲۳ پذیرش: ۱۴۰۱/۱۰/۲۴ ص ۱-۲۰



<https://doi.org/10.22108/pom.2023.135716.1478>

(مقاله پژوهشی)

مدل سازی چندهدفه فازی زمان بندی پروژه با محدودیت منابع چندمهارته: با قابلیت تغییر سطح مهارت ها و انقطاع فعالیت ها

مجتبی صالحی^{۱*}، یلدا رحیمی^۲، شهره شریعتی^۳

۱- استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه پیام نور، مرکز تهران، ایران، mojtaba.salehi@pnu.ac.ir

۲- کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه پیام نور، مرکز تهران، ایران، yaldarahimi1212@gmail.com

۳- کارشناسی ارشد گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه پیام نور، مرکز بین المللی کیش، ایران، s_shariati23@yahoo.com

چکیده: مسئله زمان بندی پروژه، یکی از مهم ترین و کاربردی ترین مفاهیم مدیریت پروژه است. بسیاری از شرکت ها و سازمان هایی که پروژه محورند، استراتژی کاهش هزینه های متغیر را در اجرای پروژه دنبال می کنند. با توجه به محیط کسب و کار کنونی، بسیاری از شرکت ها علاوه بر پایین آوردن هزینه های خود، به دنبال پیشگیری از تأخیر در اتمام پروژه اند. در این پژوهش، یک مدل ریاضی چندهدفه فازی زمان بندی پروژه با محدودیت منابع چندمهارته، با قابلیت تغییر سطح مهارت ها ارائه شد که هدف آن بهینه کردن سیاست زمان بندی پروژه و استخدام مهارت هاست. با توجه به چند هدفه بودن مدل، از یک رویکرد برنامه ریزی آرمانی استفاده شده است که مدل تک هدفه معادل حاصل می شود. نظر به اینکه مسئله زمان بندی پروژه چندمهارته جزء مسائل ان پی سخت محسوب می شود و مسئله پیشنهادی نیز حالت توسعه یافته مسئله مذکور است، در نتیجه آن نیز جزء مسائل ان پی سخت است. به همین سبب برای حل مسئله پیشنهادی، روش فرا ابتکاری ژنتیک چندهدفه ژنتیک و فاخته انتخاب و برای حل مسئله از آن استفاده شد. در ادامه، مقدار بهینه پارامترهای الگوریتم های پیشنهادی با استفاده از رویکرد تاگوچی تعیین و سپس نتایج محاسباتی برای مجموعه ای از مسائل نمونه تولید شده توسط نرم افزار رنجن ۱، ارائه و عملکرد الگوریتم ها ارزیابی و آنالیز شد. نتایج نشان می دهد الگوریتم ژنتیک چندهدفه عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه دارد. در پایان نیز یافته ها جمع بندی و پیشنهادهایی به منظور تحقیقات آتی ارائه شد.

واژه های کلیدی: زمان بندی پروژه، چند مهارته بودن نیروی انسانی، الگوریتم های فرا ابتکاری، تنظیم پارامتر



۱- مقدمه

زمان‌بندی یکی از مسائل مهم در برنامه‌ریزی پروژه و بخشی از مدیریت پروژه است. زمان‌بندی پروژه عبارت است از تعیین زمان شروع هریک از فعالیت‌های پروژه، با توجه به محدودیت‌ها و به‌منظور رسیدن به یک یا چند هدف مشخص (دمولمستر و هرولن^۱، ۱۹۹۶؛ رنجبر^۲ و همکاران، ۲۰۲۲). یکی از مهم‌ترین شاخه‌های حوزه دانشی زمان‌بندی پروژه، مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود^۳ است. بروکر^۴ (۱۹۹۹) بیان می‌کند که مسائل زمان‌بندی، مسائل زمان‌بندی کارگاهی، جریان کارگاهی، زمان‌بندی و دیگر مسائل زمان‌بندی همگی زیرمجموعه این مسائل به حساب می‌آیند. این مسئله با توجه به ماهیت غیر چند جمله‌ای سختی^۵ که دارد، یکی از دشوارترین و پیچیده‌ترین مسائل تحقیق در عملیات به شمار می‌رود.

با گسترش زمان‌بندی پروژه با منابع محدود، یک فعالیت می‌تواند از چندین راه یا حالت انجام گیرد که هریک از حالات، منعکس‌کننده ترکیبی از زمان لازم و منابع موردنیاز برای انجام فعالیت مدنظرند (هارتمن و بریسکون^۶، ۲۰۱۱). این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالتی شده است که بسیاری از مسائل واقعی را با استفاده از آن می‌توان مدل‌سازی کرد. با این حال MRCPSPP مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است؛ زیرا بلازویک^۷ و همکاران (۱۹۸۳) اثبات کرده‌اند که RCPSPP یک مسئله NP-hard است و در نتیجه حالت عمومی‌تر آن یعنی MRCPSPP نیز یک مسئله NP-hard خواهد بود. جامع‌ترین مطالعه و دسته‌بندی در زمینه مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود و زیرشاخه‌های گسترش یافته آن را می‌توان در تحقیقات هارتمن و بریسکون (۲۰۱۱)، دمولمستر و هرولن (۱۹۹۶)، یو آن^۸ و همکاران (۲۰۲۱)، سون^۹ و همکاران (۲۰۲۲) و مولالینگ^{۱۰} و همکاران (۲۰۲۲) جست‌وجو کرد. به همین سبب پژوهشگران در این پژوهش به دنبال بهینه‌کردن سیاست زمان‌بندی پروژه و استخدام مهارت‌هایند.

به‌طور کلی می‌توان گفت که دو عنصر زمان و هزینه در هر پروژه از اهمیت بسیار بالایی برخوردارند. در هر پروژه هزینه تأمین منابع مختلف مورد نیاز برای به انجام رساندن فعالیت‌ها، بیشترین سهم از هزینه‌های پروژه را به خود اختصاص می‌دهد؛ بنابراین با کاهش منابع تخصیص داده شده به پروژه، هزینه‌های پروژه کاهش خواهد یافت و این در حالی است که کاهش منابع در دسترس، به معنی نبود امکان اجرای هم‌زمان فعالیت‌ها و یا انجام فعالیت‌ها در کوتاه‌ترین زمان ممکن است که این امر به سهم خود باعث افزایش مدت‌زمان پروژه می‌شود. این در حالی است که در تمامی پروژه‌ها، اتمام پروژه‌ها در زودترین زمان ممکن یکی از پارامترهای مهم پروژه در نظر گرفته می‌شود. با توجه به کاربرد عملی بالای مسئله مورد بررسی، می‌توان در نظر گرفتن مسئله زمان‌بندی پروژه را با سرمایه‌گذاری منابع چندمهارته، با امکان تغییر سطح مهارت‌ها در شرایط فازی، گامی مثبت در جهت نزدیک‌تر کردن مسائل زمان‌بندی پروژه، با سرمایه‌گذاری منابع، به واقعیت دانست. به همین سبب محقق، اهداف متعددی مدنظرش است که مهم‌ترین این موارد به شرح ذیل است:

- توسعه و بهبود یک مدل ریاضی چندهدفه و چندحالتی برای توسعه و حل مسئله زمان‌بندی پروژه با سرمایه‌گذاری منابع چندمهارته، با تغییر سطوح مهارت‌ها در شرایط فازی؛
- ارائه الگوریتم فرا ابتکاری چندهدفه ژنتیک و فاخته چندهدفه به‌عنوان روشی برای حل مسئله زمان‌بندی پروژه، با منابع چندمهارته و سرمایه‌گذاری آن با تغییر سطوح مهارت‌ها در شرایط فازی؛

- طراحی آزمایش‌ها برای تنظیم پارامترهای الگوریتم‌های فرا ابتکاری؛
- تولید مسائل نمونه و ارزیابی روش حل پیشنهادی؛
- ارائه پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی.

۲ مبانی نظری پژوهش

در زبان‌های گوناگون و حتی در سازمان‌های مختلف هر کشور دربارهٔ واژه‌های برنامه، طرح یا پروژه، اختلافات لغوی، معنایی قانونی وجود دارد؛ از این رو چارچوب آنان روشن و آشکار نیست و گاه به‌جای یکدیگر نیز استفاده می‌شوند. آرمان‌ها و اهداف تعیین‌شدهٔ حکومت در سطح برنامه‌ریزی بلندمدت یا استراتژیک، برنامه‌نامه‌ی نامیده می‌شود که این برنامه‌ها دارای اهداف کیفی‌اند؛ مانند برنامهٔ توسعهٔ صنایع شیمیایی، برنامهٔ توسعهٔ شبکهٔ راه‌های کشوری. دستیابی به این اهداف و آرمان‌ها در یک فاصلهٔ زمانی بلندمدت، که معمولاً بین ده تا بیست و پنج سال است، امکان‌پذیر است. پس از اینکه برنامه‌ها در سطح برنامه‌ریزی بلندمدت مشخص شدند، هر برنامه در سطح برنامه‌ریزی میان‌مدت یا تاکتیکی توسط مدیریت طراز اول یا سیستم اجرایی کشور، به مجموعه‌ای از طرح‌ها یا برنامه‌های اجرایی تفکیک می‌شود. یک پروژه مجموعه‌ای از فعالیت‌هاست که برای دستیابی به منظور یا هدف خاصی انجام می‌گیرد. پروژه‌ها شامل فعالیت‌هایی‌اند که باید در تاریخ‌های معین، با هزینه‌های معین و کیفیت تعیین‌شده‌ای به انجام برسند. لازمهٔ موفقیت هر پروژه، دستیابی توأمان به هر سه عامل زمان، هزینه و کیفیت معین است و خارج شدن هر یک از سه عامل مذکور از حدود تعیین‌شده، می‌تواند به انجام پروژه‌ای ناموفق و غیراقتصادی منجر شود (شجاعی و بطحایی^{۱۱}، ۱۳۹۱).

۲-۱ مدیریت پروژه

مدیریت پروژه عبارت است از به‌کارگیری دانش، مهارت‌ها، ابزارها و تکنیک‌ها در جهت انجام پروژه، به‌منظور تحقق الزامات پروژه. به‌طورکلی فعالیت‌های مدیریت پروژه عبارت‌اند از:

- تعریف پروژه و انجام فعالیت‌های اولیه؛
- برنامه‌ریزی فعالیت‌های اصلی پروژه؛
- اجرا و کنترل پروژه.

همان‌طور که مشخص است، یکی از مهم‌ترین وظایف مدیریت پروژه، تهیهٔ زمانبندی انجام فعالیت‌هاست که یکی طرح مناسب و مطابق با اهداف در راستای استفادهٔ بهینه از منابع و تجهیزات، تحویل به موقع پروژه و برآورده‌سازی الزامات پروژه این نقش را ایفا می‌کند.

۲-۲ زمانبندی پروژه

نظر به اینکه عامل اصلی ایجاد انگیزهٔ رقابت در امر تجارت، در دههٔ اخیر، زمان است (فقیه و منتظری^{۱۲}، ۲۰۰۸) و یکی از مهم‌ترین شاخص‌های موفقیت پروژه‌ها، عملکرد زمانبندی آنهاست، بنابراین بدیهی است که یکی از اساسی‌ترین وظایف در حیطهٔ مدیریت پروژه، زمانبندی پروژه است (هارتمن^{۱۳}، ۲۰۰۲). زمانبندی در حالت کلی به معنای تخصیص زمان‌های شروع به فعالیت‌هاست. با این حال، تعاریف گوناگونی برای زمانبندی یک پروژه مطرح شده است. برای مثال می‌توان مسئلهٔ زمانبندی پروژه را پاسخ به این پرسش دانست که با در دست داشتن

مجموعه‌ای از فعالیت‌ها و مجموعه‌ای از منابع، به طوری که هر کدام از فعالیت‌ها به مقدار خاصی از هریک از منابع نیاز دارند تا اجرا شوند و میزان در دسترس بودن هریک از منابع در حد معینی است، وجود یک‌سری معیارهای ارزیابی کارایی، بهترین راه برای تخصیص منابع به فعالیت‌ها، به گونه‌ای که مقدار معیار کارایی بهینه شود، کدام است؟

با توجه به تعاریف مختلف زمان‌بندی یک پروژه بدیهی است که زمان‌بندی، یکی از مراحل مهم یک سیستم مدیریت پروژه است که مسیر بهینه انجام پروژه را طراحی می‌کند، به نحوی که محدودیت‌های مربوط به وابستگی میان فعالیت‌ها و نیز محدودیت‌های منابع در دسترس، برقرار باشد و اهداف مدنظر از اجرای پروژه، تأمین شود.

۲-۳ تک‌هدفه کردن مدل‌های چندهدفه: برنامه‌ریزی آرمانی

برنامه‌ریزی آرمانی یکی از تکنیک‌های مسائل تصمیم‌گیری چندهدفه و یک روش بسیار کارآمد در تصمیم‌گیری چندهدفه است و تکنیکی است که نگرش متفاوتی را درباره حل انواعی از مسائل برنامه‌ریزی ارائه می‌کند که دارای اهداف چندگانه و متعارض‌اند و اولویت اهداف، توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود. برخلاف برنامه‌ریزی خطی که مستقیماً به بهینه‌سازی تابع هدف می‌پردازد، برنامه‌ریزی آرمانی به مینیمم کردن انحراف بین اهداف و راه‌حل بهینه می‌پردازد. در این نوع برنامه‌ریزی روش‌های متعددی به جهت حل مسئله زمان‌بندی وجود دارد که می‌توان به دسته ذیل طبقه‌بندی کرد:

- روش‌های دقیق مبتنی بر برنامه‌ریزی صفر و یک، شاخه و کران و طرح‌های شمارشی؛
- روش‌های ابتکاری مبتنی بر قوانین ارجحیت؛
- روش‌های فرا ابتکاری.

۲-۴ پژوهش‌های صورت گرفته درباره زمان‌بندی پروژه با محدود منابع چندمهارته

مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود^{۱۴}، به دنبال تعیین توالی زمانی یا برنامه زمان‌بندی برای انجام یک‌سری فعالیت‌های وابسته تشکیل‌دهنده پروژه، با در نظر گرفتن تعدادی محدودیت است (آرتیگوئس^{۱۵} و همکاران، ۲۰۰۹). اولین فرمول‌بندی این مسائل که از دهه ۱۹۵۰ در خور توجه محققان این حوزه قرار گرفته است، در سال ۱۹۶۹ ارائه شد (پریسکر^{۱۶} و همکاران، ۱۹۶۹). این نوع مسائل به لحاظ خصوصیات مربوط به فعالیت‌ها، منابع و توابع هدف بسیار متنوع‌اند (هارتمن و بریسکون، ۲۰۱۱).

در جامع‌ترین هندبوک‌های زمان‌بندی پروژه مانند دتمولستر و هرولتن (۱۹۹۶) نیز نامی از این مسئله برده نشده است. برای اولین بار مسئله MSPSP را نرون و همکاران^{۱۷} (۲۰۰۲) ارائه کردند. آنها پروژه‌ای را مطرح کردند که فقط با مهارت‌های انسانی انجام می‌شود. در مدل‌های ارائه شده توسط آنها، فرض بر این است که مهارت‌های افراد در زمینه‌های کاری در صورت داشتن مهارت، یکسان است. سپس توسعه‌ای از مسئله MSPSP که مسئله کلاسیک MSPSP با سطوح سلسله‌مراتبی از مهارت است و هدف حداقل کردن زمان انجام پروژه با فرض اینکه فعالیت‌ها نمی‌توانند قطع شوند، توسط نرون و همکاران (۲۰۰۲) در نظر گرفته شد و آنها حد پایینی برای این مسئله ارائه دادند.

مطالعه ذوالفقاری و موسوی^{۱۸} (۲۰۲۱)، یک ساختار خطی جدید از مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را برای انتخاب و زمان‌بندی پورتفولیوی پروژه با در نظر گرفتن مدیریت منابع، جریان نقدی، هزینه تأخیر و استحکام

پروژه‌های متعدد پیشنهاد می‌کند. علاوه بر این، برای توصیف بهتر موقعیت‌های پروژه در زندگی واقعی، یک رویکرد راه‌حل جدید براساس متغیرهای تصادفی فازی، با ارزش بازه‌ای مثلثی معرفی می‌شود تا عدم قطعیت‌های فازی و تصادفی را در مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی ترکیب کند. پاتوقی و موسوی^{۱۹} (۲۰۲۱) بیان می‌کنند که در نظر گرفتن هم‌زمان مسائل مربوط به تدارکات مواد و زمانبندی پروژه، درخور توجه‌ترین زمینه‌ها در مدیریت پروژه است. مقدار سفارش، یک عامل کلیدی است؛ زیرا با حفظ موجودی کامل مواد مورد نیاز، احتمال کمبود مواد و ناکارآمدی مربوطه کاهش می‌یابد؛ اما هزینه‌های نگهداری موجودی به‌طور چشمگیری افزایش می‌یابد. علاوه بر این، در صورت خرید مقدار کمی از مواد مورد نیاز، تأخیر در فعالیت‌های فردی و در نتیجه در تکمیل پروژه افزایش می‌یابد. مطالعه‌ی لی^{۲۰} و همکارانش (۲۰۲۱) بر مسئله زمانبندی کارگاه کار انعطاف‌پذیر سبز توزیع‌شده چندهدفه، با زمان پردازش فازی نوع ۲ بررسی شده است. همچنین به حداقل رساندن زمان ساخت و مصرف کل انرژی به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است. برای حل چنین مشکل سختی، یک الگوریتم تکاملی دانش‌محور دوحل‌ای^{۲۱} پیشنهاد شده است که فرایند تکاملی را به دو مرحله تقسیم می‌کند.

والس^{۲۲} و همکاران (۲۰۰۹)، یک راه‌حل برای مسئله زمانبندی پروژه را با نیروی کار چند مهارته ارائه کردند. آنها نیروی کار را در سه سطح ارشد، استاندارد و تازه‌کار طبقه‌بندی کردند. هدف، حداقل کردن مدت‌زمان انجام پروژه است. آنها برای حل این مسئله از یک الگوریتم ژنتیک ترکیبی استفاده کردند. پژوهش‌های متعدد دیگری درباره‌ی مبحث زمانبندی پروژه با محدودیت منابع چندمهارته، انجام گرفته است که در جدول ۱ مشاهده می‌کنید.

تورابی یگانه و زگوردی^{۲۳} (۲۰۲۰) بیان می‌کنند که عدم قطعیت یکی از بخش‌های اصلی محیط مدیریت پروژه است که می‌تواند به شدت بر اهداف پروژه تأثیر بگذارد و باعث تأخیرهای پیش‌بینی‌ناشدنی شود. این مطالعه یک رویکرد بهینه‌سازی چندهدفه را برای ساخت برنامه‌های پروژه انعطاف‌پذیر، تحت محدودیت‌های منابع برای مقابله با مدت‌زمان فعالیت نامشخص ارائه می‌کند. در این مقاله، مفهوم زمانبندی پروژه انعطاف‌پذیر برای اندازه‌گیری توانایی زمانبندی‌ها، برای مقابله با اختلال در طول مدت تعریف می‌شود. نظر به اینکه ارزیابی مستقیم تاب‌آوری از نظر محاسباتی پیچیده و زمان‌بر است، یک معیار تاب‌آوری جایگزین جدید معرفی شده است. معیارهای تاب‌آوری پیشنهادی، شناور بودن فعالیت‌ها و ریسک‌های مرتبط با تکمیل پروژه را اندازه‌گیری می‌کند. علاوه بر این، یک مدل جدید مبتنی بر ترکیبی از بافر زمانی و رویکرد تخصیص شناور توسعه داده شده است. برای گسترش مدل‌های زمانبندی پروژه موجود با عدم قطعیت، روابط تقدم کلی بین فعالیت‌ها در نظر گرفته شده است. برای اعتبارسنجی رویکرد پیشنهادی، پروژه ساخت نیروگاه سیکل ترکیبی به‌عنوان مطالعه موردی استفاده می‌شود. با توجه به تعداد زیادی از فعالیت‌های پروژه در این مطالعه موردی، از الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی غیرغالب (NSGA II) برای حل مشکل استفاده شده است. نتایج حل مدل ریاضی با استفاده از روش پیشنهادی از طریق آزمایش‌های شبیه‌سازی گسترده ارزیابی و با نتایج جدول پایه مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با در نظر گرفتن معیار تاب‌آوری پیشنهادی و تخصیص بهینه زمان بافر به فعالیت‌ها، پروژه در همان مدت‌زمان با قابلیت اطمینان بالاتر به پایان رسید.

حیبی^{۲۴} و همکاران (۲۰۲۰) بیان می‌کنند که برنامه‌ریزی مناسب و واقع‌بینانه، عامل مهم موفقیت هر پروژه است. در واقع، زمانبندی پروژه بیشتر شامل چندین هدف است که باید به‌طور هم‌زمان محقق شوند و با عدم قطعیت‌های

متعددی مواجه می‌شوند که ممکن است یکپارچگی زمان‌بندی طراحی شده را تضعیف کند؛ بنابراین نحوه برخورد با این گونه عدم قطعیت‌ها، برای برنامه‌ریزی مؤثر، اهمیت ویژه‌ای دارد. یک برنامه زمان‌بندی واقع‌بینانه باید تغییرات مبتنی بر زمان را در ظرفیت منابع تجدیدپذیر، میزان منابع مورد نیاز را برای انجام فعالیت‌ها و تأثیر کلی چنین تغییراتی را بر برنامه در نظر بگیرد. این مدل با هدف به حداقل رساندن طول عمر پروژه، به حداکثر رساندن استحکام زمان‌بندی و به حداکثر رساندن ارزش فعلی خالص، منافع مالک پروژه و پیمانکار را به‌طور هم‌زمان در نظر می‌گیرد. دو الگوریتم راه‌حل چندهدفه NSGA-II و MOPSO با روش تاگوچی اصلاح و تنظیم شده‌اند تا برای تعیین مجموعه راه‌حل‌های بهینه پارتو برای مسئله پیشنهادی استفاده شوند.

انصاری^{۲۵} و همکاران (۲۰۲۲) بیان می‌کنند که در شرایط متغیر امروزی، اختلالات تصادفی باعث پیچیدگی در مدیریت پروژه ساختمانی شده است. در این مطالعه، یک رویکرد چندهدفه برای تعیین اندازه بافرهای زمانی در پروژه‌های مهندسی و ساختمانی پیشنهاد شده است. مسئله به‌عنوان یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای فرموله شده است. به‌منظور بررسی کارایی مدل، روش پیشنهادی با رویکردهای مدیریت زنجیره بحرانی کلاسیک و توسعه‌یافته مقایسه شد. اعتبارسنجی با استفاده از آزمایش‌های شبیه‌سازی انجام شده در آزمون داده‌های معیار و یک مورد واقعی از یک پروژه مهندسی انجام می‌شود. نمونه‌های عددی و مطالعات موردی برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی ارائه شد. نتایج، کارایی روش بافر زمانی چندهدفه پیشنهادی را در وضعیت واقعی نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد روش اندازه‌گیری بافر قوی پیشنهادی، برخلاف روش‌های سنتی، به یک طرح پایدارتر منجر می‌شود. در تحقیق پیشنهادی، هدف اصلی توسعه و نزدیک‌شدن موضوع مسئله زمان‌بندی پروژه با سرمایه‌گذاری منابع چندمهارته به دنیای واقعی است. با توجه به بررسی پژوهش‌های انجام شده، تاکنون فعالیت‌ها صرفاً یک حالت اجرایی داشته و توابع هدف به‌صورت تک‌هدفه و تمام پارامترها در شرایط قطعی ارائه شده و محدودیت تجدیدناپذیر ارائه شده‌اند. بر همین اساس در تحقیق پیشنهادی، یک مدل ریاضی چندهدفه با قابلیت اجرای فعالیت‌ها در حالت‌های مختلف فازی ارائه خواهد شد. در توابع پیشنهادی محققان که در بالا به آنها اشاره شد، مواردی لحاظ نشده است که محققان در این پژوهش به آن توجه ورزیده‌اند و به‌نوعی نوآوری تحقیق محسوب می‌شود که به شرح ذیل است:

- توسعه مدل ریاضی چندهدفه که در آن هزینه‌های منابع چندمهارته و زمان اتمام پروژه به‌عنوان دو هدف به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شده است؛
 - ارائه مدل ریاضی با قابلیت انجام فعالیت‌ها در حالت‌های مختلف؛
 - در نظر گرفتن مدل پیشنهادی در شرایط فازی که شامل هزینه هر سطح از مهارت و مدت‌زمان اجرای هر فعالیت در هر سطح مهارت‌ها؛
 - در نظر گرفتن محدودیت‌های منابع تجدیدناپذیر؛
 - ارائه روش‌های فرا ابتکاری چندهدفه ژنتیک و فاخته چندهدفه برای ابعاد بزرگ مسئله.
- توابع هدف شامل کمینه‌سازی هزینه‌های استفاده از منابع چندمهارته و زمان امتداد پروژه است. همچنین از الگوریتم‌های فرا ابتکاری چندهدفه ژنتیک و فاخته برای حل مسئله پیشنهادی استفاده خواهد شد. به‌صورت خلاصه تفاوت و توسعه مدل پیشنهادی نسبت به مدل پایه در جدول ۱ نشان داده شده است.

جدول ۱- توسعه مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های گذشته

Table 1- Development of the proposed model compared to past models

ویژگی	پایه	مدل پیشنهادی
چند هدفه بودن تابع هدف	تک هدفه: کمیته‌سازی هزینه	چندهدفه: کمیته‌سازی تمام پروژه و هزینه
قابلیت اجرای فعالیت‌ها در حالت‌های مختلف	تک حالت	چندحالت
محدودیت منابع تجدیدناپذیر	ندارد	دارد
شرایط پارامترها	قطعی	قطعی و غیرقطعی

۳- روش تحقیق

مسئله زمانبندی پروژه با منابع محدود، بیش از نیم قرن است که ذهن دانشمندان و مدیران پروژه را در حوزه مدیریت پروژه به خود مشغول کرده است. در این بخش مدل ریاضی پیشنهادی الگوریتم‌های فرا ابتکاری ژنتیک برای حل مدل پیشنهادی ارائه و به تفضیل توضیح داده می‌شود. همچنین متغیرهای طراحی به شکل فازی انتخاب شده‌اند که دلیل آن این بوده است که ما در این تحقیق به پاسخ‌های تقریبی نیاز داشته‌ایم و از سویی به دنبال ایجاد توابع غیرخطی با پیچیدگی‌های دلخواه بوده‌ایم؛ به همین سبب از منطق فازی بهره‌گیری کرده‌ایم. وقتی ما منطق عدم قطعیت را می‌گذاریم، تقریباً به گزاره‌ای، اطمینان کافی را نداریم، ولی در منطق فازی ما می‌گوییم گزاره یا متغیر ما درصدی از روابط موجود را دارد و درصدی نیز خطا در آن رخ خواهد داد؛ یعنی در منطق فازی تا حدودی به قطعیت رسیده‌ایم. همچنین ما روش بهینه‌ساز اثرزا را انتخاب نکرده‌ایم؛ زیرا این روش نیز به دنبال یک جواب قطعی بین دو یا چند جواب ممکن است که در واقع با هدف پژوهش ناسازگار است. هدف کلان پروژه الگویی شناور و منعطف منطبق با مسائل زمانبندی و سرمایه‌گذاری است که تنها به کمک منطق فازی امکان رسیدن به این الگو میسر است.

۳-۱ تشریح مسئله

در این پژوهش، برای اجرای هر فعالیت نیاز به چند مهارت وجود دارد. هدف، تعیین بهینه دسترسی منابع و پیدا کردن بهترین برنامه زمانبندی با حداقل کردن سرمایه‌گذاری بر منابع است. به این جهت فرضیات مسئله با وجود تعددهای متکثر به شرح ذیل است:

- فعالیت‌های ابتدایی و انتهایی به صورت فعالیت‌های مجازی‌اند؛
- تمام پارامترها قطعی‌اند؛
- تمام منابع موردنیاز در زمان شروع پروژه در دسترس‌اند؛
- هر مهارتی ممکن است در یکی از سطوح استفاده شود؛
- سطوح بالاتر مهارت‌ها به اجرای سریع‌تر با هزینه بیشتر منجر می‌شود؛
- هر فعالیت ممکن است به یک یا چند مهارت نیاز داشته باشد؛
- تمام مهارت‌های مورد نیاز در زمان شروع هر فعالیت در دسترس‌اند.

۳-۲ پارامترهای مدل ریاضی

P_i : مجموعه پیش‌نیازهای فعالیت‌ها

r_{imkl} : تعداد نیروی مورد نیاز برای اجرای فعالیت i با استفاده از مهارت k در سطح l در حالت اجرایی m ام (به صورت فازی است).

Cr_{klt} : هزینه استفاده از مهارت k در سطح l در زمان t ام.

S_i : مجموعه مهارت‌های مورد نیاز برای اجرای فعالیت i ام.

DD : افق برنامه‌ریزی پروژه (زمان اتمام پروژه).

W_{ik} : حجم کاری فعالیت i مربوط به مهار k ام.

\tilde{v}_{imkl} : سرعت اجرای (پیشرفت) فعالیت i با استفاده از سطح l ام، مهارت k در حالت اجرایی m ام (به صورت فازی است).

rf_{imf} : تعداد واحدهای مورد نیاز از منبع تجدیدناپذیر f برای انجام فعالیت i ام.

RF_f : حداکثر واحدهای در دسترس از منبع تجدیدناپذیر f ام.

R_{kl}^t : تعداد در دسترس سطح l از مهار k در زمان t ام.

S_{ik} : زمان شروع مهار k برای اجرای فعالیت i ام.

c_{ik} : زمان اتمام مهار k برای اجرای فعالیت i ام.

S_i : زمان شروع فعالیت i ام.

c_i : زمان اتمام فعالیت i ام.

x_{imk}^{lt} : اگر فعالیت i توسط مهار k در سطح l و در حالت m و در زمان t شروع شود.

y_{imk}^{lt} : اگر فعالیت i توسط مهار k در سطح l و در حالت m و در بازه زمانی $[t-1, t]$ در حال اجرا باشد.

۳-۳ مدل پیشنهادی ریاضی

$$\text{Min } z_1 = \sum_t \sum_k \sum_l Cr_{klt} * R_{kl}^t$$

$$\text{Min } z_2 = C_n$$

$$S_{ik} = \sum_t \sum_l \sum_m t * x_{imk}^{lt}$$

$$\sum_t \sum_l \sum_m x_{imk}^{lt} = 1$$

$$S_i = S_{ik}$$

$$S_{ik} = S_{ik'}$$

$$C_i \leq S_j$$

$$\sum_t \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} * \tilde{v}_{imkl} \geq W_{ik}$$

$$\sum_i \sum_m \sum_k \sum_l rf_{i,m,f} * y_{imk}^{lt} \leq RF_f$$

$$\sum_m y_{imk}^{lt} * t \leq c_{ik}$$

$$\forall k \in S_i, \forall i$$

$$\forall k \in S_i, \forall i$$

$$\forall k \in S_i, \forall i$$

$$\forall k \neq k' \in S_i, \forall i$$

$$\forall i, j \in P$$

$$\forall k \in S_i, \forall i$$

$$\forall f, \forall t$$

$$\forall k \in S_i, \forall i, t, l$$

$$\begin{aligned}
 s_{ik} - M * \left(1 - \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} \right) &\leq \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} * t && \forall k \in Si, \forall i, \forall t \\
 \sum_l \sum_m t * x_{imk}^{lt} - M * \left(1 - \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} \right) &\leq \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} * t && \forall k \in Si, \forall i, \forall t \\
 c_{ik} = s_{ik} + \sum_t \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} &&& \forall k \in Si, \forall i \\
 c_i \geq c_{ik} &&& \forall k \in Si, \forall i \\
 \sum_l \sum_m y_{imk}^{lt} \leq 1 &&& \forall k \in Si, \forall i, t \\
 \sum_i \sum_m \bar{r}_{imkl} * y_{imk}^{lt} \leq R_{kl}^t &&& \forall k \in Si, \forall l, t \\
 C_n \leq T &&& \\
 x_{imkl}^t \cdot y_{imk}^{lt} \in \{0, 1\} &&& \forall i, k, l, t \\
 R_{kl}^t \cdot s_{ik} \cdot c_{ik} \cdot s_i \cdot c_i \geq 0 &&& \forall i, k, l, t
 \end{aligned}$$

۳-۴ الگوریتم ژنتیک چندهدفه

مسائل بهینه‌سازی دنیای واقعی مشخصه‌ها و محدودیت‌هایی دارد که باید در توسعه الگوریتم‌های بهینه‌سازی درخور توجه قرار گیرند. درواقع مسائل دنیای واقعی از نوع مسائل چندهدفه‌اند و برای حل آنها باید الگوریتم‌های حلی را طراحی کرد که قادر به ارائه جواب‌های مصالحه‌ای با در نظر گرفتن همه اهداف و مشخصه‌های این مسائل باشند. با توجه به توابع $f(x) = (f_1, \dots, f_n)$ که شامل r عنصر (معیار بوده) و بر مجموعه مرجع R تعریف شده است، مسئله چندهدفه ترکیبی زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Min } f(x) = \left(f_1(x) = Z_1, \dots, f_k(x) = Z_k \right)$$

Subject to :

$$X \in R$$

در مسئله بالا درواقع تصویر یک حل‌شدنی مانند $X \in R$ ، یک نقطه در فضای جواب‌ها مانند $Z = f(x)$ است. الگوریتم ژنتیک در هر تکرار با مجموعه‌ای از جواب‌ها کار می‌کند. به جمعیت در هر تکرار الگوریتم، نسل گفته می‌شود. برای تولید نسل جدید از دو عملگر ژنتیکی موسوم به تقاطع و جهش استفاده می‌شود. عملگر جهش برای ایجاد تنوع در بین جواب‌هاست. عملگر تقاطع برای ایجاد تمرکز ما بین دو جوابی است که به‌عنوان والد انتخاب می‌شوند. انتخاب والدین و عمل تقاطع با روش‌های مختلف انجام می‌شود. حضور مجدد باعث می‌شود جواب‌های بهتر از بین نروند. این عملگرها باعث می‌شوند نسل جدید نسبت به نسل قبلی تکامل پیدا کند. برای ارزیابی جواب‌ها، به هر جواب مقدار برازشی اختصاص یابد که برای مسائل تک‌هدفه برابر مقدار تابع هدف در آن نقطه و برای مسائل چندهدفه، بسته به نوع الگوریتم، مقادیر مختلفی تعریف می‌شود. پس از چندین بار تکرار این فرآیند و گذشت چندین نسل، الگوریتم به ناحیه خاصی از فضای جواب همگرا می‌شود.

۳-۵ الگوریتم جست‌وجوی فاخته

در راستای بهینه‌سازی زمانبندی پروژه، دانشمندان از الگوهای طبیعی برای بهینه‌سازی و انتخاب بهینه استفاده کرده‌اند که بسیاری از الگوریتم‌های ابتکاری و فرا ابتکاری از این جمله‌اند و معروف‌ترین این الگوریتم‌ها، الگوریتم ژنتیک، کلونی مورچگان، کلونی زنبور عسل، حرکت تجمعی ذرات و سیستم‌های ایمنی مصنوعی و الگوریتم

جست‌وجوی فاخته است. یانگ و دب^{۲۶} (۲۰۰۹) الگوریتم تراریخته را پایه‌ریزی کرده و آن را بر پایه سه اصل ساده قرار داده‌اند:

- هر پرنده در هر زمان تنها یک تخم می‌گذارد؛
- آن را در لانه‌ای قرار می‌دهد که به صورت تصادفی انتخاب شده است؛
- لانه‌هایی که تخم‌های باکیفیت بهتری دارند، به نسل آینده انتقال می‌یابند.

هر تخم فاخته‌ای که در لانه گذاشته شده است، در واقع نماینده یک راه‌حل است. در جست‌وجوی فاخته معمولی چون در هر لانه فقط و فقط یک تخم گذاشته می‌شود، هر لانه نیز نماینده یک راه‌حل است. به بیان دیگر راه‌حل، لانه، تخم، فاخته و زیستگاه هر پنج مورد به یک مفهوم اشاره دارند. راه‌های جدید در جست‌وجوی فاخته به کمک پرواز لوی با رابطه زیر تولید می‌شوند که این پژوهش نیز اساس خویش را بر این رابطه قرار داده است (رابطه ۱).

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + \alpha \otimes \text{Levy}(\lambda), \alpha > 0 \quad (1)$$

که α اندازه گام‌ها و \otimes عملگر ضرب مؤلفه به مؤلفه است. در دنیای واقعی هرچقدر تخم‌های فاخته به تخم‌های پرنده میزبان شباهت بیشتری داشته باشد، شانس عدم شناسایی تخم‌ها بیشتر و احتمال بقا بالاتر است؛ بنابراین عاقلانه است که اندازه گام‌های الگوریتم، ضربی از اختلاف بین راه‌حل موجود و بهترین راه‌حل باشد (رابطه ۲).

$$A \propto |x_i^{(t)} - x_{best}^{(t)}| \quad (2)$$

۴ مطالعات کاربردی و یافته‌ها

الگوریتم ژنتیک چندهدفه: الگوریتم‌های ژنتیک مختلفی برای حل مسائل تک‌هدفه وجود دارد. در این گام پارامترهای الگوریتم ژنتیک تنظیم می‌شود. تعداد مراحل اجرای الگوریتم نیز صرفه‌جویی در زمان و فضای سیستم محاسباتی را تداعی می‌کند. عامل‌ها و سطوح مدنظر برای انجام تنظیم پارامتر به شرح جدول ۲ است.

جدول ۲- عوامل و سطوح آن برای آزمایش توسط الگوریتم ژنتیک چندهدفه

Table 2-. Factors and their levels for testing by multi-objective genetic algorithm

عوامل	سطوح		
	۳	۲	۱
Pop	۱۰۰	۸۰	۶۰
Iter	۸۰	۶۰	۴۰
Pc	۰/۹	۰/۸	۰/۷
Pm	۰/۲۰	۰/۱۵	۰/۱۰

برای عوامل در نظر گرفته شده از جدول استاندارد آرایه‌های متعامد، مناسب‌ترین آرایه طرح ۹L (با ۴ فاکتور و در ۳ سطح) برای الگوریتم NSGAI است که در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳- آرایه متعامد پیشنهادی برای الگوریتم ژنتیک چندهدفه

Table 3- Proposed orthogonal array for multi-objective genetic algorithm.

شماره آزمایش	Pop	Iter	Pc	Pm
۱	۱	۱	۱	۱
۲	۱	۲	۲	۲
۳	۱	۳	۳	۳
۴	۲	۱	۲	۳
۵	۲	۲	۳	۱
۶	۲	۳	۱	۲
۷	۳	۱	۳	۲
۸	۳	۲	۱	۳
۹	۳	۳	۲	۱

برای جمع‌آوری داده‌های مربوط به آرایه‌های متعامد پیشنهادشده، باید برای هر ترکیب از سطوح، عوامل الگوریتم اجرا و داده‌ها جمع‌آوری شود. برای اجرای هر آزمایش، یک مسئله نمونه در نظر گرفته شده است. هر یک از ۹ آزمایش مختلف طراحی شده در آرایه متعامد ۹L برای الگوریتم NSGAI، برای هر یک از مسائل، سه بار اجرا شده است. در شکل ۱ نتایج به دست آمده از اجرای تنظیم پارامتر الگوریتم ژنتیک نمایش داده شده است. همچنین سطح بهینه هر کدام از پارامترها در جدول ۴ نمایش داده شده است.



شکل ۱- نرخ (S/N) برای هر سطح از فاکتورهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه

Pop: اندازه جمعیت الگوریتم؛ Iter: تعداد نسل‌های الگوریتم؛ Pc: انتخاب کروموزوم‌ها برای عمل تقاطع؛ Pm: انتخاب کروموزوم‌ها برای عمل جهش

Fig. 1- Rate (S/N) for each level of multi-objective genetic algorithm factors. Pop: algorithm population size; Iter: the number of generations of the algorithm; Pc: selection of chromosomes for crossover operation; Pm: Selection of chromosomes for mutation

جدول ۴- سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه

Table 4- Optimal levels of multi-objective genetic algorithm parameters

سطوح	Pop	Iter	Pc	Pm
۱	*			*
۲		*	*	
۳				
مقدار بهینه	۶۰	۶۰	۰/۸	۰/۱

به این ترتیب برای پارامتر الگوریتم ژنتیک چندهدفه، سطوح بهینه به دست می‌آید. با قراردادن این سطوح در پارامترهای الگوریتم، الگوریتم ژنتیک چندهدفه با عملکرد بالاتری به جست و جاب بهینه می‌پردازد. پس از این گام نتایج حاصل از حل مسائل نمونه با الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامطلوب استخراج می‌شود که به شکل مبسوط در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵- نتایج مربوط به حل مسائل نمونه برای الگوریتم ژنتیک چندهدفه

MID: فاصله نزدیکی بین جواب‌های نامغلوب و نقطه ایده‌آل؛ S: فاصله نسبی جواب‌های نامغلوب؛ D: معیار بیشترین گسترش؛ NPS: تعداد جواب‌های نامغلوب از طریق الگوریتم.

Table 5- Results related to solving sample problems for multi-objective genetic algorithm

MID: close distance between the non-dominant solutions and the ideal point; S: relative distance of non-dominant answers; D: criterion of the greatest expansion; NPS: number of non-superior answers through the algorithm

شماره مشکل	NPS	MID	D	S
۱	۸	۳۰/۸۰۲۲	۱۳۳۰/۳۱۶	۲۰/۵۱۲۱۹
۲	۶	۴۹/۶۴۰۰	۹۶۰/۱۳۳۳	۴/۱
۳	۷	۱۲/۷۳۴۲۱	۱۰۶۰/۳۴۴	۳/۲۶۴۶
۴	۸	۳/۲۹۹۸۳۲	۴۵۰/۴۰۰۹	۰
۵	۱۰	۱۲/۶۱۳۸۶	۷۰۰/۰۳۵	۰
۶	۷	۲۰/۸۵۸۲۳	۱۵۶۰/۳۰۸	۲۳/۸۸۲۹۴
۷	۱۱	۷۰/۹۳۸۱۶	۷۳۲/۶۳۵۹	۱۰/۱۴۴۸۷
۸	۱۲	۳۳/۱۰۴۹۵	۱۰۸۳/۲۰۲	۰
۹	۱۱	۶۰/۲۲۷۴۶	۷۳۲/۶۳۵۹	۱۲/۸۸۴۶
۱۰	۹	۲۲/۴۱۰۵۹	۸۱۶/۶۸۸۳	۹
۱۱	۳	۴۱/۲۰۱۴۷	۸۱۶/۶۸۸۳	۷
۱۲	۷	۸۵/۰۳۱۰۹	۶۸۵/۱۲۵	۷
۱۳	۶	۸۸/۷۵۳۰۹	۷۳۸/۱۰۷۷	۱۰
۱۴	۴	۵۴/۴۵۶۸۷	۴۵۰/۴۰۰۹	۳
۱۵	۱۵	۳۲/۷۸۹۸۷	۸۳۴/۰۵۸	۱۰
۱۶	۱۴	۱۰۰/۵۶۹۴	۹۸۵/۲۱۶۵	۲۱
۱۷	۱۰	۱۵۵/۰۳۲۹	۹۰۶/۴۹۸۵	۹
۱۸	۳	۲۲۱/۲۵۵۹	۹۰۰/۲۰۰۵	۱۳
۱۹	۱۰	۱۰۷/۵۸۳۴	۸۷۰/۱۲۹۳	۱۶
۲۰	۱۳	۱۴۰/۴۱۹۲	۷۱۰/۲۰۳۵	۹

الگوریتم فاخته چندهدفه: در این قسمت نیز به تعیین مقادیر بهینه الگوریتم فاخته چندهدفه پرداخته می‌شود.

پارامترهای اصلی الگوریتم فاخته چندهدفه به ترتیب عبارت‌اند از:

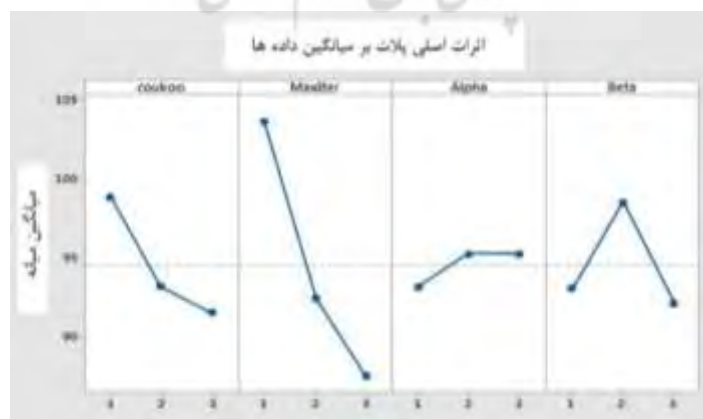
- اندازه جمعیت هر الگوریتم به Cuckoo نشان داده می‌شود؛
- تعداد نسل‌های الگوریتم فاخته چندهدفه^{۲۷}؛
- گام‌های فاخته با آلفا نشان داده می‌شود؛
- شعاع حرکت با بتا نشان داده می‌شود.

پارامترها (عوامل) همراه با سطوح آنها برای الگوریتم فاخته چندهدفه پیشنهادی در جدول ۶ آمده است.

جدول ۶- عوامل و سطوح آن برای آزمایش توسط الگوریتم فاخته چندهدفه
Table 6- Factors and their levels for testing by multi-objective cuckoo algorithm

سطوح			عوامل	
۳۰	۲۵	۱۲۰	اندازه جمعیت الگوریتم فاخته	Cuckoo
۱۸۰	۱۵۰	۱۲۰	تعداد نسل‌های الگوریتم فاخته	MaxIter
۰/۰۵	۰/۱	۰/۱۵	گام‌های فاخته	Alpha
۱/۵	۲	۲/۵	شعاع حرکت	Beta

با مراجعه به جدول استاندارد آرایه‌های متعامد در روش تاگوچی و با استفاده از نرم‌افزار مینی تب، آرایه متعامد ۴۸۳(۹L) به عنوان مناسب‌ترین طرح انتخاب می‌شود. آرایه‌های متعامد این طرح به مانند آرایه‌های متعامد الگوریتم ژنتیک چندهدفه است که از ذکر مجدد آن خودداری می‌شود. همچنین نتایج حاصل از انجام آزمایش‌ها به صورت شکل ۲ است. همچنین سطح بهینه هریک از پارامترها در جدول ۷ آورده شده است. در این مطالعه، ما یک مدل بهینه‌سازی زمان‌بندی پروژه چندهدفه را با نیازهای منابع و ظرفیت‌های متغیر را با زمان پیشنهاد می‌کنیم. دلیل استفاده از روش پارامتر تاگوچی این است که پژوهشگر به دنبال یک طرح آزمایش برای عوامل کنترل‌شدنی و یک طرح آزمایش دیگر برای عوامل تعدیل یا کنترل‌نشده است. تاگوچی تحلیل میانگین پاسخ را برای هر اجرا و همچنین تحلیل تغییرات را با استفاده از نسبت سیگنال به اختلال (S/N) به طور مناسب انتخاب می‌کند که باید در این پژوهش نیز لحاظ شود؛ پس به همین سبب از روش تاگوچی بهره‌گیری شده است. روش‌های راه‌حل پیشنهادی با استفاده از پانزده مسئله در اندازه‌های مختلف، که از کتابخانه مسئله زمان‌بندی پروژه (PSPLIB) مشتق شده‌اند، ارزیابی می‌شوند. در نهایت، راه‌حل‌های الگوریتم‌ها بر اساس پنج معیار ارزیابی می‌شوند. مقایسه‌ها نشان می‌دهد NSGA-II نتایج بهتری نسبت به الگوریتم MOPSO دارد. همچنین، ما نشان می‌دهیم که نادیده گرفتن تغییرات مبتنی بر زمان در مصرف و در دسترس بودن منابع، ممکن است به دست کم گرفتن ساخت پروژه و انحراف درخور توجه از دنباله فعالیت بهینه منجر شود.



شکل ۲- نرخ (S/N) برای هر سطح از فاکتورهای الگوریتم فاخته چندهدفه

Fig. 2- Rate (S/N) for each level of multi-objective cuckoo algorithm factors

جدول ۷- سطوح بهینه پارامترهای الگوریتم فاخته چندهدفه

Table 7- Optimal levels of parameters of multi-objective cuckoo algorithm

Beta	Alpha	MaxIter	Cuckoo	سطوح
	*			۱
				۲
*		*	*	۳
۱/۵	۰/۱۵	۱۸۰	۳۰	مقدار بهینه

در نهایت نتایج حل مسئله‌های نمونه با استفاده از الگوریتم فاخته چندهدفه حاصل شد؛ مواردی که پس از چند آزمون و خطای گسترده حاصل شد. در انتها مهم‌ترین این نتایج به شرح جدول ۸ است.

جدول ۸- نتایج مربوط به حل مسائل نمونه برای الگوریتم فاخته چندهدفه

Table 8- Results related to solving sample problems for the multi-objective cuckoo algorithm

S	D	MID	NPS	شماره مشکل
۴	۷۲۱/۲۵۰	۱۵۰۴۸/۴۸	۸	۱
۵	۱۱۴۳/۲۸۰	۷۴۸۹/۳۵	۴	۲
۵	۱۳۶۱/۱۸۰	۵۲۲۷۷/۵۱	۵	۳
۶	۲۴۹۳۸/۵۰	۸۱۱۵/۱۳۸	۸	۴
۳	۳۵۹۹/۴۵۰	۰۰۴۵۵/۸۸	۵	۵
۶	۰۴۹۹/۸۰۱	۷۶۵۵/۱۹۰	۱۲	۶
۷	۳۶۳۵/۵۵۰	۳۹۸۹/۳۴۰	۹	۷
۳	۱۹۹۶/۵۷۱	۷۷۵۷/۹۸۰	۶	۸
۱۱	۲۲۸۲/۴۷۱	۵۱۵۶/۲۸۰	۸	۹
۸	۷۵۷۱/۳۸۰	۱۱/۴۹۱	۷	۱۰
۷	۴۶۸۷/۳۷۱	۴۱۷۲/۸۱۰	۹	۱۱
۶	۱۱۰۴/۵۲۱	۹۳۷۷/۳۶۰	۶	۱۲
۵	۸۷۲/۱۱۱۰	۱۳۶۱/۱۸۰	۷	۱۳
۳	۰۴/۱۰۲۰	۸۱۱۵/۱۳۸	۹	۱۴
۸	۲۳۸/۲۱۰	۳۵۹۹/۴۵۰	۱۰	۱۵
۱۷	۱۹۷۹/۸۳۰	۰۴۹۹/۸۰۱	۱۷	۱۶
۶	۱/۹۸۰	۳۶۳۵/۵۵۰	۱۲	۱۷
۸	۰۵۲۶/۷۷۰	۱۸۰۵۷/۶۱	۷	۱۸
۷	۰۸۸۹/۳۶۰	۶۱۲۱/۱۵۰	۶	۱۹
۸	۱۰۵۹/۶۸۰	۴۸۳۲۲/۱۱۳	۶	۲۰

۵ بحث

در این قسمت عملکرد دو الگوریتم NSGA II و MOCOA بررسی می‌شود. نظر به اینکه بررسی عملکرد مستقیم الگوریتم‌های چندهدفه به‌طور مستقیم میسر نیست، باید از شاخص‌های استاندارد کمک گرفته شود. بررسی عملکرد این دو الگوریتم نیز با توجه به سه شاخص بیشترین گسترش، مدت زمان حل مسائل و فاصله از جواب ایده‌آل انجام می‌شود. بعد از مشخص کردن شاخص‌ها، مقادیر شاخص‌های دو الگوریتم مقایسه می‌شود. در این پژوهش برای مقایسه دو الگوریتم از آزمون T و با فاصله اطمینان ۹۵ درصد استفاده شده است. برای مقایسه کارایی دو الگوریتم از آزمون t استفاده می‌شود. با استفاده از این آزمون فرض، می‌توان بررسی کرد که آیا بین میانگین‌های دو جمعیت مختلف و مستقل از هم که توزیع نرمال دارند، اختلافی وجود دارد یا خیر. اگر μ_1 و μ_2 شاخص‌های هریک از دو الگوریتم در نظر گرفته شود، فرضیه صفر بیان می‌کند که بین شاخص‌های دو الگوریتم هیچ تفاوتی وجود ندارد و فرضیه مقابل آن حکم به داشتن اختلاف بین شاخص‌های دو الگوریتم می‌دهد.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

زمانی که انحراف معیار برای هر دو الگوریتم نامعلوم و نابرابر باشد، آماره آزمون از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}{s}$$

$$s = \sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{n}}$$

در صورتی که $\mu_1 \neq \mu_2$ آنگاه H_0 رد می‌شود، اگر $|t| \geq t_{\frac{\alpha}{2}}$. نتایج مربوط به آزمون t با اطمینان ۹۵ درصد با استفاده از نرم‌افزار مینی، برای شاخص‌های ذکر شده مینی تب در جداول ۱۰-۱۳ آورده شده است.

شاخص تعداد جواب‌های پارتو: آزمون t زوجی بر شاخص تعداد جواب‌های پارتو نتایج به دست آمده توسط هریک از الگوریتم‌های پیشنهادی، برای نشان دادن اینکه اختلاف معنی‌داری بین هریک از آنها وجود دارد یا خیر، انجام می‌شود که نتایج آن به شرح جدول ۹ آمده است.

جدول ۹- آزمون فرض برابری تعداد جواب‌های پارتو

Table 9- Test of the assumption of equality of the number of Pareto solutions

SE Mean	StDev	MEAN	تعداد مسائل نمونه	الگوریتم
۶۵/۰	۹۰/۲	۱۵/۸	۲۰	فاخته
۷۶۸/۰	۴۳۵/۳	۷۰/۸	۲۰	ژنتیک
۸۶۳/۰	۸۵۹/۳	۵۵/۰	۲۰	تفاوت‌ها
P-Value = 0.531				

فرض صفر نشان‌دهنده برابری میانگین تعداد جواب‌های تولیدشده توسط دو الگوریتم در برابر فرض برابری است. با توجه به مقدار P-Value که بیشتر از میزان سطح اطمینان ۵ درصد است، فرض صفر رد نمی‌شود. نتیجه آزمون نشان می‌دهد که تفاوت معناداری بین تعداد جواب‌های پارتو تولیدشده الگوریتم‌ها وجود ندارد.

شاخص فاصله‌گذاری الگوریتم‌های پیشنهادی: آزمون فرض صفر شاخص فاصله‌گذاری الگوریتم‌های فرا ابتکاری انجام شد که نتایج آن در جدول ۱۰ آورده شده است. همان‌طور که ذکر شد، اگر مقدار P-Value کمتر از میزان سطح اطمینان ۵ درصد باشد، فرض صفر رد می‌شود. نتیجه آزمون نشان‌دهنده برابری شاخص فاصله‌گذاری الگوریتم‌هاست. با توجه به نتایج فوق مشخص است که الگوریتم ژنتیک چندهدفه نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه عملکرد بهتری دارد.

جدول ۱۰- شاخص فاصله‌گذاری الگوریتم‌های پیشنهادی
Table 10- Spacing index of the proposed algorithms

الگوریتم	تعداد مسائل نمونه	MEAN	StDev	SE Mean
فاخته	۲۰	۶۵/۶	۱۷/۳	۷۱/۰
ژنتیک	۲۰	۴۴/۹	۹۶/۶	۵۶/۱
تفاوت‌ها	۲۰	۷۹/۲	۹۴/۵	۳۳/۱

P-Value = 0.049

شاخص فاصله از جواب ایده‌آل: آزمون t زوجی بر شاخص فاصله از جواب ایده‌آل نتایج به دست آمده توسط هریک از الگوریتم‌های پیشنهادی، برای نشان‌دادن اینکه اختلاف معنی‌داری بین هریک از آنها وجود دارد یا خیر، انجام می‌شود که نتایج آن در جدول ۱۱ آورده شده است. یکی از شاخص‌هایی که می‌تواند به تصمیم‌گیری درباره مقایسه الگوریتم‌ها کمک کند، شاخص فاصله از نقطه ایده‌آل است. با توجه به انجام آزمون t درباره شاخص فاصله از نقطه ایده‌آل نشان داده می‌شود که به علت نزدیک به صفر شدن مقدار P-Value اختلاف معناداری بین میانگین مقدار فاصله از نقطه ایده‌آل برای دو الگوریتم وجود دارد. همچنین با توجه به کمتر بودن مقدار میانگین این شاخص برای الگوریتم ژنتیک چندهدفه، این الگوریتم در این شاخص عملکرد بهتری دارد.

جدول ۱۱- آزمون فرض برابری میانگین شاخص فاصله از نقطه ایده‌آل
Table 11- Test of the equality of the mean distance index from the ideal point

الگوریتم	تعداد مسائل نمونه	MEAN	StDev	SE Mean
فاخته	۲۰	۲/۳۱۳	۹/۲۸۳	۵/۶۳
ژنتیک	۲۰	۲/۶۷	۹/۵۵	۵/۱۲
تفاوت‌ها	۲۰	۲۴۶	۷/۲۹۱	۲/۶۵

P-Value = 0.001

شاخص بیشترین گسترش: نتایج مربوط به آزمون فرض شاخص بیشترین گسترش در جدول ۱۲ آورده شده است. با توجه به نتایج به دست آمده از آزمون t مشخص است که فرض صفر رد شده است. نظر به اینکه معیار بیشترین گسترش هرچه بیشتر باشد بهتر است، الگوریتم ژنتیک چندهدفه، عملکرد مناسب‌تری نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه داشته است.

جدول ۱۲- آزمون t برای آزمون فرض برابری میانگین شاخص بیشترین گسترش

Table 12- t-test for the test of the equality of the mean of the greatest expansion index

SE Mean	StDev	MEAN	تعداد مسائل نمونه	الگوریتم
۶۶	۳/۲۹۵	۵۳۷	۲۰	فاخته
۴/۵۹	۶/۲۶۵	۲/۸۵۷	۲۰	ژنتیک
۸۹	۹/۳۹۷	۲/۳۲۰	۲۰	تفاوت‌ها
P-Value = 0.002				

با مقایسه الگوریتم‌ها با شاخص‌های مذکور، مشخص می‌شود که الگوریتم ژنتیک چندهدفه در معیارهای فاصله از جواب ایده‌آل، فاصله‌گذاری و بیشترین گسترش، عملکرد به مراتب بهتری نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه داشته است؛ ولی درباره تعداد جواب‌های پارتو، الگوریتم ژنتیک چندهدفه، بر الگوریتم فاخته چندهدفه برتری نداشته است.

۶- نتیجه‌گیری

یکی از مهم‌ترین شاخه‌های حوزه دانشی زمان‌بندی پروژه، مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود است. این مسئله با توجه به ماهیت غیر چند جمله‌ای سختی که دارد، یکی از دشوارترین و پیچیده‌ترین مسائل تحقیق در عملیات به شمار می‌رود. با گسترش RCPSP یک فعالیت می‌تواند از چندین راه‌حل یا حالت انجام گیرد که هر یک از این حالات، منعکس‌کننده ترکیبی از زمان لازم و منابع مورد نیاز برای انجام فعالیت مدنظرند (هارتمن و بریسکون، ۲۰۱۱). این مفهوم جدید سبب توسعه یکی از عمومی‌ترین حالت‌های مسائل زمان‌بندی با عنوان زمان‌بندی پروژه با منابع محدود چندحالتی شده است که بسیاری از مسائل واقعی را با استفاده از آن می‌توان مدل‌سازی کرد. با این حال MRCPSP به عنوان مسئله‌ای مهم و سخت شناخته شده است؛ زیرا بلازویک و همکاران (۱۹۸۳) اثبات کرده‌اند که RCPSP یک مسئله NP-hard است و در نتیجه حالت عمومی آن یعنی MRCPSP نیز یک مسئله NP-hard خواهد بود.

نظر به اینکه مسئله زمان‌بندی پروژه جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود و مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع چندمهارته نیز حالت توسعه یافته مسئله مذکور است، در نتیجه این تحقیق جزء مسائل NP-hard است. به همین سبب برای حل مسئله پیشنهادی روش فرا ابتکاری ژنتیک چندهدفه و فاخته انتخاب و برای حل مسئله از آنها استفاده شد. با مقایسه الگوریتم‌ها با شاخص‌های بیشترین گسترش، فاصله از جواب ایده‌آل، فاصله‌گذاری و تعداد جواب‌های پارتو مشخص شد که الگوریتم ژنتیک چندهدفه در معیارهای فاصله از جواب ایده‌آل، فاصله‌گذاری و بیشترین گسترش، عملکرد به مراتب بهتری نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه داشته است؛ ولی درباره تعداد جواب‌های پارتو، الگوریتم ژنتیک چندهدفه، بر الگوریتم فاخته چندهدفه برتری نداشته است؛ بنابراین می‌توان گفت که الگوریتم ژنتیک چندهدفه نسبتاً عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم فاخته چندهدفه دارد. نتایج تدوین شده پژوهش به شرح ذیل است:

- با توجه به نیاز فعالیت‌ها به مهارت‌های مختلف و همچنین تخصص اعضای پروژه در مهارت‌های گوناگون، بدیهی به نظر می‌رسد که می‌توان هر فعالیت را با تعداد حالات متنوعی از نظر تخصیص نیروی انسانی انجام داد که امکان دارد تعداد آنها فقط برای یک فعالیت به بیش از چند ۱۰ حالت برسد. در نتیجه در مقایسه با MRCPSP این مسئله پیچیدگی به مراتب بالاتری دارد.
- مسئله سرمایه‌گذاری در منابع (RIP) نوعی از RCPSP است که در آن محدودیت‌های منابع تجدیدپذیر، متغیرهای تصمیم‌گیری در نظر گرفته می‌شود.
- در بسیاری از پروژه‌ها مدیران علاوه بر تصمیم‌گیری درباره زمان اجرای فعالیت‌ها، باید میزان منابع تخصیص داده شده به فعالیت‌ها را در هر دوره از اجرای فعالیت‌ها با توجه به وضعیت پروژه تعیین کنند که این موضوع به معنی در نظر نگرفتن الگوی ثابت مصرف منابع برای فعالیت‌ها در طول اجرای آنهاست.

۱-۶ پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی

- در این قسمت برای توسعه و نزدیک‌تر کردن این زمینه تحقیقاتی به دنیای واقعی در پژوهش‌های آتی، می‌توان به موارد متعددی اشاره کرد. با این حال سه رکن پیشنهادی به شرح ذیل است. البته باید به شرایط و بسترهای آینده نیز توجه ویژه‌ای کرد:
- ارائه روش‌های حل متفاوت با روش حل‌های این پژوهش: علاوه بر الگوریتم ژنتیک و فاخته چندهدفه، روش‌های متعددی برای حل مسئله NP-hard وجود دارد که تعدادی از آنها در قسمت مروری بر پیشینه‌ها معرفی شدند. به عنوان مطالعات آتی، پیشنهاد می‌شود تا مسئله زمان‌بندی پروژه منابع چندمهارته را با روش‌ها و الگوریتم‌های دیگر حل و بررسی و نتایج به دست آمده از این روش‌ها را با نتایج به دست آمده از الگوریتم ژنتیک و فاخته چندهدفه مقایسه کرد.
 - در نظر گرفتن توابع هدف مختلف دیگر: به عنوان مطالعات آتی، در این زمینه می‌توان از توابع هدف مختلف دیگر نظیر کمینه‌سازی زمان اتمام پروژه استفاده کرد.
 - در نظر گرفتن تسطیح منابع تجدیدپذیر: به عنوان مطالعات آتی، می‌توان تسطیح منابع تجدیدپذیر را علاوه بر محدودیت‌های مسئله در نظر گرفت؛ به طوری که هنگام بهینه‌یابی، تسطیح منابع تجدیدناپذیر نیز هم‌زمان انجام گیرد.

References

- Ansari, R., Khalilzadeh, M., & Hosseini, M. R. (2022). A Multi-objective Dynamic Optimization Approach to Project Schedule Management: A Case Study of a Gas Field Construction. *KSCSE Journal of Civil Engineering*, 26(3), 1005-1013.
- Artigues, C., Gendreau, M., Rousseau, L. M., & Vergnaud, A. (2009). Solving an integrated employee timetabling and job-shop scheduling problem via hybrid branch-and-bound. *Computers & Operations Research*, 36(8), 2330-2340.
- Blazewicz, J., Lenstra, J. K., & Kan, A. R. (1983). Scheduling subject to resource constraints: classification and complexity. *Discrete applied mathematics*, 5(1), 11-24.
- Brooker, R. J. (1999). *Genetics: analysis & principles*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- Demeulemeester, E., & Herroelen, W. (1996). A branch-and-bound procedure for the multiple resource-constrained project scheduling problem. *Management science*, 38(12), 1803-1818.

- FAGHIH, N., & Montazeri, M. M. (2008). Genetic Algorithms for Assembly Line Balancing Problem <https://www.sid.ir/paper/140028/en>
- Habibi, F., Barzinpour, F., & Sadjadi, S. J. (2020). A Multi-objective optimization model for project scheduling with time-varying resource requirements and capacities. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 10(special issue on scheduling), 92-118.
- Hartman, S., & Briskorn, D. (2011). A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem Cc: 000. *Operations Research Management Science*, 51(1), 67.
- Hartmann, J. M., Brodbeck, C., Flaud, P. M., Tipping, R. H., Brown, A., Ma, Q., & Liévin, J. (2002). Collision-induced absorption in the ν_2 fundamental band of CH₄. II. Dependence on the perturber gas. *The Journal of chemical physics*, 116(1), 123-127.
- Li, R., Gong, W., Wang, L., Lu, C., & Jiang, S. (2021). Two-stage knowledge-driven evolutionary algorithm for distributed green flexible job shop scheduling with type-2 fuzzy processing time. *Swarm and Evolutionary Computation*, 74, 101139.
- Mollalign, D., Mushi, A., & Guta, B. (2022). Solving Multi-Objective Multilevel Programming problems using two-phase Intuitionistic Fuzzy Goal Programming method. *Journal of Computational Science*, 63, 101786.
- Néron, E. (2002, April). Lower bounds for the multi-skill project scheduling problem. *In Proceeding of the eighth international workshop on project management and scheduling (274-277)*.
- Patoghi, A., & Mousavi, S. M. (2021). A new approach for material ordering and multi-mode resource constraint project scheduling problem in a multi-site context under interval-valued fuzzy uncertainty. *Technological Forecasting and Social Change*, 173, 121137.
- Pritsker, A. A. B., Waiters, L. J., & Wolfe, P. M. (1969). Multiproject scheduling with limited resources: A zero-one programming approach. *Management science*, 16(1), 93-108.
- Ranjbar, M., Nasiri, M. M., & Torabi, S. A. (2022). Multi-mode project portfolio selection and scheduling in a build-operate-transfer environment. *Expert Systems with Applications*, 189, 116134.
- Shujaei, A. A., & Bathai, A. (2012). *Project risk management*. Tehran: Hami. (in persian).
- Sun, J., Gan, X., Gong, D., Tang, X., Dai, H., & Zhong, Z. (2022). A self-evolving fuzzy system online prediction-based dynamic multi-objective evolutionary algorithm. *Information Sciences*, 612, 638-654.
- Valls, V., Ballestin, F., & Quintanilla, S. (2009). A hybrid genetic algorithm for the resource-constrained project scheduling problem. *European journal of operational research*, 185(2), 495-508.
- Yang, X. S., & Deb, S. (2009, December). Cuckoo search via Lévy flights. *In 2009 World congress on nature & biologically inspired computing (NaBIC) (210-214)*. Ieee.
- Torabi Yeganeh, F., & Zegordi, S. H. (2020). A multi-objective optimization approach to project scheduling with resiliency criteria under uncertain activity duration. *Annals of Operations Research*, 285(1), 161-196.
- Yuan, Y., Ye, S., Lin, L., & Gen, M. (2021). Multi-objective multi-mode resource-constrained project scheduling with fuzzy activity durations in prefabricated building construction. *Computers & Industrial Engineering*, 158, 107316.
- Zolfaghari, S., & Mousavi, S. M. (2021). A novel mathematical programming model for multi-mode project portfolio selection and scheduling with flexible resources and due dates under interval-valued fuzzy random uncertainty. *Expert Systems with Applications*, 182, 115207.

¹ Demeulemeester & Herroelen

² Ranjbar et. al

³ RCPSP

⁴ Brooker

⁵ NP-hard

⁶ Hartman & Briskorn

- ⁷ Blazewicz et. al
- ⁸ Yuan et. al
- ⁹ Sun et. al
- ¹⁰ Mollalign et. al
- ¹¹ Shujaei & Bathai
- ¹² Faghih & Montazeri
- ¹³ Hartmann
- ¹⁴ RCPSP
- ¹⁵ Artigues et. al
- ¹⁶ Pritsker et. al
- ¹⁷ Néron et. al
- ¹⁸ Zolfaghari & Mousavi
- ¹⁹ Patoghi & Mousavi
- ²⁰ Li et. al
- ²¹ TS-KEA
- ²² Valls et. al
- ²³ Torabi Yeganeh, F., & Zegordi
- ²⁴ Habibi et. al
- ²⁵ Ansari et. al
- ²⁶ Yang & Deb
- ²⁷ MaxIter

