

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۰۱
تاریخ بررسی مقاله: ۱۳۹۵/۰۴/۱۶
تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۵/۱۱/۱۹

مجله‌ی علوم تربیتی دانشگاه شهید چمران اهواز
بهار و تابستان ۱۳۹۶، دوره‌ی ششم، سال ۲۴
شماره‌ی ۱، صص: ۶۸-۴۵

ارائه مدلی جهت رشد تفکر هندسی:

تأثیر حافظه تصویری بر رشد تفکر هندسی از طریق معرفت‌شناسی علمی هندسه^۱

مصطفی مهدیان

محمد جواد لیاقتدار

حمید رضا عریضی

چکیده

هدف پژوهش حاضر میزان تأثیر حافظه تصویری بر رشد تفکر هندسی با نقش واسطه‌ای معرفت‌شناسی علمی هندسه بود. تحلیل عاملی تأییدی مقیاس معرفت‌شناسی علمی هندسه از طریق آزمون مدل‌سازی معادلات ساختاری و تحلیل میانجی نیز از طریق دو معادله رگرسیون محدود و کامل برای تعیین اثر غیرمستقیم و معنی‌داری آن از طریق آزمون سوپل و GEE انجام شد. روش پژوهش از نوع همبستگی و جامعه آماری شامل کلیه دانشجو معلمان دوره کارشناسی ابتدایی دانشگاه فرهنگیان اصفهان بود. شرکت‌کنندگان ۵۵۰ نفر بودند که با روش نمونه‌گیری داوطلبانه انتخاب شده و به پرسشنامه طراحی شده بر اساس مدل مفهومی پژوهش، پاسخ دادند. این پرسشنامه شامل آزمون‌های استاندارد سطوح تفکر هندسی ون هیلی، انواع حافظه‌های تصویری میکرو، از جمله نظام‌ها، طبقات و واحدها و آزمون محقق ساخته معرفت‌شناسی علمی هندسه بود. از نتایج آن می‌توان به تأثیر غیرمستقیم حافظه تصویری بر رشد تفکر هندسی و تأثیر مستقیم معرفت‌شناسی علمی هندسه بر رشد تفکر هندسی، اشاره کرد.

واژه‌های کلیدی: تفکر هندسی، حافظه تصویری، معرفت‌شناسی علمی

۱- مقاله برگرفته از پایان‌نامه دکتری است.

دانشجوی دکتری برنامه‌ریزی درسی، دانشگاه اصفهان

* استاد، دانشگاه اصفهان (نویسنده مسئول)

* استاد، دانشگاه اصفهان

مقدمه

فهم خیلی از اصول علمی نیاز به آگاهی هندسی دارد (NCTM^۱، ۲۰۰۰). هندسه برای فهم و تعبیر پدیده‌های گوناگون توسعه پیدا کرده است. به این جهت، لازم است که تفکر هندسی مورد نیاز برای فهم این پدیده‌ها و چگونگی توسعه آن‌ها بررسی شود (عالم‌زاده، ۱۳۷۸). اما هندسه مانند هر شاخه دیگری از ریاضیات دارای سبک‌ها، شیوه‌های تفکر و استدلال‌های خاصی است که عدم توجه معلمان ریاضی به آن موجب گلاویه‌ها و شکایت‌های بسیاری از ضعف و عدم آمادگی دانش‌آموزان در بروز تفکرات و استدلال‌های هندسی شده است (جونز^۲، ۲۰۰۰). به خصوص در دهه‌های گذشته، پژوهش‌های بسیار نشان می‌دهند که بسیاری از دانش‌آموزان به گونه‌ای که انتظار می‌رود هندسه را یاد نمی‌گیرند (بورگر و سافنسی^۳، ۱۹۸۶؛ کراولی^۴، ۱۹۸۷؛ فویز، جتیز و تیشلر^۵، ۱۹۸۸؛ گوترز، جیم و فرتنی^۶، ۱۹۹۱؛ باینس^۷، ۱۹۹۸؛ کیسیر^۸، ۱۹۹۷؛ پرسکات و همکاران^۹، ۲۰۰۲؛ تیریومورثی^{۱۰}، ۲۰۰۳؛ یوبیوز و یوستیون^{۱۱}، ۲۰۰۳؛ هالت^{۱۲}، ۲۰۰۷؛ صدرارحامی، ۱۳۸۵؛ ویسی، ۱۳۸۸؛ مرادی ویس، ۱۳۸۸؛ لیاقتدار، سلیمانی و صدرارحامی، ۱۳۹۱؛ لیاقتدار، عربی، امینی و صدرارحامی، ۱۳۹۰ و تاجیک‌خاوه، ۱۳۹۱). در واقع ناهمسطح بودن سطوح تفکر هندسی دانش‌آموزان با مواد آموزشی عرضه شده و طرز بیان مطالب از سوی معلمان، یادگیرندگان درس هندسه را با مسائل متعددی مواجه کرده است (ون هیل^{۱۳}، ۱۹۸۶).

بنابراین پژوهش حاضر در صدد است یک مدل مفهومی با عنوان «تأثیر نقش حافظه

- 1- National Council of Teachers of Mathematics
- 2- Jones
- 3- Burger & Shaughnessy
- 4- Crowley
- 5- Fuys, Geddes, & Tischler
- 6- Gutierrez, Jaime, & Fortuny
- 7- Baynes
- 8- Keiser
- 9- Prescott et al
- 10- Thirumurthy
- 11- Ubuz & Ustun
- 12- Halat
- 13- Van Hiele

تصویری^۱ با رشد تفکر هندسی دانشجو معلمان با واسطه‌گری معرفت‌شناسی علمی هندسه» برای هدایت و بینش، جهت رشد تفکر هندسی ارائه کند.

فرآیندهای تفکر در هندسه به شکل سطوح رشدی معرفی می‌شود که تا حدی مشابه سطوح رشد شناختی پیازه است. تفکر در هندسه نیازمند دو فرایند ارتباطی بین انتزاع و شهود است. این فرایندها تناظر نسبی با شیوه استدلال استنتاجی^۲ و استقرایی^۳ دارند. لیو و کامینگز^۴ (۲۰۰۱) دو فرایند تفکری از عینی به انتزاعی^۵ (CA) و فرآیند تفکری از انتزاعی به عینی^۶ (AC) را توضیح داده‌اند.

پس سطوح تفکر، توصیفی از روش‌های تفکر است که در یادگیری هندسه یافت می‌شود. این سطوح نشانگر میزان سطوح تفکر افراد نسبت به ایده‌های هندسی می‌باشد نه میزان دانش هندسی فرد. بنابراین چگونگی تفکر هندسی و آموزش هندسه در برنامه ریاضی مدرسه‌ای از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است و یکی از شناخته‌ترین نظریه‌ها در بین نظریه‌هایی که در مورد آموزش هندسه و تفکر هندسی وجود دارند، نظریه تفکر هندسی ون هیلی است. دو آموزشگر هلندی به نام‌های دینا ون هیلی گلداف^۷ و همسرش پی یرون هیلی^۸ (۱۹۵۹) نظریه‌ای را ابداع کردند که شامل سطوح تفکر هندسی است. این مدل نظری توضیح می‌دهد که چرا دانش‌آموزان در یادگیری هندسی به طور عام و در نوشتن اثبات به طور خاص، با مشکل مواجه می‌شوند. این مدل شامل پنج سطح تفکر است که عبارتند از: سطح یک، تشخیصی یا دیداری^۹؛ سطح دو، تجزیه و تحلیل^{۱۰}؛ سطح سه، استنتاج غیررسمی^{۱۱} یا مرتب سازی^{۱۲}؛ سطح چهار، استنتاج رسمی^{۱۳}؛ سطح پنج، دقت^{۱۴}، که محققان بسیاری، از جمله:

- 1- Visual memory
- 2- Deductive
- 3- Inductive
- 4- Liu & Cummings
- 5- Abstract to Concrete
- 6- Concrete to Abstract
- 7- Dina Van Hiele geldof
- 8- Pierre Van Hiele
- 9- Recognition/Visualization
- 10- Analysis
- 11- Informal Deduction
- 12- Ordering
- 13- Formal Deduction
- 14- rigor

الکسی و ماممن^۱، ۲۰۱۶؛ عبدالله و زکریا^۲، ۲۰۱۳، ۲۰۱۲؛ بریفگل و لینچ^۳، ۲۰۱۰؛ ماسون^۴، ۲۰۰۹، ۲۰۰۲؛ عریضی، ۱۳۷۹؛ غلام آزاد، ۱۳۷۹؛ ریحانی، ۱۳۸۴؛ در این زمینه به مطالعه و پژوهش پرداخته‌اند.

اکنون به تبیین رابطه بین متغیرهای پژوهش، یعنی حافظه تصویری با رشد تفکر هندسی از طریق معرفت‌شناسی علمی هندسه می‌پردازیم.

حافظه تصویری به مثابه یک تخته سیاه ذهنی در تکالیف ریاضی عمل می‌کند و به این ترتیب رابطه نزدیکی با توانایی‌های ریاضی دارد و دانش‌آموزان با مشکلات ریاضی، اختصاصاً دچار ضعف در حافظه تصویری - فضایی هستند (دی آمیکو و گیامر^۵، ۲۰۰۵؛ گری، ۲۰۱۰؛ غفوری، ۱۳۹۱؛ ارجمندنیا، شریفی، رستمی، ۱۳۹۳). همچنین بسیاری از پژوهش‌ها حاکی از این است که حافظه نقش مهمی در حل مسائل ریاضی بازی می‌کند (راقبار، بارس و هیچ^۶، ۲۰۱۰) و در تأیید یافته‌های پژوهشی مبتنی بر ارتباط بین حافظه تصویری - فضایی و عملکرد دانش‌آموزان با مشکلات ریاضی می‌توان به پژوهش‌های کورکمن و پسونن^۷ (۱۹۹۴)؛ کورکمن و هاکنین - ریهو^۸ (۲۰۱۰)؛ هانلی^۹ (۲۰۰۵)؛ سوانسون و جرمن^{۱۰} (۲۰۰۶) و راسل و نول^{۱۱} (۲۰۰۷) اشاره کرد که نشان داده‌اند کودکان با ناتوانی در ریاضی در حافظه فعال و به ویژه حافظه تصویری - فضایی و بلندمدت عملکرد پایین‌تری نسبت به دانش‌آموزان عادی دارند.

پس اهمیت حافظه، توانایی یادآوری مطالب درک شده، به عنوان یک توانایی شناختی در فرایند تعلیم و تربیت را نمی‌توان انکار کرد. حافظه یک توانایی اساسی است که در بیشتر سنجش‌های تحصیلی مورد توجه قرار می‌گیرد. بین خرده‌آزمون‌های حافظه و توانایی‌های تحصیلی، رابطه وجود دارد. این خرده‌آزمون‌ها اطلاعاتی را در مورد توانایی‌هایی که منجر به

- 1- Alex & Mammen,
- 2- Abdullah & Zakaria
- 3- Breyfogle & Lynch
- 4- Mason
- 5- D'Amico & Guamera.
- 6- Raghubar, Barnes, & Hecht
- 7- Korkman & Pesonen
- 8- Korkman & Hakkinen-Rihu
- 9- Hanly
- 10- Swanson & Jerman
- 11- Rousselle & Noel

بهبود حافظه تصویری و توانایی حساب می‌شوند ارائه می‌کنند. در آزمون میکر و میکر^۱ (۱۹۷۳)، شش خرده آزمون آن مربوط به حافظه است، که محققانی چون اسلابی^۲ (۱۹۹۶)، هراتی مورلی^۳ (۲۰۰۰) در این زمینه به پژوهش پرداخته‌اند. به عنوان مثال اسلابی دریافت که خرده آزمون‌های شناخت نظام‌های تصویری، پیش‌بینی کننده موفقیت در هندسه دبیرستان هستند.

مستندات تجربی زیادی توسط معلمان تهیه شده است که نشان می‌دهند دانش‌آموزان، هنگامی تکالیف هندسی را خوب انجام می‌دهند که آن تکالیف، مرتبط با توانایی فضایی آن‌ها باشد. دل‌گراند^۴ (۱۹۹۰) معتقد است که رشد توانایی‌های فضایی و یادگیری هندسه به هم وابسته‌اند و بنابراین، پیشرفت در یکی، به پیشرفت در دیگری منتهی می‌شود و لزوم این امر آن است که معلمان در دانشگاه باید دانش و توانایی‌های لازم را برای تدریس هندسه از لحاظ توانایی فضایی کسب کرده باشند. اما پژوهش‌های بسیاری نشان می‌دهد که سطوح تفکر هندسی و توانایی درک فضایی معلمان، پایین‌تر از سطح مورد انتظار برای دوره‌های ابتدایی و دبیرستان است (هالت، ۲۰۰۸؛ وندرسان^۵، ۲۰۰۷؛ یونال، جاکبوسکی^۶، ۲۰۰۵؛ باتیستا، وتلی و تالسما^۷، ۱۹۸۲).

از طرفی، پژوهش‌های متعددی رابطه بین باورهای معرفت‌شناسی و آموزش و یادگیری ریاضیات را تبیین کرده‌اند (گیل، آشتون و آلگینا^۸، ۲۰۰۴؛ شومر، کروز و رودز^۹، ۱۹۹۲). باورهای معرفت‌شناختی در پی‌شناسایی چگونگی شکل‌گیری دانش و آگاهی نسبت به خود و جهان پیرامون ماست. لذا نظام باورهای معرفتی تعیین‌کننده هدف، روش و چگونگی پیشرفت انسان است. به نحوی که آگاهی از نوع و مدل نظام باورهای معرفتی فرد می‌تواند عامل مهمی در پیش‌بینی و تبیین رفتار انسان‌ها باشد (اردونز^{۱۰} و همکاران، ۲۰۰۹).

- 1- Meeker & Meeker
- 2- Slaby
- 3- Heraty & Morley
- 4- Del Grande
- 5- Vandersandt
- 6- Unal & Jakubowski
- 7- Battista, Wheatley, & Talsma.
- 8- Gill, Ashton, & Algina
- 9- Schommer, Crouse, & Rhodes
- 10- Ordonez

متغیر ادراک تصویری، متغیر پیش‌بین پژوهش حاضر است و در حل مسئله‌ی هندسی حافظه‌ی تصویری از آن روی اهمیت می‌یابد که فرد باید بر روی تصویر که در ذهن دارد تغییراتی ایجاد کرده و با آن تغییرات (مثلاً نیمساز زاویه‌ای که دیده نمی‌شود) روابط بین اجزاء مسئله را دریابد. اما برای اینکه این کار انجام پذیرد، نخست باید فرد به پیچیدگی دانش هندسی رسیده باشد و یا این تصور را داشته باشد که توانایی او در حدی است که می‌تواند در چالش مسائل هندسی به حل مسئله نائل آید. زیرا زمانی که فرد خود را در انجام یک تکلیف توانمند بداند، کمتر نگران عملکرد خود است، در نتیجه با انگیزه‌تر است و با احتمال بیشتری در آن تکلیف موفق می‌شود (نجفی و همکاران، ۱۳۹۴). بنابراین به لحاظ نظری، باورهای معرفت‌شناختی حد فاصل متغیر وابسته سطوح تفکر هندسی و متغیر مستقل حافظه‌ی تصویری است. از آن جا که هر دوی این متغیرها قبلاً شکل گرفته‌اند (حافظه‌ی تصویری یکی از متغیرهای زیر مجموعه ساختار هوش گیلفورد می‌باشد که با تجارب قبلی شکل گرفته و سطوح تفکر هندسی نیز از قبل شکل گرفته) شناسایی آن‌ها به دلیل این که هر دو متغیر مکنون می‌باشند از طریق سنجش، به کمک ابزارهایی قابل حصول هستند. بنابراین یک مسئله پژوهش حاضر این است که داده‌های تجربی، این الگوی نظری را تأیید کنند. از طرف دیگر، این سنجش پژوهش ماهیت رابطه‌ای دارد زیرا همه متغیرها از قبل شکل گرفته شده‌اند.

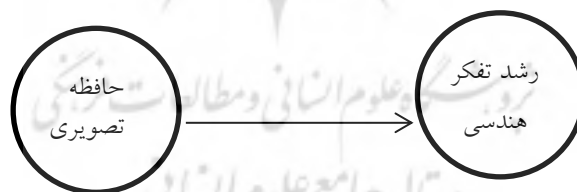
مدل مفهومی رشد تفکر هندسی

تفکر هندسی شامل تفکر و دست‌ورزی با تصاویر فضایی است (هندسکومب^۱، ۲۰۰۵). لذا، هندسه، جهان تصویرهاست که در نسبتی علمی با یکدیگر تعریف شده‌اند و هدف این مدل تأثیرگذاری بر این جهان تصویرهاست؛ لاجرم حافظه‌ی تصویری دانش‌آموزان، هسته اصلی و نقطه شروع مطالعه در مورد آموزش هندسه است. ابتدا «چیزی آنجاست» یعنی در حافظه دانش‌آموز، تصویری وجود داشته و از جهان آفاقی (عینی) به جهان انفسی (سوژه) حضور یافته است. در این صورت دانش‌آموز باید باور علمی داشته باشد تا بتواند بر این جهان تصویری اثر بگذارد.

یکی از تبیین‌های جالب برای سطوح مختلف درگیری شناختی و خود‌نظم‌دهی

دانش‌آموزان در یادگیری مطالب درسی، باورهای معرفت‌شناسی آن‌هاست (وول فولک، هی، هاگز و وال‌کاپ^۱، ۲۰۰۸؛ بندیکسن، چراو و دانکل^۲، ۱۹۹۸؛ شومر، ۱۹۹۳، ۱۹۹۰؛ رضایی، ۱۳۸۸). اگر دانش‌آموز هندسه را به عنوان علمی روشمند، پیچیده و نیازمند به کنش شناخته‌شده باشد می‌تواند این جهان تصویری را به استخدام خود درآورد و از طریق‌اندیشه خود بر آن نظمی را ایجاد کند و باورهای معرفت‌شناسی - یعنی باورهای شخص درباره ماهیت دانش (هافر و پینتریچ^۳، ۱۹۹۷؛ کاردش و شولز^۴، ۱۹۹۶؛ رضایی، ۱۳۸۸) را، اخذ کند. اما حافظه تصویری، ودیعه‌ای است که تقریباً به طور کامل میراث اوست و زمینه تفاوت‌های فردی در بین دانش‌آموزان است.

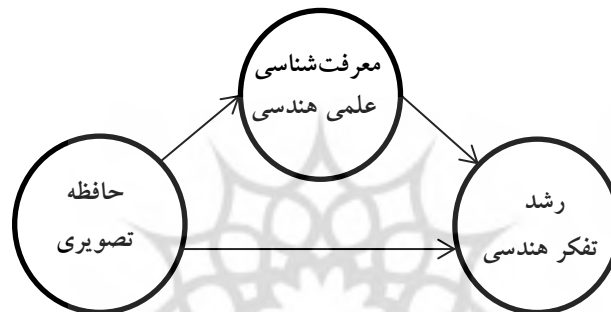
تفکر بر روی اشکال هندسی مستلزم آن است که فرد بتواند تصاویر را در حافظه خود نگاه دارد تا بتواند در غیبت تصویر عینی به آن بیندیشد. حافظه تصویری، یعنی به یاد آوردن دقیق اشیایی که در معرض دید نیستند؛ کپی کردن یک شکل روی یک برگ کاغذ، فعالیتی هندسی مرتبط با این توانایی به حساب می‌آید (دل‌گراند، ۱۹۹۰). بنابراین، احتمالاً حافظه تصویری با رشد تفکر هندسی (مثلاً در نظریه ون‌هیلی) مرتبط است و ایجاد ساختارهایی که مرتبط با مراحل مختلف ون‌هیلی است، مستلزم مستقل شدن فرد از تصویر عینی است؛ دانش‌آموز در این حالت باید دارای حافظه با بنیه قوی باشد. لذا، می‌توان رابطه مستقیم زیر را پیشنهاد کرد:



اما تفکر هندسی مستلزم معرفت‌شناسی علمی است تا با این رویداد منفعل (تصویری که در آنجاست، حافظه تصویری) بتواند دانش‌آموز را به تفکر و اندیشه تشویق کند. باورهای معرفت‌شناختی از جمله مربوط به پیچیدگی‌های علم هندسه، تصور راجع به اینکه مسائل

- 1- Woolfolk, Hoy, Hughes, & Walkup
- 2- Bendixen, Schraw, & Dunkle
- 3- Hofer & Pintrich
- 4- Kardash & Scholes

هندسی را می‌توان با روش‌هایی حل کرد و فرد باید به آن روش‌ها آگاهی داشته باشد و حل مسائل هندسه اتفاقی نیست. این تصور که حل مسائل هندسه نیازمند سطحی از خبرگی است و این که مسائل هندسه را می‌توان از نظر شباهت به یکدیگر گروه‌بندی کرد و این ایده که حل مسائل هندسه مستلزم کنش و فعالیت است سازنده این معرفت‌شناسی علمی است و از طریق این معرفت‌شناسی علمی خزانه تصویری که جنبه انفعالی دارد سبب تحقق تفکر هندسی و به تبع آن رشد تفکر هندسی می‌شود. بنابراین مدل را می‌توان به صورت زیر کامل کرد:



به طور کلی با توجه به مبانی نظری پژوهش حاضر با هدف تعیین رابطه حافظه تصویری (نظام و طبقات) با رشد تفکر هندسی دانشجویان معلمان از طریق معرفت‌شناسی علمی هندسه انجام شد.

روش تحقیق

روش تحقیق پژوهش حاضر به لحاظ هدف، کاربردی و به لحاظ روش، پژوهش همبستگی است. جامعه آماری پژوهش شامل کلیه دانشجویان دوره کارشناسی دانشگاه فرهنگیان اصفهان بود که در سال تحصیلی ۹۵-۱۳۹۴ مشغول به تحصیل بوده‌اند. نمونه‌گیری به صورت داوطلبانه انجام شد، بدین صورت که به دلیل عدم امکان دسترسی به فهرست افراد جامعه، تعدادی از دانشجویان به روش داوطلبانه انتخاب شدند و پرسش‌نامه‌ها بر روی آن‌ها اجرا شد. برای انتخاب حجم نمونه با توجه به محاسبات تحلیل توانی و جدول مورفی و میورز^۱ (۱۹۹۸) مقدار d کوهن (اندازه اثر) از تحقیقات پیشین یافته و با $\alpha = 0/05$ به دست آمد. حجم نمونه مورد مطالعه ۵۵۰ نفر در نظر گرفته

1- Murphy & Myers

شد. برای ساخت مقیاس ۱۰ سؤالی، تحلیل عاملی تأییدی مقیاس معرفت‌شناسی علمی هندسه از طریق آزمون مدل‌سازی معادلات ساختاری انجام شد. برای تجزیه و تحلیل آماری داده‌ها، از معادلات رگرسیون سلسله مراتبی با میانجی و بدون میانجی که مدل کامل و محدود (عریضی، ۱۳۹۱) نامیده شده‌اند استفاده گردید. این رویکرد قبلاً توسط عریضی (۱۳۹۱) برای مقایسه عملکرد آزمون سوئیل و GEE در رویکرد معادلات ساختاری و رگرسیون سلسله مراتبی ارائه شده است. دو معادله رگرسیون نوشته می‌شود که در مدل کامل در آخرین گام میانجی وارد معادله رگرسیون می‌شود تفاضل دو ضریب β در گام قبلی (متغیر پیش‌بین)، ضریب β غیرمستقیم را نشان می‌دهد دو نوع سنجش اثر غیرمستقیم (تفاضلی مربوط به بارون و کنی^۱ و ضربی مربوط به مک‌کینون^۲) معمولاً برای اندازه‌گیری غیرمستقیم استفاده می‌شود.

در رویکرد رگرسیون سلسله مراتبی تفاضل دو مقدار ضریب β در مدل کامل و مدل محدود غیرمستقیم است در حالی که در تحلیل مسیر ضریب دو مقدار β (بین متغیر پیش‌بین و میانجی و بین متغیر میانجی و ملاک) اندازه اثر غیرمستقیم است.

برای معنی‌داری اثر غیرمستقیم از توزیع نظری سوئیل و GEE استفاده شده است و در بخش یافته‌ها، دو معادله‌ای که در تحلیل میانجی در این مدل مقایسه می‌شوند توضیح داده شده‌اند. همچنین از ویرایش ۲۲، «SPSS»^۳ و «AMOS»^۴ یا معادلات ساختاری برای شاخص‌های برازش استفاده گردید. در این پژوهش برای تحلیل آماری از نرم‌افزار R استفاده شده است تا معادلات برآورد تعمیم یافته (GEE)^۵ برای تحلیل میانجی بازنویسی شود. دلیل انتخاب نرم‌افزار R آن است که این نرم‌افزار باز بوده و برای محاسبات آماری جدید در آن می‌توان برنامه‌نویسی کرد و این زبان در حقیقت متن باز نرم‌افزار S می‌باشد (لام، ۲۰۰۷).

ابزارهای پژوهش

در پژوهش حاضر چهار سطح متغیر یعنی متغیرهای ملاک، پیش‌بین، کنترل و میانجی

- 1- Baron & Kenny
- 2- Mackinon
- 3- Statistical Package for the Social Sciences (SPSS)
- 4- Analysis of Moment Structures (AMOS)
- 5- Generalized Estimating Equation (GEE)
- 6- Lam

وجود دارد که عبارتند از:

- ۱- متغیر ملاک- آزمون سطح تفکر هندسی: برای سنجش سطوح تفکر هندسی از آزمون استاندارد ون هیلی، طراحی شده به کمک مقیاس یوسیسکین^۱ (۱۹۸۰) استفاده شد که مرادی ویس (۱۳۸۸) با استفاده از نظرات دبیران و اساتید آموزش ریاضی روایی آن را تأیید و همچنین ضریب آلفای کرونباخ ۰/۸۰ به دست آمده است.
- ۲- متغیرهای پیش‌بین- این آزمون که شامل ۳۶ سؤال از خرده آزمون‌های میکر و میکر (۱۹۷۳) می‌باشد که عبارتند از: الف) شناخت طبقات تصویری^۲ (CFC): در این آزمون که شامل نه سؤال است از آزمودنی خواسته می‌شود که طبقه یا طبقات متعلق به شکل محرک را پیدا کند. این آزمون مربوط به مفهوم‌سازی بینایی است. این خرده آزمون توانایی‌های مورد نیاز مفهوم سازی را می‌سنجد. ب) شناخت نظام‌های تصویری^۳ (CFS): این آزمون که شامل ۲۷ سؤال است، توانایی ادراک شکل در فضا یا توانایی ادراک حالت‌ها و وضعیت‌های اشیاء را در فضا می‌سنجد.
- ۳- متغیر کنترل- حافظه: حافظه از مجموع آزمون‌های میکر است که دارای ۵ خرده آزمون است که عبارتند از: حافظه واحدهای نمادی بینایی، حافظه نظام‌های نمادی بینایی، حافظه واحدهای شنوایی، حافظه نظام‌های شنوایی و حافظه تلویحات نمادی که هر کدام دارای ۴ سؤال و در مجموع ۲۰ سؤال است، استفاده شده است. اساس آزمون‌های پیش‌بین و کنترل، الگویی چند عاملی و شناخته شده هوش گیلفورد (۱۹۶۷) که میکر و میکر (۱۹۷۳) از آن برای ارزیابی آموزش استفاده کردند. پایایی آن‌ها از دو طریق، ضریب کوادر ریچاردسون $\alpha = 0.74$ ، ضریب بازآزمایی ۰/۹۹ و روایی آزمون با استفاده از تحلیل عاملی توسط محمدزاده و عریضی (۱۳۹۱) صورت گرفته شده است.
۴. متغیر میانجی- معرفت شناسی علمی هندسه: معرفت شناسی علمی هندسه، مقیاس محقق ساخته، شامل ۱۰ سؤال که در بخش یافته‌ها در مورد ساخت آن به تفصیل بیان شد. به طور کلی برای پایایی بازآزمایی مقیاس‌ها دو نمونه مجزا یکی برای پایایی بازآزمایی (در فاصله دو هفته) و پایایی برای α کرونباخ (یک نمونه) و KR (برای رشد تفکر هندسی که

1- Usiskin

2- Cognition of Figural Classifications

3- Cognition of Figural Systems

دو گزینه پاسخ‌دار) استفاده شد. خلاصه روان‌سنجی ابزارهای پژوهش در جدول ۱ گزارش شده است.

جدول ۱. جدول مربوط به ویژگی‌های روان‌سنجی ابزارهای پژوهش

متغیر	ابزار	تعداد سوال	پایایی در پژوهش قبل	پایایی بازآزمایی پژوهش حاضر	KR	آلفای کرونباخ
کنترل	حافظه	۲۰	۰/۷۳			۰/۷۷
پیش‌بین	حافظه نظام‌های تصویری	۲۷	۰/۷۵			۰/۷۴
	حافظه طبقات تصویری	۹	۰/۷۱			۰/۷۴
میانجی	معرفت‌شناسی علمی هندسه	۱۰		۰/۷۳		۰/۸۳
ملاک	رشد تفکر هندسی	۲۰	۰/۸۰		۰/۸۰	

یافته‌ها

نخست برای ساخت مقیاس ۱۰ سؤالی، متغیر میانجی - معرفت‌شناسی علمی هندسه تعداد ۵۰ سؤال به عنوان مخزن اولیه انتخاب گردید و سپس در دو مرحله سؤالات که دارای روان‌سنجی مناسبی نبودند حذف گردید. مرحله‌ی اول پایایی و مرحله دوم به اعتبار بود. برای پایایی، سؤالاتی که با حذف آن‌ها پایایی مقیاس افزایش زیادی می‌یافت حذف گردیدند. ملاک این حذف افزایش بیش از ۰/۱ در ضرایب پایایی α کرونباخ بود. همچنین در اعتبار سازه و اعتبار صوری و اعتبار محتوایی برخی از سؤالات حذف شدند. برای اعتبار محتوایی از ضریب CVR^۱ لاوشه استفاده گردید، برای اعتبار صوری سؤالات در معرض قضاوت دانشجو معلمان دانشگاه فرهنگیان و برای اعتبار محتوایی در معرض قضاوت اساتید آموزش ریاضی و برنامه درسی قرار گرفت. برای اعتبار سازه مقیاس نهایی که شامل ۱۵ سؤال بود در معرض تحلیل عاملی اکتشافی قرار گرفت پس از ۱۸ چرخش با الگوی واریماکس شکل بهینه ماتریسی چرخش یافته حاصل شد. ۵ سؤال که در تحلیل عاملی بر روی عاملی اول دارای بار عاملی کمتر از ۰/۴ بوده و ضریب همبستگی آن‌ها به کل مقیاس پایین‌تر از ۰/۲۵ بوده، حذف شد. شکل نهایی حاصل در جدول ۲ گزارش شده است. در این جدول هر ده سؤال بر روی یک عامل قرار گرفتند که ۴ سؤال در جهت منفی و ۶ سؤال در جهت مثبت نمره‌گذاری شد (جدول ۲).

1- Content Validity Ratio

جدول ۲. تحلیل عاملی اکتشافی معرفت‌شناسی علمی هندسه

ردیف	متن گویه	بار عاملی	مقدار ویژه	واریانس تبیین شده
۱	مسائل هندسه به سختی قابل حل هستند.	۰/۷۵	۲/۴۱	٪۹۱
۲	پاسخ به سؤالات مربوط به قضایای هندسه بسیار ساده‌تر از مسائل هندسه است.	۰/۴۸		
۳	پاسخ به مسائل هندسه به توانائی ذاتی دانش‌آموزان در ادراک فضایی آنها مربوط است.	۰/۵۴		
۴	مسائل هندسه را فقط از یک راه می‌توان حل کرد.	-۰/۶۷		
۵	یافتن راه حل مسئله هندسه به صورت تدریجی و با کوشش و خط و ترسیم خطوط اضافی امکان پذیر است.	۰/۷۰		
۶	حل مسائل هندسه تا حد زیادی به شانس و تصادف بوده است.	-۰/۶۵		
۷	بین دانش مربوط به قضایای هندسه و مهارت حل مسئله هندسه رابطه کاملی برقرار است یعنی اگر دانش‌آموزان قضایای هندسه را بدانند یافتن پاسخ مسئله قطعی است.	-۰/۶۱		
۸	حل مسئله هندسه فقط به کمک استدلال صورت نمی‌گیرد و شهود هندسی هم مورد نیاز است.	۰/۵۹		
۹	حتی اگر دانش‌آموزان دانش قضایای هندسی را داشته باشند و مهارت حل مسئله را داشته باشند اما مسائل زیادی وجود دارند که دانش‌آموزان در شناسائی روش حل مسئله نیازمند توانائی ذاتی بالائی هستند.	۰/۵۵		
۱۰	دانش هندسه ساده و سرراست است.	-۰/۷۲		

در جدول (۲) تحلیل عاملی تأییدی ارزیابی پژوهش توسط نرم‌افزار وابسته به SPSS و برای تحلیل عاملی تأییدی AMOS گزارش شده است. تحلیل عاملی تأییدی بر روی نمونه مستقل از تحلیل عاملی اکتشافی انجام گرفته و شاخص‌های اصلی GFI و CFI (به ترتیب ۰/۹۱ و ۰/۹۱) هر دو بالاتر از ۰/۹ می‌باشد. شاخص مطلق نسبی تأییدی df^2 کمتر از ۵ (برابر ۴/۱۱) بوده و بنابراین، ساختار تک عاملی مقیاس تأیید می‌گردد. مقدار هر دو شاخص باقی مانده RMSEA و RMR ۰/۰۴ بوده، که به زعم جز ۱ (۲۰۱۳) و کلین^۲ (۲۰۱۰) مدلی عالی و لذا مدل تأیید می‌گردد.

برای تحلیل میانجی از دو روش مدل معادلات ساختاری و تحلیل رگرسیون می‌توان

1- Jose

2- Kline

استفاده کرد که در پژوهش حاضر از تحلیل رگرسیون استفاده شد، که در آن دو معادله رگرسیون، یکی با میانجی (M) و یکی بدون آن ارایه می‌شود. در واقع در رویکرد بارون و برن چهار معادله رگرسیونی نیاز است که با تعریف دو تابع G و M* توانسته‌ایم این چهار معادله رگرسیونی را در قالب دو معادله کامل و محدود خلاصه کنیم.

در جدول (۳) و (۴) از دو مدل کامل و محدود برای برآورد اثرات غیرمستقیم استفاده شده است. دو تابع زیر در این دو مدل نخست تعریف می‌شود:

$$\begin{array}{ll} \text{اگر برای آزمودنی ۱ ثبت شود } 0 & \text{اگر برای آزمودنی ۱ ثبت شود } 0 \\ \text{اگر برای آزمودنی ۲ ثبت شود } 1 & \text{اگر برای آزمودنی ۲ ثبت شود } M \end{array} \quad \text{و} \quad \begin{array}{l} G \\ M \end{array}$$

که M* نشان دهنده میانجی است که از معادله (۲) به دست می‌آید.

$$g(E(Y|X_1, \dots, X_p, M^* = 0, G = 0)) = B_0 + B_1X_1 + \dots + B_pX_p \quad (1)$$

$$g(E(Y|X_1, \dots, X_p, M^* = 0, G = 1)) = B_0 + B_1X_1 + \dots + B_pX_p + M \quad (2)$$

که M میانجی را نشان می‌دهد. با توجه به وجود B₀ در دو جمله فوق، ضرائب رگرسیون غیراستاندارد هستند.

تفاضل مدل کامل و مدل محدود مربوط به اثر غیرمستقیم میانجی است که برای معنی‌داری آن باید از توزیع‌های تجربی استفاده کرد.

جدول ۳. پیش‌بینی رشد تفکر هندسی از حافظه نظام‌های تصویری (از طریق SEB هندسه)

واریانس تبیین شده	مدل محدود		مدل کامل		مدل متغیر
	خطای معیار	ضریب بتا	خطای معیار	ضریب بتا	
۰/۳۸۵	۰/۸۵	۳/۲۸	۱/۸۹	۵/۴۳	عرض از مبدأ
	۰/۳۸۵	-۰/۴۹۲	۰/۴۲۱	-۰/۵۲۴	جنسیت (مرد)
	۰/۳۱	۰/۳۸۶	۰/۳۷	۰/۸۴۵	حافظه
	۰/۳۸	۱/۹۴۶	۰/۴۲	۱/۱۹۵	حافظه نظام‌های تصویری
			۰/۰۳۳	۰/۰۸۴	معرفت‌شناسی علم هندسه

همان‌طور که دیده می‌شود مدل کامل دارای ضریب $1/195$ و مدل محدود دارای ضریب محدود $1/946$ می‌باشد که واریانس تعیین شده برای اثر غیرمستقیم $0/385$ بوده و مابقی واریانس مربوط به اثر مستقیم می‌باشد. و میزان اثر مستقیم $0/751$ می‌باشد.

جدول ۴. پیش‌بینی رشد تفکر هندسی از حافظه طبقات تصویری (از طریق SEB هندسه)

واریانس	مدل محدود		مدل کامل		مدل متغیر
	خطای معیار	ضریب بتا	خطای معیار	ضریب بتا	
۰/۴۲۹	۰/۸۱۶	۴/۱۳۷	۱/۷۶۳	۶/۰۷۲	عرض از مبدأ
	۰/۳۳۷	-۰/۴۸۱	۰/۴۱۷	-۰/۵۳۹	جنسیت (مرد)
	۰/۳۵۴	۰/۳۹۴	۰/۳۵۵	۰/۸۳۲	حافظه
	۰/۳۵۲	۱/۸۷۸	۰/۳۹۳	۱/۰۷۲	حافظه طبقات تصویری
			۰/۰۴۲	۰/۰۹۲	معرفت‌شناسی علم هندسه

در جدول ۴ مدل میانجی تأثیر حافظه طبقات تصویری بر رشد تفکر هندسی گزارش شده است. در اینجا باور معرفت‌شناختی علمی هندسه متغیر میانجی که نقش آن به صورت اثر غیرمستقیم $0/429$ اثر کل می‌باشد. برای بررسی اثر غیرمستقیم که به صورت پاره‌ای وجود دارد لازم بود که از یکی از روش‌های مرسوم مثلاً سوپل یا GEE استفاده شود. در جدول (۵) دو فاصله اطمینان $0/95$ و $0/99$ با دو روش سوپل و GEE برای معناداری اثر غیرمستقیم (تحلیل میانجی) گزارش شده است. با توجه به اینکه هر دو فاصله اطمینان صفر را در بر نمی‌گیرند فرضیه پژوهش دال بر نقش میانجی باورهای معرفت‌شناختی در رشد تفکر هندسی هم برای نظام‌های تصویری و هم طبقات تصویری تأیید می‌گردد.

جدول ۵. برآورد و فواصل اطمینان، تأثیر حافظه نظام‌ها و طبقات تصویری بر رشد تفکر هندسی از طریق معرفت‌شناسی هندسه

روش	برآورد	خطای معیار	فاصله اطمینان $0/95$	فاصله اطمینان $0/99$
سوپل	۰/۷۵۱	۰/۱۹۴	(۰/۳۶۳ ۱/۱۳۹)	(۰/۲۵۱ ۱/۲۵۱)
GEE	۰/۷۵۱	۰/۱۷۱	(۰/۴۲۱ ۱/۰۸۱)	(۰/۳۱۰ ۱/۱۹۲)
سوپل	۰/۸۰۶	۰/۱۸۳	(۰/۴۴۸ ۱/۱۶۴)	(۰/۳۳۶ ۱/۲۷۶)
GEE	۰/۸۰۶	۰/۱۷۷	(۰/۴۶۰ ۱/۱۵۲)	(۰/۳۵۰ ۱/۲۶۲)

بحث و نتیجه گیری

حوزه‌های معرفت‌شناسی راه‌های رسیدن به معرفت را مشخص می‌کنند و بر این اساس معرفت‌های گوناگونی چون معرفت علمی، هنری، فلسفی و ... به وجود آمده‌اند که هر کدام راه و روش مخصوص خود را دارند. انتظاری که در حوزه معرفت علمی وجود دارد این است که افراد دارای این نوع معرفت، پدیده‌های مورد مطالعه خود را براساس اصول حاکم بر معرفت علمی بنا کنند و زبان مشترکی برای تبادل یافته‌های خود داشته باشند. معرفت علمی مبتنی بر تجربی بودن پدیده، فرضیه داشتن برای مطالعه و تحلیل پدیده، وجود قوانین و نظریه تبیین‌کننده و قابلیت محدود شدن حوزه بررسی است (اردونز و همکاران، ۲۰۰۹). انتظار موجود از دانشجویان رشته‌های مختلف این است که با شناخت دقیق معرفت علمی و اصول حاکم بر آن، در رشته خود به کسب دانش پرداخته و با رعایت آن‌ها به تولید علم بپردازند. بدون شک در نظر نگرفتن اصول حاکم بر معرفت علمی موجب گمراهی و تبیین‌های نابجای مفاهیم خواهد شد. در عین حال، باورهای معرفت‌شناختی خود به خود به لحاظ نظری موجب باورهای انگیزشی می‌شود؛ مثلاً اگر فردی تصور کند که هندسه علم ساده است کمتر در جهت ارتقا تفکر هندسی خود خواهد کوشید و سطوح تفکر آن رشد نمی‌یابد یا برعکس اگر آن را در حد پیچیدگی بدانند که حل مسائل آن فراتر از توانایی خود باشد (چنان که معلمان هندسه همین را القا می‌کنند و لذا دانش‌آموزان قضایای هندسه را حفظی پاسخ می‌دهند)، چیزی که پل دیراک^۱ فیزیک دان برجسته آن را آموزش پنهان درس هندسه نام نهاده است (کالیسون^۲، ۲۰۰۰). در هر دو حالت، فرد هیچ تلاشی در جهت حل مسائل هندسه نخواهد کرد و برای او چالش آور نخواهد بود. پس، فقط هنگامی که مسئله برای او چالش آور، یعنی نه سادگی داشته و نه در چنان سطحی از پیچیدگی باشد که چالش مسئله را از دست بدهد، فرد به حل مسئله مبادرت خواهد کرد و باور انگیزشی به‌طور مستقیم برآوردی از باور معرفت‌شناختی در پژوهش به دست می‌دهد.

از طرفی گیلفورد^۳ (۱۹۶۷) حافظه تصویری را بخشی از ساختار تفکر فرد (همراه با

-
- 1- Paul Dirac
 - 2- Galison
 - 3- Guilford

شناخت، تفکر همگرا، تفکر واگرا و ارزیابی) معرفی کرده است، که مقدم بر همه آنهاست. چون باورهای معرفت‌شناسی علمی هم شناخت و هم ارزیابی است؛ عمل آنها بر حافظه جنبه ایجاد دارد؛ که در آمار از طریق تحلیل میانجی بیان می‌شود. از طرفی با وجود اینکه دانش‌آموزان هنوز دارای دانش صریح نیستند اما باورهای معرفت‌شناسی علمی در آنها به طور ضمنی وجود دارد؛ مثلاً دانش‌آموزان ممکن است تصور کنند مسائل هندسی در چنان سطحی از دشواری قرار دارند که کنش آنها در حل این مسائل مؤثر نیست و بنابراین، فقط باید به حافظه برای ثبت قضیه‌ها در ذهن بسنده کرد. اگر دانش‌آموزی دارای این باور معرفت‌شناختی باشد، احتمالاً تلاش زیادی برای حل مسائل هندسه نکرده و درک هندسی او از سطح حافظه فراتر نمی‌رود و احتمالاً در سطح پایینی از رشد تفکر هندسی باقی می‌ماند.

پژوهش حاضر نشان داد که بین حافظه و رشد تفکر هندسی نقش میانجی برای معرفت‌شناسی هندسه وجود دارد. هر چند این نقش به صورت یک میانجی کامل نبوده و به صورت یک میانجی پاره‌ای می‌باشد (۰/۳۸۵ و ۰/۴۲۹ واریانس کل) با این حال میانجی پاره‌ای برای تأثیر بخشی رشد تفکر هندسی تأیید گردید که نشان می‌دهد معرفت‌شناسی هندسی نقش بسیار مؤثر در رشد تفکر هندسی دارد.

معلمان معمولاً باورها را نادیده می‌گیرند و برای آن اثر قائل نمی‌شوند مثلاً برای کاهش اضطراب فراگیران از درس هندسه بر ساده بودن آن تأکید می‌کنند که منجر می‌شود دانش‌آموزان به پیچیدگی آن توجه نکنند. معلمان برای آنکه کار خود را ساده‌تر کنند درس هندسه را فقط به حافظه طوطی‌وار قضایای هندسی مربوط می‌کنند که خود به خود سبب می‌شود که دانش‌آموزان در سطح پایین رشد تفکر هندسی باقی بمانند. در پژوهش حاضر نمونه آماری پژوهش دانشجوی معلمان بودند که وظیفه آنها ارتقاء رشد تفکر دانش‌آموزان هستند، حال اگر خود دانشجوی معلمان در سطح پایین تفکر هندسی قرار داشته باشند چگونه می‌توانند باعث رشد علمی هندسه دانش‌آموزان گردند؟ به عبارتی:

ذات نایافته از هستی‌بخش کی تواند که شود هستی‌بخش

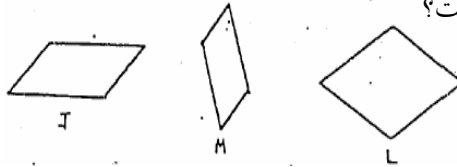
پژوهش حاضر نشان داد که نمی‌توان درسی‌هایی که جنبه علمی دارند از شناخت‌های افرادی که به این علوم می‌پردازند جدا کرد. اهمیت هندسه در درک جهان هستی روز به روز

روشن تر می‌گردد. هندسه ذهن افراد را مرتب و نظم می‌بخشد بنابراین اهمیت آن در برنامه‌ریزی درسی نباید نادیده گرفته شود.

نوآوری پژوهشی حاضر تفکیک حافظه تصویری از حافظه عمومی است افرادی که حافظه بالایی دارند. نسبت به دیگران احتمالاً تصاویر را بهتر به ذهن می‌سپارند. با کنترل حافظه عمومی در پژوهش حاضر نقش حافظه تصویری به صورت خاص در رشد تفکر هندسی نشان داده شده است با این حال یک ضعف این مقاله آن است که فقط حافظه نظام‌ها و طبقات تصویری بررسی شده است. در بسیاری از موقعیت‌های حل مسئله هندسی عناصر تبدیلی تصویری نقش تعیین کننده دارند. مثلاً موقعیتی که در آن یک ۴ ضلعی به ۲ مثلث تبدیل شده و به جای قوانین چهار ضلعی از قضایای مثلث استفاده می‌شود. به پژوهشگران توصیه می‌شود در جهت سنجش این متغیر و رابطه آن با رشد تفکر هندسی از طریق معرفت‌شناسی هندسی عمل کنند.

به معلمان در کلاس‌های درس توصیه می‌شود آزمون‌های حافظه تصویری را در دوران اولیه آموزش هندسه جزء تمرین‌های معمول کلاسی قرار دهند. همچنین در دانش‌آموزان این احساس را ایجاد کنند که هندسه دارای پیچیدگی‌هایی است که در حل مسئله فراگیران باید با این معرفت‌شناسی نسبت به هندسه با آن برخورد کنند. زیرا رشد هندسه منوط به گسترش دانش در مراحل مختلف از دانش (مربوط به قضایای هندسی)، مهارت (کاربرد قضایا در حل مسائل هندسی) و بازشناسی (تشخیص قضیه‌ای که در حل یک مسئله هست) می‌باشد؛ به این ترتیب، ممکن است دانش‌آموزانی باشند که در سطح دانش بالا بوده اما نتوانند از این دانش در حل مسائل استفاده کنند و اگر به آنها گفته شود که از چه قضیه‌ای می‌توانند مسئله را حل کنند به سهولت این کار را انجام می‌دهند و یا در بازشناسی مسئله‌ای که در مقابل دانش‌آموزی قرار داده شده است تناظر با دانش مورد نیاز یا مهارت‌های حل مسئله را نداشته باشد، که این یک فاجعه در آموزش هندسه است و آموزش آن به پائین‌ترین سطح، یعنی دانش محدود شده و عملکرد دانش‌آموزان فقط حفظ قضیه‌هاست.

پیوست - نمونه آزمون‌های ون هیلی و حافظه تصویری (نظام‌ها و طبقات تصویری)



۴- کدام از اشکال زیر متوازی الاضلاع است؟

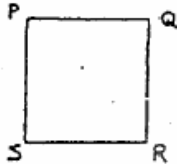
الف) فقط شکل L

ب) فقط شکل J

ج) فقط اشکال J و M

د) هیچکدام

ه) همه‌ی موارد



۵- چهار ضلعی PQRS مربع است.

کدام رابطه در مورد همه‌ی مربع‌ها صدق می‌کند؟

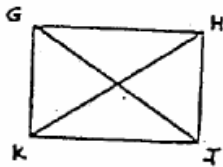
الف) پاره خط‌های \overline{PR} و \overline{RS} طول یکسان دارند.

ب) پاره خط‌های \overline{PR} و \overline{QS} بر هم عمود هستند.

ج) پاره خط‌های \overline{PS} و \overline{QR} بر هم عمود هستند.

د) پاره خط‌های \overline{PS} و \overline{QS} طول یکسان دارند.

ه) زاویه‌ی Q بزرگتر از زاویه‌ی R است.



۶- در مستطیل GHJK پاره خط‌های \overline{GJ} و \overline{HK} قطر هستند.

کدام یک از گزینه‌ها در مورد همه‌ی مستطیل‌ها صدق نمی‌کند؟

الف) چهار زاویه‌ی قائمه وجود دارد.

ب) چهار ضلع دارند.

ج) قطر‌ها طول یکسان دارند.

د) ضلع‌های مقابل طول یکسانی دارند.

ه) همه‌ی موارد فوق صحیح است.

منابع

- ارجمندیا، علی اکبر؛ شریفی، علی و رستمی، رضا (۱۳۹۳). اثربخشی برنامه تمرین رایانه‌ای شناختی بر عملکرد حافظه فعال دیداری - فضایی دانش‌آموزان با مشکلات ریاضی. *مجله ناتوانی‌های یادگیری*، ۳ (۴)، ۲۴-۶.
- تاجیک خاوه، مجید (۱۳۹۱). *بررسی تفکر هندسی دانش‌آموزان بر اساس نظریه ون هیل، پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهید رجایی.*
- رضایی، اکبر (۱۳۸۸). نقش باورهای معرفت شناختی، سبک‌های تفکر، راهبردهای یادگیری در عملکرد تحصیلی دانشجویان. *فصلنامه روان‌شناسی دانشگاه تبریز*، ۱۶ (۴)، ۲۰۴-۱۸۸.
- ریحانی، ابراهیم (۱۳۸۴). معرفی نظریه‌ی پیازه و فن هیل - فن هیل در مورد یادگیری هندسه. *رشد آموزش ریاضی*، ۸۰ (۲۲)، ۲۲-۱۲.
- صدرارحامی، سعیده (۱۳۸۵). *بررسی اثر رویکردهای نوین هندسه بر مبنای نظریه ون هیل بر پیشرفت تحصیلی و نگرش دانش‌آموزان دبیرستان‌های دخترانه شهرستان تیران و کرون.* پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی واحد خوراسگان.
- عالم‌زاده، علی اکبر (۱۳۷۸). *مبانی هندسه، تهران، انتشارات علمی و فنی.*
- عریضی، حمیدرضا (۱۳۷۹). سطوح یادگیری هندسه بر مبنای نظریه ون هیل. *پژوهش در آموزش ریاضی. مجموعه مقالات پژوهش در آموزش ریاضی*، ۲۳۱-۲۶۱. اصفهان.
- عریضی، حمیدرضا (۱۳۹۱). مقایسه عملکرد آزمون سوئل و GEE در رویکرد مقالات ساختاری و رگرسیون سلسله مراتبی در تحلیل میانجی از طریق شبیه‌سازی مؤنث کارلویی. *یازدهمین کنفرانس بین‌المللی آمار ایران، دانشگاه علم و صنعت ایران.*
- غفوری، مبینا (۱۳۹۱). *بررسی رابطه عملکرد حافظه فعال دیداری - فضایی با انواع مشکلات ریاضی در دانش‌آموزان با و بدون مشکل ریاضی شهر تهران.* پایان‌نامه کارشناسی ارشد. رشته روان‌شناسی و آموزش کودکان استثنایی. دانشگاه تهران.
- غلام آزاد، سهیلا (۱۳۷۹). رویکردهای نوین آموزش هندسه. *رشد آموزش ریاضی*، ۵۹، ۲۳-۱۸.
- لیاقتدار، محمدجواد؛ سلیمانی، نسیم و صدرارحامی، سعیده (۱۳۹۱). بررسی تأثیر روش آموزش هندسه بر مبنای نظریه ون هیل بر پیشرفت تحصیلی. *اندیشه نوین تربیتی*، ۳ (۸)، ۱۰۷-۱۲۶.

- لیاقتدار، محمدجواد؛ عریضی، حمیدرضا؛ امینی، نرجس و صدراراحی سعیده (۱۳۹۰). نگرش دانش‌آموزان دبیرستان‌های دخترانه شهرستان تیران و کرون نسبت به آموزش درس هندسه به شیوه‌ی فن هیلی، *فصلنامه نوآوری آموزشی*، ۳۹، سال دهم، ۱۰۰-۷۵.
- محمدزاده، جهان‌شاه و عریضی، حمیدرضا (۱۳۹۱). هنجاریابی خرده‌مقیاس‌های شناختی-تصویری آزمون توانایی‌های شناختی میکر و بررسی رابطه آن با عملکرد دانش‌آموزان. *فصلنامه تازه‌های شناختی*، ۳ (۱۴)، ۷۳-۶۳.
- مرادی ویس، اصغر (۱۳۸۸). *مطالعه جایگاه هندسه مدرسه‌ای در برنامه درسی کارشناسی دبیری ریاضی مبتنی بر نظریه ون هیلی*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهید رجایی.
- نجفی، محمود؛ دهشیری، غلام‌رضا؛ محمدی‌فر، محمدعلی؛ دبیری، سولماز و جعفری، نصرت (۱۳۹۴). نقش متغیرهای کارآیی خانواده، حرمت خود، خودکارآمدی و شخصیت در پیش‌بینی انگیزش پیشرفت تحصیلی. *اندیشه‌های نوین تربیتی*، ۱۱ (۲)، ۹-۳۲.
- ویسی، شورش (۱۳۸۸). *بررسی میزان تأثیر آموزش به کمک هندسه پویا مبتنی بر نظریه ون هیلی بر رشد تفکر هندسی دانش‌آموزان سال سوم کلاترزان*. پایان‌نامه کارشناسی ارشد در رشته آموزش ریاضی، دانشگاه شهید رجایی.
- Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2012). The activities based on Van Hiele's phase-based instruction using the geometer's sketchpad (GSP) on students' levels of geometric thinking. *Journal of Mathematics and Statistics*, 8 (3), 385-395.
- Abdullah, A. H., & Zakaria, E. (2013). The effects of van hiele's phase-based instruction using the geometer's sketchpad (GSP) on students' levels of geometric thinking. *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, 5 (5), 1652-1660.
- Alex, J. K., & Mammen, K. J. (2016). Lessons Learnt from Employing van Hiele Theory Based Instruction in Senior Secondary School Geometry Classrooms. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 12 (8), 2223-2236.
- Battista, M. T., Wheatley, G. H., & Talsma, G. (1982). The importance of spatial visualization and cognitive development for geometry learning in preservice elementary teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 332-340.

- Baynes, J. F. (1998). The development of a Van Hiele based summer geometry program and its impact on student Van Hiele level and achievement in high school geometry. *Unpublished doctoral dissertation, Columbia University.*
- Bendixen, L. D., Schraw, G., & Dunkle, M. E. (1998). Epistemic beliefs and moral reasoning. *The Journal of Psychology, 132* (2), 187-200.
- Breyfogle, M., & Lynch, C. M. (2010). van Hiele revisited. *Mathematics teaching in the Middle school, 16* (4), 232-238.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education, 17* (1), 31-48.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12, 1-16.*
- D'Amico, A., & Guarnera, M. (2005). Exploring working memory in children with low arithmetical achievement. *Learning and Individual Differences, 15* (3), 189-202.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher, 37* (6), 14.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 3*, I+1-196.
- Galison, P. (2000). The suppressed drawing: Paul Dirac's hidden geometry. *Representations, 72*, 145-166.
- Gearv. D. C. (2010). Mathematical disabilities: Reflections on cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Learning and Individual Differences, 20* (2), 130-3.
- Gill, M. G., Ashton, P. T., & Algina, J. (2004). Changing pre-service mathematics: An intervention study. *Contemporary Educational Psychology, 29* (2), 164-185.
- Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence* McGraw-Hill. *New York.*
- Gutierrez, A., Jaime, A., Fortunv, J. (1991). An alternative paradigm to evaluate the acquisition of the Van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*, 237-251.
- Halat, E. (2007). "Reform-based curriculum & acquisition of the levels". *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education, 3* (1), 41-49..

- Halat, E. (2008). In-Service Middle and High School Mathematics Teachers: Geometric Reasoning Stages and Gender, *The Mathematics Educator*, 18 (1), 8-14.
- Handscomb, K. (2005). *Image-based reasoning in geometry* (Doctoral dissertation, Faculty of Education-Simon Fraser University).
- Hanly, T. V. (2005). Commentary on early identification and intervention for students with mathematical difficulties: Make sense-Do the Math. *Journal of Learning Disability*, 10 (4), 355-364.
- Heraty, N., & Morley, M. J. (2000). The application of the structure of intellect programme: A manufacturing facility experiment. *Journal of Managerial Psychology*, 15 (7), 691-715.
- Hofer, B. K., & Pintrich, P. R. (1997). The development of epistemological theories: Beliefs about knowledge and knowing and their relation to learning. *Review of Educational Research*, 67, 88-140.
- Jones, K. (2000). *Teacher Knowledge and Professional Development in Geometry*. A report based on the meeting at the University of Loughborough. Proceedings of the British Society for Research in to Learning Mathematics. 20 (3). University of Southampton, UK.
- Jose, PE. (2013). *Doing statistical mediation and moderation*. New York, Guilford Press.
- Kardash, C. M., & Scholes, R. J. (1996). Effects of Preexisting Beliefs, Epistemological Beliefs, and Need for Cognition on Interpretation of Controversial Issues, *Journal of Educational Psychology*, 88 (2), 260- 271.
- Keiser, J. M. (1997). *The Development of Student's Understanding of Angleina Non-directive Learning Environment* (Unpublished PhD Dissertation). Indiana University, USA .
- Kline, RB. (2010). *Principles and practice of structural equation modeling 3th ed*. New York, Guilford Press.
- Korkman, M. & Hakkinen-Rihu, P. (2010). A new classification of deamong clinic-referred children. *Journal of Abnormal Children Psychology*, 11 (18), 29-45.
- Korkman, M., & Pesonen, A. E. (1994). A comparison of neuropsychological test profiles of children with attention deficit—hyperactivity disorder and/or learning disorder. *Journal of Learning Disabilities*, 27 (6), 383-392.

- Lam, L. (2007). *A guide to Eclipse and the R plug-in Statet*. available on: <http://baderlab.org>
- Liu, L., & Cummings, R. (2001). A learning model that stimulates geometric thinking through use of PCLogo and Geometer's Sketchpad. *Computers in the Schools*, 17 (1-2), 85-104.
- Mason, M. (2002). *The Van Hiele Levels of Geometric Understanding*, Professional Handbook for Teachers, Geometry Explorations and Applications, 4-8 .
- Mason, M. (2009). The Van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, 21 (1), 39-53.
- Meeker, M & Meeker, R. J. (1973). Strategies for assessing intellectual patterns in black, Anglo, and Mexican- American boys or any other children- and implications for education, *Journal of School Psychology*, 11, 341-350
- Murphy, K. R., & Myers, B. (1999). Testing the hypothesis that treatments have negligible effects: Minimum-effect tests in the general linear model. *Journal of Applied Psychology*, 84 (2), 234.
- National Council of Teachers of Mathematics (Ed.). (2000). *Principles and standards for school mathematics* (Vol. 1). National Council of Teachers of.
- Ordoñez, X. G., Ponsoda, V., Abad, F. J., & Romero, S. J. (2009). Measurement of epistemological beliefs psychometric properties of the EQEBI test scores. *Educational and Psychological Measurement*, 69 (2), 287-302.
- Raghubar, K. P., Barnes, M. A., & Hecht, S. A. (2010). Working memory and mathematics: A review of developmental, individual difference, and cognitive approaches. *Learning and Individual Differences*, 20 (2), 110-122.
- Rousselle. L. & Noel. M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: A comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, 102 (3), 361-395.
- Schommer, M. (1990). Effects of beliefs about the nature of knowledge on comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 82 (3), 498.
- Schommer, M. (1993). Comparisons of Beliefs about the Nature of Knowledge and Learning among Postsecondary Students, *Research in Higher Education*, 3, 355-370.

- Schommer, M., Crouse, A., & Rhodes, N. (1992). Epistemological beliefs and mathematical text comprehension: Believing it is simple does not make it so. *Journal of Educational Psychology*, 84 (4), 435.
- Slaby, S. (1996). The Future of Engineering Graphics-Descriptive Geometry-Computer Graphics and Theoretical Graphics and Their Impact on the World Society. *Proceedings of the 7th Icecgdg, Krakow, Poland*, 3-5.
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math disabilities: A selective meta-analysis of the literature. *Review of Educational Research*, 76 (2), 249-274.
- rrrrrrrr rry, 3333333lll rre' cogttt ff gemnerry add aaaaaa thinking—A cultural process. *Unpublished doctoral dissertation, University of Buffalo, State University of New York*.
- Ubuz, B., & Ustun, I. (2003). Figural and conceptual aspects in identifying polygons. In *PME CONFERENCE 1*, 328-328.
- Unal, H., & Jakubowski, E. (2005). *The influence of curiosity and spatial ability on preservice middle and secondary mathematics teachers' understanding of geometry*. A Dissertation Submitted to the Department of Middle and Secondary Education in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy. Florida State University
- Usiskin, Z. (1980). What should not be in the algebra and geometry curricula of average college-bound students?. *The Mathematics Teacher*, 73 (6), 413-424.
- Van Der Sandt, S. (2007). Pre-Service Geometry Education in South Africa: A Typical Case?. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 1*. IUMPST: The Journal, 1, 1-9
- Van Hiele, P. M. (1959). Development and the learning process. *Acta Paedagogica Ultrajectina*, 17, 1-31.
- Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight*. New York. Academic Press.
- Woolfolk, A. E., Hoy, A. W., Hughes, M., & Walkup, V. (2008). *Psychology in Education*. Pearson Education.