

## مدلی برای متعادل‌سازی هزینه‌های تخصیص منابع

نوشته: محمدعلی خانی فیروزآبادی  
عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبائی

### چکیده

استفاده از ترمیمال‌های مرکزی جهت حمل تولیدات از منابع مختلف به مقاصد گوناگون یک مزیت اقتصادی در کاهش هزینه‌های حمل و نقل به شمار می‌رود. تولیدکنندگان می‌توانند تولیدات خود را به ترمیمال‌های مرکزی حمل نموده و از آنجا با حجم بیشتر، محصولات را به نقاط مصرف روانه کنند. هر چند که احداث ترمیمال‌های مرکزی نیاز به صرف هزینه‌های ثابت زیادی دارد ولی هزینه احداث این ترمیمال‌ها به مرتب کمتر از هزینه‌هایی است که صرف انتقال محصولات به طور مستقیم به نقاط مصرف می‌گردد. در این مقاله مدلی برای برقراری تعادل بین هزینه‌های حمل و نقل و هزینه‌های احداث ترمیمال مرکزی ارائه و کاربرد آن برای خدمات شهری ذکر گردیده است.

### ۱ - مقدمه :

هم در تولیدات با حجم وسیع و هم در پروژه‌های کوچک و جزئی، لازم است چگونگی حمل و نقل مواد و کالاهای از منابع مختلف تا مقاصد گوناگون مورد بررسی قرار گیرند. برای مثال، تولیدات کارخانه‌های مختلف می‌تواند به طور مستقیم به محل فروش کالا عرضه شده و یا اینکه بعد از تولید، آنها را به یک انبار میانی (ترمیمال

واسطه) حمل کرده و سپس از آنجا به محل های فروش عرضه کرد. اگرچه استفاده غیر مستقیم از حمل و نقل کالا، (یعنی از طریق ترمینال های واسطه) فاصله پیموده شده را از دیاد می بخشد ولیکن به علت اینکه محموله ها با حجم زیادتری جابجا می شوند باعث خواهد شد تا کل هزینه حمل و نقل کاهش یابد.

تعداد ترمینال های واسطه مورد استفاده در یک شبکه بر روی هزینه های موجودی، هزینه های حمل و نقل و هزینه های سربار اثر می گذارد. اگرچه وجود تعداد کمتر ترمینال های واسطه باعث می شود که هزینه های موجودی و هزینه های سربار کم شود ولی در این حالت متوسط فاصله سفر بین نقاط تولید و مصرف زیاد می شود. با تعداد بیشتر ترمینال های واسطه، هزینه های موجودی و هزینه های سربار از دیاد می یابد، اما در مقابل متوسط فاصله سفر بین نقاط تولید و مصرف کم می شود. در نتیجه تعداد بهینه ای وجود دارد که تعادل را بین هزینه های یاد شده فوق برقرار می سازد. حال پیدا کردن الگویی که بتواند حداقل هزینه را از طریق حمل و نقل های مستقیم و غیر مستقیم بدست آورد مورد نظر می باشد.

## □ ۲ - تأثیر استفاده از ترمینال های واسطه در هزینه های حمل و نقل :

محصولات تولید شده کارخانجات مختلف را می توان به صورت دسته جمعی به چند ترمینال واسطه حمل نمود. به این معنی که مقادیر کم محصولات یا مواد بین چند مبدأ و مقصد در ترمینال های واسطه قرار داده می شوند تا آنها بتوانند جهت حمل و نقل، بارهای با حجم بزرگ را تشکیل دهند. در این گونه ترمینال ها، امکان تفکیک کالاها وجود دارد و می توان محصولات مشابه را به نحوی با هم ادغام کرد. انجام این کار باعث می شود تا بارها به طور مرتب و منظم به مقاصد مورد نظر حمل شوند. باید توجه نمود که تولیدات می توانند به محل فروش هم به صورت مستقیم و هم از طریق ترمینال های واسطه حمل گردد.

برای مثال، تصور کنید که یک ترمینال واسطه به ۱۰۰ عرضه کننده مختلف خدمات ارائه می دهد که مقادیر مساوی مواد یا محصول را به ۳۰ کارخانه مختلف ارسال کند. هر محموله به ترمینال واسطه تحویل داده می شود و این محموله ها شامل محصولات یا مواد اولیه ای هستند که باید به تمام ۳۰ کارخانه ارسال شوند. هر محموله

به کارخانه‌ای تحویل داده می‌شود که احتیاج به مواد اولیه‌ای دارد که ۱۰۰ عرضه کننده، آن را عرضه کرده‌اند. این به معنای آن است که متوسط جریان مواد در هر شبکه بین ۳۰ تا ۱۰۰ برابر بیشتر از وقتی خواهد بود که تمام عرضه کننده‌ها، محموله‌هایشان را مستقیماً به تمام کارخانچهات ارسال نمایند.

هر چه که تعداد مبدأها و مقصدتها بیشتر باشد جریان زیادتری در ترمینال‌های واسطه جریان پیدا خواهد کرد و هر چه که تعداد ترمینال‌های واسطه در شبکه حمل و نقل کمتر باشد هزینه‌های موجودی و سربار، میل به کم شدن پیدا خواهد نمود. ترمینال‌های واسطه کمتر باعث خواهد شد که محموله‌ها در مسافت‌های بیشتری از آنچه که اگر تعداد زیادتری ترمینال وجود داشت حمل گردد. با افزایش ترمینال‌های واسطه، متوسط فاصله سفر کاهش پیدا خواهد کرد.

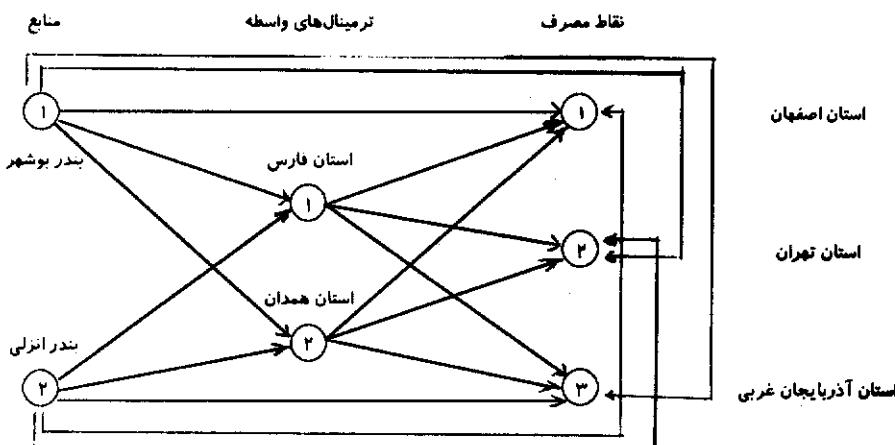
هزینه‌های حمل و نقل محصولات تابعی مقعر از مقدار حجم حمل شده می‌باشد. همچنین اگر حمل و نقل محصولات از طریق ترمینال‌ها صورت گیرد دارای هزینه نگهداری نیز خواهد شد. همچنین برای استفاده از ترمینال‌های واسطه، لازم است هزینه‌های راهاندازی (یا هزینه‌های ثابت) در نظر گرفته شود. به این ترتیب از ترمینال‌های واسطه که دارای تجهیزات و وسایل حمل کننده و توزیع کننده می‌باشند جهت کاستن هزینه‌ها استفاده می‌شود. مثال این نوع ترمینال‌ها را می‌توان ترمینال‌های بارگیری کامیون، راه آهن و انبارها نام برد.

هدف این مقاله بسط و گسترش مدلی است که بتواند مابین هزینه‌های حمل و نقل، هزینه‌های سربار، هزینه‌های راهاندازی و هزینه‌های نگهداری محصولات در ترمینال‌های واسطه تعادل برقرار سازد و تعداد بهینه ترمینال‌های واسطه را (در صورت اقتصادی بودن) بدست آورد. در واقع هدف نهایی، این نکته است که اگر در نقاط تولید، مقدار بسیار زیادی محصول تولید شده و بخواهد به نقاط مصرف انتقال داده شود، آنگاه با استفاده از ترمینال‌های واسطه می‌توان مجموع هزینه‌های سیستم را کاهش داد. علاوه بر هزینه‌های سربار، راهاندازی و نگهداری، هزینه‌های سیستم شامل هزینه‌های حمل و نقل از نقاط تولید به ترمینال‌های واسطه و از ترمینال‌های واسطه به نقاط مصرف می‌باشد.

### □ ۳ - معرفی مدل :

مدل‌های کلاسیکی که تاکنون در این رابطه ارائه شده‌اند اساساً بر مبنای هزینه‌های حمل و نقل مطرح گردیده‌اند و دارای محدودیت‌های متنوعی می‌باشند. بر اساس محدودیت‌هاست که می‌توان بهترین اماکن را برای احداث ترمینال‌های واسطه و عملیات آنها در نظر گرفت. مهمترین محدودیت‌هایی که در این گونه مسایل وجود دارند محدودیت‌های بودجه، تعداد تسهیلات، وسایل حمل و نقل و مکان احداث می‌باشد که طبعاً هر یک از آنها می‌تواند در جواب مسئله و انتخاب بهینه تعداد ترمینال‌های واسطه تأثیرگذار باشد.

مدلی که طراحی می‌شود باید قادر باشد برای هر مبدأ و مقصد دلخواه، چگونگی انتقال محصولات را نشان دهد. در واقع نتیجه این مدل، تعیین می‌کند آیا انتقال از مبدأ به مقصد به صورت مستقیم صورت می‌گیرد و یا از طریق ترمینال‌های واسطه انجام شود. به منظور درک بهتر، مثالی در این زمینه ذکر می‌شود. فرض کنید که در ایران، بندر ازولی کالاهای مصرفي و بندر بوشهر، مواد اولیه کارخانجات را تأمین می‌کنند. تصور کنید سه استان مهم که از کالاهای مواد اولیه استفاده بیشتری می‌برند (به علت تراکم جمعیت، تعدد کارخانجات، تمرکز شهر، رشد شهر، ...) سه استان تهران، اصفهان و آذربایجان غربی باشند. تقاضای هر استان با توجه به برنامه‌ریزی‌های توسعه اقتصادی-اجتماعی از هر یک از این بنادر مشخص است. همچنین تصور کنید که دو ترمینال واسطه در استان‌های فارس و همدان قرار داشته باشند. با توجه به تقاضای هر استان از بنادر، باید الگویی بهینه از انتقال کالاهای به هر استان بدست آورد که این الگو می‌تواند کالا را به طور مستقیم از بنادر و یا از طریق دو ترمینال واسطه انجام دهد. در نمودار ۱، وضعیت انتقال کالا نشان داده شده است.



نمودار ۱ - وضعیت انتقال کالاهای از منابع به نقاط مصرف

حال مدلی که طراحی می‌شود باید قادر باشد به سؤالات زیر پاسخ‌گوید:

۱ - آیا اصلًا نیازی به ترمینال‌های واسطه (استان‌های فارس و همدان) جهت انتقال کالا از منابع به نقاط مصرف می‌باشد؟

۲ - اگر نیاز به ترمینال‌های واسطه احساس شد کالاهای از چه مسیرهایی باید به نقاط مصرف انتقال داد؟

۳ - هزینه حمل و نقل بدون وجود ترمینال‌های واسطه و با وجود ترمینال‌های واسطه (که لازم است هزینه‌های احداث را برای آنها پرداخت کرد) چقدر با هم تفاوت دارند؟

به این ترتیب، مشاهده می‌شود که با طراحی یک مدل ریاضی، می‌توان به جواب‌های فوق پاسخ داد. برای این منظور، یک مدل جامع و کامل تشکیل می‌شود و سپس نحوه کاربرد آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### □ ۱ - ۳ - فرضیات مدل جامع :

برای ارائه هرگونه مدلی، لازم است ابتدا فرضیات مدل را ذکر کرد.

۱ - چندین نقطه تولید محصول وجود دارد که با توجه به حجم بسیار زیاد تولید در

این نقاط و به منظور تجزیه و تحلیل مناسب‌تر، این نقاط تولید به یک مجموعه و زیرمجموعه تقسیم می‌شوند. در مدل، آندیس آزیر مجموعه مجموعه  $\mathcal{Z}$  می‌باشد.  
(ICT)

۲ - کلیه محصولات در نقاط تولید باید به نقاط مصرف انتقال یابند (یعنی در ترمینال‌های واسطه هیچ محصولی نگهداری نمی‌شود).

۳ - ترمینال‌های واسطه‌ای که ممکن است از آنها جهت انتقال محصولات استفاده نمود دو نوع هستند، یکی ترمینال‌های با ظرفیت کم و دیگری ترمینال‌های با ظرفیت زیاد.

۴ - برای تعیین ترمینال‌های واسطه (از هر نوع)، گزینه‌های مختلفی در نظر گرفته شده‌اند.

۵ - محصولات تولید شده در نقاط تولید  $I$  را می‌توان به سه صورت انتقال داد.

الف - محصولات تولید شده در نقاط  $I$  را می‌توان به ترمینال‌های با ظرفیت کم انتقال داد. فرض شده است که ترمینال‌های با ظرفیت کم، فقط در نقاط تولید  $J$  می‌توانند مورد استفاده قرار گیرند. این ترمینال‌ها با آندیس  $k$  نمایش داده می‌شود که در آن  $k$  بیانگر شماره ترمینال با ظرفیت کم در نقطه تولید  $J$  است.

ب - محصولات تولید شده در نقاط  $I$  را می‌توان به ترمینال‌های با ظرفیت بالا انتقال داد. ترمینال‌های با ظرفیت بالا با آندیس  $l$  مشخص می‌شوند.

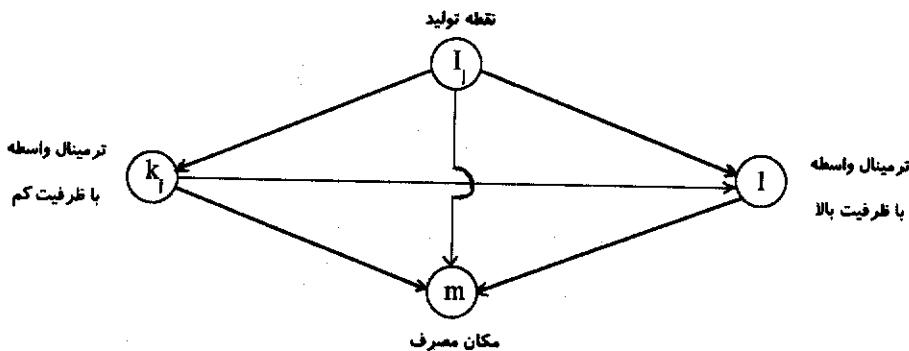
ج - محصولات تولید شده در نقاط  $I$  را می‌توان مستقیماً به نقاط مصرف انتقال داد. نقاط مصرف با آندیس  $m$  مشخص می‌شوند.

۶ - محصولات انتقال یافته به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت کم را می‌توان به دو صورت زیر انتقال داد.

الف - محصولات انتقال یافته به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت کم را می‌توان به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت بالا ارسال نمود.

ب - محصولاتی که به ترمینال‌های واسطه با ظرفیت پایین انتقال یافته‌اند را می‌توان مستقیماً به نقاط مصرف  $m$  حمل کرد.

شکل کلی انتقال محصولات از نقاط تولید به نقاط مصرف در نمودار شماره ۲ نشان داده شده است.



نمودار شماره ۲ - گزینه‌های مختلف انتقال محصولات از مبدأ به مقصد

- ۷ - وسایل جمع‌آوری و انتقال مختلفی در هر یک از نقاط تولید، ترمینال‌های کوچک و ترمینال‌های بزرگ در دسترس می‌باشند.
- ۸ - در صورت احداث ترمینال‌های واسطه، هزینه‌های ساخت وجود خواهد داشت.
- ۹ - در صورت احداث ترمینال‌های واسطه، لازم است به حداقل و حداقل‌تر ظرفیت آنها توجه شود.
- ۱۰ - انتقال محصول بین دو ترمینال واسطه از یک نوع مجاز نیست.
- ۱۱ - فرض می‌شود که هزینه انتقال محصولات مناسب با مقدار و مسافت طی شده باشد.
- ۱۲ - فرض می‌شود که محصولات در مرکز نقل نقاط تولید جمع‌آوری می‌شود.
- ۱۳ - فرض می‌شود که نمی‌توان بیش از یک ترمینال با ظرفیت بالا در مجموعه احداث کرد.

### □ ۲ - ۳ - معرفی متغیرهای مدل جامع :

- در این قسمت، متغیرها و اختصارهای بکار رفته در مدل معرفی می‌شوند.
- $U_{i,k,n}$ : مقدار محصولی که از نقاط تولید  $I_i$  به ترمینال کوچک  $k$  مجموعه  $Z$  با وسیله  $n$  انتقال داده می‌شود.
- $V_{i,l,n}$ : مقدار محصولی که از نقطه تولید  $I_i$  به ترمینال بزرگ  $l$  توسط وسیله نوع  $n$  انتقال داده می‌شود.

$W_{i,j,m,n}$ : مقدار محصولی که از نقطه تولید  $i$  مستقیماً به نقطه مصرف  $m$  توسط وسیله  $n$  انتقال می‌یابد.

$X_{k,l,n}$ : مقدار محصولی که از ترمینال کوچک  $k$  مجموعه  $l$  به ترمینال بزرگ  $1$  توسط وسیله  $n$  انتقال داده می‌شود.

$Y_{k,l,m,n}$ : مقدار محصولی که از ترمینال کوچک  $k$  مجموعه  $l$  مستقیماً به سمت نقطه مصرف توسط وسیله نوع  $n$  انتقال داده می‌شود.

$Z_{l,m,n}$ : مقدار محصولی که از ترمینال بزرگ  $1$  به نقطه مصرف  $m$  توسط وسیله نوع  $n$  انتقال می‌یابد.

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر ترمینال کوچک } k \text{ در مجموعه } l \text{ ساخته شود} \\ \text{در غیر این صورت} \end{array} \right\} = T_{kl}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر ترمینال بزرگ } 1 \text{ احداث شود} \\ \text{در غیر این صورت} \end{array} \right\} = S_1$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{اگر مکان مصرف } m \text{ ساخته شود} \\ \text{در غیر این صورت} \end{array} \right\} = R_m$$

### □ ۳ - ۳ - معرفی علائم اختصاری مدل جامع :

هزینه‌های وابسته به هر یک از متغیرهای تصمیم را با  $C$  و آندیس همان متغیرها نمایش می‌دهیم. برای مثال  $C_{i,j,l,n}$  هزینه‌ای است که برای انتقال مقدار معینی از

محصول از نقطه تولید  $i$  توسط وسیله نوع  $n$  به ترمینال بزرگ  $1$  پرداخت می‌شود.

$A_{k,l}$ : هزینه‌ای که بابت احداث ترمینال کوچک  $k$  در مجموعه  $l$  پرداخت می‌شود (شامل هزینه زمین، دیوارکشی، تأسیسات مورد نیاز و...).

$B_1$ : هزینه‌ای که احداث ترمینال بزرگ  $1$  دربر دارد.

$C_m$ : هزینه‌ای که احداث مکان مصرف دربر دارد (در برخی از مواقع، لازم است که برای نقطه مصرف هزینه‌هایی در نظر گرفت)

$D_{ik}$ : مقدار محصولی که در نقطه تولید  $I$  تولید می‌شود.

$E_{ik}$ : حداکثر ظرفیت ترمینال کوچک  $k$  در مجموعه  $J$ .

$F_{ik}$ : حداقل ظرفیت ترمینال کوچک  $k$  در مجموعه  $J$ .

$G_i$ : حداکثر ظرفیت ترمینال بزرگ ۱

$H_i$ : حداقل ظرفیت ترمینال بزرگ ۱

$O_i$ : حداکثر تعداد ترمینال‌های کوچکی که در مجموعه  $J$  می‌تواند وجود داشته باشد.

$P$ : حداکثر تعداد ترمینال‌های بزرگی که می‌تواند وجود داشته باشد.

$Q$ : حداکثر نقاط مصرفی که می‌تواند وجود داشته باشد.

$\alpha$ : حداکثر بودجه در دسترس.

#### □ ۴ - ۳ - شرح مدل جامع:

در این قسمت سعی شده است تا با استفاده از مدل‌های ریاضی، مدل بسط و گسترش داده شود. در حقیقت این قسمت سعی دارد که مقدار انتقال یافته محصولات از هر نقطه تولید به نقطه مصرف را بهینه نماید به طوری که محصولات به گونه‌ای انتقال یابند تا هزینه کل سیستم حداقل گردد.

مدل ارائه شده تلفیقی از مدل برنامه‌ریزی فعلی با متغیرهای صفر و یک است (Mixed Integer Programming: MIP) چرا که اگر از ترمینال‌های واسطه جهت انتقال محصولات استفاده شود، هزینه ثابتی برای راهاندازی آنها در نظر گرفته می‌شود و همین هزینه، ممکن است انتقال محصولات از طریق ترمینال‌های واسطه را غیرااقتصادی جلوه دهد.

محدودیت‌هایی که در مدل مورد توجه قرار گرفته‌اند شامل محدودیت‌های بودجه، ظرفیت ترمینال‌های واسطه، تعداد آنها، تعداد وسایل نقلیه و... می‌شود.تابع هدف مدل، تابعی است که در آن هزینه‌های جمع‌آوری محصولات، هزینه‌های انتقال، هزینه‌های ساخت ترمینال‌های واسطه و هزینه‌های نقاط مصرف در آن ملاحظه شده است و قصد بر این است که مقدار تابع هدف به حداقل مقدار ممکنه خود برسد.

## ۱ - ۳ - ۴ □ تابع هدف مدل جامع :

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{lj}} C_{l,j,k,l,n} U_{l,j,k,l,n} + \\
 & \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{l=1}^L \sum_{n \in N_{lj}} C_{l,j,l,n} V_{l,j,l,n} + \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_{lj}} C_{l,j,m,n} W_{l,j,m,n} + \\
 & \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{l=1}^L \sum_{n \in N_{kj}} C_{k,l,l,n} X_{k,l,l,n} + \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_{kj}} C_{k,l,m,n} Y_{k,l,m,n} + \\
 & \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_l} C_{l,m,n} Z_{l,m,n} + \sum_{l=1}^{l_j} \sum_{k=1}^{K_j} A_{k,l} T_{k,l} + \\
 & \sum_{l=1}^L B_l S_l + \sum_{m=1}^M C_m R_m
 \end{aligned}$$

همانگونه که ملاحظه می شود تابع هدف، حداقل کردن هزینه های انتقال بین مبدأ و مقصد ها به همراه هزینه های استفاده از سرمایه می باشد (شامل هزینه های زمین، تسهیلات مورد نیاز، پرسنل و...).

جمله اول در تابع هدف، نشان دهنده هزینه های انتقال از نقاط تولید  $I_i$  به ترمینال های کوچک  $k_i$  است که در آن از وسیله نوع  $II$  استفاده شده است.

جمله دوم نمایانگر هزینه انتقال محصولات از نقاط تولید  $I_i$  به ترمینال های بزرگ  $I_1$  است که در آن از وسیله نوع  $II$  استفاده به عمل آمده است.

عبارت سوم نمایانگر هزینه انتقال از نقاط تولید  $I_i$  به طور مستقیم به مکان مصرف محصول توسط وسیله نوع  $III$  است.

عبارت چهارم بیان کننده هزینه انتقال محصولاتی است که قبل از ترمینال های کوچک  $k_i$  انتقال یافته و قرار است از این ترمینال ها به ترمینال های بزرگ  $I_1$  با وسیله نوع  $IV$  ارسال گرددند.

جمله پنجم نشان دهنده هزینه انتقالی است که محصول از ترمینال های کوچک  $k_i$  مستقیماً به سوی مرکز مصرف توسط وسیله نوع  $IV$  انتقال می یابند.

جمله ششم بیان‌کننده هزینه انتقالی است که محصول از ترمینال بزرگ ۱ به مکان مصرف  $m$  توسط وسیله نوع  $n$  انتقال می‌باید...

جمله هفتم بیان‌گر هزینه‌ای است که در صورت استفاده از ترمینال کوچک  $k$  بابت ساخت و یا راه‌اندازی آن باید پرداخت شود.

جمله هشتم نشان‌دهنده هزینه‌ای است که در صورت ساخت ترمینال بزرگ  $k$  لازم است پرداخت شود.

عبارت نهم بیان‌گر هزینه‌هایی هستند که در صورت استفاده از اماکن مصرف  $m$  لازم است پرداخت گردد.

#### ۲ - ۳ - ۴ - محدودیت‌های مدل جامع : □

$$\sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{ij}} U_{i,j,k,n} + \sum_{l=1}^L \sum_{n \in N_{lj}} V_{i,j,l,n} + \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_{mj}} W_{i,j,m,n} = D_{i,j}$$

$$(j = 1, \dots, J; i = 1, \dots, I_j)$$

محدودیت فوق نشان می‌دهد که کلیه محصولات تولید شده در نقاط تولید  $i$  باید به یکی از ترمینال‌های کوچک  $j$  ترمینال‌های بزرگ  $l$  و نقاط مصرف  $m$  انتقال یابند.

$$\sum_{l=1}^L \sum_{n \in N_{lj}} U_{i,j,k,l,n} = \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{kj}} X_{k,l,n} + \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_{mj}} Y_{k,l,m,n}$$

$$(j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K_j)$$

محدودیت فوق بیان‌گر این مطلب است که کلیه محصولات ارسال شده از نقاط تولید  $i$  به ترمینال‌های کوچک  $k$  باید برابر مقداری باشد که از این ترمینال‌ها به ترمینال‌های بزرگ  $l$  و یا به طور مستقیم به مراکز مصرف  $m$  انتقال می‌بایند. (نگهداری محصولات در ترمینال‌های واسطه مجاز نیست).

$$\sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{n \in N_{jl}} V_{l,j,l,n} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{jk}} X_{k,j,k,n} + \sum_{m=1}^M \sum_{n \in N_{1m}} Z_{1,m}$$

$$(1 = 1, \dots, L)$$

رابطه بالا نشان می دهد که کلیه محصولات انتقال یافته به ترمینال های بزرگ ۱ باید برابر مقداری باشد که از این ترمینال ها به اماکن مصرف  $m$  انتقال و ارسال می گردد.  
(نگهداری محصولات در ترمینال های واسطه مجاز نیست).

$$E_{kj} T_{kj} \leq \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{n \in N_{jl}} U_{l,j,k,l,n} \leq E_{kj} T_{kj}$$

$$(j = 1, \dots, J; k = 1, \dots, K_j)$$

محدودیت فوق در ارتباط با حداقل و حداکثر ظرفیت ترمینال های کوچک است.  
(در مورد حداقل ظرفیت، از لحاظ اقتصادی بهتر است حداقل ظرفیتی برای ترمینال ها در نظر گرفت تا هزینه های راه اندازی را پوشش دهد).

$$H_i S_i \leq \sum_{j=1}^J \sum_{l=1}^{L_j} \sum_{n \in N_{jl}} V_{l,j,l,n} + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} \sum_{n \in N_{jk}} X_{k,j,k,n} \leq G_i S_i$$

$$(1 = 1, \dots, L)$$

رابطه فوق، حداقل و حداکثر ظرفیت ترمینال های بزرگ را نشان می دهد.

$$\sum_{k=1}^{K_j} T_{kj} \leq O_j \quad (j = 1, \dots, J) \quad \text{که } O_j \geq 0$$

محدودیت فوق، نشان می‌دهد که تعداد ترمینال‌های کوچک در هر مجموعه را می‌توان به یک مقدار معین محدود کرد.

$$\sum_{i=1}^L S_i = 1 \geq J \text{ که } J \text{ عدد صحیح} .$$

رابطه فوق، بیانگر این مطلب است که تعداد ترمینال‌های بزرگ را می‌توان به تعداد معینی (I) محدود کرد.

$$\sum_{m=1}^M R_m \leq Q \geq 1 \text{ که } Q \text{ عدد صحیح} .$$

این رابطه، بیان می‌کند که تعداد نقاط مصرف را می‌توان به تعداد معینی محدود کرد. باید توجه داشت که لازم است حتماً حداقل یک مکان مصرف وجود داشته باشد.

$$\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{K_j} A_{kj} T_{kj} + \sum_{l=1}^L B_l S_l + \sum_{m=1}^M C_m R_m \leq \alpha$$

محدودیت فوق، بیانگر این است که مجموع کل سرمایه گذاری‌ها برای احداث ترمینال‌های کوچک، ترمینال‌های بزرگ و نقاط مصرف، باید از بودجه در دسترس ( $\alpha$ ) بیشتر شود.

آخرین محدودیت، مربوط به بزرگتر یا مساوی صفر بودن کلیه متغیرها (به جز متغیرهای که به صورت صفر و یک تعریف شدند) می‌باشد.

البته محدودیت‌های دیگری را نیز می‌توان در مدل قرار داد. از جمله می‌توان به محدودیت‌های تعداد وسایل انتقال در هر مجموعه و یا محدودیت بودجه در هر یک از مجموعه‌های زشاره کرد. هنگامی که کل مجموعه‌های زداری مدیریت مرکزی نباشند طبعاً مقدار بودجه در دسترس برای هر یک از مجموعه‌ها، متفاوت خواهد بود. (در حالت کلی فرض شده است که کلیه مجموعه‌های زداری یک مدیریت واحد

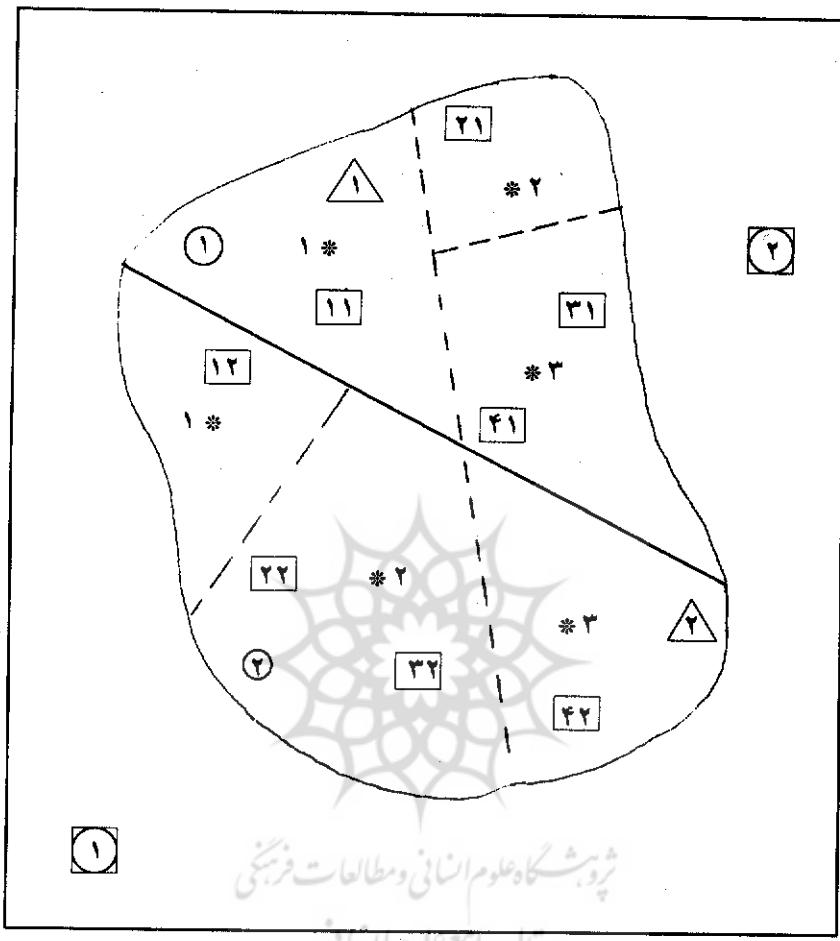
بوده و لذا کل بودجه، بر روی ترمینال‌های کوچک، بزرگ و مراکز مصرف توزیع شده است).

#### □ ۴ - اعتبار مدل :

به منظور بررسی اعتبار مدل، کافی است یک مسئله فرضی را در نظر گرفته و با حل آن، اعتبار مدل را بررسی نمائیم. بدیهی است که پس از حل، با انجام تجزیه و تحلیل حساسیت هر یک از ضرایب مدل، می‌توان استراتژی‌های بهینه تصمیم‌گیری را مشخص نمود. برای مثال می‌توان با تغییر ظرفیت ترمینال‌های کوچک و بزرگ، اثرات آن را بر جواب بهینه سنجید و با تغییر هزینه‌های ساخت این ترمینال‌ها در تابع هدف، به حساسیت احتمالی این پارامتر در مدل پی برد. به این منظور، مثال زیر مطرح می‌شود.

تصور کنید در شهری ۶ ناحیه تولیدکننده زباله وجود دارد. به منظور تجزیه و تحلیل بهتر، فرض کنید که این شهر دارای ۲ منطقه می‌باشد که هر یک از ۳ ناحیه تشکیل گردیده است. بدیهی است که زباله‌های تولید شده در هر منطقه، باید جمع آوری و به سمت اماکن دفن زباله (کارخانجات بازیافت) انتقال یابند. همچنین تصویر کنید که دو مکان دفن زباله (کارخانجات بازیافت) در دسترس است. در هر یک از مناطق شهر، ۴ مکان وجود دارد که از آنها می‌توان برای ساخت ترمینال‌های کوچک بهره گرفت.

همچنین در کل شهر، تنها ۲ مکان را می‌توان یافت که بتوان برای احداث ترمینال‌های بزرگ در نظر گرفت. نمودار شماره ۳ موقعیت کنونی این شهر و گزینه‌هایی که برای ترمینال‌های مختلف در نظر گرفته شده است را به همراه اماکن مصرف نشان می‌دهد.



- |                              |           |
|------------------------------|-----------|
| مرکز ثقل ناحیه               | *         |
| شماره منطقه                  | ○         |
| شماره مکان مصرف              | □         |
| شماره ترمینال‌های واسطه کوچک | □         |
| شماره ترمینال‌های واسطه بزرگ | △         |
| شماره ناحیه                  | ۳ و ۲ و ۱ |

نمودار شماره ۳: موقعیت کنونی شهر فرضی و ناحیه‌بندی آن به همراه اماکن مختلفی که برای احداث ترمینال‌های بزرگ، کوچک و اماکن مصرف در نظر گرفته شده است.

تصور کنید که هزینه‌های انتقال زباله رابطه مستقیمی با مسافت طی شده دارد. فرض کنید که از سه نوع وسیله نقلیه می‌توان برای انتقال زباله‌ها استفاده کرد. اگر انتقال توسط وسیله نوع ۱ (وان) انجام شود هزینه آن برابر  $L$ ، اگر انتقال با وسیله نوع ۲ (کامیون) صورت گیرد هزینه آن  $5d/0$  و اگر با وسیله نوع ۳ (تریلر) انجام شود هزینه آن  $25d/0$  در نظر گرفته می‌شود که در آن  $L$  فاصله حمل می‌باشد. وسائل انتقال در دسترس در هر یک از نواحی تولید زباله، ترمینال‌های کوچک و ترمینال‌های بزرگ متفاوت است. در نقاط تولید  $I$ ، تنها از وسیله نوع ۱ (وان) می‌توان استفاده کرد در حالی که در ترمینال‌های کوچک وسیله نوع ۲ (کامیون) و در ترمینال‌های بزرگ وسیله نوع ۳ (تریلر) در دسترس است.

هزینه‌هایی که در مدل به کار می‌رود بر حسب  $\frac{\text{ریال}}{\text{تن}}$  در نظر گرفته شده و متغیرها بر حسب مقدار تن زباله بیان شده‌اند. ضرایب تخصیص هزینه برای احداث ترمینال‌های کوچک، ترمینال‌های بزرگ و اماکن دفن یا کارخانجات بازیافت بر حسب ریال در روز (بر حسب ریال در ماه و یا هر پریود زمانی دیگر می‌تواند در نظر گرفته شود) بیان شده است. (فرض شده است که هزینه‌های مربوط به احداث اماکن دفن زباله در برابر هزینه‌های احداث ترمینال‌های کوچک و بزرگ به اندازه‌ای ناچیز است که می‌توان از آن صرف نظر نمود).

برای این شهر فرضی، شکل کلی مدل به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Min } Z = & \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^3 \sum_{k=1}^4 C_{l,j,k,1} U_{l,j,k,1} + \\ & \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^3 \sum_{i=1}^2 C_{l,j,l,1} V_{l,j,l,1} + \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^2 C_{l,j,m,1} W_{l,j,m,1} + \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^4 \sum_{i=1}^2 C_{k,l,i,1} X_{k,l,i,1} + \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^4 \sum_{m=1}^2 C_{k,l,m,1} Y_{k,l,m,1} + \\ & \sum_{l=1}^2 \sum_{m=1}^2 C_{l,m,1} Z_{l,m,1} + \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^4 A_{k,l} T_{k,l} + \sum_{l=1}^2 B_l S_l + \\ & \sum_{m=1}^2 C_m R_m \end{aligned}$$

S.t.

$$\sum_{k=1}^r U_{l,j,k,l,\gamma} + \sum_{l=1}^r V_{l,j,l,l,\gamma} + \sum_{m=1}^r W_{l,j,m,l,\gamma} = O_{l,l}$$

( $j = 1 \text{ و } 2 ; i = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3$ )

$$\sum_{l=1}^r U_{l,j,k,l,\gamma} - \sum_{l=1}^r X_{k,j,l,l,\gamma} - \sum_{m=1}^r Y_{k,j,m,l,\gamma} = .$$

( $j = 1 \text{ و } 2 ; k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4$ )

$$\sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r V_{l,j,l,l,\gamma} + \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r X_{k,j,l,l,\gamma} - \sum_{m=1}^r Z_{j,m,l,\gamma} = .$$

( $i = 1 \text{ و } 2$ )

$$\sum_{l=1}^r U_{l,j,k,l,\gamma} - E_{kl} T_{kl} \leq .$$

( $j = 1 \text{ و } 2 ; k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4$ )

$$\sum_{l=1}^r U_{l,j,k,l,\gamma} - F_{kl} T_{kl} \geq .$$

( $j = 1 \text{ و } 2 ; k = 1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } 4$ )

$$\sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r V_{l,j,l,l,\gamma} + \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r X_{k,j,l,l,\gamma} - H_i S_i \geq .$$

$$\sum_{j=1}^r \sum_{l=1}^r V_{l,j,l,l,\gamma} + \sum_{j=1}^r \sum_{k=1}^r X_{k,j,l,l,\gamma} - G_i S_i \leq .$$

$$\sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 |A_{kj}| T_{kj} + \sum_{l=1}^4 B_l S_l + \sum_{m=1}^2 C_m R_m \leq \alpha$$

$$\sum_{k=1}^4 T_{kj} \leq O_j \quad (j = 1 \text{ و } 2)$$

$$\sum_{l=1}^4 S_l \leq P$$

کلیه متغیرها  $\geq 0$

با حل این مدل، به شرط معلوم بودن پارامترهای آن، می‌توان مکان بهینه استقرار ترمینال‌های کوچک و بزرگ را پیدا کرد و هزینه انتقال زباله‌ها را نشان داد.

به عنوان مثال فرض کنید که هزینه احداث ترمینال‌های کوچک و بزرگ به ترتیب ۱۰۰ و ۵۰۰ واحد پولی در نظر گرفته شده است. همچنین حداقل ظرفیت ترمینال‌های کوچک و بزرگ به ترتیب ۳۰ و ۱۰۰ واحد کثر ظرفیت آنها به ترتیب ۳۰۰ و ۱۰۰ تن باشد. همچنین تصور کنید مقدار زباله تولید شده به ترتیب  $O_1 = ۱۰۰$ ،  $O_2 = ۲۰۰$ ،  $O_3 = ۳۰۰$ ،  $O_4 = ۴۰۰$  تن باشد. با جایگذاری این اعداد در مدل و حل آن (بدون محدودیت‌های مربوط به بودجه و تعداد ترمینال‌های کوچک و بزرگ)، به جواب زیر دست می‌یابیم. (توسط بسته نرم‌افزاری LINDO).

$$T_{21} = T_{41} = T_{12} = T_{32} = S_1 = S_4 = 1$$

$$V_{1\text{ او ۱ و ۲ و ۳}} = V_1 = 100$$

$$U_{1\text{ او ۲ و ۳ و ۴}} = V_{2\text{ او ۱ و ۲ و ۳}} = Y_{3\text{ او ۱ و ۲ و ۴}} = 200$$

$$U_{2\text{ او ۱ و ۲ و ۳ و ۴}} = U_{3\text{ او ۱ و ۲ و ۴ و ۵}} = X_{4\text{ او ۱ و ۲ و ۳ و ۵}} = X_{12} = X_{32} = 1$$

$$Z_{1\text{ او ۲ و ۳}} = 500$$

$$Z_{2\text{ او ۳}} = 800$$

بقیه متغیرها = ۰

مقدار تابع هدف = ۷۴۷۵

می‌توان متوجه شد که در این مسئله، از مکان دفن زباله ۱ استفاده به عمل نیامده است چراکه فاصله آن از هر یک از مراکز ثقل نواحی، ترمینال‌های واسطه کوچک و ترمینال‌های واسطه بزرگ نسبت به مکان دفن زباله ۲ زیادتر است. همچنین از گزینه پیشنهادی برای ساخت ترمینال‌های واسطه کوچک، تنها ۴ مکان انتخاب شده است در حالیکه هر دو گزینه‌ای که برای احداث ترمینال‌های بزرگ مدنظر قرار گرفته بودند انتخاب گردیده و احداث آنها در این حالت، اقتصادی می‌باشد.

از مجموع ۱۵۰۰ تن زباله تولید شده در مناطق ۱ و ۲، مقدار ۱۳۰۰ تن از طریق ترمینال‌های بزرگ ۱ و ۲ انتقال یافته است و این خود دلالت به این دارد که حمل از طریق ترمینال‌های واسطه، اقتصادی می‌باشد (به خصوص وقتی که اماکن مصرف در فاصله نسبتاً دوری نسبت به نقاط تولید قرار داشته باشد) و ۲۰۰ تن باقیمانده (۲۰۰ = ۲۱ + ۲۲) به طور مستقیم از ترمینال کوچک ۳۱ به مکان دفن زباله ۲ انتقال می‌یابد. همچنین تخصیص وسائل نقلیه را با توجه به جواب‌ها می‌توان انجام داد. اگر فرض کیم که ظرفیت هر بار حمل یک تریلر ۳۰ تن باشد و هر تریلر در روز بتواند ۲ بار عمل انتقال را انجام دهد لذا هر تریلر می‌تواند روزانه ۶۰ تن زباله را انتقال دهد. حال با توجه به اینکه ترمینال‌های بزرگ ۱ و ۲ در روز به ترتیب ۵۰۰ و ۸۰۰ تن زباله را انتقال می‌دهند می‌توان مقدار تخصیص یافته تریلر به هر ترمینال بزرگ را به صورت زیر مشخص کرد.

$$1 = \frac{500}{60} = \frac{8}{3} \approx 8 \quad \text{تعداد تریلر مورد نیاز برای ترمینال واسطه بزرگ ۱}$$

$$2 = \frac{800}{60} = \frac{13}{3} \approx 13 \quad \text{تعداد تریلر مورد نیاز برای ترمینال واسطه بزرگ ۲}$$

بنابراین در هر روز برای انتقال زباله‌ها از طریق ترمینال‌های واسطه بزرگ، نیاز به ۲۱ تا ۲۲ تریلر است که باید زباله‌ها را در عرض یک مدت زمان معین (مثلاً ۱۶ ساعت) به اماکن دفن زباله انتقال دهنند.

نکته دیگری که از تجزیه و تحلیل این مسئله نتیجه می‌شود این است که مکان‌های انتخاب شده، چه برای ترمینال‌های کوچک و چه برای ترمینال‌های بزرگ، از حداقل

ظرفیت خود بیشتر استفاده کرده‌اند و این دلیلی است بر اینکه استفاده از ترمینال‌های واسطه جهت حمل محصولات، اقتصادی و مقوون به صرفه است.

### □ ۵ - کاربرد مدل :

مثال ذکر شده قسمت قبل ناگزیر استفاده از ترمینال‌های شهری در نظر گرفت. البته لازم است که اطلاعات مربوط به میزان تولید روزانه زباله، هزینه‌های ساخت ترمینال‌ها، مکان‌هایی که دارای کاربری خدمات شهری در مناطق مختلف تهران هستند، سیاست‌های شهرداری در خصوص زباله و غیره را جمع آوری کرد تا بتوان پارامترهای مدل را به دست آورد. آنچه که در این مقاله مهم است و مورد توجه قرار گرفت این موضوع است که با مدل ارائه شده در صورت داشتن پارامترها، می‌توان وضعیت حمل و نقل زباله را در تهران بهبود بخشید و از هزینه‌های حمل و نقل کاست. در کنار آن با احداث برخی از ترمینال‌های کوچک و بزرگ، نه تنها سرمایه‌گذاری روی دستگاه‌ها و تجهیزات انجام می‌شود که می‌تواند در آینده به مدت طولانی کارخانجات بازیافت برای تبدیل زباله‌ها به منظور استفاده در مصارف صنعتی توجیه پذیر شود.

### □ نتیجه‌گیری :

از آنجایی که بخش مهم و قابل توجهی از هزینه‌های مؤسسات تولیدی و خدماتی را هزینه‌های حمل و نقل تشکیل می‌دهند لذا با استقرار مناسب ایستگاه‌های حمل و نقل واسطه، می‌توان به مقدار قابل توجهی از اینگونه هزینه‌ها کاست.

در این مقاله سعی شد تا به معرفی و ارائه یک مدل مکان‌یابی تسهیلات پرداخته شود. در مدل‌های مکان‌یابی سیستم‌های خدمات عمومی (نظیر استقرار ایستگاه‌های آتش‌نشانی، استقرار ایستگاه‌های خدمات درمانی و یا استقرار ایستگاه‌های خدمات شهری)، هزینه عملیاتی سیستم و مکان استقرار ایستگاه‌های خدمات، با هم ارتباط نزدیکی دارند. هدف نهایی این مقاله، رسیدن به این نکته بود که اگر در نقاط تولید، مقدار بسیار زیادی محصول تولید شود و بخواهد به نقاط مصرف انتقال داده شود، آنگاه با استفاده از ترمینال‌های واسطه، می‌توان مجموع هزینه‌های حمل و نقل سیستم

را کاهش داد هر چند که برای راه اندازی ایستگاهها یا ترمینال‌های واسطه، لازم است متحمل هزینه‌های ثابت گردد.

منابع :

- 1 - BEUACICCO, A., S. Cossetto., And A.G. WILSON. 1987. *Dynamic Models for Person Transportation and their Relationship to Urban Structure and Change*. European Journal of Operational Research 31. 209 - 214.
- 2 - DREZNER, Z., And G.O. Wesolowsky. 1985. *Location of Multiple Obnoxious Facilities*. Operation Research Society of America. Vol 19. 193 - 202.
- 3 - KHAN, M.A. 1987. *Solid - Waste Disposal With Transfer Station : An Application of the Fixed - Charge Location Problem*.
- 4 - KIRKA, O., And N. ERKIP. 1988. *Selecting Transfer Station Locations for Large Selid Waste Systems*. European Journal of Operational Research 38. 339 - 349.
- 5 - LEE, S.B., And H.LUSS. 1987. *Multi Facility Type Capacity Expansion Planning : Algorithms and Compexities Operations* Research Society of America. Vol 35. 249 - 253.



پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتابل جامع علوم انسانی