

## **A Dynamic Production Planning Model Based on Optimization of a Hybrid Push/Pull System, Considering Demand Uncertainty**

**Reyhana Azizi Kharanghi\***, **Hanan Amouzad Mahdiraji\*\***,  
**Mohammadreza Taghizadeh Yazdi\*\*\***,  
**Seyyed Hossein Razavi Haji Agha\*\*\*\***

### **Abstract**

Given the vast, continuous and increasing changes in global markets and customer demand, the use of powerful and reliable tools to support decision makers is inevitable. For this purpose, in this research, we have tried to address the issue of production planning by considering the system dynamics and uncertainty in customer demand. The production system assumed in this model is a hybrid push-pull production system. By applying this approach, the proposed model is also adapted for a fully push or pull production system. Production planning is usually done in the medium term, and the decisions made at each stage of time will also affect future plans. Therefore, in the face of potential customer demand, the multi-stage stochastic programming method has been used in order to make decisions with a view to the entire time horizon. The purpose of the proposed model is to maximize profits through the optimal use of production capacity, appropriate pricing policies and material resource planning. Finally, the proposed model is examined through conventional numerical analyzes in the stochastic programming method.

**Keywords:** Hybrid Push/Pull Production System; Demand Uncertainty; Multi-Stage Stochastic Programming, Available to Promise, Production Planning.

---

Received: Sep. 14, 2021; Accepted: Oct. 30, 2021.

\* Ph.D student, University of Tehran.

\*\* Assistant Professor, University of Tehran (Corresponding Author).

Email: h.amouzad@ut.ac.ir

\*\*\* Associate Professor, University of Tehran.

\*\*\*\* Assistant Professor, Khatam University.

## برنامه‌ریزی منابع تولیدی در یک سیستم تولیدی هیبرد MTS/MTO تحت تقاضای احتمالی و با به‌کارگیری رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای

ریحانه عزیزى خرائقی\*، حنان عموزاد مهدیرجی\*\*، محمدرضا تقی‌زاده  
یزدی\*\*\*، سیدحسین رضوی حاجی‌آقا\*\*\*\*

### چکیده

با توجه به تغییرات گسترده، مداوم و روزافزون در بازارهای جهانی و تقاضای مشتریان، به‌کارگیری ابزارهایی قدرتمند و قابل‌اطمینان برای پشتیبانی از تصمیم‌گیرندگان، اجتناب‌ناپذیر است. به این منظور در پژوهش حاضر، مسئله برنامه‌ریزی تولید در شرایط تقاضای احتمالی و برای یک سیستم تولیدی هیبرید MTS/MTO بررسی شده است. به‌کارگیری این رویکرد، مدل ارائه‌شده را برای یک سیستم تولیدی به‌طور کامل MTO یا MTS نیز سازگار کرده است. به‌طورمعمول برنامه‌ریزی تولیدی در یک بازه میان‌مدت صورت گرفته است و تصمیمات اخذشده در هر مرحله زمانی، در برنامه‌های دوره‌های آتی نیز تأثیرگذار خواهد بود؛ بنابراین در مواجهه با تقاضای احتمالی مشتریان، روش برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای به‌منظور اخذ تصمیمات با نگرش بر کل افق زمانی پیش‌رو به کار گرفته شده است. هدف مدل ارائه‌شده بیشینه‌سازی سود از طریق به‌کارگیری بهینه‌ظرفیت‌های تولیدی، سیاست‌های مناسب قیمت‌گذاری محصولات و برنامه‌ریزی احتیاجات مواد اولیه است. در انتها از طریق تحلیل‌های عددی مرسوم در روش برنامه‌ریزی احتمالی، مدل ارائه‌شده موردبررسی قرار گرفت. با توجه به ارزش حل احتمالی به‌دست‌آمده، نتایج نشان می‌دهد به‌کارگیری مدل ارائه‌شده می‌تواند باعث افزایش سطح سودآوری شود که باید در مقابل افزایش پیچیدگی مسئله موردتوجه قرار گیرد.

**کلیدواژه‌ها:** سیستم تولید هیبرید MTS/MTO؛ تقاضای غیرقطعی؛ برنامه‌ریزی احتمالی چند-مرحله‌ای، تعهددهی سفارش‌ها، برنامه‌ریزی تولیدی.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۳/۲۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۱۱/۲۸.

\* دانشجوی دکتری، دانشگاه تهران.

\*\* استادیار، دانشگاه تهران (نویسنده مسئول).

Email: h.amoozad@ut.ac.ir

\*\*\* دانشیار، دانشگاه تهران.

\*\*\*\* استادیار، دانشگاه خاتم.

## ۱. مقدمه

مدیریت مناسب زنجیره تأمین به علت افزایش رقابت و پیشرفت سریع در فناوری اطلاعات در بازارهای جهانی کنونی، هر روزه نقش حیاتی و برجسته‌تری به خود می‌گیرد. با در نظر گرفتن شرایط متغیر کسب‌وکار و افزایش انتظارات مشتریان در محیط به‌شدت بی‌ثبات کسب‌وکار، اخذ تصمیمات بجا و به‌موقع برای استفاده بهینه از منابع موجود به‌منظور ایجاد مزیت رقابتی، برجسته‌تر از هر زمان دیگری است [۳۵]. در این میان با وجود تغییرات مداوم در تقاضای مشتریان، سازمان‌ها به دنبال به‌کارگیری سطوح مناسب موجودی به‌منظور پاسخگویی به مشتریان هستند. تجربه نشان داده است که اتخاذ چنین سیاست‌هایی در بازارهایی با نوسانات بالای تقاضا، توانایی پاسخگویی مناسب را برای سیستم ایجاد نخواهد کرد [۲]؛ در نتیجه مطالعات اخیر به سمت توسعه مدل‌هایی با سیاست کنترل موجودی پویا توسعه یافته‌اند. در این سیستم‌ها پارامترهای کنترل موجودی به‌صورت پویا در طول افق زمانی تغییر می‌کنند [۱، ۱۷، ۳۷].

در این پژوهش تلاش شده است با شناسایی و گسترش روابط علی موجود در زیرسیستم‌های مختلف تولیدی و در کنار آن با رویکرد پویایی تصمیم‌ها، یک مدل تصمیم‌گیری جامع و با قابلیت به‌روزرسانی تصمیمات برای سیستمی تولیدی در مواجهه با تقاضای احتمالی توسعه یابد. پویایی تصمیمات به لحاظ کردن کل افق تصمیم‌گیری (نه تنها دوره پیش رو) برای اخذ تصمیمات و ایستادن بودن این تصمیم‌ها برای دوره‌های آتی اشاره دارد. این موضوع زمانی که متغیرها و رخدادهای آتی با عدم قطعیت همراه هستند، نقش برجسته‌تری به خود می‌گیرد. برای مثال، بسیاری از مطالعات انجام‌شده در زمینه سیاست‌های کنترل موجودی از متغیرهای تصمیم ایستا در طول زمان استفاده می‌کنند؛ مانند نقطه سفارش مجدد یا مقدار اقتصادی سفارش یا سطح موجودی اطمینان که به‌طور معمول در یک افق تولیدی مشخص ثابت هستند [۱۰].

تاکنون مطالعات گسترده‌ای در زمینه تأثیر پیش‌بینی تقاضا، مدت‌زمان تأمین، سیاست‌های کنترل موجودی، قیمت‌گذاری و سایر عوامل رفتاری در زنجیره تأمین صورت گرفته است [۹، ۱۱، ۲۳، ۳۹، ۲۴، ۳۴]؛ با این حال در بیشتر مطالعات انجام‌شده، موضوع زنجیره تأمین به‌صورت یک ساختار ساده در نظر گرفته شده است که غالباً با یک دید جزءنگر تلاش می‌کند در یک بخش سیستم، بهینگی ایجاد کند [۴۴]. در این پژوهش مدل ارائه‌شده جواب بهینه‌ای را دنبال می‌کند که در یک سیستم بسط‌داده‌شده شامل تقاضا، سیاست‌گذاری قیمتی، کنترل موجودی، برنامه‌ریزی تولید، برنامه‌ریزی تأمین مواد اولیه و غیره حاصل شده باشد. در همین راستا، برنامه سفارش‌های مواد اولیه به‌عنوان یک پارامتر ورودی به مدل نیست؛ در واقع در بسیاری از مدل‌های تولیدی برنامه سفارش‌های مواد اولیه قبلاً توسط  $MRP$  تعیین شده و در مدل به‌عنوان

یک پارامتر ثابت لحاظ می‌شوند؛ اما در مدل توسعه‌داده‌شده، برنامه سفارش‌های مواد اولیه توسط مدل و در ارتباط با زیرسیستم‌های تقاضا، فروش و تولید تعیین و پس از هر رویداد احتمالی به‌صورت پویا به‌روز می‌شود.

از طرفی سیاست قیمت‌گذاری تعریف‌شده در مدل این امکان را فراهم می‌کند که تولیدکننده با توجه به تقاضای احتمالی پیش رو، ظرفیت تولیدی، مواد اولیه موجود و برنامه سفارش‌های مواد اولیه و غیره نسبت به تعیین قیمت فروش و موعد تحویل محصولات اقدام کند.

درحالی‌که در پژوهش‌های پیشین عدم‌قطعیت تقاضا غالباً رویکرد بهینه‌سازی استوار برای مسئله احتمالی موردتوجه قرار گرفته است، علی‌رغم ویژگی‌های این رویکرد در کنار پیچیدگی‌های کمتری که به دنبال دارد، در این پژوهش از روش برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای برای مدل‌سازی مسئله غیرقطعی استفاده شده است. این رویکرد علاوه بر اینکه با سیستم تولیدی مفروض سازگار است، می‌تواند تصمیماتی پویا متناسب با کل افق تولیدی بگیرد و به‌ازای هر پیشامد احتمالی پیش رو، تصمیمات مقتضی را ارائه کند. برای کاهش پیچیدگی و ابعاد مسئله ایجادشده نیز از روش‌های توسعه‌داده‌شده در مبانی نظری پژوهش استفاده خواهد شد.

در پژوهش‌های انجام‌شده مرتبط با زنجیره تأمین و به‌تبع آن مدل‌سازی‌های انجام‌شده در زمینه عدم‌قطعیت، به‌صورت معمول فرض می‌شود که سیستم‌های تولید به‌صورت کامل تولید برای انبار یا MTS و یا تولید برای سفارش یا MTO هستند و سازمان‌ها ناگزیرند یکی از این حالت‌ها را انتخاب کنند [۱۸]؛ اما در بسیاری از موارد، سازمان‌ها با ترکیبی از این استراتژی‌ها برای تولید محصولات خود مواجه هستند؛ چراکه ناگزیر از عدم‌قطعیت‌های روبه‌رشد زنجیره تأمین و از طرفی به‌منظور بهبود شاخص‌های عملکردی مانند مقدار تأخیر در تحویل کالا و یا هزینه‌های نگهداری کالا و غیره، به‌کارگیری ترکیبی از این دو رویکرد می‌تواند منفعتهایی از هر دو روش عاید سازمان کند [۲۵]. در این پژوهش مدل تولیدی مفروض از یک سیستم تولیدی هیبرید MTS/MTO<sup>۱</sup> تبعیت می‌کند. در این حالت محصولات به‌صورت معمول استاندارد و غیرسفارشی هستند؛ اما سفارش‌ها دارای موعد تحویل بوده و مشتریان پس از ارسال سفارش مدتی برای تکمیل و برنامه‌ریزی سفارش خود منتظر خواهند شد. اگرچه بخشی از برنامه تولید پس از دریافت سفارش مشتری و به‌صورت MTO صورت می‌پذیرد، اما به‌منظور پیشگیری از تأخیر و یا کمبود ظرفیت‌های تولیدی، سازمان‌ها به‌طور معمول ممکن است قبل از دریافت سفارش مشتری نیز بخشی از مواد اولیه، قطعات نیم‌ساخته و یا حتی تا حدودی محصول نهایی را طبق پیش‌بینی تقاضا و به‌صورت MTS انبار کرده باشند. هیبردی‌بودن سیستم تولیدی مدل‌شده

این امکان را فراهم می‌کند تا با تنظیم پارامترهای ورودی برای یک سیستم تولیدی کاملاً MTO یا MTS نیز قابل‌به‌کارگیری باشد.

در سال‌های اخیر تولید ناب به‌عنوان مفهومی برای افزایش بهره‌وری از طریق کاهش ضایعات و هزینه‌ها مورد بحث‌های زیادی واقع شده است. نکته کلیدی در این روش کاهش موجودی از طریق حرکت به سمت اصول تولید بهنگام<sup>۱</sup> و اجرای سیستم‌های تولید کششی است [۳۱]. با این حال اختلالات غیرقابل‌پیش‌بینی مانند تورم تقاضا، خرابی ماشین‌آلات و سایر عدم قطعیت‌های موجود می‌تواند باعث کاهش عملکرد و تأخیر در تحویل سفارش‌ها در این سیستم‌های تولیدی شود. در حالی که این انحرافات در سیستم‌های تولیدی فشاری از طریق نگهداری موجودی اطمینان می‌تواند به حداقل برسد.

در ادامه ابتدا مبانی نظری و پیشینه پژوهش عدم قطعیت تقاضا در برنامه‌ریزی تولید مورد بحث قرار می‌گیرد و سپس مدل مسئله تشریح خواهد شد.

## ۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

پژوهش حاضر به دنبال ارائه یک مدل به‌کارگیری سیاست‌های قیمت‌گذاری و موعد تحویل برای تعدیل تقاضا و در کنار آن برنامه‌ریزی منابع تولیدی شامل برنامه‌ریزی احتیاجات مواد اولیه و ظرفیت تولیدی برای پاسخگویی بهینه به سفارش‌های مشتریان در شرایط عدم قطعیت تقاضا است. سیستم تولیدی مورد نظر یک سیستم هیبرید MTS/MTO است که تولید محصول برای سفارش و یا برای انبار می‌تواند برنامه‌ریزی شود. رویکرد به‌کاررفته در مدل، استفاده از روش برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای به منظور حداکثرسازی سود است.

پیشینه پژوهش با دو رویکرد اصلی مسئله به‌صورت زیر بررسی می‌شود:

– پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه عدم قطعیت با رویکرد مدیریت موجودی و منابع تولیدی؛

– پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه تعهددهی سفارش‌های و تعیین موعد تحویل.

در زمینه سیستم‌های مدیریت موجودی تحت شرایط مختلف عدم قطعیت داخلی و خارجی مطالعات متعددی صورت گرفته است.

کایرا و همکاران<sup>۲</sup> (۱۹۹۷) با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی تولیدی سلسله‌مراتبی<sup>۳</sup> تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا به منظور بهینه‌سازی یک سیستم تولیدی چندمرحله‌ای – چندمحصوله ارائه کردند [۲۶]. دوران و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۰۷)، با فرض عدم قطعیت تقاضا و تولید، یک سیاست بهینه برای برنامه‌ریزی تولید و موجودی معرفی کردند. مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی

1. Just in time

2. Kira

3. Hierarchical production planning (HPP)

4. Duran

ارائه شده توسط آن‌ها به منظور انتخاب تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان، تعیین سطوح موجودی و تولید برای بیشینه‌سازی سود از طریق حداقل‌سازی موعده تحویل موردانتظار است [۱۴]. هیگل و کمپف<sup>۱</sup> (۲۰۱۰)، یک مدل برنامه‌ریزی احتمالی به منظور برنامه‌ریزی تولیدی تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا و عرضه با استفاده از فرآیند تصمیم‌گیری مارکوف<sup>۲</sup> ارائه دادند [۲۱]. چنگ و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۱۲)، یک مدل دومرحله‌ای تولیدی هیبرید کششی - فشاری تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا با در نظرگیری محدودیت سطح سرویس ارائه دادند [۶].

محقر و همکاران (۲۰۱۷)، در پژوهش خود یک زنجیره تأمین دوسطحی را در نظر گرفتند. آن‌ها برای تحلیل رفتار سیستم نسبت به تغییر متغیرهای عدم قطعیت از روش سیستم‌های پویا استفاده کردند [۲۷].

دوان و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۸)، یک مدل ترکیبی قیمت‌گذاری پویا و برنامه‌ریزی تولیدی برای یک سیستم با محصولات فسادپذیر که تقاضای آن‌ها احتمالی است را بررسی کردند. در این پژوهش فرض شده است که تقاضا به قیمت فروش حساس است و با یک فرآیند احتمالی مشخص می‌شود. آن‌ها از یک راهکار فرم - بسته<sup>۵</sup> برای بررسی مدل کنترل موجودی تصادفی توسعه داده شده استفاده کردند. نتایج نشان داد که تولیدکننده همیشه از کاهش نوسانات تقاضای بالقوه بازار منفعت خواهد برد. آن‌ها سپس تحلیل‌های عددی مختلفی را برای اعتبارسنجی مدل کنترلی خود ارائه کردند تا نگاه مدیریتی بهتری را به محصولات فسادپذیر نشان دهند [۱۲].

گل محمدی و هاسینی (۲۰۱۹)، یک مسئله ترکیبی اندازه انباشته<sup>۶</sup> و قیمت‌گذاری را در نظر گرفتند که در آن تقاضا و تأمین غیرقطعی هستند. در مدل ارائه شده که با مسئله کاشت محصول توسط یک کشاورز شبیه‌سازی شده، فرض شده است که سطح زیرکاشت و قیمت فروش قبل از کاشت مشخص شود و برداشت غیرقطعی (عرضه احتمالی) محصول هنگام برداشت مشخص خواهد شد. در حالت دوم آن‌ها در نظر گرفتند که قیمت فروش موقع تصمیم‌گیری سطح کاشت مشخص نیست و پس از مشخص شدن میزان برداشت، قیمت فروش تعیین خواهد شد. آن‌ها سپس شرایط مختلفی را بررسی کردند که در شرایطی یک سیستم تولید و قیمت‌گذاری یک‌جهته و در شرایط دیگر سیستم دو‌جهته و در شرایط دیگر اجاره‌دادن ظرفیت تولیدی (اجاره زمین) به جای تولید بهینه خواهد بود [۱۹].

- 
1. Higle and Kempf
  2. Markov decision process
  3. Cheng
  4. Duan
  5. Closed-form
  6. Lot-sizing

هو<sup>۱</sup> (۲۰۱۸)، مسئله تولید دسته‌ای و سفارش‌گذاری را با در نظر گرفتن عدم قطعیت تقاضا بررسی کردند. یک مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای به منظور حداقل کردن هزینه‌های سیستم شامل هزینه تولید، راه‌اندازی، موجودی و کمبود توسعه داده شد و به دنبال تصمیمات بهینه در زمینه توالی تولید و تخصیص منابع بود. عدم قطعیت تقاضا توسط درخت سناریو نشان داده شد و همچنین کاهش سناریو برای انتخاب بهترین سناریوها به کار رفت. در این پژوهش، مدل برنامه‌ریزی احتمالی دومرحله‌ای با چندمرحله‌ای از طریق مطالعه موردی در یک کارخانه تولیدی مقایسه شده و تمرکز آن بر مسئله زمان‌بندی سفارش‌های است [۲۲].

ژانگ و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۲۱)، به بررسی دو استراتژی فروش محصول جایگزین یا فروش احتمالی در یک سیستم چندمحصولی با تقاضای احتمالی پرداختند. به این منظور آن‌ها یک خرده‌فروش با دو محصول قابل جایگزینی را بر اساس مسئله پسر روزنامه‌فروش مدل کردند. طبق نتایج این پژوهش، روش فروش احتمالی مقدار بهینه و سود بالاتری نسبت به روش فروش محصول جایگزین فراهم می‌کند [۴۷].

مختاری و بختیاری (۲۰۲۰)، برای یک سیستم تولیدی چندمحصولی را در یک افق زمانی چند دوره‌ای تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا بررسی کردند. در این سیستم تولیدی، مشتریان دارای کلاس‌های مختلف و با تقاضای ناهمگن در نظر گرفته شده‌اند. هدف مدل ارائه‌شده با رویکرد بهینه‌سازی استوار، حداقل‌سازی هزینه‌های سفارش‌دهی به تأمین‌کنندگان و اعمال سیاست‌های مناسب در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان است [۲۸].

ژیونگ و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۲۰)، به دنبال برنامه‌ریزی تولید بهینه برای یک سیستم تک‌محصولی غیرسفارشی، انواع سیستم تولید MTS، MTO و MTS/MTO را بررسی کردند. هدف مدل ارائه‌شده بهینه‌سازی هزینه‌ها از طریق نگهداری حداقل موجودی و تأمین سطح سرویس مورد نیاز مشتریان بود. نتایج پژوهش نشان داد که به‌کارگیری یک سیستم تولید MTS/MTO می‌تواند نتایج بهتری نسبت به یک سیستم تولید کاملاً MTO یا MTS فراهم کند [۴۶].

ابراهیمی و همکاران (۲۰۲۱)، یک سیستم تولیدی کشاورزی کشت برنج را برای حداکثرسازی درآمد کشاورزان بررسی کردند. در این مسئله میزان بارش باران به‌عنوان یکی از منابع تولیدی، به‌صورت تابع احتمالی گسسته در نظر گرفته شد. در این مسئله با به‌کارگیری رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای، الگوهای مختلف کاشت مورد بررسی قرار گرفت و به‌کارگیری انواع مختلف بذر در مناطق مختلف با توجه به نتایج حل مدل پیشنهاد شد [۱۶].

---

1. Hu  
2. Zhang  
3. Xiong

همان‌طور که اشاره شد، رویکرد دوم پژوهش در زمینه تعهددهی سفارش‌های و تعیین موعد تحویل محصولات به مشتریان است. در این زمینه مطالعات مختلفی صورت گرفته است. تیلور و پلنرت<sup>۱</sup> (۱۹۹۹)، مدلی به‌منظور بررسی میزان ظرفیت‌های موجود و شناسایی میزان ظرفیت استفاده نشده ماشین‌ها برای تعیین یک زمان تحویل واقع‌بینانه توسعه دادند [۳۸]. چونگ و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۲)، یک مدل ATP<sup>۳</sup> برای صفحه‌نمایش‌های کریستالی مایع ترانزیستور فیلم کوتاه<sup>۴</sup> و تعیین تاریخ تحویل سفارش‌های طراحی کردند [۲۴]. چن و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۰۲)، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی ارائه کردند که در آن در دسترس بودن مواد، ظرفیت تولید و تطابق مواد برای تعیین ATP با توجه به اولویت‌های مشتری در نظر گرفته شده است [۵].

چنگ<sup>۶</sup> (۲۰۰۸)، یک مدل تصمیم‌گیری چندهدفه برای تعیین قیمت مزایده و زمان ارسال بر پایه مفهوم موجودی ATP ارائه کرده است. این مدل تخمین دقیق قیمت محصولات را به همراه تاریخ‌های ارسال مربوطه محقق می‌کند [۷].

ساویک و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۰۸)، یک مدل دوهدفه در یک افق زمانی مشخص برای یک سیستم تولیدی کششی ارائه دادند. آن‌ها حداقل‌سازی تعداد کل محصولات با تأخیر تحویل شده را به‌عنوان هدف اول و حداقل‌سازی مجموع تأخیر در تحویل سفارش‌های را به‌عنوان هدف دوم در نظر گرفتند. نتایج پژوهش نشان داد که تعیین موعد تحویل مناسب می‌تواند عملکرد را تا حد زیادی نسبت به یک سیستم تحویل طبق اولویت ورود به‌شدت افزایش دهد [۳۴].

پیبرنیک و یاداو<sup>۸</sup> (۲۰۰۹)، در پژوهش خود تقاضاها را احتمالی در نظر گرفتند تا بتوانند در یک محیط تولید انبارمحور، سیستم تکمیل سفارشی را ارائه دهند که قادر باشد ورود سفارش‌های مربوط به مشتری‌هایی با اولویت بالا در آینده را پیش‌بینی کرده و به‌منظور تعهد آنی چنین سفارش‌هایی به میزان کافی موجودی ذخیره کند [۳۰]. چن و هانگ<sup>۹</sup> (۲۰۰۶)، یک مدل فازی مثلثی برای برآورده‌سازی سفارش‌های با زمان‌های عملیات غیرقطعی ارائه دادند. با توجه به فرضیه‌های آن‌ها، هر عضو زنجیره تأمین دارای زمان عملیات غیرقطعی است و تخمین زمان‌های عملیاتی به‌طور دقیق امکان‌پذیر نیست. در نهایت مدل ارائه‌شده وضعیت هر عضو

1. Taylor and Plenert
2. Jeong
3. Available to promise
4. Thin Film Transistor - Liquid Crystal Display (TFT-LCD)
5. Chen
6. Cheng
7. Sawik
8. Pibernik
9. Chen and Huang



بحرانی در زنجیره تأمین را شناسایی می‌کند و در صورت تأخیر در تحویل سفارش‌ها، زمان عملیاتی عضوهای بحرانی به‌منظور بهبود تحویل‌دهی سفارش‌ها تعدیل می‌شود [۴].

چن ریتزو و همکاران<sup>۱</sup> (۲۰۱۱)، عدم قطعیت در مصرف مواد اولیه در محصولات سفارشی را به‌منظور تعهددهی سفارش‌ها در یک محیط تولیدی چندمحصولی بررسی کردند [۸].

یکی دیگر از موضوع‌هایی که در مبانی نظری توسط تعدادی از پژوهشگران بررسی شده است، ارتباط تقاضای مشتریان با قیمت فروش و موعد تحویل محصولات است. دیونیس و هاپ<sup>۲</sup> (۱۹۹۵)، برای نخستین بار یک مدل صف را ارائه دادند که در آن موعد تحویل کالا بر تقاضای مشتریان تأثیر می‌گذارد. در مدل ارائه‌شده، مشتریان می‌توانند از سفارش خود انصراف دهند؛ در صورتی که موعد تحویل تعیین‌شده برای آن‌ها قابل قبول نباشد. هدف مدل ارائه‌شده حداکثرسازی درآمد از طریق چیدمان مناسب موعد تحویل سفارش مشتریان در نظر گرفته شده است [۱۳]. پلاکا و همکاران<sup>۳</sup> (۱۹۹۸)، سو و سونگ<sup>۴</sup> (۱۹۹۸) و وبستر<sup>۵</sup> (۲۰۰۲) نیز با به‌کارگیری یک مدل صف با فرض شروط ثابت زمان‌بندی، بهینه‌سازی تعیین قیمت فروش و موعد تحویل کالا را مورد مطالعه قرار دادند [۲۹، ۳۶، ۴۱]. استون و مودی<sup>۶</sup> (۱۹۹۹)، یک مدل احتمالی برای قیمت‌گذاری و تعیین موعد تحویل برای سفارش‌های مشتریان توسعه دادند. در مدل آن‌ها احتمال اینکه مشتری قیمت و موعد تحویل ارائه‌شده را بپذیرد، از یک مدل شکل لوجیت<sup>۷</sup> پیروی می‌کند [۱۵]. چارنسایرسکول و همکاران<sup>۸</sup> (۲۰۰۶)، پژوهش‌های پیشین را با فرموله‌کردن یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح برای انتخاب سفارش‌های مشتریان و تعیین موعد تحویل برای سفارش‌های انتخاب‌شده و زمان‌بندی تولید ارائه دادند. در مدل ارائه‌شده، تابع تقاضا قطعی و به‌صورت خطی وابسته به اندازه بازار، موعد تحویل و قیمت فروش کالا است. به‌طور کلی در یک محیط رقابتی برای محصولات مشابه، قیمت و مدت زمان تحویل کالا دو عنصر اصلی جذب تقاضای بازار هستند. تابعیت تقاضا از قیمت و مدت زمان تحویل با توجه به شرایط بازار و محصول می‌تواند به‌صورت‌های مختلفی تعریف شود [۳]. وایتن<sup>۹</sup> (۱۹۵۵)، برای نخستین بار تابع تقاضای Linear-Additive که تابعی از قیمت و مدت زمان تحویل است را در مدل خود به‌کار گرفت [۴۵]. در این پژوهش همانند مطالعه ریزین<sup>۱۰</sup> (۲۰۰۴)، فرض می‌شود که این تابع تقاضا به‌صورت احتمالی تعریف و به‌صورت  $D(\rho, \ell, t) + \xi$  نمایش داده شود که در آن

1. Chen-Ritzo
2. Duenyas & Hopp
3. Palaka
4. So & Song
5. Webster
6. Easton & Moodie
7. S-shaper logit model
8. Charnsirisakskul
9. Whitin
10. Ryzin

میانگین تقاضا و  $\xi$  یک متغیر احتمالی با میانگین صفر و مستقل از قیمت و موعد تحویل است [۳۳].

در پژوهش حاضر از برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای به منظور برنامه‌ریزی تولید و منابع تولیدی تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا استفاده شد. یک رویکرد استاندارد در به کارگیری برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای استفاده از درخت سناریو به منظور مدل‌سازی عدم قطعیت است. با توجه به پیچیدگی و گستردگی ابعاد مسئله در یک مسئله برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای، این رویکرد علی‌رغم اخذ تصمیمات سناریومحور با سطح بهینگی بالا، کمتر مورد توجه پژوهشگران پیشین قرار گرفته است. با توجه به توسعه روش‌های مختلف برای کاهش پیچیدگی مسئله برنامه‌ریزی تصادفی، به نظر می‌رسد این رویکرد می‌تواند بیشتر مورد توجه پژوهش‌های کاربردی قرار گیرد.

با مرور مبانی نظری انجام‌شده، مطالعات محدودی در زمینه ترکیب مسئله برنامه‌ریزی تولیدی با مسئله قیمت‌گذاری و تعیین لیدتایم صورت گرفته است. در تداوم و توسعه این روش، در این پژوهش، مدل بهینه‌سازی برای یک سیستم تولیدی هیبریدی چندمحصولی در مواجهه با تقاضای احتمالی و با به کارگیری رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی چندمرحله‌ای توسعه یافته است.

جدول ۱. خلاصه مرور پیشینه پژوهش

پژوهشگر (سال)	حوزه / کاربرد	پارامتر غیرقطعی	سیستم تولیدی		
			تک محصول	چند محصول	استراتژی
چن و هانگ، (۲۰۰۶)	تعهددهی سفارش‌های	زمان عملیات	✓		MTO
دوران و همکاران، (۲۰۰۷)	برنامه‌ریزی تولید و موجودی	تقاضا و تولید	✓		MTS
پیبرنیک و یاداو، (۲۰۰۸)	تعهددهی سفارش‌های	تقاضا	✓		MTS

تعیین یک سطح برنامه‌ریزی موجودی آستانه برای پذیرش یا رد سفارش‌ها	برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای	ATO	✓	نرخ مصرف قطعات	تعهددهی سفارش‌های	چن ریتزو و همکاران، (۲۰۱۰)
حداکثرسازی سود با به‌کارگیری مدل تصادفی	مدل زنجیره مارکوف	-	✓	تقاضا و عرضه	برنامه‌ریزی تولیدی	هیگل و کمپف، (۲۰۱۰)
حداقل‌سازی هزینه‌های نگهداری موجودی با حفظ حداقل سطح سرویس	مدل برنامه‌ریزی غیرخطی	MTS /ATO	✓	-	برنامه‌ریزی تولید و موجودی	چنگ و همکاران، (۲۰۱۲)
حداقل‌سازی اثر شلاقی در زنجیره تأمین دوسطحی	رویکرد پویایی سیستم‌ها	MTS	✓	تقاضا	تحلیل رفتار سیستم	محقر و همکاران، (۲۰۱۷)
تعیین قیمت فروش و برنامه تولید بر اساس سطوح موجودی	Closed-form	MTO	✓	تقاضا	قیمت‌گذاری پویا، برنامه‌ریزی تولید و کنترل موجودی	دوان و همکاران، (۲۰۱۸)
تعیین برنامه تولید عادی و اضافه‌کاری برای حداکثرسازی سود	برنامه‌ریزی تصادفی چند مرحله‌ای	MTO	✓	تقاضا	برنامه‌ریزی تولید	ژنگیانگ و گوپینگ، (۲۰۱۸)
معرفی شاخص نرخ تأمین تقاضا و تعیین برنامه تولید	به‌کارگیری و توسعه شاخص کشش LSR <sup>1</sup>	MTS	✓	تقاضا و تأمین	تعیین اندازه انباشته و قیمت‌گذاری	گل محمدی و هاسینی، (۲۰۱۹)

1. Lost-sales rate elasticity

تحلیل دو روش فروش محصول جایگزین با فروش احتمالی	مدل پسر روزنامه فروش	MTO	✓	تقاضا	تعیین استراتژی فروش	ژانگ و همکاران (۲۰۲۱)
حداقل سازی هزینه‌ها سیستم فروش با تقاضای چند کلاس	بهبودسازی استوار	MTO	✓	تقاضا	انتخاب تأمین کننده و تخصیص سفارش	مختاری و بختیاری (۲۰۲۰)
حداکثر سازی سود از طریق تعیین الگوی کاشت و بذر مورد استفاده در هر ناحیه	برنامه‌ریزی تصادفی دومرحله‌ای	MTS	✓	منابع تولیدی	تعیین الگوی کاشت محصولات	ابراهیمی و همکاران، (۲۰۲۱)

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

**بیان مسئله.** این پژوهش از نظر هدف یک پژوهش کاربردی برای یک سیستم تولیدی چندمحصولی با تقاضای احتمالی و برای شرکت‌هایی با سیستم تولیدی MTS/MTO هیبریدی در نظر گرفته شده است. در سیستم تولیدی مورد بررسی محصولات سفارشی نیستند؛ اما با توجه به تنوع محصولات یا دلایل دیگر تولید انبوه نیز صورت نمی‌پذیرد. پس از دریافت سفارش مشتری، تولیدکننده زمانی برای تولید محصول مطابق سفارش مشتری در اختیار دارد و از این نظر تولید به صورت MTO محسوب است. از طرفی تولیدکننده ممکن است مقداری از ظرفیت تولید خود را برای انبار و به صورت MTS اختصاص دهد تا به منظور سفارش‌های آتی مشتریان مورد استفاده قرار گیرد؛ بنابراین به کارگیری چنین رویکردی می‌تواند ترکیبی از منافع هر دو سیستم تولیدی عاید سازمان کند.

فرض شده است، تقاضای محصولات تابعی از قیمت و موعد تحویل اعلام شده توسط تولیدکننده است؛ بنابراین تولیدکننده می‌تواند از قیمت فروش و موعد تحویل محصولات به عنوان دو ابزار برای مدیریت تقاضای مشتریان استفاده کند. این تصمیم می‌تواند با توجه به عدم قطعیت تقاضا، موجودی انبار محصولات، ظرفیت‌های تولیدی در دسترس، هزینه‌های تولید محصولات، سود حاصل از مشتریان آتی و غیره صورت پذیرد. از طرفی مشتریان بالقوه، تصمیمات خود را برای خرید با مقایسه قیمت و موعد تحویل مطابق با ارزش مورد انتظارشان می‌گیرند.

برنامه‌ریزی تولیدی برای یک افق زمانی میان‌مدت شامل  $T$  دوره زمانی متوالی، صورت می‌گیرد و فعالیت‌های تولیدی بر اساس دوره‌های زمانی گسسته سازمان‌دهی می‌شود. هر دوره زمانی می‌تواند معادل یک نوبت کاری، روز کاری و غیره در نظر گرفته شود؛ همچنین فرض شده است، ورود مشتریان به سیستم در مراحل مشخص صورت پذیرد. هر مرحله می‌تواند شامل چندین دوره زمانی باشد. برای مثال، مراحل اخذ سفارش می‌تواند روزانه، هفتگی، ماهیانه و غیره باشد. تولیدکننده در ابتدای هر مرحله، قیمت و لیدتایم محصولات خود را اعلام کرده و با توجه به آن مشتریان سفارش‌های خود را ارسال می‌کند.

با توجه به هیبریدی بودن سیستم تولیدی، برنامه‌ریزی تولیدی بر مبنای سفارش‌های جاری دریافت‌شده از مشتریان و سفارش‌های آتی (بر مبنای پیش‌بینی تقاضا) صورت می‌پذیرد. در هنگام اجرای مدل، سفارش‌هایی از مشتریان وجود دارند که در دوره‌های گذشته تعهد شده، اما تولید آن‌ها هنوز به پایان نرسیده است و تحویل داده نشده‌اند. همین‌طور سفارش‌های تازه‌رسیده مشتریان که باید در مورد پذیرش / عدم‌پذیرش آن‌ها با توجه به ظرفیت‌های تولیدی تصمیم‌گیری شود. برای سفارش‌های پذیرفته‌شده امکان تحویل با تأخیر زمانی نسبت به زمان تعیین‌شده، حداکثر تا انتهای افق تصمیم‌گیری وجود خواهد داشت؛ البته به‌ازای هر واحد زمانی تأخیر در تحویل کالا، تولیدکننده باید هزینه دیرکرد بپردازد؛ همچنین تولیدکننده هزینه‌های نگهداری مواد اولیه، نیم‌ساخته و محصول نهایی را در صورت نگهداری حداقل یک دوره در انبار را باید بپردازد. در اینجا فرض شده است که تولید هر محصول مستقل از سایر محصولات نباشد. در واقع تغییر در میزان تولید یک محصول بر میزان ظرفیت تولیدی محصولات دیگر مؤثر باشد. در بسیاری از سیستم‌های تولیدی، به‌خصوص سیستم‌های تولیدی کششی فشاری - هیبریدی، قطعات نیم‌ساخته در نهایت در یک ایستگاه مونتاژ تبدیل به محصول نهایی می‌شوند؛ بنابراین اگر تمامی محصولات در انتها در یک خط مشترک مونتاژ شوند، ظرفیت تولیدی محصولات می‌تواند وابسته به ظرفیت تولید خط مونتاژ باشد؛ اما طبیعی است که تمامی محصولات میزان یکسانی از ظرفیت تولید استفاده نکنند.

یکی از ویژگی‌های مدل توسعه‌داده‌شده در زمینه برنامه‌ریزی سفارش‌های مواد اولیه است؛ چراکه در کنار محدودیت‌های ظرفیت تولیدی، تدارک مناسب مواد اولیه می‌تواند نقش مؤثری در تعهددهی سفارش‌های مشتریان داشته باشد. همان‌طور که گفته شد در این پژوهش فرض شده است که تولیدکننده چندین محصول ارائه می‌دهد که مواد اولیه موردنیاز برای تولید این محصولات بر اساس فهرست مواد تعیین می‌شود. فرض می‌شود که در ابتدای دوره تولید هر محصول، تمامی مواد اولیه موردنیاز آن باید تأمین شود و در صورت کمبود موجودی مواد اولیه، تولید با تأخیر همراه خواهد شد.

در نهایت تابع هدف مسئله شامل درآمد فروش و کسر چندین جزء هزینه‌ای است که هدف اصلی بیشینه‌سازی سود از طریق تعیین قیمت و موعد تحویل محصولات در وهله نخست و سپس تصمیم‌گیری در مورد سفارش‌های مشتریان و تعیین برنامه‌های تولیدی است. محدودیت‌های کلی مسئله شامل محدودیت‌های مرتبط با سفارش‌های مشتریان و تعهددهی به آن، محدودیت‌های ظرفیت تولیدی و جریان مواد اولیه و تأمین آن است. پارامترها و متغیرهای مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای به صورت زیر است.

#### مجموعه‌ها و پارامترها

$$T = \{t_e + 1, \dots, t, \dots, T\} : \text{مجموعه دوره‌های زمانی افق تصمیم‌گیری}$$

$$R = \{1, \dots, r, \dots, R\} : \text{مجموعه مراحل ورود مشتریان}$$

$$TR = (0, \dots, t_r, \dots, t_R) : \text{مجموعه زمان‌های رویداد مراحل } R$$

$$\Psi = \{1, \dots, i, \dots, I\} : \text{مجموعه محصولات}$$

$$\Gamma = \{1, \dots, j, \dots, J\} : \text{مجموعه مواد اولیه موردنیاز برای تولید محصولات}$$

$$\gamma_i = \{1, \dots, \omega_i\} : \text{مجموعه مراحل باقیمانده تا تولید محصول نوع } i$$

$$\text{Pr}(i, r) = \{v_{1,r}^i, \dots, v_{\rho,r}^i, \dots, v_{n_i,r}^i\} : \text{مجموعه قیمت‌های قابل‌انتخاب برای محصول نوع } i \text{ در}$$

دوره  $r$  (تعداد قیمت‌های موجود برای محصول  $i$ )

$$Du(i) = \{l_1^i, l_2^i, \dots, l_\ell^i, \dots, l_{L_i}^i\} : \text{مجموعه مواعدهای تحویل قابل‌انتخاب برای محصول نوع } i$$

$$L_i : \text{تعداد زمان‌های موجود برای محصول } i$$

$$cm_j : \text{هزینه خرید هر واحد ماده اولیه نوع } j$$

$$hp_i : \text{هزینه نگهداری هر واحد محصول } i$$

$$\theta_i : \text{هزینه رد کردن سفارش برای هر واحد کالای نوع } i$$

$$\delta_j : \text{هزینه ثابت سفارش‌دهی ماده اولیه نوع } j$$

$$\phi_i : \text{هزینه دیرکرد برای تحویل هر واحد محصول نوع } i \text{ به‌ازای هر واحد زمانی}$$

$$D_{i,\rho,\ell} : \text{مقدار تقاضا برای محصول } i \text{ مطابق با قیمت } \rho \text{ ام و موعد تحویل } \ell \text{ ام}$$

$$b_{i,j} : \text{نرخ مصرف ماده اولیه نوع } j \text{ به‌ازای هر واحد محصول نوع } i$$

$$\omega_i : \text{تعداد چرخه‌های تولید محصول نوع } i$$

$$Cap_t : \text{ظرفیت تولیدی آزاد در دوره } t$$

$$MOQ_j : \text{حداقل مقدار سفارش قابل قبول توسط تأمین‌کننده برای ماده اولیه نوع } j$$

$$HOQ_j : \text{بیشترین مقدار سفارش قابل قبول توسط تأمین‌کننده برای ماده اولیه نوع } j$$

$$\alpha_i : \text{نرخ مصرف هر واحد از محصول نوع } i \text{ از ظرفیت تولیدی}$$

$\bar{F}_{j,t_e}$ : مقدار موجودی ماده اولیه نوع  $j$  در نخستین دوره  
 $\bar{f}_{i,t_e}$ : موجودی محصول نوع  $i$  در نخستین دوره  
 $\hat{s}_{j,t}$ : مقدار سفارش در راه ماده اولیه نوع  $j$  برای تحویل در دوره  $t$   
 $\bar{p}_{i,\gamma_i}$ : موجودی نخستین دوره کالای نیم‌ساخته نوع  $i$  که در مرحله  $\gamma_i$  تولید قرار دارد  
 $LT_j$ : مدت‌زمان تحویل ماده اولیه نوع  $j$  از لحظه ارسال سفارش به تأمین‌کننده  
 $M$ : عدد بزرگ

### متغیرها

$Q_{i,\rho,t}^n$ : مقدار محصول  $i$  تحویل‌داده‌شده به مشتری به قیمت  $\rho$  در دوره  $t$  تحت رویداد  $n$   
 $Z_{i,\rho,\ell}^n$ : اگر قیمت  $\rho$  و لیدتایم  $\ell$  برای محصول نوع  $i$  تحت رویداد  $n$  انتخاب شود، ۱؛ در غیر این صورت صفر  
 $V_{j,t}^n$ : اگر در زمان  $t$  برای ماده اولیه نوع  $j$  تحت رویداد  $n$  به تأمین‌کننده سفارشی ارسال شود، ۱؛ ۰ در غیر این صورت، صفر.  
 $S_{j,t}^n$ : مقدار ماده اولیه نوع  $j$  سفارش‌داده‌شده به تأمین‌کننده برای تحویل دوره  $t$  تحت رویداد  $n$   
 $F_{i,t}^n$ : موجودی انبار محصول نوع  $i$  در انتهای دوره  $t$   
 $P_{i,t}^n$ : مقدار محصول تولید شده نوع  $i$  در دوره  $t$   
 $R_{j,t}$ : موجودی ماده اولیه نوع  $j$  در انتهای دوره  $t$   
 $W_{i,\ell}^n$ : مدت‌زمان دیرکرد تحویل محصول  $i$  تحت رویداد  $n$  در صورتی که لیدتایم  $\ell$  به مشتری اعلام شود.  
 $Sm_{j,t}^n$ : مقدار سفارش تعدیلی ماده اولیه نوع  $j$  ارسال‌شده به تأمین‌کننده در دوره  $t$  تحت رویداد  $n$

در این مدل تقاضای محصولات در مراحل مختلف، مستقل از یکدیگر است و تابع تقاضا به صورت جمعی - خطی به شکل  

$$D_{i,\rho,\ell} = a_i^r - b_i v_{\rho,r}^i - c_i (l_{\ell,r}^i - l_0^i) + \xi_r^i; a_i^r, b_i, c_i > 0, \forall i \in \Psi, r \in R$$
 در نظر گرفته شده است.  $d_{i,\rho,\ell}^r$  تقاضا برای محصول  $i$  در صورتی که قیمت فروش محصول بازار محصول در مرحله  $r$ ،  $b_i$  و  $c_i$  حساسیت بازار نسبت به قیمت و موعد تحویل محصول،  $l_0^i$  موعد تحویل موردانتظار بازار محصول و  $\xi_r^i$  متغیر احتمالی با تابع  $PDF$  برابر  $f(\cdot)$  و

$CDF$  برابر  $F(\cdot)$  است؛ بنابراین پارامترهای احتمالی ورودی اجزایی از تقاضا هستند که با فرآیند احتمالی گسسته  $\xi = (\xi_0, \dots, \xi_R)$  بر فضای احتمالی  $(\Omega, F, P)$  نشان داده می‌شود. لازم به ذکر است بدون اینکه تغییری در کلیات مسئله صورت پذیرد، تابع تقاضای احتمالی وابسته به قیمت و لیدتایم می‌تواند به شکل‌های دیگر نیز تعریف شود.

**مدل احتمالی چندمرحله‌ای.** فرض می‌شود که بردار احتمال  $\xi = (\xi_0, \dots, \xi_R)$  دارای یک توزیع احتمال گسسته با  $S$  سناریو به صورت  $\xi = (\xi_0, \dots, \xi_R)$  تعریف شود. هر حالت  $\xi = (\xi_0, \dots, \xi_R)$ ، یک سناریو با احتمال رویداد  $\pi^s$  نامیده می‌شود. تمامی سناریوها دارای یک ریشه مشترک خواهند بود. این اطلاعات می‌تواند در قالب یک درخت سناریو نشان داده شود که گره‌ها در هر مرحله  $r$  از درخت نشان‌دهنده اطلاعات موجود تا مرحله  $r$  است. درخت سناریو شامل مجموعه محدودی از گره‌ها  $(N = \{0, \dots, N\})$  است. گره ریشه،  $n=0$  تنها گره در مرحله  $r=0$  و زمان اجرای مدل  $t_e$  است. درخت سناریو دارای چندین مرحله و هر مرحله دارای چندین دوره زمانی است. در اینجا مراحل  $r \in R$  زمان ورود مشتریان (تقاضا) به سیستم است. به منظور اجرای برنامه‌ریزی تولیدی، مراحل می‌توانند در دوره‌های زمانی کوتاه‌تر تقسیم شوند. برای مثال، یک سیستم تولیدی که تقاضای مشتریان به صورت ماهیانه ( $r$ ) و برنامه‌ریزی تولیدی به صورت روزانه ( $t$ ) باشد. در هر مرحله چندین گره  $n$  وجود دارد که برای تمامی دوره‌های زمانی آن مرحله ثابت هستند. مرحله‌ای که گره  $n$  در آن واقع شده است با  $r(n)$ ، مجموعه دوره‌های زمانی موجود در هر مرحله که شامل گره  $n$  هستند را با  $m(n)$  و مجموعه گره‌های موجود از گره مبدأ تا گره  $n$  با  $n(n)$  مشخص می‌شود. مجموعه گره‌های موجود در دوره زمانی  $t$  با  $Pn(t)$  مشخص می‌شود. برای هر گره درخت یک احتمال رویداد  $\pi^n$  وجود دارد که از حاصل ضرب احتمال رویداد گره پدر  $a(n)$  در احتمال رویداد شاخه مربوط به  $n$  به دست می‌آید؛ به عبارت دیگر  $\pi^n = \pi^{a(n)} \times p(n)$ .

در ادامه مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای بر اساس توصیف درخت سناریو ارائه می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \sum_{n=1}^N \pi^n \left( \sum_{i=1}^I \sum_{\rho=1}^{n_i} v_{\rho, r(n)}^i \times \sum_{t=t_e+1}^T Q_{i, \rho, t}^n - \sum_{t=t_e+1}^T \sum_{j=1}^J \delta_j \times V_{j, t}^n \right. \\ & - \sum_{t=t_e+1}^T \sum_{i=1}^I h p_i \times F_{i, t}^n - \sum_{t=t_e+1}^T \sum_{j=1}^J h m_j \times R_{j, t}^n - \sum_{i=1}^I \sum_{\ell=1}^{L_i} W_{i, \ell}^n \times \phi_i \\ & \left. - \sum_{j=1}^J c m_j \times X_{j, t}^n - \sum_{i=1}^I \theta_i \times \left( \sum_{\rho=1}^{n_i} \sum_{\ell=1}^{L_i} d_{i, \rho, \ell}^n \times Z_{i, \rho, \ell}^{a(n)} - U_i^n \right) \right) \end{aligned} \quad (1)$$



$$\sum_{\rho=1}^{n_i} \sum_{\ell=1}^{L_i} Z_{i,\rho,\ell}^n \leq 1 \quad \forall i \in \Psi, n \in N/Pn(T) \quad (2)$$

$$\sum_{t=t_e+1}^T Q_{i,\rho,t}^n \leq \sum_{e=1}^{L_i} Z_{i,\rho,\ell}^{a(n)} \times D_{i,\rho,\ell}^n \quad \forall i \in \Psi, \rho = 1, \dots, n_i, n \in N/0 \quad (3)$$

$$\sum_{\rho=1}^{n_i} \sum_{t=t_e+1}^{l_i-1} Q_{i,\rho,t}^n \leq M (1 - \sum_{\rho=1}^{n_i} Z_{i,\rho,\ell}^{a(n)}) \quad \forall i \in \Psi, \ell = 1, \dots, L_i, n \in N/0 \quad (4)$$

$$U_i^n = \sum_{\rho=1}^{n_i} \sum_{t=t_e}^T Q_{i,\rho,t}^n \quad \forall i \in \Psi, n \in N/0, t^\circ = e(r(n)) + l_1^i \quad (5)$$

$$W_{i,e}^n \geq \sum_{\rho=1}^{n_i} \sum_{t=l_\ell^i}^T (t - l_\ell^i) Q_{i,\rho,t}^n + M (\sum_{\rho=1}^{n_i} Z_{i,\rho,\ell}^{a(n)} - 1) \quad (6)$$

$$\forall i \in \Psi, \ell = 1, \dots, L_i, n \in N/0$$

$$F_{i,t-1}^{C(n)} + P_{i,t}^{n'} - \sum_{n' \in rt(n)} \sum_{\rho=1}^{n_i} Q_{i,\rho,t}^{n'} = F_{i,t}^n \quad \forall i \in \Psi, \forall n \in Pn(t), \quad (7)$$

$$\forall n' \in \{Pn(t - \omega_j) \cap rt(n)\}, C(n) \in \{rt(n) \cap Pn(t-1)\}, \forall t \in T$$

$$F_{i,t}^n = \bar{f}_{i,t_e} \quad \forall i \in \Psi, t = t_e, n = 0 \quad (8)$$

$$R_{j,t-1}^{C(n)} + S_{j,t}^n - X_{j,t}^n = R_{j,t}^n \quad (9)$$

$$\forall j \in \Gamma, \forall t \in T, \forall n \in Pn(t), C(n) \in \{rt(n) \cap Pn(t-1)\}$$

$$X_{j,t}^n = \sum_{i=1}^l b_{i,j} \times P_{i,t+\omega_i}^n \quad \forall j \in \Gamma, \forall t \in T, \forall n \in Pn(t) \quad (10)$$

$$S_{j,t}^n = Sm_{j,t}^n + \hat{s}_{j,t} \quad \forall j \in \Gamma, \forall t \in T, n \in Pn(t) \quad (11)$$

$$Sm_{j,t}^n = 0 \quad \forall j \in \Gamma, t_e + 1 \leq t \leq t_e + LT_j, n \in Pn(t) \quad (12)$$

$$S_{j,t}^n \geq MOQ_j \quad \forall j \in \Gamma, t_e + 1 \leq t \leq t_e + LT_j, n \in Pn(t) \quad (13)$$

$$S_{j,t}^n \leq HOQ_j \quad \forall j \in \Gamma, t = t_e + 1, \dots, T, n \in Pn(t) \quad (14)$$

$$M \times V_{j,t}^n - S_{j,t}^n \geq 0 \quad \forall j \in \Gamma, t = t_e + 1, \dots, T, n \in Pn(t) \quad (15)$$

$$R_{j,t}^n = \bar{r}_{j,t_e} \quad \forall j, t = t_e, n = 0 \quad (16)$$

$$\sum_{i=1}^l \alpha_i \times P_{i,t+\omega_i}^n \leq cap_t \quad t_e + 1 \leq t \leq T, n \in Pn(t) \quad (17)$$

$$P_{i,t+\gamma_i}^n = \bar{p}_{i,\gamma_i} \quad \forall i, t = t_e, 1 \leq \gamma_i \leq \omega_j, n = 0 \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
Q_{i,\rho,t}^n &\geq 0 && \forall i \in \Psi, \rho = 1, \dots, n_i, \forall t \in T, \forall n \in N \\
F_{i,t}^n, P_{i,t}^n &\geq 0 && \forall i \in \Psi, \forall t \in T, \forall n \in N \\
R_{j,t}^n, S_{j,t}^n &\geq 0 && \forall j \in \Gamma, \forall t \in T, \forall n \in N \\
V_{j,t}^n &\in \{0,1\} && \forall j \in \Gamma, \forall t \in T, \forall n \in N
\end{aligned} \tag{۱۹}$$

عبارت‌های موجود در تابع هدف ۱، به ترتیب درآمد فروش، هزینه ثابت سفارش‌دهی مواد اولیه، هزینه نگهداری محصول نهایی، هزینه نگهداری مواد اولیه، هزینه دیرکرد، هزینه خرید مواد اولیه و هزینه سفارش ازدست‌رفته است.

محدودیت ۲، مشخص می‌کند که فقط یک قیمت فروش و موعد تحویل محصولات در هر دوره تصمیم‌گیری قابل‌اتخاذ است. طبق محدودیت ۳، در صورتی که قیمت  $V_{\rho,r}^i$  و موعد تحویل برای محصول  $t$  در ابتدای دوره انتخاب شود، حداکثر مقدار  $D_{i,\rho,\ell}^n$  واحد تولید و تحویل خواهد شد. محدودیت ۴، مشخص می‌کند که محصول نباید زودتر از موعد تحویل تعیین‌شده، تحویل شود. تعداد کل محصول تولیدشده برای سفارش‌ها و مقدار کالای تأخیری برحسب واحد زمان در محدودیت‌های ۵ و ۶، تعیین می‌شود.

محدودیت ۷، جریان محصول نهایی شامل موجودی ابتدا و انتهای دوره، تولیدشده در حین دوره و تحویل‌شده به مشتریان در دوره  $t$  تحت رویداد  $n$  و محدودیت ۸، موجودی محصول نهایی در نخستین دوره اجرای مدل را مشخص می‌کنند.

محدودیت ۹، جریان مواد اولیه را در ابتدا و انتهای هر دوره مشخص می‌کند. طبق محدودیت ۱۰، فرض شده است در صورتی که محصولی بخواهد در دوره  $t + \omega_i$  تولید شود، کلیه مواد اولیه موردنیاز آن باید در دوره  $t$  آماده باشد. با توجه به نیاز مصرفی مواد اولیه و موجودی انبار در ابتدای دوره، مقدار نیاز به تأمین مواد اولیه به میزان  $S_{j,t}$  توسط مدل مشخص می‌شود. طبق عبارت ۱۱، مقدار تأمین مواد اولیه در هر دوره می‌تواند شامل  $\hat{S}_{j,t}$  (سفارش‌های در راه ارسال‌شده به تأمین‌کنندگان در دوره‌های گذشته اجرای مدل) و  $Sm_{j,t}$  (سفارش‌های جدید مواد اولیه) باشد. با توجه به محدودیت ۱۲، سفارش‌های جدید مواد اولیه نمی‌توانند در دوره‌های ابتدایی اجرای مدل که زمانی کوتاه‌تر از مدت‌زمان تأمین کالا دارند، برنامه‌ریزی شوند. محدودیت‌های حداقل و حداکثر مقدار سفارش قابل‌قبول توسط تأمین‌کننده، موجودی مواد اولیه در دوره پایه، کنترل ظرفیت تولید، موجودی محصول نیم‌ساخته در دوره پایه و محدودیت‌های غیرکارکردی به ترتیب در عبارات ۱۳ تا ۱۹، کنترل می‌شود.

در مدل ارائه‌شده متغیرهای تصمیم، متغیرهایی هستند که به رویداد گره  $n$  وابسته بوده و به‌ازای مقادیر مختلف  $\xi_i$  در مرحله  $r(n)$  شرایط و متغیرهای تصمیم مسئله مشخص می‌شود. همان‌طور که گفته شد، تقاضا برای محصول  $i$  در گره  $n$  برابر است با:

$$D_{i,\rho,\ell}^n = D(v_{\rho,r(n)}^i, l_{\ell,r(n)}^i, r(n)) + \xi_n^i$$

با احتمال رویداد  $\pi^n$  که  $v_{\rho,r(n)}^i$  و  $l_{\ell,r(n)}^i$  قیمت و موعد تحویل مشخص‌شده برای محصول  $i$  در گره  $a(n)$  است؛ به این معنا که ابتدا قیمت و موعد تحویل برای محصولات توسط تولیدکننده مشخص می‌شود، سپس منتظر تقاضای مشتریان آن مرحله قرار می‌گیرد.  $\xi_n^i$  مقدار احتمالی تابع تقاضا است که در رویداد (گره)  $n$  مقدار آن مشخص می‌شود. با توجه به تعداد رویدادهای ممکن متغیر احتمالی تقاضا در هر مرحله و تعداد مراحل افق زمانی پیش رو، مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح ارائه‌شده ممکن است دارای ابعاد بسیار بزرگی شود. بدین منظور در مبانی نظری موضوع روش‌های مختلفی برای کاهش ابعاد مسئله با استفاده از روش‌های تجزیه توسعه داده شده است [۳۲]. در این پژوهش از روش هیتسچ و رومیچ<sup>۱</sup> (۲۰۰۵) برای کاهش ابعاد درخت سناریو استفاده شده است که در ادامه به‌طور خلاصه روش مورد استفاده شرح داده می‌شود [۲۰].

در این روش یک فرآیند احتمالی  $\xi_i^t$  با تعداد زیاد و محدود سناریو منحصربه‌فرد  $(\{\xi_i^s\}_{i=0}^{t=T})$  با احتمال رویداد  $p_s > 0, s=1, \dots, S$  و گره مبدأ یکسان در نظر گرفته می‌شود؛ سپس یک فرآیند احتمالی  $\xi_{i,r}$  با فضای  $(\Omega, F, P)$  به روش دسته‌کردن و حذف سناریوهای شبیه به هم تعیین می‌شود که شرط زیر برای درخت سناریو جدید صدق می‌کند:  $\|\xi_i - \xi_{i,r}\| \leq \varepsilon$  که  $\varepsilon > 0$  یک تلورانس مشخص است. برای حذف سناریوها از روش فاصله کانتروویچ<sup>۲</sup> استفاده می‌شود که در آن  $\hat{\mu}_r(P, Q)$  فاصله بین توزیع احتمال اصلی،  $P = \sum_{i=1}^S p_i \delta_{\xi_i}$  و توزیع احتمال کوچک‌شده،  $Q = \sum_{j=1, j \notin J}^S q_j \delta_{\xi_j}$  بوده و  $J$  مجموعه اندیس سناریوهای حذف شده است. فاصله کانتروویچ طبق رابطه ۲۰، مشخص شده است که  $P, Q$  اندازه‌های احتمال بورل بر روی مجموعه محدب بسته  $R^s, \Omega$  یا به عبارتی  $P, Q \in P(\Omega)$  و تابع  $c: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  طبق رابطه ۲۱، مشخص شده است.

1. Heitsch and Romisch  
2. Kantorovich distance

$$\hat{\mu}_r(P, Q) = \min \left\{ \sum_{i,j=1, j \neq J}^S c_r(\xi^i, \xi^j) \eta_{ij} : \eta_{ij} \geq 0, \right. \quad (20)$$

$$\left. \sum_{i=1}^S \eta_{ij} = q_j, \sum_{j=1, j \neq J}^S \eta_{ij} = p_i \right\}$$

$$c_r(\xi^i, \xi^j) := \max(1, |\xi^i - \xi_0|^{r-1}, \quad (21)$$

$$|\xi^j - \xi_0|^{r-1}) |\xi^j - \xi^i|, \forall \xi^i, \xi^j \in \Omega.$$

$\delta_\varepsilon \in P(\Omega)$  و  $J \subset \{1, \dots, N\}$  نشان‌دهنده اندازه دیراک<sup>۱</sup> است که واحد جرم را در  $\xi$  قرار می‌دهد.

مسئله ۲۰، یک مسئله *Set-Covering* به منظور انتخاب مجموعه  $J$  برای کاهش سناریوها خواهد بود؛ به نحوی که پوشش جدید حداقل هزینه را داشته باشد. با استفاده از برنامه‌ریزی ۱-۰ می‌توان آن را به صورت یک مسئله *NP-hard* مدل‌سازی کرد.

در پژوهش [۳۴] یک الگوریتم ابتکاری برای تخمین توزیع احتمال کوچک‌شده  $Q$  از  $\xi$  در یک مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای استفاده شده است. با استفاده از این الگوریتم، درخت سناریو اصلی مسئله به درخت سناریو کاهش‌یافته تبدیل شده و برای حل مدل این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته است.

#### ۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش یک مطالعه عددی برای بررسی مدل ارائه‌شده به منظور برنامه‌ریزی تولیدی تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا صورت می‌گیرد. مدل تولیدی مورد بررسی برای یک افق زمانی با  $R=4$  مرحله و  $T=12$  دوره زمانی (هر مرحله شامل ۳ دوره) در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که تقاضای مشتریان در ابتدای هر دوره دریافت می‌شود. به منظور تحلیل بهتر نوسانات تقاضا دو بازار مختلف در نظر گرفته شده که یکی دارای نوسانات بالا ( $H-D$ ) و دیگری دارای نوسانات پایین ( $L-D$ ) تقاضا است. اندازه بازار برای هر حالت به صورت زیر است:

$$L-D = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \\ 70 & 75 & 90 & 120 \\ 110 & 100 & 95 & 90 \\ 120 & 115 & 100 & 80 \end{pmatrix} \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{matrix} \quad H-D = \begin{pmatrix} r_1 & r_2 & r_3 & r_4 \\ 250 & 180 & 120 & 70 \\ 75 & 80 & 150 & 280 \\ 70 & 120 & 250 & 260 \end{pmatrix} \begin{matrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{matrix}$$

1. Dirac measure

مقادیر اجزای دیگر تقاضا شامل حساسیت به قیمت، حساسیت به موعد تحویل و موعد تحویل موردانتظار به‌ترتیب ۵، ۲ و ۳ در نظر گرفته شده است. متغیر احتمالی  $\xi_r^i$  از یک تابع توزیع گسسته با تابع جرم احتمال زیر تشکیل شده است:

$$P(\xi_r^i = \xi_{r,z}^i) = pr_{r,z}^i, \quad i \in \psi, \quad r=1, \dots, R$$

فرض می‌شود توزیع احتمال در تمامی مراحل یکسان است؛ بنابراین اندیس‌های  $i, r$  را می‌توان حذف کرد و  $\xi_z$  و  $pr_z$  مطابق جدول ۲، در نظر گرفته شده است.

جدول ۲. توزیع احتمالی گسسته تقاضا

Z	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
$\xi_z$	-۶۰	-۴۰	-۲۰	۰	۲۰	۴۰	۶۰
$pr_z$	۰/۰۲	۰/۰۹	۰/۲۴	۰/۳۰	۰/۲۴	۰/۰۹	۰/۰۲

هزینه‌های نگهداری، سفارش از دست‌رفته و سایر پارامترهای مرتبط با محصولات نهایی مطابق جدول ۳، ضریب مصرف مواد اولیه در محصولات مطابق جدول ۴ و سایر پارامترهای مرتبط با مواد اولیه طبق جدول ۵، در نظر گرفته شده است.

جدول ۳. پارامترهای مرتبط با محصول نهایی

i	$hp_i$	$\theta_i$	$\phi_i$	$\omega_i$	$\alpha_i$
۱	۰/۲	۱	۰/۸	۰/۴	۱
۲	۰/۲	۱	۰/۸	۰/۴	۱
۳	۰/۲	۱	۰/۸	۰/۴	۱

جدول ۴. ضریب مصرف مواد اولیه در محصولات

j	i	۱	۲	۳
۱	۱	۲	۱	۰
۲	۱	۰	۲	۲
۳	۱	۱	۱	۲
۴	۱	۵	۵	۵
۵	۱	۱	۲	۱
۶	۱	۱	۱	۱

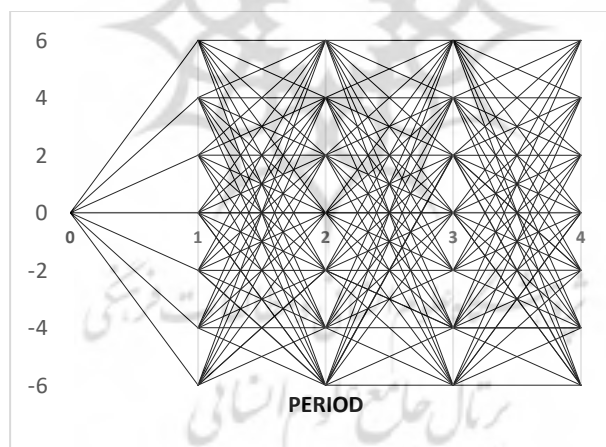
فرض می‌شود که ظرفیت تولید در تمامی مراحل ثابت و برابر ۴۰۰ واحد باشد.

با استفاده از مجموعه اولیه سناریوها مطابق با نمودار ۱، یک مجموعه سناریو کاهش یافته شامل ۱۴۴ سناریو برای هر محصول، با اجرای الگوریتم ارائه شده در [۳۹] و حل با استفاده از نرم افزار متلب تولید شده است که در آن  $4.2026 \leq \xi_{rr} - \xi_{rr} \leq$  در نظر گرفته شده است. درخت سناریو کاهش یافته برای محصول ۱ مطابق نمودار ۲، ارائه شده است.

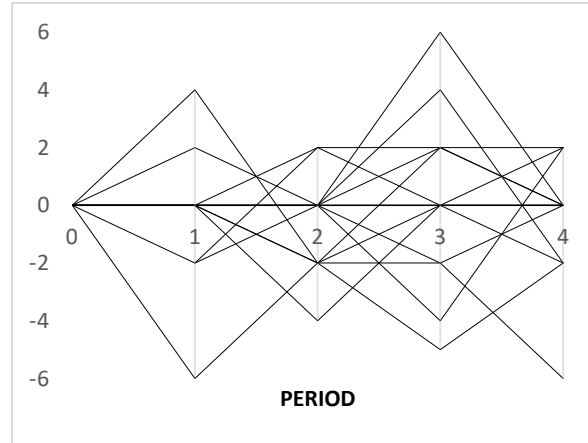
جدول ۵. سایر پارامترهای مرتبط با مواد اولیه

$j$	$cm_j$	$LT_j$	$\delta_j$	$MOQ_j$	$HOQ_j$	$\bar{r}_{j,t_e}$
۱	۰/۲	۴	۱۰۰	۵۰	۱۰۰۰	۵۰۰
۲	۰/۵	۵	۲۵۰	۱۰۰	۲۰۰۰	۲۰۰۰
۳	۰/۳	۳	۲۰۰	۵۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰
۴	۰/۱	۲	۵۰	۱۰۰۰	۱۰۰۰۰	۳۰۰۰
۵	۰/۳	۳	۲۵۰	۱۰۰	۵۰۰	۱۰۰۰
۶	۰/۸	۵	۵۰۰	۲۰۰	۲۰۰۰	۱۰۰۰

هدف مسئله ارائه شده، بیشینه سازی سود حاصله از طریق اخذ تصمیمات پویا در ابتدای هر مرحله ورود تقاضا است. از ارائه شده، با توجه به درخت سناریوی جدید کاهش یافته برای حل این مدل برنامه ریزی تولیدی استفاده شده است. برای حل مدل برنامه ریزی ارائه شده از نرم افزار گمز استفاده شده و نتایج در ادامه تحلیل می شود.

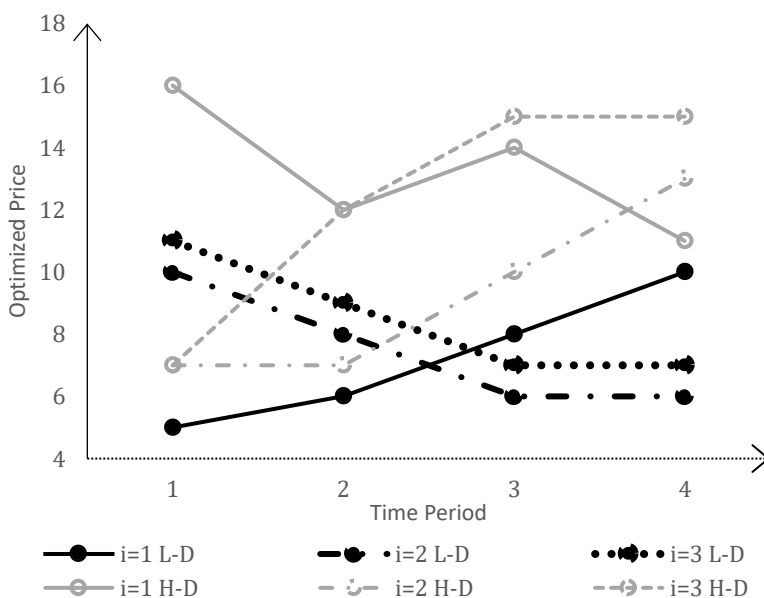


نمودار ۱. درخت سناریو اصلی



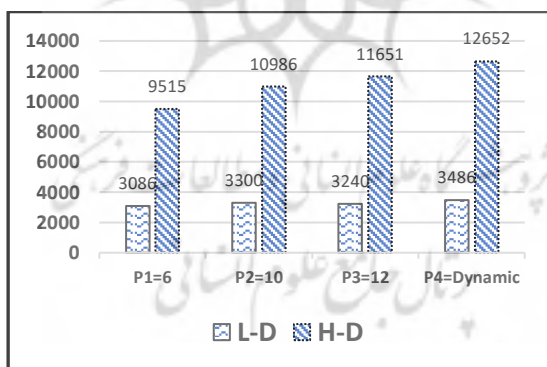
نمودار ۲. درخت سناریو کاهش یافته

**تأثیرات قیمت‌گذاری پویا:** با توجه به دو بازار در نظر گرفته شده با نوسانات بالای تقاضا ( $H-D$ ) و نوسانات پایین تقاضا ( $L-D$ ) قیمت‌های انتخاب شده برای هر یک از محصولات در هر یک از این بازارها مطابق نمودار ۳، پس از حل مدل حاصل شده است. به‌طور کلی با افزایش تقاضا، قیمت فروش محصولات افزایش می‌یابد و برعکس. هرچند شرایطی مانند آنچه برای محصول ۱ در بازار  $H-D$  و در مرحله ۳ وجود دارد که علی‌رغم افت تقاضا، قیمت محصول افزایش یافته است. این اتفاق می‌تواند در اثر کمبود منابع تولیدی با توجه به افزایش تقاضای سایر محصولات یا انباشت تقاضا ایجاد شود.



نمودار ۳. قیمت‌های بهینه فروش محصولات در طول مراحل تصمیم‌گیری در دو بازار مختلف

به‌منظور بررسی پویایی قیمت‌گذاری مدل ارائه‌شده، قیمت محصول ۱ به‌صورت ایستا در طول افق تصمیم‌گیری در نظر گرفته شده است. سایر شرایط مدل بدون تغییر است. مقدار سود موردانتظار پس از حل مدل، مطابق نمودار ۳، ارائه‌شده است. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، قیمت‌گذاری پویا طی افق تصمیم‌گیری باعث افزایش سود موردانتظار شده است؛ اما در یک بازار با نوسانات بالایی تقاضا، تأثیر آن بیشتر است و حد بالاتری از بهینگی ایجاد خواهد کرد.



نمودار ۴. مقایسه درآمد بهینه با سیاست‌های قیمتی ثابت و پویا



ارزیابی به‌کارگیری مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای: از آنجا که مدل‌های برنامه‌ریزی احتمالی دارای محاسبات دشواری برای حل هستند، تصمیم‌گیرندگان معمولاً تمایل دارند از راه‌های آسان‌تری به جواب برسند. یکی از راه‌حل‌های متداول، جایگزینی مقدار انتظاری (امید ریاضی) متغیرهای احتمالی در مدل و حل یک مدل قطعی است؛ همچنین ممکن است به‌ازای هر سناریو یک‌بار مدل اجرا شده و جواب‌های موجود با استفاده از روش‌های ابتکاری به‌منظور به‌دست‌آمدن یک تصمیم نهایی ترکیب شود. دقت این چنین رویکردهایی با استفاده از دو معیار ارزش موردانتظار از اطلاعات کامل<sup>۱</sup> و ارزش حل احتمالی<sup>۲</sup> سنجیده می‌شود.

**ارزش موردانتظار از اطلاعات کامل (EVPI):** این معیار نشان‌دهنده حداکثر میزانی است که تصمیم‌گیرنده در ازای اطلاعات کامل در مورد آینده، حاضر به پرداخت آن است. فرض می‌شود که بردار نشان‌دهنده حالت‌های مختلف ممکن برای رویداد متغیرهای احتمالی باشد؛ همچنین  $Z_0^*$  جواب بهینه حاصل از حل مدل احتمالی و  $\bar{Z}(\xi)$  جواب بهینه حاصل از حل مدل قطعی مربوط به سناریو  $\xi$  است. مقدار  $WS$  (Wait-and-See) که مقدار انتظاری از جواب بهینه هر سناریو است، به‌صورت  $WS = E_{\xi}(\bar{Z}(\xi))$  محاسبه می‌شود. در این صورت ارزش موردانتظار از اطلاعات کامل عبارت است از:  $EVPI = WS - Z_0^*$ .

**ارزش حل احتمالی (VSS):** حل مدل برنامه‌ریزی احتمالی نیاز به محاسبات پیچیده‌ای دارد؛ بنابراین در بسیاری از موارد تصمیم‌گیرندگان از حل مدل قطعی با جایگزینی امید ریاضی متغیر تصادفی استفاده می‌کنند. مقدار ارزش حل احتمالی معیاری است که ارزش حل مدل احتمالی را نسبت به مدل قطعی یادشده نشان می‌دهد. اگر  $\bar{Q}(\xi)$  جواب بهینه حل مدل قطعی با جایگذاری امید ریاضی متغیرهای تصادفی باشد، ارزش حل احتمالی عبارت است از:  $VSS = Z_0^* - \bar{Q}(\xi)$ . سود تولیدکننده در مدل‌های قطعی و احتمالی چندمرحله‌ای در هر دوره از یک افق زمانی ۱۲ دوره‌ای با تقاضای  $H-D$  به‌صورت جدول ۶، محاسبه شده است. با توجه به مقادیر ارزش حل احتمالی، مزیت استفاده از مدل روش برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای مشخص می‌شود. درمقابل این ارزش افزوده، پیچیدگی‌های اجرای مدل قرار دارد که به‌کارگیری یا به‌کارنگرفتن مدل با مقیاس این دو توسط به‌کارگیرندگان تصمیم‌گیری خواهد شد.

- 
1. Expected Value of Perfect Information (EVPI)
  2. Value of the Stochastic Solution (VSS)

جدول ۶. نتایج محاسباتی برای ارزش انتظاری اطلاعات کامل و ارزش حل مدل برنامه‌ریزی احتمالی

دوره (t)	$Z_0^*$	WS	EVPI	$\bar{Q}(\xi)$	VSS
۱	۱۲۶۵۲/۱۷	۱۳۰۷۹/۳۷	۴۲۷/۲۰	۱۲۲۵۸/۷۸	۳۹۳/۳۹
۲	۱۲۱۵۱/۲۳	۱۲۳۷۴/۳۴	۲۲۳/۱۱	۱۱۹۳۳/۲۷	۲۱۷/۹۶
۳	۱۲۵۶۰/۲۳	۱۲۹۸۲/۴۲	۴۲۱/۸۹	۱۲۸۵۰/۵۰	۲۸۹/۹۷
۴	۱۱۶۵۴/۸۹	۱۱۸۶۹/۲۱	۲۱۴/۳۲	۱۱۳۸۲/۳۰	۲۷۲/۵۹
۵	۱۲۵۰۰/۱۰	۱۲۹۸۱/۷۶	۴۸۱/۶۶	۱۲۰۶۴/۳۳	۴۵۳/۷۷
۶	۱۳۲۱۰/۲۶	۱۳۵۴۵/۲۰	۳۳۴/۹۴	۱۲۹۴۸/۷۹	۲۶۱/۴۷
۷	۱۴۵۵۰/۳۲	۱۴۷۹۲/۲۰	۲۴۱/۸۸	۱۴۰۳۰/۵۰	۵۱۹/۸۲
۸	۱۴۸۵۰/۵۰	۱۵۰۶۴/۴۳	۲۱۳/۹۳	۱۴۵۵۱/۳۰	۲۹۹/۱۹
۹	۱۵۸۴۰/۴۱	۱۵۹۹۲/۹۱	۱۵۲/۵۰	۱۵۶۱۹/۴۶	۲۲۰/۹۵
۱۰	۱۵۵۱۱/۳۲	۱۵۸۶۷/۴۵	۳۵۶/۱۳	۱۵۱۴۸/۹۰	۳۶۲/۴۲
۱۱	۱۵۹۹۹۶/۷۱	۱۶۳۸۰/۵۲	۳۸۳/۸۱	۱۵۶۲۱/۲۱	۳۷۵/۵۰
۱۲	۱۶۲۵۰/۶۳	۱۶۶۸۸/۰۲	۴۳۱/۳۹	۱۵۸۱۷/۳۰	۴۳۳/۳۳

### ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش یک مدل برنامه‌ریزی احتمالی چندمرحله‌ای برای مسئله برنامه‌ریزی تولید تحت شرایط عدم قطعیت تقاضا، به منظور حداکثری‌سازی درآمد و حداقل‌سازی هزینه‌های تولیدی ارائه شده است. در مدل ارائه شده، بهینه‌سازی با بسط سیستم و افق زمانی مورد توجه قرار گرفت. بسط سیستم شامل لحاظ کردن متغیرهای مختلف تصمیم‌گیری در برنامه‌ریزی تولید، مانند قیمت‌گذاری فروش و تعیین موعدهای تحویل، سفارش‌های مواد اولیه به تأمین‌کنندگان، ظرفیت تولیدی و غیره است. همچنین تصمیمات گرفته شده توسط مدل برای یک افق زمانی مشخص پیش رو با توجه به کلیه سناریوهای محتمل در این افق زمانی صورت می‌پذیرد.

با توجه به گسترده بودن درخت سناریو از روش‌های کاهش سناریو برای کاهش پیچیدگی مسئله استفاده شد. مطابق بررسی‌های عددی انجام شده به‌طور معمول در بازارهای با تقاضای بالاتر، قیمت تعیین شده برای فروش محصولات افزایش می‌یابد. همین‌طور پویایی ایجاد شده برای قیمت‌گذاری محصولات توسط مدل، نسبت به یک سیاست قیمت‌گذاری ایستا موجب ارزش افزوده و افزایش سود می‌شود.

با محاسبه ارزش حل تصادفی و ارزش موردانتظار برای اطلاعات کامل، میزان اثرگذاری استفاده از مدل برنامه‌ریزی احتمالی قابل بررسی است. با توجه به نتایج حاصل از این تحلیل، سود به‌کارگیری این مدل قابل محاسبه است که البته در طرف مقابل آن پیچیدگی‌های حل مدل وجود دارد که برآیند این دو، تصمیم‌گیرندگان را در به‌کارگیری یا به‌کارنگرفتن مدل یاری خواهد کرد.

برای پژوهش‌های آتی می‌توان عدم قطعیت عرضه مواد اولیه، ظرفیت تولیدی و سایر نوسانات تصادفی زنجیره را به‌منظور نزدیک‌شدن شرایط مدل به شرایط واقعی در مدل لحاظ کرد. همین‌طور در مدل ارائه‌شده برای هر ماده اولیه یک تأمین‌کننده لحاظ شده است. با در نظرگیری تأمین‌کنندگان مختلف برای یک ماده اولیه با مواعدهای تحویل و قیمت فروش متفاوت، امکان بسط مدل برای انتخاب تأمین‌کنندگان و سفارش‌گذاری بهینه‌تر مواد اولیه وجود خواهد داشت.



## بیوست

در صورتی که  $P$  نشان‌دهنده یک اندازه احتمال ثابت بورل روی  $\Omega$  یا به عبارتی  $P(\Omega)$  با مجموعه سناریوهای  $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n\}$  و احتمال رویداد  $\{p_1, p_2, \dots, p_N\}$  باشد، الگوریتم کاهش سناریو رو به عقب مطابق گام‌های زیر خواهد بود:

$$\text{Step 1: } c_{kj} := c(\omega_k, \omega_j), \quad j=1, \dots, N$$

$$\text{Sorting of: } \{c_{kj} : j=1, \dots, N\}, \quad k=1, \dots, N$$

$$c_{ll}^{[1]} := \min_{j \neq l} c_{lj}, \quad l=1, \dots, N$$

$$z_l^{[1]} := p_l c_{ll}^{[1]}, \quad l=1, \dots, N$$

$$l_1 \in \arg \min_{l \in \{1, \dots, N\}} z_l^{[1]}, \quad J^{[1]} := \{l_1\}.$$

$$\text{Step } i: c_{kl}^{[i]} := \min_{j \in J^{[i-1]} \cup \{l\}} c_{kj}, \quad l \notin J^{[i-1]}, k \in J^{[i-1]} \cup l,$$

$$z_l^{[i]} := \sum_{j \in J^{[i-1]} \cup \{l\}} p_k c_{kl}^{[i]}, \quad l \notin J^{[i-1]}$$

$$l_i \in \arg \min_{j \in J^{[i-1]} \cup \{l_i\}} z_l^{[i]}, \quad J^{[i]} := J^{[i-1]} \cup \{l_i\}.$$

$$\text{Step } N-n+1 \text{ redistribution by Eq.(A.1) where: } \bar{q}_j = p_j + \sum_{i \in J_j} p_i, \quad \text{for each } i \in J, \quad (\text{A.1})$$

$$J_j := \{i \in J : j = j(i)\},$$

$$\text{and: } j(i) \in \arg \min_{j \in J} c(\omega_i, \omega_j), \quad \text{for each } i \in J, \quad (\text{A.2})$$

$$\text{and function } c: \Omega \times \Omega \rightarrow \mathbb{R} \text{ is given by:} \quad (\text{A.3})$$

$$c(\omega, \tilde{\omega}) = \max \{1, \omega - \omega_0, \tilde{\omega} - \omega_0, \omega - \tilde{\omega}\},$$

$$\forall \omega, \tilde{\omega} \in \Omega.$$

## منابع

1. Aloulou, M.A., Dolgui, A. & Kovalyov, M.Y. (2014). A bibliography of non-deterministic lot-sizing models. *International Journal of Production Research*, 52(8), 2293-2310.
2. Babai, M.Z. & Dallery, Y. (2009). Dynamic versus static control policies in single stage production-inventory systems. *International Journal of Production Research*, 47(2), 415-433.
3. Charnsirisakskul, K., Griffin, P.M. & Keskinocak P. (2006). Pricing and scheduling decisions with leadtime flexibility. *European Journal of Operational Research*. 171(1), 153-169.
4. Chen, C.-T. & Huang, S.-F. (2006). Order-fulfillment ability analysis in the supply-chain system with fuzzy operation times. *International Journal of Production Economics*, 101(1), 185-193.
5. Chen, C.Y., Z. Zhao, & M.O. Ball (2002). A Model for Batch Advanced Available-To-Promise. *Production and Operations Management*. 11(4), 424-440.
6. Cheng, F., et al. (2012). A production-inventory model for a push-pull manufacturing system with capacity and service level constraints. *Production and Operations Management*, 21(4), 668-681.
7. Cheng, C.-B. (2008). Solving a sealed-bid reverse auction problem by multiple-criterion decision-making methods. *Computers & Mathematics with Applications*, 56(12), 3261-3274.
8. Chen-Ritzo, C.-H., et al. (2011). Component rationing for available-to-promise scheduling in configure-to-order systems. *European Journal of Operational Research*, 211(1), 57-65.
9. Croson, R. & Donohue K. (2006). Behavioral causes of the bullwhip effect and the observed value of inventory information. *Management science*, 52(3), 323-336.
10. De Oliveira Pacheco, E., S. Cannella, R. Lüders and A. P. Barbosa-Povoa (2017). Order-up-to-level policy update procedure for a supply chain subject to market demand uncertainty. *Computers & Industrial Engineering*, 113, 347-355.
11. Dolgui, A. & Ivanov, D. (2020). Exploring supply chain structural dynamics: New disruptive technologies and disruption risks. *International journal of production economics.*, 229, 107886
12. Duan, Y., Cao, Y. & Huo, J. (2018). Optimal pricing, production, and inventory for deteriorating items under demand uncertainty: *The finite horizon case*. *Applied Mathematical Modelling*, 58, 331-348.
13. Duenyas, I. & Hopp, W.J. (1995). Quoting customer lead times. *Management Science*, 41(1), 43-57.
14. S. Duran, T. Liu, D. Simchi-Levi and J. L. Swann (2007). Optimal production and inventory policies of priority and price-differentiated customers. *IIE Transactions*, 39(9), 845-861.
15. Easton, F.F. & Moodie D.R. (1999). Pricing and lead time decisions for make-to-order firms with contingent orders. *European Journal of operational research*, 116(2), 305-318.
16. Ebrahimi Mahmoudi, H., Pishvaei, M.S. & Teymouri, E. (2021). A Two-Stage Model for Rice Cultivation Preparation Considering Dynamic Uncertainty: A

- Case Study in Iran. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 11(2), 145-176 (In Persian).
17. Fleischmann, M., Van Nunen, J.A., & Gräve, B. (2003). Integrating closed-loop supply chains and spare-parts management at IBM. *Interfaces*, 33(6), 44-56.
  18. Ghrayeb, O., Phojanamongkolkij, N., & Tan, B.A. (2009). A hybrid push/pull system in assemble-to-order manufacturing environment. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 20(4), 379-387.
  19. Golmohammadi, A., & Hassini, E. (2019). Capacity, pricing and production under supply and demand uncertainties with an application in agriculture. *European Journal of Operational Research*, 275(3), 1037-1049.
  20. Heitsch, H., & Romisch, W. (2005). Generation of multivariate scenario trees to model stochasticity in power management. *IEEE Russia Power Tech*, Pages: 1-7.
  21. Higle, J.L., & Kempf, K.G. (2010). Production planning under supply and demand uncertainty: A stochastic programming approach, in *Stochastic Programming*, Springer, 297-315.
  22. Hu, Z., & Hu, G. (2018). A multi-stage stochastic programming for lot-sizing and scheduling under demand uncertainty. *Computers & Industrial Engineering*, 119, 157-166.
  23. D. Ivanov, S. Sethi, A. Dolgui and B. Sokolov (2018). A survey on control theory applications to operational systems, *supply chain management, and Industry 4.0. Annual Reviews in Control*, 46, 134-147.
  24. Jeong, B., et al. (2002). An available-to-promise system for TFT LCD manufacturing in supply chain. *Computers & Industrial Engineering*, 43(1), 191-212.
  25. Kim, S.-H., et al. (2012). Improving the push-pull strategy in a serial supply chain by a hybrid push-pull control with multiple pulling points. *International Journal of Production Research*, 50(19), 5651-5668.
  26. Kira, D., Kusy, M., & Rakita, I. (1997). A stochastic linear programming approach to hierarchical production planning. *Journal of the Operational Research Society*, 48(2), 207-211.
  27. Mohaghar A., & Talaei, H.R. (2017). Dynamic Modeling Of A New Product Supply Chain Using System Dynamics Approach. *Journal of industrial management perspective 2017 Vol. 6 Issue 4, Winter 2017 Pages 9-36* (In Persian).
  28. Mokhtari, G., & Bakhtiari, F. (2020). Robust Optimization of Multi-product and Multi-class Lot-sizing and Supplier Selection with Uncertain Demand. *Journal of Industrial Management Perspective 2020 Vol. 10 Issue 4, Winter 2021 Pages 193-225* (In Persian).
  29. Palaka, K., Erlebacher, S., & Kropp, D.H. (1998). Lead-time setting, capacity utilization, and pricing decisions under lead-time dependent demand. *IIE transactions*, 30(2), 151-163.
  30. Pibernik, R., & Yadav, P. (2009). Inventory reservation and real-time order promising in a make-to-stock system. *OR spectrum*, 31(1), 281-307.
  31. Puchkova, A., Le Romancer, J., & McFarlane, D. (2016). Balancing push and pull strategies within the production system. *IFAC-PapersOnLine*, 49(2), 66-71.
  32. Ruszczyński, A., & Shapiro, A. (2003). Stochastic programming models. *Handbooks in operations research and management science*, 10, 1-64.

33. K. T. Talluri, G. Van Ryzin and G. Van Ryzin (2004). The Theory and Practice of Revenue Management. *International Series in Operations Research & Management Science, Springer 2004 Vol. 1.*
34. Sawik, T. (2008), Coordinated supply chain scheduling. *International Journal of Production Economics. 120(2), 437-451.*
35. Shen, B., Qian, R., & Choi, T.-M. (2017). Selling luxury fashion online with social influences considerations: Demand changes and supply chain coordination. *International Journal of Production Economics, 185, 89-99.*
36. So, K.C. & Song, J.-S. (1998). Price, delivery time guarantees and capacity selection. *European Journal of operational research, 111(1), 28-49.*
37. Tako, A.A., & Robinson, S. (2012). The application of discrete event simulation and system dynamics in the logistics and supply chain context. *Decision support systems, 52(4), 802-815.*
38. Taylor, S.G. & Plenert, G.J. (1999). Finite capacity promising. *Production and Inventory Management Journal, 40, 50-56.*
39. Udenio, M., et al. (2017). Behavioral causes of the bullwhip effect: An analysis using linear control theory. *Iise Transactions, 49(10), 980-1000.*
40. Wang, X., & Disney, S.M. (2016). The bullwhip effect: Progress, trends and directions. *European Journal of Operational Research, 250(3), 691-701.*
41. Webster, S. (2002). Dynamic pricing and lead-time policies for make-to-order systems. *Decision Sciences, 33(4), 579-600.*
42. Wei, Y., Chen, F., & Xiong, F. (2018). Dynamic complexities in a supply chain system with lateral transshipments. *Complexity, 2018.*
43. Wei, Y., Wang, H., & Qi, C. (2013). On the stability and bullwhip effect of a production and inventory control system. *International Journal of Production Research, 51(1), 154-171.*
44. Wei, Y., Wang, H., & Qi, C. (2013). The impact of stock-dependent demand on supply chain dynamics. *Applied Mathematical Modelling, 37(18-19), 8348-8362.*
45. Whitin, T.M. (1955). Inventory control and price theory. *Management science, 2(1), 61-68.*
46. Xiong, S., Feng, Y., & Huang, K. (2020). Optimal MTS and MTO Hybrid Production System for a Single Product under the Cap-And-Trade Environment. *Sustainability, 12(6), 2426.*
47. Zhang, J., et al (2021). Which Strategy Is Better for Managing Multi-product Demand Uncertainty: Inventory Substitution or Probabilistic Selling? *European Journal of Operational Research, 302(1), 79-95*