Industrial Management Perspective

Print ISSN: 2251-9874, Online ISSN: 2645-4165
Volume 12, Serial Number 48, Winter 2023, Pages 71-95 (Original Article)
DOI: 10.52547/JIMP.12.4.71

Developing a Mathematical Model for Competitive Facility Location with Multiple Commodities and Multiple Competitors

Somayeh Maleki[*], Akbar Alem Tabriz[**], Davood Talebi[***], Alireza Motameni[****]

Abstract

Facility location along with taking account the competition is a critical component of strategic planning. The location affects the competitiveness and market share of new entrants, in long-term. Because of the complications of location problems, most of the location models are faced whit many different limitations. In this paper a competitive facility location model with three competitors which produce two commodities is developed. The problem is modeled in the form of a location-price game. A bi-level model is developed to investigate the location and price. In location-pricing models, the location decision should come before the pricing game. From the second level and the use of Nash equilibrium, equilibrium will be obtained. In this paper, probabilistic costumer behavior with the help of exponential function is modeled. A metaheuristic based on tabu search is proposed to search the optimal location-price solution of the model. Findings show that changing the equilibrium price affect the profitability of new entry firms.

Key words: Competitive Facility Location; Nash Equilibrium; Location-Price Game; Probabilistic Costumer Behavior; Tabu Search Algorithm.

Received: Des. 01, 2021; Accepted: Jun. 29, 2022.

* Ph.D Student, Shahid Beheshti University.
** Professor, Shahid Beheshti University (Corresponding Author).
Email: a-tabriz@sbu.ac.ir
*** Assistant Professor, Shahid Beheshti University.
**** Associate Professor, Shahid Beheshti University.

چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شاپای چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپای الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵
سال دوازدهم، شماره ۴۸، زمستان ۱۴۰۱، ص‌ص ۷۱ – ۹۵ (**نوع مقاله: پژوهشی**)
DOI: 10.52547/JIMP.12.4.71

طراحی مدل ریاضی مکان‌یابی تسهیلات رقابتی چند محصول چند رقیب

سمیه ملکی*، اکبر عالم تبریز، داود طالبی***، علیرضا مؤتمنی******

چکیده

مکان‌یابی با درنظرگرفتن موضوع رقابت در بازار، یک تصمیم راهبردی و بلندمدت محسوب می‌شود. چنانچه در انتخاب مکان، بررسی‌های لازم صورت نگیرد، حیات سازمان در بلندمدت تحت تأثیر قرار می‌گیرد. به‌دلیل وجود پیچیدگی‌های موجود در مسائل مکان‌یابی، ارائه مدل‌های مکان‌یابی با محدودیت‌های متنوعی مواجه است. هدف این پژوهش، توسعه مدل مکان‌یابی رقابتی با درنظرگرفتن دو محصول از سوی سه رقیب است؛ برای این منظور، مسئله به‌صورت یک بازی مکان - قیمت تعریف و با استفاده از مدل ریاضی دوسطحی، مدل‌سازی شده است. در این مدل در سطح نخست، مکان بهینه تعیین و در سطح دوم با استفاده از نتایج تعادل نش، قیمت تعادلی به‌دست آمد. در این پژوهش، رفتار مشتری به‌صورت احتمالی در نظر گرفته شده و با کمک تابع نمایی مدل‌سازی شد. به‌دلیل NP- hard بودن مسائل مکان‌یابی، برای حل مدل از الگوریتم فرابتکاری استفاده شده است. الگوریتم جست‌وجوی ممنوع، روش انتخابی حل مدل پژوهش حاضر است. نتایج نشان داد بازی قیمت در شرایطی که پیش از ورود به بازار، بیش از یک رقیب حضور داشته باشد، در مقایسه با حالتی که بازار انحصاری است، شدت و اهمیت بیشتری دارد.

کلیدواژه‌ها: مکان‌یابی رقابتی تسهیلات؛ تعادل نش؛ بازی قیمت – مکان؛ رفتار احتمالی مشتری؛ الگوریتم جست‌وجوی ممنوع.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۹/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۴/۰۸.

* دانشجوی دکتری، دانشگاه شهید بهشتی.
** استاد، دانشگاه شهید بهشتی (نویسنده مسئول).
Email: a-tabriz@sbu.ac.ir
*** استادیار، دانشگاه شهید بهشتی.
**** دانشیار، دانشگاه شهید بهشتی.

۱. مقدمه

تصمیم‌گیری درباره مکان استقرار، یکی از راهبردهای اساسی در سازمان‌ها به‌شمار می‌آید که می‌تواند در جهت‌گیری‌های بلندمدت، نقشی اساسی ایفا کند و سودآوری سازمان را تحت تأثیر قرار دهد؛ به‌گونه‌ای که اگر در انتخاب مکان، بررسی‌های لازم صورت نگیرد، این امر حیات سازمان را در بلندمدت به خطر می‌اندازد [۲، ۲۵]. مسائل مکان‌یابی تسهیلات[1] به دنبال یافتن راهی برای تعیین مکان مجموعه‌ای از تسهیلات، با هدف کاهش هزینه‌ها و افزایش رضایت مشتری و تأمین تقاضای مصرف‌کننده با درنظرگرفتن مجموعه‌ای از محدودیت‌ها هستند [۳۵، ۳۴، ۱۶، ۱۵]. تسهیلات، مکان و مشتری سه جزء مهم مسئله مکان‌یابی به‌شمار می‌روند. هر یک از این سه جزء می‌تواند در مسائل مختلف، نقش‌های متفاوتی ایفا کند که این امر به ایجاد گستره وسیعی از مدل‌های مکان‌یابی منجر شده است [۱]. مدل‌های مکان‌یابی به دو گروه عمده «مدل‌های پایه» و «مدل‌های پیشرفته» تقسیم می‌شوند [۱۶]. در مدل‌های پایه، فرض بر این است که سازمان‌ها یا غیرانتفاعی هستند و یا در بازاری انحصاری فعالیت دارند؛ بنابراین در این مدل‌ها، رقابت مطرح نیست. یکی از شاخه‌های مدل‌های مکان‌یابی پیشرفته که به مطالعه موضوع تعیین مکان تسهیلات در محیط‌های رقابتی می‌پردازد، «مکان‌یابی تسهیلات رقابتی[2]» نام دارد [۸]. هدف از حل مسائل مکان‌یابی تسهیلات رقابتی، یافتن مکان بهینه تسهیلات جدیدی است که باید با تسهیلات رقیب موجود در بازار یا تسهیلاتی که به‌زودی وارد بازار می‌شوند، رقابت کنند [۲۴]. مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات رقابتی بر این واقعیت تأکید دارند که تصمیم‌گیری‌های مرتبط با مکان، تحت تأثیر معیارهایی مانند سهم بازار، میزان سودآوری و غیره است [۱۵].

در مسائل مکان‌یابی تسهیلات رقابتی، سازمان‌ها برای پوشش بیشتر تقاضای مشتری و افزایش سهم بازار به عواملی مانند قیمت، کیفیت، زمان انتظار و یا تعداد محصولات عرضه‌شده به بازار اهمیت می‌دهند [۲۲، ۲۱]. این امر به ایجاد مدل‌هایی در حوزه مسائل مکان‌یابی تسهیلات رقابتی منجر شده است که پژوهشگران علاوه بر متغیر مکان، متغیرهای راهبردی دیگری را نیز در مدل لحاظ می‌کنند. گروهی از این مسائل که علاوه بر تعیین مکان بهینه، به‌دنبال یافتن قیمت بهینه نیز هستند، با عنوان «بازی‌های مکان - قیمت»[3] شناخته می‌شوند. این دسته از مدل‌ها به‌صورت دومرحله‌ای حل می‌شوند: در مرحله نخست، مکان بهینه تعیین و در مرحله دوم، متغیر راهبردی ورودی مشخص می‌شود. در این مدل‌ها به مانند تصمیم‌گیری در

1. Facility Location Problems
2. Competitive facility location problems
3. Location-price game

دنیای واقعی، ابتدا مکان تسهیلات که یک تصمیم بلندمدت است، اتخاذ و در مراحل بعدی، قیمت تعیین می‌شود [۱۷، ۱۸، ۳۲، ۳۳].

به‌دلیل پیچیدگی مدل‌سازی بازی‌های مکان - قیمت، پژوهشگران ناگزیر هستند مفروضات ساده‌ساز متعددی را در نظر بگیرند. تغییر هر یک از این مفروضات به ایجاد مدلی با خصوصیاتی کاملاً متفاوت و پیچیده‌تر از مدل‌های قبلی منجر می‌شود. برای مثال، افزودن یک متغیر استراتژیک مانند قیمت و یا درنظرگرفتن رفتار احتمالی مشتری، باعث پیچیده‌ترشدن مدل‌های مکان‌یابی رقابتی و به‌تبع آن، الگوریتم‌های حل خواهد شد. باوجوداین همچنان مدل‌های ارائه‌شده فاصله زیادی از شرایط تصمیم‌گیری در دنیای واقعی دارند. برای نمونه، غالباً پژوهشگران فرض می‌کنند هر رقیب تنها یک محصول به بازار عرضه می‌کند؛ بنابراین مدل‌سازی و حل مسئله در حالتی که شرکت‌های رقیب دو محصول به بازار عرضه کنند، می‌تواند به ارائه مدلی منجر شود که تصویر بهتری از شرایط واقعی را منعکس سازد. در این پژوهش، هدف، ارائه مدلی است که در آن سه رقیب برای عرضه دو محصول در بازار با هم رقابت می‌کنند.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

غالباً تسهیلات جدید ناگزیر هستند برای کسب سهم بیشتر از تقاضای مشتری با سایر رقبای موجود در بازار رقابت کنند. معمولاً در عرصه رقابت، علاوه بر تعیین مکان بهینه باید درباره متغیرهای راهبردی دیگری نیز تصمیم‌گیری کرد [۴]. یکی از مهم‌ترین تصمیمات شرکت‌هایی که محصولات یکسان تولید می‌کنند و در حال رقابت با یکدیگر هستند، تعیین مکان و قیمت بهینه برای راه‌اندازی تسهیلات جدید با هدف جذب بیشتر مشتری است [۱۳]. سودی که عاید هر رقیب می‌شود به تصمیم‌گیری رقبا در مورد مکان و قیمت نیز بستگی دارد. این مسائل با عنوان بازی‌های مکان ـ قیمت شناخته می‌شوند. در این بازی هر یک از شرکت‌های رقیب به‌دنبال افزایش سهم بازار خود هستند. مسئله در قالب یک بازی مدل‌سازی شده و با درنظرگرفتن مکان استقرار تسهیلات شرکت رقیب و سایر متغیرهای راهبردی، با استفاده از تعادل نش حل می‌شود [۳۱، ۲۱].

نظریه بازی‌ها یا استراتژی‌های رقابتی، نظریه‌های ریاضی هستند که بر موضوع رقابت تمرکز دارند. کاربرد این دیدگاه برای حل مسائلی سودمند است که در آن دو یا تعداد بیشتری از افراد یا سازمان‌ها برای هدفی مشخص تصمیم‌گیری می‌کنند و شرایط رقابت تحت تأثیر این تصمیم‌گیری‌ها تغییر می‌کند [۲۹]. مهم‌ترین شاخه از مسائل مکان‌یابی که در آن از نظریه بازی‌ها استفاده شده است، مکان‌یابی تسهیلات رقابتی است [۲۱].

انواع بازی‌های موجود در نظریه بازی‌ها به دسته‌های گوناگونی تقسیم می‌شوند. در یکی از مهم‌ترین دسته‌بندی‌ها، بازی‌ها در دو گروه همکارانه و غیرهمکارانه[1] قرار می‌گیرند. در بازی‌های همکارانه، برخی از بازیکنان در حین انجام بازی با یکدیگر توافق می‌کنند و علیه بازیکن دیگر، متحد می‌شوند. به‌این ترتیب مسئله از حالت چندتصمیم‌گیرنده به حالت تک‌تصمیم‌گیرنده تبدیل می‌شود؛ اما در بازی‌های غیرهمکارانه، هر یک از بازیکنان منافع خود را در نظر می‌گیرد و آن‌ها بدون اینکه اطلاعات را به‌اشتراک بگذارند، وارد بازی با یکدیگر می‌شوند [۲۱].

بازی‌های غیرهمکارانه، خود به دو دسته بازی‌های هم‌زمان و متوالی تقسیم می‌شوند. در بازی‌های هم‌زمان، بازیکنان به‌طور هم‌زمان استراتژی‌های خود را انتخاب می‌کنند. معمولاً این دسته از بازی‌ها با تعادل نش مدل‌سازی می‌شوند. در بازی با حرکات متوالی، بازیکن اول به‌عنوان رهبر، استراتژی خود را مشخص و سپس بازیکن دوم به‌عنوان پیرو، پس از درک و مشاهده تصمیم رهبر، استراتژی خود را بر مبنای تصمیمات رهبر تعیین می‌کند [۱، ۲۱].

مسائل مکان‌یابی رقابتی با درنظرگرفتن نوع رقابت در سه گروه طبقه‌بندی می‌شوند: ۱. رقابت ایستا[2] که در آن هر رقیب نسبت به شرایط بازار و وضعیت سایر رقبا اطلاعات کامل در اختیار دارد؛ ۲. رقابت همراه با آینده‌نگری[3] که در این حالت، فرض می‌شود شرکت پیشرو به‌دلیل ورود رقبای بالقوه به بازار و با هدف بیشینه‌ساختن سود و سهم بازار، تسهیل یا تسهیلات جدیدی را راه‌اندازی می‌کند که شرکت‌های پیرو در برابر این تصمیم، واکنش نشان خواهند داد؛ ۳. رقابت پویا[4] که در این حالت، رقبا به‌طور مداوم در جهت بهبود شرایط خود تلاش می‌کنند. رقابت پویا زمانی رخ می‌دهد که به هنگام ورود رقیبی جدید، رقبا به‌طور هم‌زمان واکنش نشان می‌دهند [۲۱، ۲۸].

در مدل‌های مکان‌یابی رقابتی حالت‌های مختلفی برای مکان تسهیلات در نظر گرفته می‌شود. ساده‌ترین فضای تعریف‌شده برای این نوع مدل‌ها، خطی است. در ادامه به‌دلیل وجود پیچیدگی‌های محیطی، مسائل در فضای دوبعدی (صفحه) و شبکه مطرح شده‌اند که می‌توان آن‌ها را در دو دسته پیوسته و گسسته تقسیم کرد [۹].

رفتار مشتری عامل تعیین‌کننده در انتخاب تسهیل است. ساده‌ترین قانون مورداستفاده از سوی بیشتر پژوهشگران این است که مشتری نزدیک‌ترین مکان را انتخاب می‌کند. به‌طورکلی دو نوع رفتار مشتری وجود دارد; قطعی[5] و احتمالی[6]. در حالت قطعی، همه تقاضای مشتری از

1. Cooperative Games & None Cooperative Games
2. Static Competition
3. Competition with Foresight
4. Dynamic Competition
5. Deterministic
6. Probabilistic

طریق انتخاب بهترین تسهیل موجود تأمین می‌شود؛ اما در انتخاب احتمالی، مشتری تقاضای خود را بین چند تسهیل تقسیم می‌کند [۲۰، ۳۰].

در حل مسائل مکان‌یابی رقابتی با توجه به نوع رقابت، تعداد رقبا و نوع پارامترها و مفروضات مسئله، از رویکردهای مختلف نظریه بازی‌ها و انواع روش‌های مدل‌سازی استفاده می‌شود. با توجه به اینکه مدل این پژوهش در گروه بازی‌های مکان ـ قیمت قرار دارد، در بخش بعدی، مطالعات موجود در حوزه مسائل مکان‌یابی رقابتی با تمرکز بر بازی‌های مکان ـ قیمت بررسی شده است.

مسائل مکان – قیمت. مسائل مکان – قیمت به‌صورت بازی‌های دومرحله‌ای مدل‌سازی می‌شوند. در دسته نخست، هدف یافتن مکان و قیمت تعادلی بهینه است. این مدل‌ها با این فرض ارائه می‌شوند که هر یک از رقبا می‌توانند علاوه بر قیمت، مکان خود را نیز تغییر دهند. در این صورت انتخاب استراتژی‌های متفاوت قیمت‌گذاری مثل قیمت تمام‌شده[1] (قیمت‌گذاری بر اساس قیمت تمام‌شده محصول) یا قیمت توزیع[2] (قیمت‌گذاری با توجه به هزینه حمل) در وجود یا نبود تعادل در تعیین مکان تسهیلات تأثیر خواهد داشت؛ اما در دسته دوم، مدل‌ها با این فرض که رقبایی در بازار حضور دارند که امکان جابه‌جایی تسهیلات را ندارند، اما با هدف نشان‌دادن واکنش به رقیب تازه‌وارد می‌توانند قیمت خود را تغییر دهند تا مکان بهینه و قیمت تعادلی حاصل شود. به‌این ترتیب در این نوع مدل‌ها، در مرحله نخست، مکان بهینه تعیین می‌شود. در این مرحله قیمت یک پارامتر ورودی برای مسئله در نظر گرفته می‌شود و در مرحله دوم با استفاده از مفاهیم تعادل نش، قیمت بهینه تعادلی به‌دست می‌آید [۱۲].

مسائل مکان – قیمت با امکان جابه‌جایی تسهیلات. نخستین پژوهش در حوزه حل مسائل مکان‌یابی رقابتی که بر پایه مدل‌سازی ریاضی صورت‌گرفته است به پژوهش هتلینگ[3] (۱۹۲۹)، برمی‌گردد. فضای مسئله خطی تعریف شده است و هر یک از تصمیم‌گیرندگان مجاز به جابه‌جایی مکان خود در طول خط هستند. متغیرهای تصمیم در مدل اولیه هتلینگ (۱۹۲۹)، شامل مکان و قیمت است [۲].

لدرر و تیسه[4] (۱۹۹۰)، مسئله مشابهی با مدل اولیه هتلینگ (۱۹۲۹) را در فضای شبکه بررسی کرده‌اند. این مدل در جست‌وجوی یافتن مکان و قیمت بهینه است. این مسئله بر مبنای مفروضات وجود دو رقیب، عرضه محصول یکسان و استراتژی قیمت توزیع، با هدف تعیین مکان و قیمت بهینه تعادلی مدل‌سازی شده است [۱۷].

1. Mill pricing
2. Delivered pricing
3. H. Hotelling
4. Lederer and Thisse

مدل توسعه‌یافته هتلینگ در سال ۱۹۹۱، بر مبنای امکان عرضه محصول یکسان با درنظرگرفتن قیمت توزیع، در فضای شبکه و با هدف بیشینه‌ساختن سود ارائه شده است. در این مدل، هر دو شرکت رقیب در مکان، فناوری تولید و قیمت توزیع با هم رقابت می‌کنند. این موقعیت رقابتی در قالب یک بازی دومرحله‌ای مدل‌سازی شده است و نتایج پژوهش، وجود تعادل در مکان، فناوری تولید و قیمت را نشان می‌دهد [۱۴].

گارسیا و همکاران[1] (۲۰۱۰)، بازی مکان - قیمت را در فضای شبکه و گسسته مدل‌سازی کرده‌اند. در مدل آن‌ها تقاضا، نسبت به قیمت حساس است. استراتژی قیمت‌گذاری، قیمت‌گذاری توزیع است. رقبا یک محصول یکسان را به بازار عرضه می‌کنند [۱۲].

پلگرین و همکاران[2] (۲۰۱۱)، پژوهشی به‌منظور یافتن مکان و قیمت تعادلی بر پایه تعادل نش در شرایط رقابتی انجام دادند. مسئله در فضای شبکه در حالت گسسته مدل‌سازی شده است. تقاضای بدون کشش و هزینه تولید ثابت از مفروضات مدل است. در این پژوهش ابتدا قیمت تعادلی تعیین و سپس در مرحله بعد مکان تعادلی مشخص می‌شود. مسئله به‌صورت یک مسئله مکان‌یابی میانه مدل‌سازی و با استفاده از مفاهیم تعادل نش حل شده است [۲۶].

دیازبنز و همکاران[3] (۲۰۱۱)، به بررسی مسئله مکان‌یابی و تعیین قیمت برای حضور هم‌زمان دو رقیب در فضای دوبعدی، با درنظرگرفتن فاصله مشتری تا تسهیل و تقسیم هزینه به نسبت فاصله تا تسهیل پرداخته‌اند. هر دو رقیب امکان ارائه یک محصول به بازار را دارند. با استفاده از مفاهیم تعادل نش، نقطه تعادل با هدف بیشینه‌کردن سود حاصل شده است [۷].

فرناندز و همکاران[4] (۲۰۱۳)، مسئله مکان‌یابی را در فضای صفحه پیوسته با دو متغیر مکان و قیمت در شرایطی که حاشیه سود ثابت و تقاضا کاملاً بدون کشش باشد، مدل‌سازی کردند. در این مسئله، دو رقیب یک محصول یکسان را به بازار عرضه می‌کنند. در این پژوهش برای حل دقیق مسئله در ابعاد کوچک و متوسط از الگوریتم شاخه و حد و در ابعاد بزرگ از الگوریتم ویزفیلد استفاده شد [۱۴].

پلگرین و پلگرین[5] (۲۰۱۷)، مدلی بر اساس بازی‌های مکان و قیمت برای دو رقیب در فضای شبکه ارائه کردند. مدل شرایط متنوع حاصل از دو استراتژی متفاوت قیمت‌گذاری (قیمت‌گذاری بر اساس قیمت تمام‌شده محصول و قیمت‌گذاری با توجه به هزینه حمل) را بررسی می‌کند. در این پژوهش تقاضا ثابت در نظر گرفته شده و وجود یا عدم‌وجود تعادل نش در حالت‌های مختلف تعداد رقبا و استراتژی‌های قیمت‌گذاری بررسی شده است [۲۷].

1. Garcia, et al.
2. Plegrin, et al.
3. Diaz-Banez, et al.
4. Fernandez, et al.
5. Plegrin & Plegrin

اربیب و همکاران[1] (۲۰۲۰)، مدلی برای رقابت بین دو شرکت در فضای خط با فرض وجود تقاضای ثابت و محدودیت بودجه ارائه کردند. مدل با درنظرگرفتن شرایط تعادل استکلبرگ حل شد [۳].

مسائل مکان – قیمت بدون جابه‌جایی تسهیلات. سرا و روله[2] (۱۹۹۹)، مسئله مکان‌یابی و قیمت‌گذاری در شبکه را در فضای گسسته بررسی کردند. در این مسئله یک سازمان خرده‌فروش در شرایطی وارد بازار می‌شود که یک سازمان رقیب با شعبه‌های متعدد خود در آن فعالیت دارد. در این مدل فرض شده است که مشتری ارزان‌ترین تسهیل را انتخاب می‌کند. هر دو رقیب محصولی کاملاً یکسان را به بازار عرضه می‌کنند. استراتژی قیمت‌گذاری در این مدل، قیمت تمام‌شده است؛ بنابراین مشتری هزینه حمل را می‌پردازد. در این پژوهش، مدل برای دو حالت تقاضای ثابت و تقاضا به‌صورت تابعی خطی از قیمت ارائه شده است [۳۲].

فیشر[3] (۲۰۰۲)، مسئله مکان‌یابی تسهیلات را در فضای گسسته شبکه در حالت رقابتی برای ورود ترتیبی n تسهیل با متغیرهای مکان و قیمت محصول مدل‌سازی کرد. در این مسئله تقاضا به‌صورت تابع خطی از قیمت تعریف شده و مسئله به شکل یک مدل ریاضی دومرحله‌ای ارائه شد. در این مدل فرض شده است که امکان اصلاح قیمت‌ها توسط رقبا بعد از تعیین مکان وجود دارد. بر مبنای این فرض و بر اساس تعادل نش، قیمت تعادلی تعیین شده است [۱۱].

لو و همکاران[4] (۲۰۱۰)، یک مدل دوسطحی در فضای شبکه برای تعیین مکان و قیمت بهینه بر اساس رفتار احتمالی مشتری ارائه کردند. در مدل آن‌ها یک سازمان قصد راه‌اندازی تسهیلات جدید در بازاری را داشته که یک رقیب در آن حضور دارد. هر دو رقیب یک محصول یکسان به بازار عرضه می‌کنند. استراتژی قیمت‌گذاری، قیمت تمام‌شده است؛ بنابراین مشتری بر اساس قیمت محصول و فاصله مکانی، تسهیل موردنظر را انتخاب می‌کند. تقاضا برای محصول ثابت و مشخص فرض شده است. در این پژوهش مسئله با استفاده از مفاهیم تعادل نش و الگوریتم جست‌وجوی ممنوع حل شد. در این مدل تابع مطلوبیت مشتری بر اساس فاصله و قیمت است [۱۸].

دیاکوا و کوچتوف[5] (۲۰۱۲)، مدلی برای تعیین مکان و قیمت بهینه دو رقیب در فضای شبکه ارائه کردند. آن‌ها از الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر[6] بهره گرفتند [۶].

1. Arbib, et al.
2. Serra & Revelle
3. Fischer
4. Lu, et al.
5. Diakova & Kochetov
6. Variable neighborhood search

شان و همکاران[1] (۲۰۱۹)، یک مدل ریاضی دومرحله‌ای برای حل مسئله مکان‌یابی و تعیین قیمت در فضای شبکه و با حضور دو رقیب ارائه کردند. در این مدل تقاضا و هزینه تولید برای محصول یکسان، ثابت در نظر گرفته شده است. تابع مطلوبیت مشتری به‌صورت احتمالی و تابع دو عامل قیمت و فاصله تا تسهیل موردنظر است [۳۳].

ویژگی‌های پژوهش‌های صورت‌گرفته در حوزه مسائل مکان ـ قیمت به‌اختصار در جدول ۱، نشان داده شده است.

جدول ۱. مسائل مکان‌یابی رقابتی با درنظرگرفتن متغیر راهبردی قیمت

پژوهش	فضای مسئله	امکان جابه‌جایی تسهیل	رفتار مشتری	تعداد رقبا	نوع بازی	تقاضا	تعداد محصول	روش حل
لدرر و تیسه، (۱۹۹۰)	پیوسته	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	تعادل نش
هتلینگ، (۱۹۹۱)	پیوسته	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	تعادل نش
سرا و روله، (۱۹۹۹)	شبکه	خیر	قطعی	دو	هم‌زمان	تابع خطی قیمت	یک	الگوریتم جست‌وجوی ممنوع
فیشر، (۲۰۰۲)	شبکه	خیر	قطعی	دو	ورود ترتیبی	تابع خطی قیمت	یک	الگوریتم هیورستیک، تعادل استکلبرگ
لو و همکاران، (۲۰۱۰)	شبکه	خیر	احتمالی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	الگوریتم جست‌وجوی ممنوع
گارسیا و همکاران، (۲۰۱۰)	شبکه	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	تابع قیمت	یک	برنامه‌ریزی خطی
پلگرین و همکاران، (۲۰۱۱)	شبکه	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	برنامه‌ریزی خطی
دیازبنز و همکاران (۲۰۱۱)	صفحه پیوسته	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	تعادل نش
دیاکو، (۲۰۱۲)	پیوسته	خیر	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	الگوریتم

1Shan et al

پژوهش	فضای مسئله	امکان جابه‌جایی تسهیل	رفتار مشتری	تعداد رقبا	نوع بازی	تقاضا	تعداد محصول	روش حل
								جست‌وجوی همسایگی متغیر
فرناندز و همکاران، (۲۰۱۴)	صفحه پیوسته	بله	قطعی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	شاخه و حد (برای ابعاد کوچک مسئله) و الگوریتم ویزفیلد (برای ابعاد بزرگ مسئله)
پلگرین و پلگرین، (۲۰۱۷)	شبکه	بله	قطعی	دو / چند	هم‌زمان	ثابت	یک	بررسی وجود یا عدم‌وجود تعادل
شان و همکاران، (۲۰۱۹)	شبکه	خیر	احتمالی	دو	هم‌زمان	ثابت	یک	الگوریتم جست‌وجوی ممنوع
اربیب و همکاران (۲۰۲۰)	خط	بله	احتمالی	دو	متوالی	ثابت	یک	تعادل استکلبرگ
پژوهش حاضر	شبکه	خیر	احتمالی	چند	هم‌زمان	ثابت	یک	الگوریتم جست‌وجوی ممنوع

۳.روش‌شناسی پژوهش

با توجه به اینکه هدف از انجام پژوهش حاضر، یافتن مکان مناسب برای راه‌اندازی شعب یک مؤسسه است، این پژوهش از نظر هدف، توسعه‌ای ـ کاربردی است و با درنظرگرفتن اینکه از مطالعات کتابخانه‌ای و بررسی مبانی نظری موجود استفاده شده ، از نظر ماهیت و روش از نوع توصیفی است. ماهیت پژوهش، مدل‌سازی ریاضی است که از طریق داده‌های کمّی مجازی، ارزیابی می‌شود. به‌منظور حل مدل ریاضی از الگوریتم فراابتکاری استفاده شده است. تنظیم پارامترهای الگوریتم به کمک روش تاگوچی صورت گرفته است. این پژوهش، به‌دنبال پاسخ به سؤال‌های زیر است:

۱. چه تعداد تسهیلات راه‌اندازی می‌شوند؟

۲. مکان قرارگیری تسهیلات جدید در کدام نقطه از میان نقاط منتخب خواهد بود؟

۳. محصول عرضه‌شده به بازار از سوی رقبا با چه قیمتی به‌فروش می‌رسد؟

طراحی مدل ریاضی. مسئله در حالتی طرح می‌شود که در بازار دو شرکت B و C حضور دارند. شرکت تازه‌وارد A قصد دارد مکان راه‌اندازی فروشگاه جدید را از میان نقاط منتخب، انتخاب کند. این نقاط حاصل مطالعات بازار است که با درنظرگرفتن عواملی مانند ترافیک، تقاضا، فضای پارکینگ و غیره تعیین شده است. با توجه به محدودیت بودجه، امکان راه‌اندازی فروشگاه جدید در تمامی نقاط منتخب وجود ندارد.

در این مسئله مشتریان بر اساس میزان مطلوبیت، تسهیل را انتخاب می‌کنند. زمانی که شرکتی جدید وارد بازار شود، بازی قیمت اجتناب‌ناپذیر می‌شود. شرکت‌ها قیمت محصولات خود را تغییر می‌دهند تا تابع مطلوبیت مشتری را به نفع خود تغییر دهند. در این مسئله با توجه به حضور دو رقیب B و C در بازار، قیمت تا قبل از ورود شرکت A به تعادل رسیده است؛ اما ورود شرکت A سبب تغییر سهم بازار و قیمت محصولات شده است. ازآنجاکه مکان و قیمت محصول در شرکت‌های مختلف، متفاوت است، انتخاب مکان جدید و بازی قیمت به تغییر سهم بازار منجر می‌شود که به‌صورت مستقیم بر سودآوری شرکت‌ها تأثیر می‌گذارد. بازی قیمت درنهایت بر اساس تعادل نش به پایان می‌رسد. در این بخش با هدف بهینه‌سازی مکان راه‌اندازی تسهیل جدید و تعیین قیمت تعادلی در حضور سه رقیب و با امکان عرضه دو محصول، مدل ریاضی طراحی شده است.

مفروضات مسئله. فرضیه‌های مسئله که شامل برخی مفروضات کلی که در بیشتر مسائل مکان‌یابی رقابتی دیده می‌شود و مفروضاتی که خاص این پژوهش است، عبارت‌اند از:

ـ تقاضا در گره‌ها قرار دارند؛

ـ فضای مسئله گسسته است؛

ـ تصمیم‌گیری درباره قیمت محصولات هم‌زمان صورت می‌گیرد؛

ـ در شبکه موردبحث، مشتریان خودشان به تسهیلات مراجعه می‌کنند تا تقاضایشان برآورده شود؛

ـ شرکت جدید تنها امکان راه‌اندازی تسهیلات در نقاط منتخب را دارد. مکان، ظرفیت و هزینه راه‌اندازی هر یک از نقاط منتخب، مشخص است؛

ـ مکان نقاط منتخب و شعب رقبا نمی‌توانند بر هم منطبق شوند؛

ـ هر سه رقیب محصولات مشابه را عرضه می‌کنند. مشتری بر اساس قیمت فروش و هزینه سفر، تسهیل موردنظر را انتخاب می‌کند؛

ـ هزینه حمل بر عهده مشتری است؛ بنابراین مشتری بر اساس دو عامل قیمت محصول و فاصله مکانی تا تسهیل، تصمیم‌گیری می‌کند. درصورتی‌که اختلاف محسوسی بین قیمت دو تسهیل وجود نداشته باشد، مشتری تسهیلی را انتخاب می‌کند که نزدیک‌تر باشد. علاوه بر این

چنانچه فاصله تا تسهیل از آستانه تحمل مشتری بیشتر باشد، تقاضا بر اساس تابع مطلوبیت بین دو تسهیل توزیع خواهد شد.

اندیس‌ها و پارامترها و متغیرهای مسئله

I: مجموعه تسهیلات ($I= I_A\ U\ I_B\ U\ I_C$) که I_A مجموعه تسهیلات شرکت A، I_B مجموعه تسهیلات شرکت B و I_C مجموعه تسهیلات شرکت C است.

J: مجموعه نقاط تقاضا

n: تعداد محصولات

P_i^n: قیمت فروش محصول n در تسهیل i

S_i: بیشترین ظرفیت تولید A

b_i: هزینه راه‌اندازی تسهیل جدید A

α_j : تقاضا

r_n: درصدی از تقاضا که به محصول n برمی‌گردد.

d_{ij}: فاصله بین تسهیل i و نقطه تقاضای j

u_{ij}: مطلوبیت تسهیل i برای نقطه تقاضای j

q: هزینه تولید

V: بودجه راه‌اندازی تسهیل جدید

f_{ij}: احتمال اینکه نقطه تقاضای j تسهیل i را انتخاب کند.

x_i: اگر تسهیل در نقطه i راه‌اندازی شود، ۱؛ در غیر اینصورت، صفر.

در مسائل مکان‌یابی ـ قیمت، تصمیم‌گیری درباره مکان باید قبل از تعیین قیمت صورت پذیرد. ازآنجاکه قیمت بر تصمیم‌گیری و تعیین مکان بهینه اثر خواهد داشت، از یک مدل دوسطحی[1] برای حل مسئله مکان‌یابی رقابتی استفاده می‌شود. سطح بالای مدل با هدف بیشینه‌کردن سود شرکت A به دنبال تعیین مکان بهینه تسهیلات جدید است؛ درحالی‌که مدل سطح پایین با استفاده از شرایط تعادل نش در جست‌وجوی یافتن قیمت تعادلی خواهد بود.

سطح بالای مدل

$$max(\sum_n p_n^A - q_n)(\sum_{i\epsilon I_A}\sum_{j\epsilon J}\alpha_j . f_{ij}\ ) - \sum_{i\epsilon I_A} x_i . b_i \qquad (۱)$$

$S.t$

$$\sum_{i\epsilon I_A} x_i . b_i \le V \qquad (۲)$$

1. Bi-Level Model

$$\sum_{i\epsilon I} f_{ij} = 1 \quad \forall j\epsilon J \tag{۳}$$

$$\sum_{j\epsilon J} f_{ij} - x_i \leq 0 \quad \forall i\epsilon I_A \tag{۴}$$

$$\sum_{j\epsilon J} \alpha_i \, f_{ij} \leq S_i \quad \forall i\epsilon I_A \tag{۵}$$

$$x_i \in \{.,1\} \quad \forall i\epsilon I_A \tag{۶}$$

تابع هدف ۱، سود شرکت A را بیشینه می‌سازد. بخش اول تابع هدف سود حاصل از فروش را معین می‌کند؛ درحالی‌که بخش دوم شامل تابع هزینه ثابت راه‌اندازی تسهیلات جدید است.p_n^A قیمت محصولات در فروشگاه‌های شرکت A است که از حل مدل سطح پایین به‌دست می‌آید. p_n^A. در مدل ریاضی سطح بالا مقداری معین است؛ درحالی‌که در مدل ریاضی سطح پایین متغیر است. f_{ij} که به‌صورت زیر تعریف می‌شود، احتمال اینکه مشتری j تسهی i را انتخاب کند، نشان می‌دهد.

$$f_{ij} = f_{ij}(p^A, p^B, p^C) = \frac{\sum_{I_A} u_{ij} x_i}{\sum_{I_A} u_{ij} x_i + \sum_{I_B} u_{ik} + \sum_{I_C} u_{il}}$$

معمولاً تعریف تابع مطلوبیت به سه شکل تابع خطی حاصل‌جمع، تابع حاصل‌ضرب و تابع نمایی متداول است. در این پژوهش تابع مطلوبیت همانند تابع تعریف‌شده در پژوهش‌های لو و همکاران (۲۰۱۰) و شان و همکاران (۲۰۱۹)، به‌صورت نمایی تعریف می‌شود [۱۸، ۳۳]. ازآنجاکه در این مدل بر خلاف آنچه در پژوهش‌های یادشده ارائه شده است، تسهیل امکان عرضه دو محصول را دارد پارامتر ورودی r_{in} $(n\epsilon \{1,2\})$ به‌عنوان نسبتی از تقاضا که به محصول n اختصاص می‌یابد تعریف می‌شود؛ بنابراین نسبتی از تقاضا برای محصول دوم برابر است با $1\text{-}r_{in}$. تابع مطلوبیت به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_{ij} = e^{a - r_{j1}p_{i1} - r_{j2}p_{i2} - bd_{ij}}$$

a شامل موارد مهم دیگری مانند کیفیت، فضای پارکینگ و غیره است که در انتخاب مشتری نقش دارد. r_{j1} و r_{j2} به‌ترتیب درصدی از تقاضا برای محصول اول و دوم هستند. b حساسیت مشتری به فاصله تا تسهیل موردنظر را نشان می‌دهد. محدودیت ۲، محدودیت بودجه است و اطمینان ایجاد می‌کند که شرکت A نمی‌تواند بیشتر از بودجه معین، اقدام به راه‌اندازی تسهیل جدید کند. محدودیت ۳، محدودیت اساسی احتمال است. محدودیت ۴، نشان می‌دهد

مشتری j تنها در صورتی می‌تواند تسهیل i را انتخاب کند که تسهیل i توسط شرکت A ایجاد شده باشد. محدودیت ۵، محدودیت ظرفیت است و نشان می‌دهد تسهیل i نمی‌تواند بیشتر از ظرفیت معین به مشتری محصول عرضه کند. محدودیت ۶، متغیرهای تصمیم را تعریف می‌کند.

سطح پایین مدل. ازآنجاکه مکان در این قسمت، معین است قیمت تنها عاملی است که بر میزان مطلوبیت تأثیر دارد. در این مدل بازی قیمت یک بازی ایستا بر پایه اطلاعات کامل است. مدل سطح پایین مسئله به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$max(\sum_n p_n^A - q_n)(\sum_{i\epsilon I_A}\sum_{j\epsilon J}\alpha_j . f_{ij}\ ) - \sum_{i\epsilon I_A} x_i . b_i \quad (۷)$$

$$max(\sum_n p_n^B - q_n)(\sum_{i\epsilon I_A}\sum_{j\epsilon J}\alpha_j . f_{ij}\ ) \quad (۸)$$

$$max(\sum_n p_n^C - q_n)(\sum_{i\epsilon I_A}\sum_{j\epsilon J}\alpha_j . f_{ij}\ ) \quad (۹)$$

$S.t$

$$P_n^A \geq q_n \quad (۱۰)$$

$$P_n^B \geq q_n \quad (۱۱)$$

$$P_n^C \geq q_n \quad (۱۲)$$

$$\sum_{i\epsilon I} f_{ij} = 1 \quad \forall j\epsilon J \quad (۱۳)$$

$$\sum_{j\epsilon J} f_{ij} - x_i \leq 0 \quad \forall i\epsilon I_A \quad (۱۴)$$

$$\sum_{j\epsilon J} \alpha_i\ f_{ij} \leq S_i \quad \forall i\epsilon I_A \quad (۱۵)$$

توابع هدف ۷ تا ۹، توابع سود سه شرکت A، B و C هستند؛ درحالی‌که شرکت A مکان راه‌اندازی تسهیل جدید را انتخاب کرده است. محدودیت‌های ۱۰، ۱۱ و ۱۲، تضمین می‌کنند که قیمت فروش باید بیشتر از هزینه تولید باشد. محدودیت‌های بعدی همانند محدودیت‌های ۴ تا ۶، عمل می‌کنند. در این قسمت از مدل، قیمت محصول متغیر تصمیم است و x_i معین است.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مدل ریاضی با افزایش محدودیت‌ها و متغیرهای لازم در نرم‌افزار گمز ایجاد شد. ازآنجاکه مسئله مکان‌یابی رقابتی با درنظرگرفتن متغیر راهبردی قیمت یک مسئله NP- hard است و یافتن جواب بهینه در زمان کوتاه برای این مسئله غیرممکن است، یک الگوریتم فراابتکاری برای حل

مسئله ارائه شد [۱۸، ۳۲، ۳۳]. رایج‌ترین الگوریتم‌های عمومی شناخته‌شده برای حل مسائل مکان‌یابی الگوریتم‌های جست‌وجوی ممنوع، ژنتیک و تبرید است. طبق مقایسه‌ای که ماروین و همکاران در سال ۲۰۰۶ بین عملکرد سه الگوریتم بالا در حل مسائل مکان‌یابی، انجام دادند الگوریتم جست‌وجوی ممنوع[1] دارای بهترین عملکرد برای حل انواع مسائل مکان‌یابی است [۲۳]. الگوریتم جست‌وجوی ممنوع شامل زنجیره‌ای از حرکات از یک جواب بهینه محلی به جواب بهینه محلی دیگر است. بهترین بهینه محلی به‌عنوان خروجی نهایی الگوریتم در پایان این فرایند به‌دست می‌آید. حرکت به سمت فضای جدید، درحالی‌که هیچ جواب بهتری در همسایگی‌های فعلی وجود نداشته باشد، نکته کلیدی الگوریتم جست‌وجوی ممنوع است [۵].

الگوریتم مورداستفاده در این پژوهش توسعه‌یافته الگوریتم پیشنهادی شان و همکاران (۲۰۱۹) است [۳۳]. برای حل مسئله، ابتدا قیمت و جواب اولیه که در محدوده مسئله موردبحث قرار داشته باشد، تعیین و از حل مدل ریاضی سطح پایین قیمت‌های تعادلی به‌دست می‌آید که این قیمت‌ها به‌عنوان ورودی جدید برای مدل ریاضی سطح بالا محسوب می‌شوند. این فرایند تا یافتن بهترین پاسخ (بیشترین سود شرکت A) ادامه می‌یابد. گام‌های اساسی الگوریتم حل به‌این صورت است:

۱. نخست قیمت اولیه محصول و اولین مجموعه جواب شدنی مکان قرارگیری تسهیلات جدید X_0 که در محدوده مسئله سطح بالا قرار گیرد، تعیین می‌شود؛ سپس پارامترهای الگوریتم جست‌وجوی ممنوع تنظیم می‌شود. X_0 در این مرحله به‌عنوان جواب بهینه و مکان فعلی منظور می‌شود. فعلاً فهرست ممنوع خالی است.

۲. مدل ریاضی سطح پایین با استفاده از جواب بهینه مدل ریاضی سطح بالا حل و مجموعه جواب‌ها شامل قیمت‌هایی که بر اساس نتایج تعادل نش تعیین شده است، به‌دست می‌آید. درصورتی‌که نتایج با شرایط خاتمه الگوریتم منطبق باشد، الگوریتم پایان می‌یابد؛ در غیر این‌صورت به مرحله سوم می‌رود؛

۳. تابع هدف مدل سطح بالا با استفاده از قیمت‌های جدید که در مرحله ۲ به‌دست آمده‌اند، محاسبه می‌شود؛

۴. برای جواب فعلی همسایگی تعریف شده و بهترین جواب منتخب تعیین می‌شود؛

۵. اگر جواب منتخب شرایط رضایتمندی را محقق کرد، جواب بهینه منتخب به‌عنوان جواب فعلی لحاظ می‌شود. جواب بهینه و فهرست ممنوع به‌روزشده و در گام بعدی، الگوریتم به مرحله ۷ و در غیر این‌صورت به مرحله ۶ می‌رود.

1. Tabu Search Algorithm

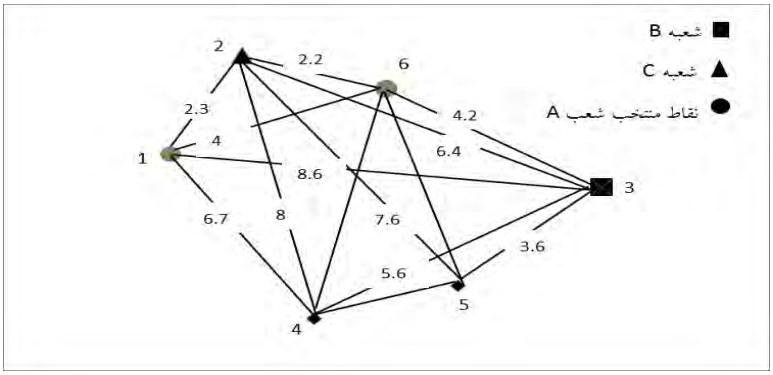
۶. جواب بهینه‌ای که در فهرست ممنوع نباشد، انتخاب و جواب فعلی و فهرست ممنوع مجدداً به‌روز می‌شود.
۷. اگر شرایط خاتمه الگوریتم در مدل سطح بالا محقق شود، الگوریتم به مرحله ۲ و در غیر این‌صورت به مرحله ۴ می‌رود.

مثال عددی. به‌منظور اعتبارسنجی روش پیشنهادی از مثال عددی استفاده می‌شود و نتایج حاصل از آن مورد ارزیابی قرار می‌گیرد. مسئله با استفاده از دو مثال عددی در اندازه‌های کوچک و بزرگ حل می‌شود. شرکت A در حالی وارد بازار جدید می‌شود که دو شرکت B و C در بازار حضور دارند. هر سه شرکت دو محصول مشابه را به بازار عرضه می‌کنند؛ بنابراین با ورود رقیب جدید و راه‌اندازی تسهیلات جدید و تلاش برای تصاحب سهم بازار بیشتر، تعادل قیمتی از بین رفته و رقبا وارد بازی قیمت برای دستیابی به تعادل خواهند شد. پارامترهای مشترک در هر دو مسئله شامل موارد زیر می‌شوند: قیمت اولیه دو محصول در B، ۶۸ و ۴۸ و در C، ۶۰ و ۵۰ و هزینه تولید محصول اول و دوم به‌ترتیب معادل ۴۰ و ۲۳ واحد است. مقدار پارامتر a، b، r_{i1} و r_{i2} در تابع مطلوبیت به ترتیب برابر با مقدار عددی ۱، ۰/۱۰۰، ۰.۴ و ۰/۶ در نظر گرفته شده است. اطلاعات مربوط به سایر داده‌های مسئله اول و شبکه ارتباطی بازار به‌ترتیب در جدول ۲ و شکل ۱، نشان داده شده است.

جدول ۲. اطلاعات مربوط به ظرفیت تولید و هزینه ثابت راه‌اندازی تسهیلات A

شماره گره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
تقاضا	۱۴۲	۲۵۶	۱۵۹	۱۹۰	۱۸۶	۱۶۷
مکان قرارگیری شعبه B	۳					
مکان قرارگیری شعبه C	۲					
نقاط منتخب شعب A	۱	۶				
هزینه ثابت	۱۲۰۰	۱۴۰۰				
ظرفیت تولید	۳۰۰	۴۵۰				
بودجه راه‌اندازی	۲۰۰۰					

پرتال جامع علوم انسانی



شکل ۱. شبکه مسئله با شش گره

نتایج حاصل از حل مسئله در جدول ۳، با یک بار اجرای الگوریتم، نشان داده شده است.

جدول ۳. نتایج حاصل از حل مسئله در اندازه کوچک

مکان قرارگیری تسهیلات A	قیمت محصول اول در A	قیمت محصول دوم در A	سود A	قیمت محصول اول در B	قیمت محصول دوم در B	سود B	قیمت محصول اول در C	قیمت محصول دوم در C	سود C
گره ۶	۶۸/۲۴	۶۵/۵	۲۶۴۰۰	۶۸/۳	۶۵	۲۷۱۵۹	۶۸	۶۵/۷	۳۴۸۰۰

مسئله دوم، شبکه‌ای شامل ۵۵ گره است که بارها در پژوهش‌های متعدد استفاده شده است.[۳۲] شعب شرکت B در گره‌های ۱، ۵، ۷، ۱۴ و شعب شرکت C در گره‌های ۱۰، ۱۷، ۳۶ قرار دارد. نقاط منتخب برای راه‌اندازی تسهیلات شرکت شامل گره‌های ۴، ۸، ۲۰، ۲۴، ۳۱، ۴۰ است. ظرفیت تولید و هزینه ثابت راه‌اندازی هر یک از شعب شرکت A در جدول ۴، مشاهده می‌شود. بودجه دردسترس ۶۰۰۰ واحد پولی است.

جدول ۴. اطلاعات مربوط به ظرفیت تولید و هزینه ثابت راه‌اندازی تسهیلات A

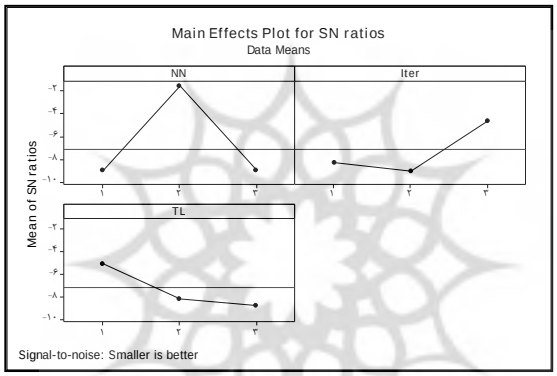
مکان منتخب	۴	۸	۲۰	۲۴	۳۱	۴۰
ظرفیت تولید	۱۳۰۰	۱۴۵۰	۱۴۰۰	۱۲۰۰	۱۵۰۰	۱۲۵۰
هزینه ثابت	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۲۰۰	۱۰۰۰	۱۱۰۰	۱۲۰۰

نتایج محاسبات عددی. با استفاده از روش تاگوچی و با کمک نرم‌افزار مینی‌تب، پارامترهای الگوریتم مسئله تنظیم شده‌اند. روش تاگوچی با کم‌کردن تعداد آزمایش‌ها زمان تنظیم پارامتر را کاهش می‌دهد. الگوریتم جست‌وجوی ممنوع دارای سه پارامتر است که برای هر یک از این پارامترها سه سطح متفاوت در نظر گرفته شده است. جدول ۵، پارامترها و سطوح موردنظر را

نشان می‌دهد. به‌این ترتیب، الگوریتم جست‌وجوی ممنوع دارای L9 آرایه عمود بر هم است. مقدار الگوریتم با پارامترهای مشخص‌شده در جدول۵، اجرا و نتایج با استفاده از نرم‌افزار مینی‌تب تحلیل شد تا بهترین سطوح پارامترها برای الگوریتم به دست آید. اعداد بالاتر در نمودار S/N نمایانگر مقادیر بهتر برای پارامتر است. نمودارهای S/N برای الگوریتم جست‌وجوی ممنوع در نمودار ۱، نشان داده شده است. در الگوریتم پیش رو، بهترین سطح برای فاکتور NN (تعداد همسایگی) سطح دوم، برای فاکتور Iter (تعداد تکرار) سطح سوم و برای فاکتور TL (فهرست ممنوع) سطح اول است.

جدول ۵. فاکتورها و سطوح آزمایش الگوریتم جست‌وجوی ممنوع

	فهرست ممنوع	تعداد تکرار	تعداد
۱	۲	۱۰۰	۱۰۰
۲	۳	۵۰	۲۰۰
۳	۴	۲۵	۲۵۰



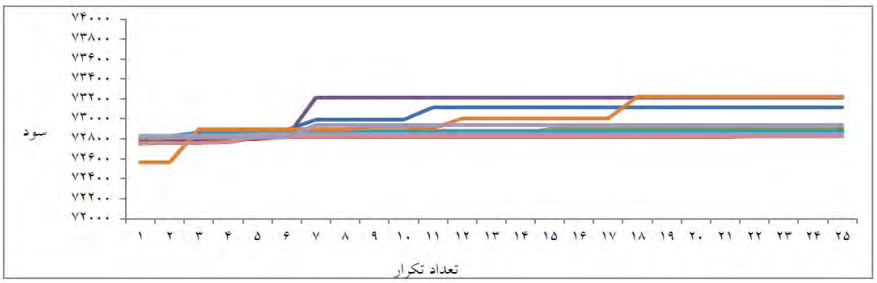
نمودار ۱. نمودار سیگنال به نویز

پس از تعیین ورودی‌ها و تنظیم پارامترهای مسئله، مدل با کمک نرم‌افزار متلب حل و نتایج حاصل از حل مدل در جدول ۶، نشان داده شده است.

جدول ۶. نتایج حاصل از حل مدل

مکان قرارگیری تسهیلات A	قیمت محصول اول در A	قیمت محصول دوم در A	سود A	قیمت محصول اول در B	قیمت محصول دوم در B	سود B	قیمت محصول اول در C	قیمت محصول دوم در C	سود C
گره ۳۱	۶۸/۱۴	۶۵/۳	۷۲۸۳۰	۶۸	۶۵/۲	۸۰۱۱۳	۶۷/۶	۶۵/۷	۳۴۸۰۰

با هدف ارزیابی روش حل پیشنهادی برای مسئله پیش‌رو، محاسبات چندین بار تکرار شد که نتایج حاصل از ۱۰ بار تکرار در نمودار ۲، نشان داده شده است. همان‌طور که نمودار نشان می‌دهد، سود شرکت A تا تکرار ۶ یا ۷ در حال رشد است و سپس به‌آرامی افزایش می‌یابد تا از تکرار ۱۵ به بعد به سود تقریبی ۷۳۰۰۰ می‌رسد؛ بنابراین روش حل پیشنهادی از ثبات و روایی مطلوبی برخوردار است.



نمودار ۲. نمودار همگرایی الگوریتم حل

تحلیل حساسیت. در این بخش، حساسیت مدل با تغییر عواملی مانند قیمت اولیه محصولات در شرکت B و قیمت اولیه محصولات در شرکت C، بودجه راه‌اندازی و مکان قرارگیری هر یک از تسهیلات تحلیل می‌شود.

الف) قیمت اولیه محصولات B. قبل از ورود شرکت A، بازار با حضور دو رقیب B و C در وضعیت تعادل قرار دارد. در این قسمت بررسی می‌شود که تغییر قیمت محصولات B در شرایطی که قیمت محصولات C ثابت است، چه تأثیری بر میزان سودآوری شرکت A خواهد داشت. با توجه به جدول ۷، چنانچه یکی از رقبا با هدف افزایش سود، محصولات خود را با قیمت بالاتری عرضه کند، رقیب تازه‌وارد با هدف افزایش سهم بازار، تعداد شعبه‌هایش را افزایش خواهد داد. ازآنجاکه در این پژوهش، تقاضا به‌صورت ثابت تعریف شده است، افزایش قیمت محصول بر تعداد تسهیلات جدید تأثیر دارد.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

جدول ۷. تأثیر تغییرات قیمتی محصولات B

قیمت اولیه محصول اول در B	قیمت اولیه محصول دوم در B	مکان قرارگیری تسهیلات A	قیمت محصول اول در A	قیمت محصول دوم در A	سود A	قیمت محصول اول در B	قیمت محصول دوم در B	قیمت محصول اول در C	قیمت محصول دوم در C
۵۵	۳۸	۳۱	۶۰/۵	۵۰/۵	۴۹۰۹۸	۶۰/۴	۵۰/۴	۶۰	۵۰/۱
۶۳	۴۵	۳۱	۶۳/۲	۵۰/۵	۶۲۹۵۹	۶۳	۵۰/۳	۶۲/۷	۵۰
۷۳	۵۵	۴۰ ،۳۱	۷۳/۲	۵۵/۲	۹۶۵۰۳	۷۳	۵۵/۱	۷۲/۷	۵۴/۵
۷۸	۵۸	۴۰ ،۳۱ ،۲۰	۷۷/۶	۵۸/۲	۱۳۸۶۸۱	۷۸/۳	۵۸	۷۸	۵۷/۶

ب) قیمت اولیه محصولات دو شرکت B و C. در این بخش، تأثیر تغییر قیمت اولیه محصولات هر دو شرکت B وC بر سودآوری و مکان قرارگیری تسهیلات A بررسی می‌شود که نتایج در جدول ۸، قابل‌مشاهده است. افزایش قیمت عرضه محصولات در بدو ورود A به بازار، به افزایش جذابیت بازار و افزایش تعداد تسهیلات راه‌اندازی‌شده منجر می‌شود. تکرار تقریبی نتایج جدول‌های ۷ و ۸، نشان‌دهنده کارایی الگوریتم پیشنهادی است.

جدول ۸. تأثیر تغییرات قیمتی محصولات B و C

قیمت اولیه محصول اول در B	قیمت اولیه محصول دوم در B	قیمت اولیه محصول اول در C	قیمت اولیه محصول دوم در C	مکان قرارگیری تسهیلات A	قیمت محصول اول در A	قیمت محصول دوم در A	سود A
۵۷	۴۰	۵۵	۴۵	۳۱	۵۷/۱۴	۴۵/۴	۴۰۲۸۸
۶۳	۴۵	۶۵	۵۵	۳۱	۶۵/۵	۵۵/۵	۵۹۶۴۰
۷۰	۵۰	۶۸	۶۰	۳۱،۴۰	۷۰/۲	۶۰/۵	۹۷۸۸۸
۷۳	۵۵	۷۵	۶۵	۲۴ ،۳۱	۷۵/۶	۶۵/۳	۱۲۶۷۸۲

ج) بودجه راه‌اندازی تسهیلات. طبق جدول ۹، با افزایش مقدار بودجه، امکان راه‌اندازی تسهیلات بیشتر فراهم می‌شود؛ اما میزان افزایش سود با مقدار افزایش بودجه و افزایش تعداد تسهیلات متناسب نیست. زمانی‌که A تلاش می‌کند تا از طریق افزایش بودجه و راه‌اندازی تسهیلات بیشتر سهم بازار بیشتری را تصاحب کند، رقبا (B و C) سعی می‌کنند تا از طریق کاهش قیمت‌ها و افزایش جذب تقاضای مشتری، میزان سود نهایی A را کاهش دهند و بازار را کنترل کنند.

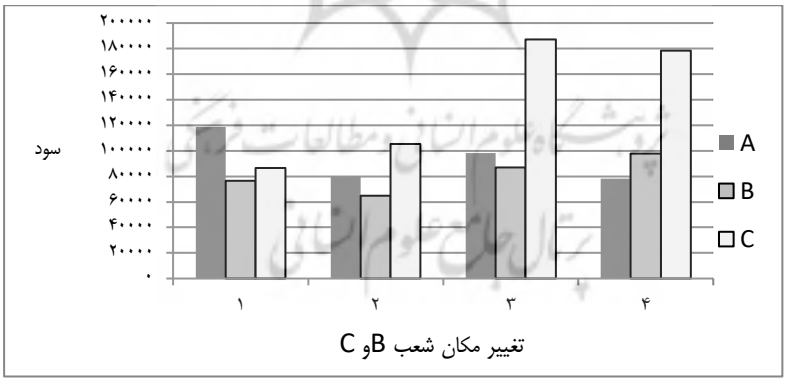
جدول ۹. تأثیر تغییرات بودجه راه‌اندازی تسهیلات

بودجه	مکان قرارگیری تسهیلاتA	قیمت محصولات A	قیمت محصولاتB	قیمت محصولات C	سود A
۴۰۰۰	۳۱	۶۸/۱ ۶۵/۳	۶۸ ۶۵/۲	۶۷/۶ ۶۴/۸	۷۲۸۴۳
۷۰۰۰	۲۴،۳۱	۶۸/۱ ۶۵/۴	۶۸ ۶۵/۳	۶۷/۶ ۶۵	۱۰۸۸۶۵
۹۰۰۰	۸،۲۰،۲۴،۳۱	۶۶/۵ ۶۴/۳	۶۷/۳ ۶۵	۶۷ ۶۵/۵	۱۷۸۳۴۵
۱۲۰۰۰	۸،۲۰،۳۱،۴۰	۶۷/۸ ۶۴	۶۸ ۶۵/۲	۶۷/۶ ۶۵	۱۹۸۳۵۶

د) مکان قرارگیری تسهیلات رقبا. با تغییر مکان تسهیلات B و C، میزان سود A تغییر خواهد کرد. جدول ۱۰، نتایج تغییر سود هر یک از سه رقیب را در برابر تغییر مکان تسهیلات B و C، نشان می‌دهد. طبق یافته‌های مطالعه تحلیل حساسیت، تغییر مکان تسهیلات رقبا تأثیر زیادی بر سود و مکان قرارگیری تسهیلات A می‌گذارد. نمودار ۳، تغییرات سود هر یک از رقبا (A, B, C) را به‌ازای تغییر مکان تسهیلات B و C نشان می‌دهد.

جدول ۱۰. تأثیر تغییر مکان تسهیلات بر سود A

مکان قرارگیری تسهیلات B	مکان قرارگیری تسهیلات C	مکان قرارگیری تسهیلات A	سود B	سود C	سود A
۱۴ ،۷ ،۱،۵	۱۰ ،۱۷ ،۳۶	۴۰ ،۳۱ ،۲۰ ،۸ ،۴	۸۶۷۲۳	۷۶۶۰۰۰	۱۱۸۵۶۲
۲۷ ،۱۲ ،۵ ،۳	۱۵ ،۱۷ ،۴۶	۴۰ ،۸	۱۰۵۴۲۳	۶۵۰۲۳	۷۹۸۰۰
۳۷ ،۲۳ ،۱۶ ،۶	۳۵ ،۱۱ ،۵۰	۳۱ ،۴	۱۸۷۲۵۶	۸۷۱۳۵	۹۸۳۲۴
۴۷ ،۲۵ ،۱۲ ،۹	۴۵ ،۱۹ ،۵۲	۳۱ ،۲۰	۲۷۸۲۴۰	۹۷۸۶۵	۷۸۲۷۷



نمودار ۳. تغییرات سود با تغییر مکان قرارگیری تسهیلات

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با توجه به اهمیت موضوع رقابت در تصمیم‌گیری‌های مرتبط با تعیین مکان تسهیلات، در این پژوهش مسئله مکان‌یابی رقابتی مدل‌سازی شده است. با توجه به پیچیدگی‌های موجود در مسائل مکان‌یابی رقابتی تسهیلات، غالباً پژوهشگران برای ارائه مدل و حل مسئله، فرض عرضه یک محصول به بازار را در نظر گرفته‌اند. در پژوهش حاضر، بر خلاف پژوهش‌های قبلی در این حوزه، موضوع تعیین قیمت برای دو محصول متفاوت بررسی شده است. رفتار مشتری به‌صورت احتمالی در نظر گرفته شده و با توجه به عرضه دو محصول به بازار از سوی رقبا، با کمک تابع مطلوبیت نمایی به‌صورت یک تابع دومتغیره تعریف شده است.

در اغلب پژوهش‌های پیشین مسئله در حالتی بررسی شده است که تنها دو شرکت در جذب تقاضای مشتری، با هم رقابت می‌کنند و یا به‌عبارت‌دیگر ورود شرکت جدید به بازار انحصاری رخ می‌دهد. در پژوهش حاضر، شرایط مسئله به‌گونه‌ای تعریف شده که سه رقیب در بازار وجود دارند. در این مسئله، شرکت تازه‌وارد در حالی قصد راه‌اندازی تسهیلات جدید را دارد که دو شرکت در بازار فعال هستند. هرچند با درنظرگرفتن شرایط بالا، مدلی تعریف شده که قادر به ارائه تصویر بهتری از شرایط واقعی است، اما در مقایسه با مدل‌های قبلی، تعداد متغیرها و محدودیت‌ها و درنهایت پیچیدگی‌های مدل، بیشتر است. مدل ریاضی پژوهش، یک مدل ریاضی دومرحله‌ای است که در مرحله نخست مکان قرارگیری تسهیلات و در مرحله بعد با توجه به نتایج تعادل نش، قیمت تعیین شده است.

با توجه به پیچیدگی مسائل مکان‌یابی از الگوریتم فرابتکاری برای حل مسئله استفاده شد. با توجه به پژوهش‌های پیشین و کارایی الگوریتم، الگوریتم جست‌وجوی ممنوع به‌کار رفت. تنظیم پارامترهای الگوریتم به کمک روش تاگوچی صورت گرفت. با توجه به نتایج تکرار الگوریتم، روش حل از پایایی و روایی مطلوبی برخوردار است. تحلیل حساسیت مدل با تمرکز بر قیمت اولیه رقبا بررسی شد. مدل به‌خوبی انعکاس‌دهنده شرایط بازار در وضعیت غیر انحصاری است. در شرایطی که قبل از ورود شرکت جدید، دو رقیب در بازار حضور دارند، آنچه بر سودآوری شرکت جدید تأثیر می‌گذارد، تغییر قیمت تعادلی است. در پژوهش‌های قبلی با وجود حضور یک شرکت انحصاری در بازار تا قبل از ورود رقیب جدید، قیمت انحصاری، قیمت تعیین‌کننده است؛ اما در پژوهش حاضر، با درنظرگرفتن وجود دو رقیب و فرض وجود تعادل اولیه در بازار، قیمت تعادلی تعیین‌کننده مکان و سود شرکت تازه‌وارد است. ورود به بازاری که در آن رقابت چندقطبی وجود دارد باید با ملاحظات جدی‌تری صورت گیرد. ، نتایج همچنین نشان می‌دهد محل قرارگیری تسهیلات رقبا بر تعیین مکان راه‌اندازی تسهیلات جدید و سودآوری تأثیر دارد. فاصله هر تسهیل تا نقطه تقاضا و میزان تقاضای هر گره دو عامل مهم در تعیین مکان تسهیلات جدید هستند، نتایج حاکی از آن است که مدل پژوهش این ارتباط را به‌خوبی نشان می‌دهد.

پیشنهاد می‌شود در تابع مطلوبیت علاوه بر قیمت و فاصله تا تسهیل عوامل دیگری مثل کیفیت محصولات/ خدمات، جذابیت و غیره لحاظ شود. در این پژوهش تقاضا ثابت در نظر گرفته شده است. در پژوهش‌های آتی می‌توان تقاضا را کشش‌پذیر تعریف کرد؛ همچنین پیشنهاد می‌شود مسئله در فضای غیرقطعی بررسی شود. با توجه به تأثیر مکان قرارگیری تسهیلات رقبا، پیشنهاد می‌شود مسئله در شرایط بازی استکلبرگ بررسی شود.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

منابع

1. Aboolian, R., Oded, B., & Krass, D. (2021). Optimizing facility location and design. *European Journal of Operational Research*, *289(1)*, 31-43.
2. Alimi, A., Kazemi, M., Pooya, A. & Naji Azimi, Z. (2018).Presenting a maximum capture model by calculating the interval facility number and taking into account the cost objective function. *The Journal of Industrial management Perspective*, *8(30)*, 71-83. (In Persian)
3. Arbib, C., Pinar, M. C., & Tonelli, M. (2020). Competitive location and pricing on a line with metric transportation cost. *European Journal of Operational Research*, 28(1), 188-200.
4. Ashtiani, M. (2016). Competitive location: a state-of-art review. *International Journal of Industrial Engineering Computations*, *7(1)*, 1-18.
5. Bitaraf, A. (2021). The use of the tabu search methaheuristic to solve location problems: a review. *Application of geography information system and remote sensing in planning*, *12(1)*, 26-40. (In Persian)
6. Diakov., Z. & Kochetov, Yu. (2012). A double VNS heuristic for the facility location and pricing problem. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 39, 29–34.
7. Diaz-Banez, J.M., Heredia, M., Pelegrin, B., Perez-Lantero, P. & Ventura, I. (2011). Finding all pure strategy Nash equilibria in a planar location game. *European Journal of Operational Research*, *214*, 91–98.
8. Drezner, T. (2014). A review of competitive facility location in the plane. *Logestic research*, 7, 102-114.
9. Eiselt, H.A. & Marianov, V. (2011). *Foundation of Location Analysis*. Springer .Newyork
10. Fernandez, J., Salhi, S. & G-Toth, B.(2014). Location equilibria for a continuous competitive facility location problem under delivered pricing.Computers & Opration Research,41(1):185-195
11. Fischer, K. (2002). Sequential Discrete *p*-Facility Models for Competitive Location Planning. *Annals of Operations Research, 111*, 253–270.
12. García, M.D., Pelegrín, B. & Fernández, P. (2011). Location Strategy for a Firm Under Competitive Delivered Prices. *Ann Reg Sci*, 47, 1–23.
13. Godinho., P & Dias.,J.(2010). A two-player competitive discrete location model with simultaneous decisions. *European Journal of Operational Research*, *207*, 1419–1432.
14. Hotelling, H. (1991).The Economics of Exhaustible Resoources. *Bulletin of Mathematical Biology, 53*, 281–312.
15. Karakitsiou, A. (2015). *Modeling Discrete Competitive Facility Location*. Springer. 1st ed. Newyork.
16. Laporte, G., Nickel, S. & da Gama, F. (2015). Location science. *Springer International Publishing Switzerland*.
17. Lederer, P.J. & Thisse, J.F. (1990). Competitive Location on Networks under Delivered Priving. *Operations Research Letters*, *9*, 147-153.
18. Lu, X., Li, J. & Yang, F. (2010). Analyses of location-price game on network with stochastic customer behavior and its heuristic. *J Syst Sci Complex*, *23*, 701–714.

19. Maa, H., Lia, X., Guana, X., Zhaob, X. & Wangb, L. (2020). A single-facility competitive location problem in the plane based on customer choice rules. *Journal of Data, Information and Management, 2(4),* 323-336
20. Mai, T. & Lodi, A. (2020). A multicut outer-approximation approach for competitive facility location under random utilities. *European Journal of Operational Research*, 284(3), 874-881.
21. Makui, A., Sarajian, A. &Torkestani, S. (2014). Review on Facility location with game theory papers. Journal of industrial engineering research in production systems, 2(3), 1-19 (In Persian)
22. Makui, A., Ghousi, R. & Asadi, Z.(2021). A Review of Competitive Facility location. Journal of industrial engineering research in production systems, *8(17),* 227-273. (In Persian)
23. Marvin, A., Jr., Sukran, N., Basheer M. (2006). An empirical comparison of Tabu Search, Simulated Annealing, and Genetic Algorithms for facilities location problems. *Int. J. Production Economics*, *103*, 742–754.
24. Miliotis, P., Dimopoulou, M., & Giannikos, I. (2002). A hierarchical location model for locating bank branches in a competitive environment. *International transactions in operational research, 9(5),* 549-565.
25. Mohaghar, A., & Ariaee, S. (2017).Location using GIS and Weighted Maximum covering model. *The Journal of Industrial management Perspective*, *26*, 9-22. (In Persian)
26. Plegrin, B., Dorta-Gonzales, P. & Hernandez, P. (2011). Finding location equilibria for competing firms under delivered pricing. *Journal of the Operational Research Society*, *62*, 729 –741.
27. Plegrin, M., & Plegrin, B. (2107). Nash equilibria in location games on a network. *OR Spectrum, 39,* 775-791.
28. Qi, M., Xia, M., Zhang, Y., & Miao, L.(2017) Competitive Facility Location Problem with Foresight Considering Service Distance Limitations. Computers & Industrial Engineering, 112, 483-491.
29. Raoufinia, M. Baradaran, V., & Sharjerdi, R. (2018). A dynamic game theory model for analyzing competition in the oligopoly markets. *The Journal of Industrial management Perspective, 8(31),* 63-94. (In Persian)
30. Redondo, L., Fernandez, J.L., Garcia, J. & Ortigosa, P.M. (2008). Heuristics for the facility location and design *(*1|1*)*-centroid problem on the plane. *Springer Science+Business Media, LLC*.
31. Rohaninejad, M., Navidi, H., Nouri, B. V., & Kamranrad, R. (2017). A new approach to cooperative competition in facility location problems: Mathematical formulations and an approximation algorithm. *Computers and Operations Research, 83,* 45-53.
32. Serra, D., & ReVelle, C. (1999). Competitive Location and Pricing on Networks. *Geographical Analysis, 31,* 109–129.
33. Shan, W., Yan, Q., Chao Chen, Mengjie Zhang, M., Yao, B., & Fu, X. (2019). Optimization of competitive facility location for chain stores. Annals of Operations research,273(1-2):187-205
34. Zanjirani Farahani, R., & Hekmatfar, M. (2009). Facility Location Concepts, Models, Algorithms and Case Studies. *Chapter, 12,* 270-294.

35. Zanjirani Farahani, R., Asgri, N., Heidari, N., Hosseinnia, M. & Goh, M. (2014). Covering problems in facility location: A review. *Computers & Industrial Engineering, 62,* 368–407.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی