

## کاربرد نظریه بازی در تحلیل دفاع موشکی ضد بالستیک

حمید بیگدلی<sup>۱</sup>

### چکیده

یکی از مسائل مهم در طرح‌ریزی راهبردی، مدیریت دفاع از پایانه سیلوهای موشک بالستیک قاره‌پیما است. تاکتیک‌های مختلفی برای بالا بردن احتمال حفظ این سیلوه‌ها در برابر حمله اولیه دشمن مطرح شده است. علاوه بر استفاده از فناوری‌های جدید، مدیریت فناوری‌ها در موفقیت بیشتر و شکست کمتر اهمیت زیادی دارد. بازی جنگ یکی از روش‌های مدیریت دفاعی محسوب می‌شود. پشتیبان تصمیم بازی جنگ ممکن است از روش‌های مختلف ریاضیات و هوش مصنوعی در کنار تجربیات خبرگان نظامی استفاده کند. نظریه بازی یکی از روش‌های مرسوم مورد استفاده در مدل‌سازی و حل مسائل تصمیم‌گیری نظامی است. به‌عنوان نمونه، نحوه تخصیص موشک‌ها و رهگیرها در حمله و دفاع بخشی از مدیریت فناوری محسوب می‌شود. در دفاع موشکی ضد بالستیک می‌توان با تخصیص تعداد بهینه موشک‌های رهگیر به پایانه‌های دفاع شده، تعداد سیلوهای حفظ شده را افزایش داد. در این مقاله نحوه به‌کارگیری نظریه بازی برای تحلیل و مدل‌سازی این مسئله مورد مطالعه قرار گرفته است. راهبرد بهینه هر دو طرف آبی (مدافع) و قرمز (مهاجم) مورد بررسی قرار گرفته است، یعنی مدافع چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم چگونه موشک‌های بالستیک چندکلاهک را توزیع کند. این مسئله به‌صورت یک بازی مجموع ثابت که حالت خاصی از بازی مجموع صفر است، مدل‌سازی شده است. سپس، با استفاده از روش کمینه-بیشینه و بیشینه-کمینه به حل مسئله و محاسبه نقطه تعادل پرداخته شده است.

**واژگان کلیدی:** نظریه بازی، بازی جنگ، دفاع موشکی، بازی مجموع ثابت، بازی مجموع صفر.

<sup>۱</sup> پژوهشگر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

## Application of Game Theory in Anti-Ballistic Missile Defense

Bigdeli H.<sup>1</sup>

### ABSTRACT

One important problem in strategical planning is about defense management of the silos, including continental ballistic missile. Various tactics are employed in order to increase the possibility of successful protection of such silos in response to the first attack of the enemy. In addition to new technologies, management of technologies is far important in success and less important in failure. Wargaming is regarded as one of the defense management methods. Decision-maker uses different mathematics and Artificial Intelligence methods besides the experiences of military intellectuals. Game theory is a method of modelling and solving the problem of decision-making in military terms. For example, how decisions are going to allocate to defense and attack sectors is one of the application of technology management. In anti-ballistic missile defense, it is possible to allocate the optimal number of way-finder missiles toward the defended silos, increasing the protected silos. In this research, the way of employing game theory in order to analyze and model this problem is used, that is, the defender how to allocate way-finder missiles, and the attacker how distribute the multi-headed ballistic missiles. This problem is considered as a constant-sum game, which is a type of the zero-sum game. Finally, by using min-max and max-min methods, the solution and the equilibrium are presented.

**KEYWORDS:** Game Theory, Wargaming, Missile Defense, Constant-sum Game, Zero-sum Game

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی  
پرتال جامع علوم انسانی

---

<sup>1</sup> Researcher in institute for the study of war, Aja Command and Staff University

## ۱- مقدمه

بازی جنگ یک روش حل مسائل تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های ریاضی، مدل‌سازی و شبیه‌سازی است که با توجه به قواعد، داده‌ها و فرآیندهای از پیش تعیین‌شده یا تصادفی از ابعاد منتخب یک رزمنامه انجام می‌گیرد. بازی جنگ برگرفته از یک وضعیت حقیقی و یک نبرد مبتنی بر ایده فرمانده است تا این که یک میدان عمل برای مهارت و تجربه موردنیاز در هدایت و مدیریت جنگ را فراهم کند و یک میدان آزمایشی برای آزمودن طرح‌های راهبردی، عملیاتی و راهکنشی است. بازی جنگ یکی از فنون آینده‌پژوهی است و فرماندهان نظامی در شناخت دشمن، بررسی راه‌کارهای ممکن و نتایج به‌کارگیری آن‌ها، غافلگیری‌ها و ... از آن استفاده می‌کنند. در بازی جنگ رزمنامه‌های مختلفی مورد تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد و در موقعیت‌های مختلف، فرماندهان به تصمیم‌گیری می‌پردازند. در این مقاله به تحلیل یک رزمنامه با موقعیت دفاع موشکی ضد بالستیک پرداخته شده است. دفاع موشکی ضد بالستیک می‌تواند با تخصیص دادن تعداد بهینه موشک‌های رهگیر به پایانه‌ها، تعداد سیلوهای حفظ‌شده را افزایش دهد. یکی از روش‌های بررسی این مسئله استفاده از نظریه بازی است. مدافع به دنبال پاسخ این سؤال است که چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم به دنبال پاسخ‌گویی به سؤال چگونگی توزیع موشک‌های بالستیک چندکلاهک است. این مسائل تصمیم‌گیری شامل عدم قطعیت و پیچیدگی است. برای بررسی موقعیت‌های پیچیده نبرد استفاده از مدل‌های نظریه بازی مفید به نظر می‌رسد. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات محسوب می‌شود که رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت تضاد را مورد بررسی قرار می‌دهد. محبوبیت نظریه بازی در میان رشته‌های مختلف، از جمله علوم نظامی، اقتصاد، زیست‌شناسی، علوم سیاسی، علوم رایانه، مهندسی برق، کسب‌وکار، حقوق و سیاست عمومی، در حال افزایش است. طبقه‌بندی‌های مختلفی برای نظریه بازی ارائه شده است، ولی در حالت کلی نظریه بازی به دو دسته مهم طبقه‌بندی می‌شود: بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه. بازی‌های غیرهمکارانه شامل دو نوع بازی مجموع صفر و مجموع ناصفر است. پس از انتشار کتاب نظریه بازی و رفتار اقتصادی توسط وان نیومن و مورگنسترن<sup>1</sup> [1]، نظریه بازی به سرعت رشد یافت و کاربردهای وسیعی در علوم مختلف پیدا کرد. سرهنگ الیور هابوود<sup>2</sup> [2] در مقاله خود اهمیت نظریه بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را

<sup>1</sup>. Von Neumann and Morgenstern

<sup>2</sup>. Oliver Haywood

از دید نظریه بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم رهنامه نظامی مشابه با جواب به دست آمده از نظریه بازی است. ارزیابی سرهنگ هایوود انجمن تحقیق در عملیات را تشویق کرد تا روش های نظریه بازی را بیشتر مورد بررسی قرار دهند و در تصمیم گیری های نظامی از این نظریه استفاده کنند. در دهه اخیر نظریه بازی به طور گسترده در مسائل نظامی و امنیتی مورد استفاده قرار گرفته است (برای اطلاعات بیشتر مرجع [3] را ببینید). رزم نامه های دزد و پلیس [4]، امنیت شبکه های رایانه ای [5]، سامانه دفاع موشکی ضد بالستیک [6] و تروریسم [7] از جمله این کاربردها هستند. در دهه اخیر اقدامات کاربردی در این زمینه در کشور آمریکا و در شهرهای لس آنجلس و نیویورک صورت گرفته است [3]. در این مقاله به بررسی یک رزم نامه ی دفاع موشکی ضد بالستیک پرداخته شده است. این مسئله به صورت یک بازی مجموع ثابت مدل سازی شده و محاسبه نقطه تعادل بازی شرح داده شده است. مدل بازی و حل آن از مرجع [8] ارائه شده است.

## ۲- مبانی نظری

در این بخش مقدماتی از مفاهیم بازی جنگ و بازی های مجموع صفر که مورد نیاز بخش های آتی است مرور می شود.

### بازی جنگ

قبل از بیان تعریفی از بازی جنگ تعریف زیر ارائه می گردد:

**موقعیت مبارزه، رقابت و تعامل:** موقعیتی که دو یا چند مجموعه از افراد، طرف ها، نیروهای نظامی یا کشورها که در حال رقابت برای هدف یکسانی هستند یا آرمان ها و اهداف متضادی دارند، یک موقعیت مبارزه، رقابت یا تعامل نامیده می شود. *شوشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی*

بازی جنگ یک روش تصمیم سازی و تصمیم گیری و حل مسائل در محیط تعاملی، تنازع یا همکاری است که در آن طرف های تصمیم گیری تلاش می کنند با استفاده از روش های محاسباتی و تحقیقی داده های جمع آوری شده را تحلیل نظری و تجربی نموده و براساس آن گزینه های مختلف را آزمون و پردازش کرده و گزینه بهینه تصمیم را انتخاب نمایند. داده های جمع آوری شده ممکن است به یکی از شیوه های زیر در بازی جنگ وارد شود:

۱) داده های پایه، این داده ها که امروزه با شکل D.B مطرح است، اطلاعات و داده های اولیه است که در بازی جنگ توسط سامانه اطلاعات مدیریت تهیه و در بازی جنگ استفاده می شود. این اطلاعات بدون هیچ گونه پردازشی از سوی سامانه بازی جنگ است و شامل مشخصات تسلیحات، جداول آمارها و ارقام و ... است و بیشتر نقش اسناد بازی جنگ را بر عهده دارد و این اطلاعات و داده ها همیشه صحت دارند.

۲) داده‌های پردازش شده: این داده‌ها شامل داده‌ها و اطلاعاتی است که از پردازش اطلاعات پایه‌ای حاصل می‌گردد و نتیجه تعدیل و توسعه آن‌ها در به‌کارگیری اطلاعات پایه‌ای است. این اطلاعات و داده‌ها ممکن است در وضعیتی نادرست و در وضعیتی درست باشند؛ از این رو از ارزش ثابتی برخوردار نیستند و برحسب موقعیت ارزش آن تغییر می‌کند و بیشتر به صورت طیف ارزشیابی می‌شود.

۳) داده‌های بازیافت شده و تطبیقی: برخی از داده‌های بازی جنگ، مستخرج از وضعیت‌های قبلی است و با وضعیت جدید تطبیق داده شده است. این داده‌ها نوع دیگری از داده‌های پردازشی است.

۴) داده‌های محیطی: داده‌های محیطی بخشی از داده‌های بازی جنگ است که بر اثر وضعیت توسط بازیگر، هیئت مدیره رزمایش و ارزیاب‌ها به بازی وارد می‌شود یا داده‌هایی که توسط سنجنده‌ها و حساسه‌های الکترونیکی و الکترواپتیکی از صحنه رزم و نبرد جمع‌آوری و به بازی اعمال می‌گردد.

بسته به تجهیزات در دسترس و دلیل بازی، بازی جنگ یک یا ترکیبی از سه روش شبیه‌سازی را به کار می‌گیرد: دستی، رایانه‌ای و ماشینی. روش دستی وسایلی مانند تخته‌های بازی، نقشه‌ها، وسایل اندازه‌گیری، جداول و نمودارها را استفاده می‌کند. روش رایانه‌ای از رایانه‌ها برای شبیه‌سازی استفاده می‌کند. شبیه‌سازی ماشینی روی تجهیزات نصب می‌شود مثل شبیه‌ساز جنگ الکترونیک دریایی که به‌طور خاص برای بازی جنگ طراحی می‌شود. بدون توجه به تجهیزات و فنون، هر بازی با توجه به یک مجموعه از قواعد یا روش‌ها مدیریت می‌شود که «قواعد بازی» یا «مدل بازی» نامیده می‌شوند. در تاریخ نظامی‌گری، همواره روش‌ها و فنونی گسترش داده شده که به آن‌ها اجازه می‌دهد در زمان صلح حرفه خود را آزمون نمایند. چنین فنونی براساس روش‌های گوناگون محاسباتی، شبیه‌سازی و شماتیک می‌باشد و «بازی جنگ» نام دارد.

روش هر بازی جنگ شامل هشت مرحله است:

- ۱) تهیه رزم‌نامه‌ی تمرین
- ۲) بازی‌وارسازی تمرین
- ۳) تهیه رزم‌نامه‌ی بازی جنگ
- ۴) تهیه برآوردهای بازی جنگ مبتنی بر رزم‌نامه (اطلاعات، عملیات، آماد و پش، سایر موارد)
- ۵) تهیه طرح‌های بازی جنگ
- ۶) تهیه طرح ارزیابی و کنترل بازی جنگ
- ۷) اجرای بازی جنگ
- ۸) ارزیابی و مستندسازی

سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ این بخش از سامانه بازی جنگ اغلب شامل روش‌های محاسباتی است که به فرماندهان در تصمیم‌گیری و انتخاب راه‌کار کمک می‌کنند. این بخش از سامانه می‌تواند شامل روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه، چندهدفی و نظریه بازی باشد. در این مقاله به نقش نظریه بازی (به‌ویژه بازی مجموع صفر) در این سامانه پرداخته می‌شود.

### مفاهیم مقدماتی بازی‌های مجموع صفر

نظریه بازی کاربردهای بسیار زیادی در حل مسائل حوزه دفاع دارد. به‌ویژه نظریه بازی در تحلیل مسائل جنگ در سطوح راهکنشی و راهبردی کاربرد فراوان دارد. در بسیاری از مسائل دنیای واقعی تصمیمات اتخاذ شده توسط یک فرد وابسته به تصمیم فرد یا افراد دیگر است. تصمیم‌گیرندگان در سازمان‌های عمومی و مدیریتی اغلب با مسائل تصمیم‌گیری تحت تضاد یا رقابت مواجه می‌شوند؛ زیرا راهبردهایشان را به‌طور مستقل یا با یک توافق دوجانبه انتخاب می‌کنند؛ و بنابراین عایدی‌های آن‌ها تحت تأثیر تصمیمات دیگران است.

در تحلیل راهبردهای دفاع موشکی ضد بالستیک، دو بازیکن داریم (مدافع و مهاجم) که منافعیشان با یکدیگر در تضاد است. این مسئله به‌صورت نمایش فرم نرمال مدل‌سازی می‌شود. در این روش تمامی راهبردهای ممکن دو بازیکن را به ترتیب در سطر و ستون ماتریس یا جدول بازی نمایش می‌دهیم. با انتخاب هر جفت راهبرد توسط دو بازیکن، نتایج تصمیماتشان را برحسب توابع عایدی بیان می‌کنیم. فرض کنید مدافع  $m$  راهبرد و مهاجم  $n$  راهبرد مختلف داشته باشند، راهبردهای  $i = 1, \dots, m$  و  $j = 1, \dots, n$  را راهبردهای محض این بازیکنان گوئیم. اگر مدافع راهبرد  $A_m$  و مهاجم راهبرد  $B_n$  خود را انتخاب کنند، عایدی  $(\xi_{ij}^I, \xi_{ij}^{II})$  به‌دست می‌آید که در آن مؤلفه اول عایدی مدافع و مؤلفه دوم عایدی مهاجم می‌باشد. در این مسئله، عایدی بازیکن مدافع تعداد سیلوهای حفظ شده و بازیکن مهاجم، تعداد سیلوهای از بین رفته تعریف شده است. هر بازیکن به دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است. در حالت کلی ماتریس عایدی یک ماتریس  $m \times n$  است و به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\Pi = \begin{bmatrix} (\xi_{11}^I, \xi_{11}^{II}) & (\xi_{12}^I, \xi_{12}^{II}) & \cdots & (\xi_{1n}^I, \xi_{1n}^{II}) \\ (\xi_{21}^I, \xi_{21}^{II}) & (\xi_{22}^I, \xi_{22}^{II}) & \cdots & (\xi_{2n}^I, \xi_{2n}^{II}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (\xi_{m1}^I, \xi_{m1}^{II}) & (\xi_{m2}^I, \xi_{m2}^{II}) & \cdots & (\xi_{mn}^I, \xi_{mn}^{II}) \end{bmatrix}$$

اگر در این بازی مجموع عایدی بازیکنان در هر خروجی بازی صفر باشد ( $\xi_{ij}^I + \xi_{ij}^{II} = 0$ )؛ بازی را مجموع صفر گویند؛ به عبارت دیگر عایدی مهاجم قرینه عایدی مدافع است، بنابراین کافی است تنها عایدی مدافع نوشته شود. در مدل جدید بازیکن مدافع به دنبال بیشینه‌سازی و مهاجم به دنبال کمینه‌سازی عایدی مدافع خواهد بود. بنابراین ماتریس بازی به صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\Pi = \begin{bmatrix} \xi_{11}^I & \xi_{12}^I & \dots & \xi_{1n}^I \\ \xi_{21}^I & \xi_{22}^I & \dots & \xi_{2n}^I \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{m1}^I & \xi_{m2}^I & \dots & \xi_{mn}^I \end{bmatrix}$$

در برخی از مسائل بازی، مجموع عایدی‌های دو بازیکن در هر خروجی یک عدد ثابت است. در گزاره زیر نشان داده شده که این نوع از مسائل را می‌توان به صورت بازی مجموع صفر نوشت. این گزاره برای مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک بیان می‌شود.

**گزاره:** مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک از نوع بازی‌های مجموع صفر است.

**اثبات:**

فرض کنید  $\xi_{ij}^I$  و  $\xi_{ij}^{II}$  به ترتیب نمایش دهنده تعداد سیلوه‌های حفظ شده و تعداد سیلوه‌های نابود شده باشد. اگر تعداد کل سیلوه‌ها  $d$  باشد، آن‌گاه  $\xi_{ij}^I + \xi_{ij}^{II} = d$ ؛ از این رابطه نتیجه می‌شود  $\xi_{ij}^{II} = d - \xi_{ij}^I$ . بنابراین عناصر ماتریس عایدی بازیکنان به صورت  $(\xi_{ij}^I, d - \xi_{ij}^I)$  خواهد بود. اکنون بدون از دست دادن کلیت مسئله (با کسر یا اضافه کردن هر مقدار ثابت نقطه تعادل بازی تغییر نمی‌کند)، با کسر  $\frac{d}{2}$  از هر عایدی، عایدی جدید به صورت زیر نمایش داده می‌شود.

$$\left( \tilde{\xi}_{ij}^I, \tilde{\xi}_{ij}^{II} \right) = \left( \left( \xi_{ij}^I - \frac{d}{2} \right), - \left( \xi_{ij}^I - \frac{d}{2} \right) \right)$$

با توجه به مقادیر عایدی بازی به صورت مجموع صفر ( $\tilde{\xi}_{ij}^I + \tilde{\xi}_{ij}^{II} = 0$ ) به دست می‌آید. در بازی مجموع صفر بازیکن اول (که راهبردهای آن در سطرهای ماتریس نوشته شده است) به دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است و بازیکن دوم (که راهبردهای آن در ستون‌های ماتریس نوشته شده است) به دنبال کمینه‌سازی عایدی بازیکن اول است. بازیکن اول می‌داند که بازیکن دوم به دنبال کمینه‌سازی عایدی او است، بنابراین عایدی خود را طوری انتخاب می‌کند که این مقدار را بیشینه کند، یعنی:

$$\max_i \min_j \xi_{ij}$$

که بیشینه‌سازی روی کمینه سطرها گرفته می‌شود. به‌طور مشابه، بازیکن دوم می‌داند که بازیکن اول به‌دنبال بیشینه‌سازی عایدی خود است؛ بنابراین راهبرد خود را طوری انتخاب می‌کند که این مقدار را کمینه سازد، یعنی:

$$\min_j \max_i \xi_{ij}$$

که کمینه‌سازی روی بیشینه ستون‌ها گرفته می‌شود. در صورتی که رابطه زیر برقرار باشد، گوئیم ماتریس عایدی یک نقطه زینی دارد:

$$\max_i \min_j \xi_{ij} = \min_j \max_i \xi_{ij} = \xi_{ij}^*$$

در صورتی که بازی‌ها نقطه زینی داشته باشند، "بازی‌های معین اکید" نامیده می‌شوند، در حالت کلی

$$\max_i \min_j \xi_{ij} \leq \min_j \max_i \xi_{ij}$$

در صورتی که بازی نقطه زینی نداشته باشد یا بازیکنان اطلاع کافی از راهبردهای خود و حریف نداشته باشند از راهبردهای آمیخته استفاده می‌شود. راهبردهای آمیخته از تخصیص مقادیر احتمال به هر یک از راهبردهای محض به‌دست می‌آیند.

بردارهای توزیع احتمال به‌صورت

$$p^I = [p_1^I \quad p_2^I \quad \dots \quad p_m^I]$$

$$p^{II} = [p_1^{II} \quad p_2^{II} \quad \dots \quad p_n^{II}]$$

بیان می‌شوند، به طوری که  $\sum_{i=1}^m p_i^I = 1$ ،  $\sum_{i=1}^n p_i^{II} = 1$

اگر بازیکن اول راهبرد آمیخته  $p^I$  و بازیکن دوم راهبرد آمیخته  $p^{II}$  را بازی کنند، آن‌گاه عایدی مورد انتظار بازیکن اول به‌صورت  $\pi(p^I, p^{II}) = p^I \prod (p^{II})^T$  تعریف می‌شود. با توجه به این‌که بازی مجموع صفر است، عایدی مورد انتظار بازیکن دوم به‌صورت  $\pi(p^I, p^{II}) = -p^I \prod (p^{II})^T$  خواهد بود. نشان داده می‌شود که در بازی‌های با مجموع صفر دو

نفره داریم:



$$\max_{p^I} \min_{p^{II}} p^I \prod (p^{II})^T = \min_{p^{II}} \max_{p^I} p^I \prod (p^{II})^T$$

زوج راهبردهای  $(p^{I*}, p^{II*})$  که در رابطه بالا صدق کنند یک جواب تعادل (نقطه تعادل) نامیده می‌شوند. راهبردهای بهینه  $p^I$  و  $p^{II}$  را در حالت کلی می‌توان با حل مسئله برنامه‌ریزی خطی و دوگان به دست آورد.

### ۳- تحلیل دفاع موشکی ضد بالستیک

ماتریس عایدی مسئله دفاع موشکی ضد بالستیک دارای نقطه زینی و یک بازی معین اکید است. بنابراین مدافع و مهاجم می‌توانند برای رسیدن به عایدی بهینه از راهبردهای محض استفاده کنند. راهبرد پدافندی  $D$  را با اعداد صحیح  $d_0, d_1, \dots, d_i, \dots$  نشان می‌دهیم که در آن  $d_i$  تعداد سیلوهایی است که توسط  $i$  موشک رهگیر ضد بالستیک دفاع شده است. اگر  $d$  تعداد کل سیلوها و  $D$  تعداد کل موشک‌های رهگیر باشد، طبق فرض مذکور داریم:

$$\sum_i d_i = d, \sum_i i d_i = D.$$

راهبرد آفندی  $O$  را با اعداد صحیح  $a_0, a_1, \dots, a_j, \dots$  نشان می‌دهیم که در آن  $a_j$  تعداد سیلوهایی است که توسط  $j$  موشک مورد هدف واقع شده است. اگر  $A$  تعداد کل موشک‌های مهاجم باشد، داریم:

$$\sum_j a_j = d, \sum_j j a_j = A.$$

همان‌گونه که مشاهده شد، راهبردهای  $D$  و  $O$  تمامی حالت‌های ممکن تخصیص موشک‌های رهگیر و مهاجم به سیلوها را نشان می‌دادند، ولی راهبردهای خاصی وجود دارد که اولین بار توسط سارتوری<sup>۱</sup> معرفی شده و به صورت زیر نشان داده می‌شود:

$$D = [d, d_1, d_2 = d_1, d_3 = d_1, \dots, d_p = d_1]$$

$$O = [a, a_1, a_2 = a_1, a_3 = a_1, \dots, a_q = a_1]$$

<sup>۱</sup>.Sartori

با استفاده از روابط بالا، داریم:

$$d_i = d - \frac{2D}{p+1}, \quad d_1 = \frac{2D}{p(p+1)}$$

و

$$a_i = d - \frac{2A}{q+1}, \quad a_1 = \frac{2A}{q(q+1)}$$

که در آن  $p$  و  $q$  طوری انتخاب می‌شوند که  $d_i$ ،  $d$ ،  $a_i$  و  $a$  اعداد صحیح مثبت باشند. یک سیلو که با  $i$  موشک رهگیر دفاع شده و توسط  $j$  موشک مهاجم مورد حمله قرار گرفته است، حفظ می‌شود اگر و تنها اگر  $j \geq i$ .

احتمال مورد هدف واقع شدن یک سیلوی تصادفی توسط دقیقاً  $j$  موشک مهاجم برابر  $\frac{a_j}{d}$  است؛

بنابراین احتمال حفظ یک سیلو که با دفاع  $i$  موشک رهگیر برابر  $a_j$  خواهد بود  $p_i = \sum_{j=0}^i \frac{a_j}{d} = \frac{1}{d} \sum_{j=0}^i a_j$

که کسری از نسبت تعداد سیلوهای حمله شده با  $j \leq i$  موشک به کل سیلوها می‌باشد؛ بنابراین تعداد سیلوهای حفظ شده (مقدار عایدی) برای یک جفت خاص راهبرد  $D$  و  $O$  برابر مقدار زیر خواهد بود:

$$\xi(D, O) = \sum_i p_i d_i = \frac{1}{d} \sum_i \sum_{j=0}^i a_j d_i$$

از روابط بالا نتیجه می‌شود:

$$\xi(D, O) = \frac{2D}{p} - \frac{2DA}{dp(p+1)} + a_1 \left( 1 - \frac{2D}{dp} \right) + \frac{2D}{dp(p+1)} (a_{p+2} + 2a_{p+3} + \dots)$$

زمانی که  $a_{p+2} = a_{p+3} = \dots = 0$ ، داریم:

$$\min \xi(D, O) = \frac{2D}{p} - \frac{2DA}{dp(p+1)}; \quad p \geq \frac{2D}{d}$$

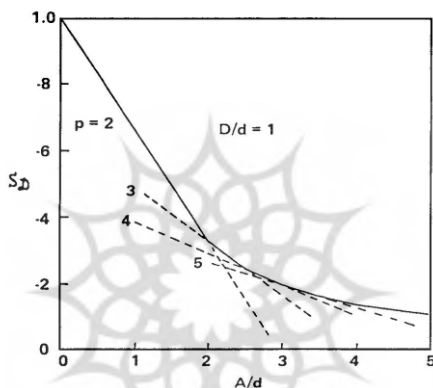
بنابراین  $\min \xi(D, O)$  به راهبرد مهاجم بستگی ندارد. بنابراین، به رابطه

$$S_D = \max \min \frac{\xi(D, O)}{d} = \max \min \left( \frac{2D}{d} \frac{1}{p} - \frac{2DA}{d} \frac{1}{d p(p+1)} \right); \quad p \geq \frac{2D}{d}$$

مقادیر بیشینه-کمینه رابطه فوق در نمودار شکل شماره یک به عنوان تابعی از  $\frac{A}{d}$  نمایش داده شده

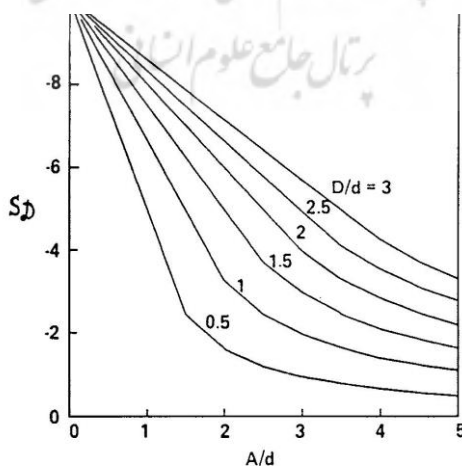
است. در این نمودار  $\frac{D}{d} = 1$  می‌باشد. جدول شماره یک نتایج راهبردهای پدافندی را برای چندین

مقدار  $\frac{D}{d}$  نشان می‌دهد. این نتایج در شکل شماره ۲ آورده شده است.



شکل ۱: تعداد سیلوی حفظ شده برای راهبرد پدافندی

بیشینه-کمینه و به ازای  $\frac{D}{d} = 1$



شکل شماره ۲: تعداد سیلوهایی حفظ شده برای راهبرد

پدافندی بیشینه-کمینه و به ازای مقادیر مختلف  $\frac{D}{d}$

برای تعیین تعداد سیلوهای حفظ شده راهبرد آفندی (O) به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\xi(D, O) = \left(1 - \frac{2A}{d(p+1)}\right)d + \frac{2AD}{dq(q+1)} - d_{q+1} \left(1 + \frac{2A}{dq(q+1)}\right) - d_{q+2} \left(1 + \frac{4A}{dq(q+1)}\right) - \dots$$

جدول (۱) راهبردهای پدافندی در دفاع از سیلوهای موشک بالستیک قاره‌پیما

$\frac{D}{d}$	راهبرد پدافندی (D)	$\min \xi(D, O)$	برد $\max \min \xi(D, O)$
$\frac{1}{2}$	$\left(\frac{d}{2}\right)[1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{2d}\right)d$	$0 < \frac{A}{d} < \frac{3}{2}$
	$\left(\frac{d}{6}\right)[4, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{3d}\right)\frac{d}{2}$	$\frac{3}{2} < \frac{A}{d} < 2$
	$\left(\frac{d}{12}\right)[9, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{4d}\right)\frac{d}{3}$	$2 < \frac{A}{d} < \frac{5}{2}$
	$\left(\frac{d}{20}\right)[16, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{5d}\right)\frac{d}{4}$	$\frac{5}{2} < \frac{A}{d} < 3$
	$\left(\frac{d}{30}\right)[25, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{6d}\right)\frac{d}{5}$	$3 < \frac{A}{d} < \frac{7}{2}$
۱	$\left(\frac{d}{3}\right)[1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{3d}\right)d$	$0 < \frac{A}{d} < 2$
	$\left(\frac{d}{6}\right)[3, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{4d}\right)\frac{2d}{3}$	$2 < \frac{A}{d} < \frac{5}{2}$
	$\left(\frac{d}{10}\right)[6, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{5d}\right)\frac{d}{2}$	$\frac{5}{2} < \frac{A}{d} < 3$
	$\left(\frac{d}{15}\right)[10, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{6d}\right)\frac{2d}{5}$	$3 < \frac{A}{d} < \frac{7}{2}$
	$\left(\frac{d}{21}\right)[15, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{7d}\right)\frac{d}{3}$	$\frac{7}{2} < \frac{A}{d} < 4$
$\frac{3}{2}$	$\left(\frac{d}{4}\right)[1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{4d}\right)d$	$0 < \frac{A}{d} < \frac{5}{2}$

	$\left(\frac{d}{20}\right)[8, 3, 3, 3, 3]$	$\left(1 - \frac{A}{\Delta d}\right) \frac{3d}{4}$	$\frac{5}{2} < \frac{A}{d} < 3$
	$\left(\frac{d}{10}\right)[5, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\epsilon d}\right) \frac{3d}{5}$	$3 < \frac{A}{d} < \frac{7}{2}$
	$\left(\frac{d}{14}\right)[8, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\nu d}\right) \frac{d}{2}$	$\frac{7}{2} < \frac{A}{d} < 4$
	$\left(\frac{d}{56}\right)[35, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3]$	$\left(1 - \frac{A}{\lambda d}\right) \frac{3d}{7}$	$4 < \frac{A}{d} < \frac{9}{2}$
۲	$\left(\frac{d}{5}\right)[1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\Delta d}\right) d$	$0 < \frac{A}{d} < 3$
	$\left(\frac{d}{15}\right)[5, 2, 2, 2, 2, 2]$	$\left(1 - \frac{A}{\epsilon d}\right) \frac{4d}{5}$	$3 < \frac{A}{d} < \frac{7}{2}$
	$\left(\frac{d}{21}\right)[9, 2, 2, 2, 2, 2, 2]$	$\left(1 - \frac{A}{\nu d}\right) \frac{2d}{3}$	$\frac{7}{2} < \frac{A}{d} < 4$
	$\left(\frac{d}{14}\right)[7, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\lambda d}\right) \frac{4d}{7}$	$4 < \frac{A}{d} < \frac{9}{2}$
	$\left(\frac{d}{18}\right)[10, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\eta d}\right) \frac{d}{2}$	$\frac{9}{2} < \frac{A}{d} < 5$
$\frac{5}{2}$	$\left(\frac{d}{6}\right)[1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\epsilon d}\right) d$	$0 < \frac{A}{d} < \frac{7}{2}$
	$\left(\frac{d}{42}\right)[12, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$	$\left(1 - \frac{A}{\nu d}\right) \frac{5d}{6}$	$\frac{7}{2} < \frac{A}{d} < 4$
	$\left(\frac{d}{56}\right)[21, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$	$\left(1 - \frac{A}{\lambda d}\right) \frac{5d}{7}$	$4 < Ad < \frac{9}{2}$
	$\left(\frac{d}{72}\right)[3, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5]$	$\left(1 - \frac{A}{\eta d}\right) \frac{5d}{8}$	$\frac{9}{2} < \frac{A}{d} < 5$
۳	$\left(\frac{d}{7}\right)[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\nu d}\right) d$	$0 < \frac{A}{d} < 4$
	$\left(\frac{d}{28}\right)[7, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3]$	$\left(1 - \frac{A}{\lambda d}\right) \frac{6d}{7}$	$4 < \frac{A}{d} < \frac{9}{2}$
	$\left(\frac{d}{12}\right)[4, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$	$\left(1 - \frac{A}{\eta d}\right) \frac{3d}{4}$	$\frac{9}{2} < \frac{A}{d} < 5$

زمانی که  $d_{q+1} = d_{q+2} = \dots = 0$  برقرار باشد، بیشینه مقدار رابطه بالا اتفاق می‌افتد؛ بنابراین داریم:

$$\max \xi(D, O) = \left(1 - \frac{2A}{d(q+1)}\right) d + \frac{2AD}{dq(q+1)}$$

پس همانند قبل، رابطه زیر را خواهیم داشت:

$$S_0 = \min \max \frac{\xi(D, O)}{d} \min \max \left( \left(1 - \frac{2A}{d(q+1)}\right) + \frac{2A}{d} \frac{D}{dq(q+1)} \right)$$

مقادیر کمینه-بیشینه رابطه بالا در نمودار شکل شماره سه زیر به‌عنوان تابعی از  $\frac{D}{d}$  نمایش داده شده

است. در این نمودار  $\frac{A}{d} = 1$  می‌باشد. راهبردهای بهینه آفندی به‌همراه مقادیر کمینه-بیشینه متناظر

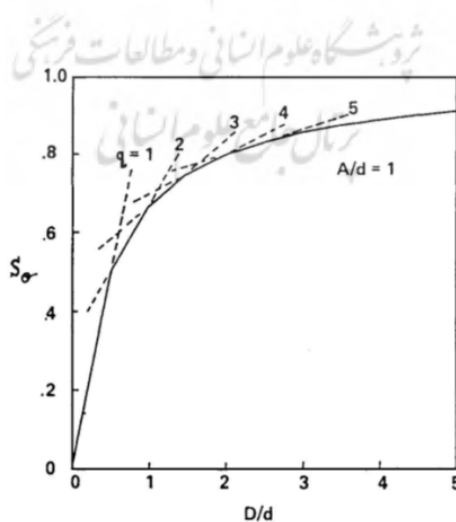
برای  $S_0$  در جدولی مشابه جدول شماره یک به دست می‌آید. در اینجا، این نتایج را در شکل ۴ ارائه کرده‌ایم. در نهایت، ترکیب نمودارهای دو و چهار در نمودار شکل شماره پنج نمایش داده شده است.

نمودار شماره پنج نشان می‌دهد که برای تمامی زوج‌های  $\frac{D}{d}$  و  $\frac{A}{d}$  رابطه  $D_D = S_0$  برقرار است.

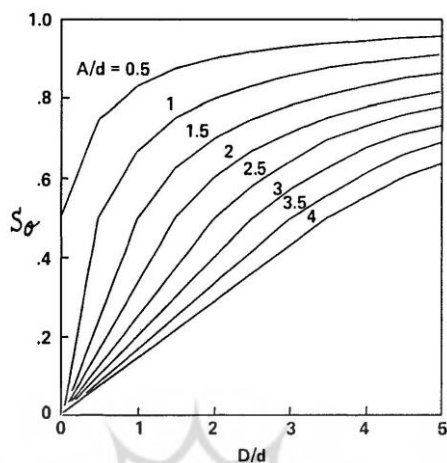
بنابراین مسئله یک نقطه زینی دارد. جواب ارائه شده برای مدافع و مهاجم بهینه است، یعنی مدافع

تضمین می‌دهد که حداقل این تعداد بهینه از سیلوها حفظ می‌شود و مهاجم نیز نمی‌تواند راهبرد

بهتری برای نابودی تعداد بیشتری سیلو داشته باشد.

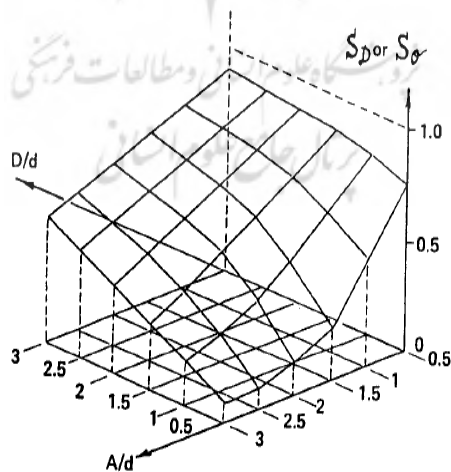


شکل شماره ۳: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد آفندی کمینه-بیشینه به ازای  $\frac{A}{d} = 1$



شکل شماره ۴: تعداد سیلوهای حفظ شده برای راهبرد آفندی کمینه-بیشینه و برای

مقادیر مختلف  $\frac{A}{d}$



شکل شماره ۵: ترکیب نمودارهای ۲ و ۴

شکل شماره پنج نشان می‌دهد که با این سامانه پدافندی می‌توان بخش قابل توجهی از سیلوها را حفظ

کرد. برای مثال، با قرار دادن یک موشک رهگیر برای هر سیلو، یعنی  $\frac{D}{d} = 1$ ، در حالت  $\frac{A}{d} = 1$

می‌توان ۶۷٪ سیلوها و در حالت  $\frac{A}{d} = 3$  می‌توان ۲۰٪ سیلوها را حفظ نمود.

#### ۴- نتیجه‌گیری

دفاع پای سیلوه‌های موشک بالستیک در مسائل طرح‌ریزی راهبردی اهمیت زیادی دارد و روش‌های مختلفی برای بالا بردن احتمال حفظ این سیلوها ارائه شده است. دفاع موفق زمانی رخ می‌دهد که بخش نسبتاً کوچکی از سیلوها حفظ شود و اجازه تلافی کردن با موشک‌های باقیمانده را بدهد؛ بنابراین، مهاجم برتری راهبردی مشخصی از حمله خود به دست نخواهد آورد و انگیزه‌ای برای حمله اولیه به سیلوه‌های دفاع شده نخواهد داشت. شاید بتوان به کمک فناوری‌های جدید بخش قابل توجهی از موشک‌های بالستیک قاره‌پیما و تأسیسات فرماندهی و مراقبت راهبردی را در برابر حمله اولیه محافظت کرد، ولی برای داشتن اثربخشی بیشتر، باید دفاع مستقیم با موشک‌های ضد بالستیک را با تغییر موقعیت دائمی موشک‌های بالستیک قاره‌پیما و همچنین ساخت سامانه‌های پشتیبانی اضافی برای فرماندهی و کنترل ترکیب کرد تا تضمینی برای داشتن قابلیت تلافی باشد. در این مقاله به تحلیل رزم‌نامه‌ی دفاع موشکی ضد بالستیک با استفاده از نظریه بازی پرداخته شد. در این مسئله که به‌عنوان یک موقعیت خاص در یک رزم‌نامه‌ی بازی جنگ در نظر گرفته شده است، دو بازیکن آبی و قرمز به ترتیب به‌عنوان بازیکنان مدافع و مهاجم هستند. مدافع به دنبال پاسخ به این سؤال است که چگونه موشک‌های رهگیر را تخصیص دهد و مهاجم به دنبال پاسخ‌گویی به سؤال چگونگی توزیع موشک‌های بالستیک چندکلاهک است. برای بررسی و مدل‌سازی این مسئله از نظریه بازی استفاده شد. مسئله به‌صورت یک بازی مجموع ثابت مدل‌سازی شد و در ادامه نشان داده شد که این بازی‌ها را می‌توان به‌صورت یک بازی مجموع صفر در نظر گرفت؛ سپس با معرفی مجموعه راهبردهای خاص تعریف شده، از روش کمینه-بیشینه و بیشینه-کمینه برای حل مسئله و محاسبه نقطه تعادل استفاده شد. پیشنهاد می‌شود برای آموزش فرماندهان نظامی با استفاده از روش ارائه شده، برخی موقعیت‌های مشابه در رزم‌نامه‌های بازی جنگ مورد تحلیل قرار گیرد و نتایج آن بررسی شود.



## ۵-منابع

- [۱] Neumann J. V. and Morgenstern O. (1944). "Theory of Games and Economic Behavior" Wiley, New York.
- [۱] Haywood O. G. (1989). "Military Decision and Game Theory" Wiley, Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 4, PP 365-385.
- [۲] Tambe M. (2012). "Security and game theory, algorithms, deployed systems, lessons learned" Cambridge university.
- [۳] Gatti N. (2008). "Game Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form" in ECAI-08, pp. 403-407, 2008.
- [۴] Lye K and Wing J. M. (2005). "Game Strategies in Network Security" International Journal of Information Security, vol. 4, no. 1-2, pp.71-86.
- [۶] Brown M., An B., Kiekintveld C., Ordóñez F. and Tambe M. (2014). "An extended study on multi-objective security games" Auton Agent Multi-Agent Syst, 28:31-71.
- [۷] Sandler T. and D. G. A. M, (2003). "Terrorism and Game Theory" Simulation and Gaming, vol. 34, no. 3, pp. 319-337.
- [۸] Przemieniecki, J.S. (2000), Mathematical Methods in Defense Analyses, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.