

## Providing a multi-objective programming model for U-shaped assembly line balancing with equipment assignment and task performing quality level

- Morteza Khorram**  MSc. in Industrial Engineering, Faculty of Industrial Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran
- Mahmood Eghtesadifard**  Associate Professor, Faculty of Industrial Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran (Corresponding Author)
- Sadegh Niroomand**  Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Firouzabad Institute of Higher Education, Firouzabad, Fars, Iran

### Abstract

This paper focuses on a novel model of the U-shaped assembly line balancing problem, in which the objective functions include cost, capacity, and quality. It is assumed that each task requires a set of equipment. In addition, the quality of tasks performed by each worker varies. Hence, the purpose of the model is that the total cost of the equipment is minimized and the quality of the work is maximized. Additionally, the number of workstations is minimized. At first, a multi-objective non-linear mixed-integer programming model is provided. Then, the model is linearized, and simulated annealing (SA) algorithm and two of its modified modes have been proposed to solve the problem. The proposed algorithm includes a new encoding/decoding scheme, as well as a local search for assigning the worker to each station. To determine the parameters in three algorithms, the experimental design has been used and various modes have been created by combining the parameters. Moreover, numerical examples were established based on the graphs found in the literature and the solution is compared with three algorithms, revealing the efficiency of each algorithm. Additionally, a case study on the nozzle assembly line in oil refineries was conducted to evaluate the efficiency of the proposed model and algorithm. Results from the case study show that the modified SA algorithms performed better.

**Keywords:** shaped assembly line balancing problems (UALBPs), simulated annealing algorithm, non-linear mixed-integer programming, equipment allocation, work quality.

Corresponding Author: eghtesadifard@sutech.ac.ir

**How to Cite:** Khorram, M., Eghtesadifard, M., Niroomand, S. (2023). Providing a multi-objective programming model for U-shaped assembly line balancing with equipment assignment and task performing quality level, *Journal of Industrial Management Studies*, 20(67), 1-50.

## ارائه یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه برای بالانس خط تولید U- شکل با در نظر گرفتن تخصیص ابزار و سطح کیفی انجام وظایف

مرتضی خرم <sup>ID</sup> | دانش‌آموخته کارشناسی ارشد مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

محمود اقتصادی فرد <sup>ID</sup> \* | دانشیار دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

صادق نیرومند <sup>ID</sup> | دانشیار گروه مهندسی صنایع، مرکز آموزش عالی فیروزآباد، فیروزآباد، ایران

### چکیده

این مقاله بر ارائه یک مدل جدید برای مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل متمرکز است که در آن توابع هدف از جنس هزینه، ظرفیت و کیفیت به‌طور هم‌زمان در قالب یک مسئله بررسی می‌شود. به‌علاوه فرض شده هر وظیفه به مجموعه‌ای از ابزارآلات نیاز دارد و کیفیت انجام وظایف توسط کارگرها نیز متفاوت است؛ بنابراین هدف مدل این است که تجهیزات و کارگران به‌نحوی به ایستگاه‌ها تخصیص یابند که مجموع هزینه‌ی تجهیزات حداقل شود و کیفیت انجام کار در بالاترین سطح ممکن قرار گیرد. علاوه بر این دو هدف، تعداد ایستگاه‌ها نیز کمینه می‌شوند. به این منظور، ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه غیرخطی آمیخته عدد صحیح ارائه می‌شود. سپس مدل، خطی‌سازی شده و برای حل مسئله، الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و نیز دو حالت بهبودیافته‌ی آن به‌کارگیری می‌شود. دو الگوریتم پیشنهادی شامل یک برنامه رمزگذاری و رمزگشایی جدید و نیز جستجوی محلی برای تخصیص کارگر به هر ایستگاه است. برای تعیین حدود پارامترها در این سه الگوریتم از روش طراحی آزمایش استفاده شده و به‌ازاء ترکیب پارامترها، حالت‌های مختلفی برای حل مسئله ایجاد شده است. سپس، بر اساس گراف‌های موجود در ادبیات تحقیق مثال‌های عددی ایجاد و نتایج حل آن‌ها با سه الگوریتم مقایسه و کارایی الگوریتم‌ها سنجش می‌شوند. به‌علاوه، برای ارزیابی کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی در مسائل واقعی، مطالعه موردی در خط مونتاژ قطعه نازل انجام گردید که در پالایشگاه‌های نفت کاربرد دارد. نتایج حل مطالعه موردی و بررسی شاخص‌های عملکرد برای آن، بیانگر کارایی و عملکرد بهتر حالت‌های بهبودیافته الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است.

**کلیدواژه‌ها:** مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل (UALBPs)، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، برنامه‌ریزی غیرخطی آمیخته عدد صحیح، تخصیص ابزارآلات، کیفیت انجام کار.

مقاله حاضر برگرفته از پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی صنایع دانشگاه صنعتی شیراز است.

\* نویسنده مسئول: eghtesadifard@sutech.ac.ir

## مقدمه

امروزه خطوط مونتاژ از اهمیت زیادی در تولید محصولات به صورت استاندارد و در حجم بالا برخوردار هستند. این خطوط حتی در تولید محصولات سفارشی و در حجم پایین نیز رواج یافته‌اند (مایک و همکاران، ۲۰۱۷). یک خط مونتاژ در واقع یک توالی از ایستگاه‌های کاری متصل به هم است که در آن محصول نیم ساخته بین ایستگاه‌های کاری در جریان است. در این خطوط، مسئله بالانس خط مونتاژ به تخصیص وظایف به ایستگاه‌های کاری با رعایت روابط پیش‌نیازی و بهینه‌سازی اهداف می‌پردازد (رشید و همکاران، ۲۰۱۲). چنانچه تخصیص وظایف به ایستگاه‌های کاری بدون توجه به مسئله بالانس خط مونتاژ صورت گیرد، درصد بیکاری در بعضی ایستگاه‌ها زیاد شده و کارایی خط پایین می‌آید؛ بنابراین بالانس خط مونتاژ مرحله‌ای حائز اهمیت در فرآیند تولید برای افزایش بهره‌وری خط تولید است.

خطوط مونتاژ بر اساس چیدمان و نحوه قرارگیری ایستگاه‌ها به چهار دسته خطوط مونتاژ مستقیم<sup>۱</sup>، خطوط مونتاژ U-شکل<sup>۲</sup>، خطوط مونتاژ موازی<sup>۳</sup> و خطوط مونتاژ دوطرفه<sup>۴</sup> تقسیم می‌گردند (خرم و همکاران، ۲۰۲۰، سیف<sup>۵</sup> و همکاران، ۲۰۱۴). در خطوط مونتاژ مستقیم کلیه ایستگاه‌ها بر روی یک خط مستقیم قرار می‌گیرند. خطوط مونتاژ U-شکل تعمیم یافته خطوط مستقیم هستند. در این خطوط، چیدمان ایستگاه‌ها به صورت U-شکل است و به دلیل اینکه قابلیت مراجعه مجدد به بعضی ایستگاه‌ها در مسیر برگشت این نوع خط وجود دارد، لذا تعداد ایستگاه‌ها کاهش یافته و همچنین نیروی انسانی کمتری نسبت به خطوط مونتاژ مستقیم نیاز دارند (آجنبلت و وین رایت<sup>۶</sup>، ۱۹۹۸، سیواسانکاران و شهاب‌الدین<sup>۷</sup>، ۲۰۱۴). بعلاوه زمان بیکاری و تعداد کارگران در این خطوط نسبت به

- 
1. Straight assembly line
  2. U-type assembly line
  3. Parallel assembly line
  4. Two-sided assembly line
  5. Saif
  6. Ajenblit & Wainwrhight
  7. Sivasankaran & Shahabuden

خطوط مونتاژ مستقیم کاهش می‌یابد، چراکه عملیات‌های دو یا چند ایستگاه می‌تواند توسط یک اپراتور انجام شود و در نتیجه کارایی کلی خط افزایش می‌یابد (خرم و همکاران، ۲۰۲۰، اسپارلینگ و میلتنبرگ<sup>۱</sup>، ۱۹۹۸).

در این مطالعه مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل تک‌محصولی مورد بررسی قرار گرفته است. اهداف این مسئله شامل حداقل نمودن تعداد ایستگاه‌های کاری، حداقل کردن هزینه تجهیزات و نیز حداقل نمودن سطح عدم کیفیت انجام کار در هر ایستگاه کاری (معادل حداکثر کردن کیفیت انجام کار) است. به‌علاوه محدودیت‌های رخداد<sup>۲</sup>، پیش‌نیازی<sup>۳</sup> و ظرفیت و همچنین محدودیت‌هایی در رابطه با تخصیص ابزارآلات و کارگرها در مدل مسئله در نظر گرفته شده است. در بیان شکاف‌های تحقیقاتی در این حوزه تحقیق باید گفت که در مسائل بالانس خط مونتاژ U-شکل، توابع هدف از جنس هزینه، ظرفیت و کیفیت به‌طور هم‌زمان در قالب یک مسئله در مطالعات پیشین یافت نشده است (سیواسانکاران و شهاب‌الدین، ۲۰۱۴). به‌علاوه، در مطالعات پیشین این حوزه تحقیق، مطالعه تخصیص کارگران (بر اساس سطح مهارت) و تخصیص ابزار به‌طور هم‌زمان در قالب یک مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل دیده نشده است. برای پُر کردن این شکاف‌ها، در این مطالعه یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه غیرخطی آمیخته عدد صحیح جهت بالانس خط مونتاژ U-شکل تک‌محصولی ارائه شده است که در مدل‌سازی مسئله، برای در نظر گرفتن شرایط واقعی فرض شده است که هر وظیفه به مجموعه‌ای از ابزارآلات نیاز دارد و در این رابطه، کیفیت انجام وظایف توسط کارگران، متفاوت در نظر گرفته شده است. مدل‌سازی کیفیت در مسئله بالانس خط مونتاژ (به‌عنوان یکی از توابع هدف) به‌صورت متفاوتی نسبت به مطالعات پیشین این حوزه انجام شده است؛ به‌نحوی که سطح عدم کیفیت انجام کار توسط کارگران در کلیه ایستگاه‌ها را حداقل می‌نماید. همچنین برای حل مسئله، حالت‌های تخصیص کارگران و ابزارآلات به ایستگاه‌ها بر اساس الگوریتم همسایگی متغیر صورت می‌گیرد که به‌عنوان نوآوری تحقیق قابل اشاره است. از

---

1. Sparling & Miltenburg  
 2. occurrence constraint  
 3. Precedence constraint

آنجائی که مسئله بالانس خط مونتاژ با تخصیص ابزار یک مسئله NP-hard است (اوگان و عزیزگلو، ۲۰۱۵)، در این مطالعه الگوریتم فرا ابتکاری شبیه‌سازی تبرید اصلاح‌شده با نوآوری‌هایی در نحوه کدگذاری و بازگشایی کدها توسعه داده شده است و در سه حالت برای بهینه‌سازی مدل پیشنهادی، کدنویسی شده است. برای مقایسه نتایج این الگوریتم‌ها، مثال‌های عددی بر اساس گراف‌های موجود در ادبیات تحقیق ایجاد و با سه الگوریتم حل گردیده است. همچنین، برای ارزیابی کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی در خطوط مونتاژ واقعی، مطالعه موردی در خط مونتاژ قطعه نازل  $\delta$  انجام گردید که در پالایشگاه‌های نفت کاربرد دارد.

ادامه پژوهش به صورت زیر سازمان‌دهی شده است: در بخش دوم مروری بر مطالعات انجام‌شده در حوزه مسائل بالانس خط مونتاژ صورت می‌گیرد. در بخش سوم تعریف مسئله و مدل ریاضی مسئله توسعه داده می‌شود. در بخش چهارم، نحوه خطی‌سازی مدل و روش حل مسئله تشریح می‌گردد. در بخش پنجم نتایج حل مثال‌های عددی و مطالعه موردی ارائه می‌شود. بینش‌های مدیریتی در بخش ششم آورده می‌شود. در نهایت در بخش هفتم نتیجه‌گیری ذکر می‌گردد.

### مبانی نظری و مروری بر مطالعات گذشته

در سالیان اخیر پژوهش‌های بسیاری در زمینه مسئله بالانس خط مونتاژ صورت گرفته و انواع مختلفی از این مسائل مورد بررسی قرار گرفته است. در این بخش به تعدادی از مطالعات منتخب که در حوزه مسائل بالانس خط مونتاژ و همچنین خطوط مونتاژ U-شکل صورت گرفته به ترتیب زمانی اشاره می‌گردد.

### مسئله بالانس خط مونتاژ

از نخستین محققان در حوزه مسائل بالانس خطوط مونتاژ می‌توان بومن<sup>۱</sup> را نام برد که مسئله بالانس را در دو حالت در قالب مدل برنامه‌ریزی ریاضی خطی فرموله نمود (بومن، ۱۹۶۰).

---

1. Bowman

پترسون و آلبراخت<sup>۱</sup> (۱۹۵۷) برای مسئله بالانس خط مونتاژ یک مدل برنامه‌ریزی صفر و یک پیشنهاد نمودند. در مدل پیشنهادی آن‌ها تعداد متغیرها حدود ۵۰ درصد کمتر از تعداد متغیرهای موردنیاز برای سایر مدل‌های ارائه‌شده برای مسئله بالانس تا آن زمان بود. دکرو و رنگچاری<sup>۲</sup> (۱۹۹۰) برای مسئله بالانس خط مونتاژ ساده باهدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی توسعه دادند. آن‌ها برای مسئله محدودیت‌های عملیاتی متفاوتی نظیر محدودیت‌های ناحیه‌ای، توالی، زمان بیکاری، زمان سیکل و هزینه در نظر گرفتند. درنهایت نیز با حل مثال‌های عددی کارایی رویکرد پیشنهادی را نشان دادند. سورش و ساهو<sup>۳</sup> (۱۹۹۴) از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله بالانس خط مونتاژ با زمان انجام وظایف تصادفی بهره بردند. همچنین مک مولن و فرازیر<sup>۴</sup> (۱۹۹۸) نیز از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله بالانس خط مونتاژ چندهدفه با در نظر گرفتن شرایطی نظیر ایستگاه‌های موازی، زمان انجام وظایف به‌صورت تصادفی و چند محصولی بودن خط مونتاژ استفاده نمودند. ویلارینهو و سیماریا<sup>۵</sup> (۲۰۰۲) برای مسئله بالانس خط مونتاژ چند محصولی با ایستگاه‌های موازی و محدودیت‌های ناحیه‌ای، یک مدل برنامه‌ریزی ارائه نمودند. آن‌ها برای مدل، اهداف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و بالانس بار کاری در بین ایستگاه‌ها و داخل هر ایستگاه را در نظر گرفتند. همچنین برای حل مسئله یک رویکرد دو مرحله‌ای بر اساس الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به کار بردند که در مرحله اول به دنبال یافتن جواب بهینه برای هدف اولیه یعنی حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و در مرحله دوم به دنبال یافتن جواب بهینه برای هدف ثانویه یعنی بالانس بار کاری است. گوکن و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۰۶) برای مسئله بالانس خط مونتاژ تک‌محصولی با ایستگاه‌های موازی، یک مدل ریاضی باهدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری ارائه نمودند و روش‌های حل جدیدی برای این مسئله پیشنهاد

- 
1. Patterson & Albracht
  2. Deckro & Rangachari
  3. Suresh & Sahu
  4. McMullen & Frazier
  5. Vilarinho & Simaria
  6. Gökçen

کردند. سپس روش‌های پیشنهادی را با حل مثال‌هایی موردسنجش قرار دادند. اوزکان و توکلو<sup>۱</sup> (۲۰۰۹) الگوریتم شبیه‌سازی تبرید را برای حل مسئله بالانس خط مونتاژ دو طرفه چندمحصولی استفاده کردند. آن‌ها برای این مسئله، یک مدل ریاضی با اهداف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های متصل (پیوسته) و حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری ارائه نمودند. سپس برای سنجش عملکرد الگوریتم، دو معیار حداکثر کردن مجموع وزنی کارایی خط و حداقل کردن مجموع وزنی شاخص همواری را در نظر گرفتند. فتاحی و همکاران (۲۰۱۱) برای حل مسئله بالانس خط مونتاژ چندمنظوره یک مدل برنامه‌ریزی آمیخته عدد صحیح ارائه نمودند. اهداف مدل پیشنهادی شامل حداقل نمودن تعداد کل کارگران و حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های چندمنظوره احداث شده است و از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل آن استفاده نمودند. سپس با حل چندین مثال عددی، عملکرد الگوریتم پیشنهادی با تعدادی از روش‌های ابتکاری موجود مقایسه شده است. کوکوکک و ژانگ<sup>۲</sup> (۲۰۱۵) نخستین بار خطوط مونتاژ دوطرفه موازی نوع E را معرفی نمودند. آن‌ها برای بالانس این نوع خط مونتاژ یک مدل ریاضی با دو هدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری و زمان سیکل ارائه نمودند. سپس الگوریتم جدیدی برپایه بهینه‌سازی کلونی مورچه برای حل مسئله ارائه نمودند. همچنین پریرا و آلوارز<sup>۳</sup> (۲۰۱۸) در مسئله بالانس خط مونتاژ برای مواجهه با عدم قطعیت از رویکرد برنامه‌ریزی استوار با در نظر گرفتن زمان غیرقطعی برای وظایف کاری استفاده نمودند. فتاحی و همکاران (۲۰۱۹) برای طراحی خط مونتاژ برای تولید انبوه، یک مسئله بالانس خط مونتاژ را بررسی نموده و یک رویکرد حل مبتنی بر الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله توسعه دادند. لی<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۲۰) یک الگوریتم بهبودیافته شاخه و کرانه برای مسئله بالانس خط مونتاژ دوطرفه توسعه داده و در آن از الگوریتم ابتکاری بهبودیافته هافمن، برای دستیابی به کران بالا استفاده نموده‌اند. کامپانا و همکاران (۲۰۲۱) الگوریتم ابتکاری جدیدی برای مسئله بالانس

- 
1. Özcan & Toklu
  2. Kucukkoc & Zhang
  3. Pereira & Álvarez
  4. Li

خط مونتاژ در شرایط تخصیص کارگر به صورت سلسله مراتبی (ALBHW<sup>۱</sup>) ارائه دادند. در این مسئله، سطح مهارت در میان کارگران به صورت سلسله مراتبی رتبه‌بندی می‌شود و کارگر با صلاحیت کمتر هزینه کمتری دارد؛ اما به زمان انجام کار بیشتری نسبت به کارگر واجد شرایط بالاتر نیاز دارد.

### مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل

نخستین بار توسط میلتنبرگ و وینگارد<sup>۲</sup> (۱۹۹۴) مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل مورد بررسی قرار گرفت و در ادامه مطالعات محققان در این حوزه تا به امروز ادامه یافته است. از جمله گوکن و آگپاک<sup>۳</sup> (۲۰۰۶) در پژوهشی مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل را در قالب یک مدل ریاضی فرموله نموده و یک روش برنامه‌ریزی آرمانی برای حل آن توسعه دادند. آن‌ها برای مدل پیشنهادی، آرمان‌های حداقل کردن تعداد ایستگاه‌ها و زمان سیکل را در نظر گرفتند. بایکاسوگلو<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) الگوریتم شبیه‌سازی تبرید را برای حل مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل با اهداف حداکثر کردن ضریب همواری خط و کارایی خط به کار برده است و کارکرد الگوریتم پیشنهادی را با حل مثال‌هایی از ادبیات موضوع مورد سنجش قرار داده است. در نهایت این مطالعه نتیجه می‌گیرد که الگوریتم پیشنهادی برای مسائل مختلف، جواب‌های بهینه در زمان‌های مناسبی به دست آورده است. همچنین معنوی‌زاده و همکاران (۲۰۱۳) مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل نوع اول چندمحصولی با اهداف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌ها از طریق بالانس بار کاری و حداکثر کردن بازده وزنی را با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید حل نمودند. در الگوریتم پیشنهادی، در مرحله اول تخصیص وظایف و بالانس خط انجام می‌شود و تعداد ایستگاه‌های کاری به دست می‌آید. در مرحله دوم، کارگران به ایستگاه‌های احداث شده تخصیص می‌یابند. در مرحله سوم نیز بهینه‌سازی اهداف با توجه به دو مرحله قبل و بر اساس سازوکارهای تعریف شده صورت

- 
1. Assembly line balancing problem with hierarchical worker
  2. Miltenburg & Wijngaard
  3. Gokcen & Agpak
  4. Baykasoglu



می‌گیرد. اوگان و عزیزگلو<sup>۱</sup> (۲۰۱۵) مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل را در حالتی که هر کدام از وظایف کاری برای انجام به مجموعه‌ای از ابزار و تجهیزات نیاز دارند، در قالب یک مدل برنامه‌ریزی آمیخته عدد صحیح باهدف حداقل نمودن هزینه تجهیزات فرموله نمودند که مدل پیشنهادی قابلیت حل مسائل با اندازه کوچک را دارد. همچنین برای حل مسائل با اندازه متوسط نیز الگوریتم شاخه و کران را پیشنهاد کردند. فتحی و همکاران (۲۰۱۶) نیز از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با در نظر گرفتن دو هدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌ها و حداکثر کردن کارایی بالانس برای مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل بهره بردند. لی<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۱۷) برای مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل، یک مدل ریاضی آمیخته عدد صحیح باهدف حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری ارائه نمودند. در این مدل برخلاف مطالعات پیشین که از دو رابطه برای روابط پیش‌نیازی تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری استفاده کرده‌اند، از یک رابطه ریاضی استفاده شده است. سپس الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچه بهبودیافته برای حل این مسائل در سایز بزرگ به کار گرفته شده است. علوی دوست و همکاران (۲۰۱۷) در مطالعه خود به بررسی خطوط مونتاژ مستقیم و U-شکل پرداختند. آن‌ها اهدافی نظیر بهینه‌سازی کارایی خط و درصد بیکاری و نیز حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری را برای مسئله در نظر گرفتند. به‌علاوه شرایط عدم قطعیت زمان انجام وظایف کاری را به‌صورت اعداد فازی مثلثی در نظر گرفتند. درنهایت نیز الگوریتم ژنتیک بهبودیافته را برای حل مسئله پیشنهاد نمودند و کارایی آن را با حل مثال‌های عددی نشان دادند. آیدوگان<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۹) نیز در مسئله بالانس خطوط مونتاژ U-شکل زمان انجام وظایف را به‌صورت تصادفی در نظر گرفتند و مسئله را با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات حل نمودند. ژانگ<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۲۰) یک مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل را در قالب یک مسئله بهینه‌سازی دو هدفه را با اهداف کمینه‌سازی زمان سیکل و ریسک‌های ارگونومیکی مدل‌سازی نمودند و جواب‌های پاراتو

- 
1. Ogan & Azizoglu
  2. Li
  3. Aydoğan
  4. Zhang

را با الگوریتم حریصانه<sup>۱</sup> به دست آوردند. پیناریاسی (۲۰۲۱) برای مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل در شرایط احتمالی، دو مدل غیرخطی محدودیت شانس ارائه داده است. سپس این مدل‌ها را خطی‌سازی و حل نموده و نتایج را با نتایج حل از روش کلونی مورچه مقایسه کرده است. جدول (۱)، تعدادی از مقالات منتخب در زمینه بالانس خط مونتاژ که در سال‌های اخیر در مجلات معتبر منتشر شده‌اند را نشان می‌دهد.

در اغلب مطالعات صورت گرفته در این حوزه، بالانس خطوط مونتاژ با هدف بهینه‌سازی هم‌زمان کیفیت انجام کار و نیز هزینه صورت نگرفته است. به‌ویژه که این موضوع در مسائل بالانس خط مونتاژ U-شکل در تعداد معدودی از مطالعات بررسی شده است (سیواسانکاران و شهاب‌الدین، ۲۰۱۴). لذا در این پژوهش، مدل‌سازی مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل تک‌محصولی با بهینه‌سازی اهداف کیفیت، هزینه و ظرفیت با رویکرد جدیدی صورت گرفته است. همچنین برای حل مسئله، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید اصلاح‌شده در سه حالت توسعه داده‌شده و نتایج حل مسئله در این حالت‌ها با الگوریتم کلاسیک شبیه‌سازی تبرید مقایسه شده است.

جدول ۱. منتخب مقالات در زمینه مسائل بالانس خط مونتاژ

نویسندگان	نوع خط	نوع مدل‌سازی	تعداد اهداف	روش حل
دلیس و همکاران (۲۰۱۶)	خط مونتاژ U-شکل دوطرفه	---	۱	الگوریتم ژنتیک
ماکاند نیلاکانتان و پونامبالام (۲۰۱۶)	خط مونتاژ U-شکل رباتیک	باینری	۱	الگوریتم بهینه‌سازی ذرات
پیتاکاسو و ستنان (۲۰۱۶)	خط مونتاژ ساده نوع اول	باینری	۱	الگوریتم دیفرانسیل تکاملی
کالایسی و همکاران (۲۰۱۶)	خط جداسازی قطعات	آمیخته عدد صحیح	۴	الگوریتم ژنتیک
ژانگ و همکاران (۲۰۱۶)	خط مونتاژ ساده نوع دوم	مدلسازی ریاضی	۱	الگوریتم دیفرانسیل تکاملی

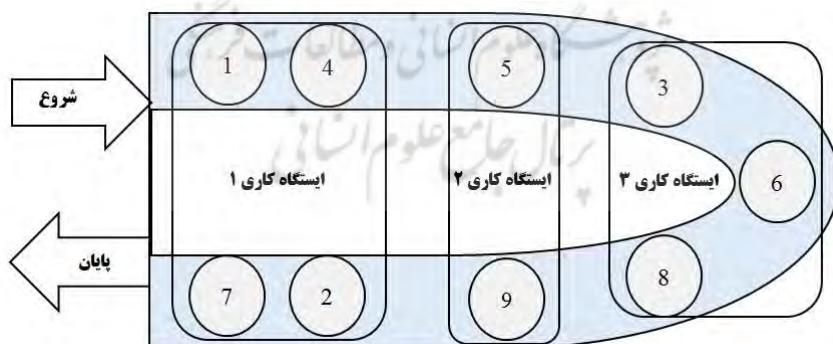
### 1. Greedy algorithm

نویسندگان	نوع خط	نوع مدل‌سازی	تعداد اهداف	روش حل
گرمیناس و همکاران (۲۰۱۶)	خط مونتاژ ساده نوع E	آمیخته عدد صحیح	۱	الگوریتم تکرار افزایشی
دلیس و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل دو طرفه	----	۲	الگوریتم بهینه‌سازی ذرات
ژونگ و آی (۲۰۱۷)	خط مونتاژ تک‌محصولی	مدلسازی ریاضی	۳	الگوریتم لانه مورچگان تغییر یافته
کو کو کک و ژانگ (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل	آمیخته عدد صحیح	۱	الگوریتم بهینه‌سازی لانه مورچگان
کیلگوز (۲۰۱۷)	خط مونتاژ با ایستگاه چند کارگره (منظوره)	آمیخته عدد صحیح	۲	الگوریتم شبیه‌سازی تبرید
روشانی و گیگیو (۲۰۱۷)	خط مونتاژ با ایستگاه چند کارگره (منظوره)	آمیخته عدد صحیح	۱	الگوریتم شبیه‌سازی تبرید
دونگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ با زمان تصادفی	محدودیت شانس و آمیخته عدد صحیح	۲	ترکیب الگوریتم بهینه‌سازی ذرات و شبیه‌سازی تبرید
لی و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل	----	۱	الگوریتم شاخه و کران و یادآوری
ژانگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل رباتیک	آمیخته عدد صحیح غیرخطی	۲	الگوریتم کلونی زنبور عسل
ژانگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل	----	۲	الگوریتم کوچ پرندگان مهاجر
لی و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل رباتیک	آمیخته عدد صحیح	۱	الگوریتم کوچ پرندگان مهاجر
ژانگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل رباتیک	آمیخته عدد صحیح غیرخطی	۳	الگوریتم گرگ خاکستری
فانگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط جداسازی رباتیک	آمیخته عدد صحیح	۳	الگوریتم شبیه‌سازی تبرید
خرم و همکاران (۲۰۱۷)	خط مونتاژ U-شکل	آمیخته عدد صحیح	۲	الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

نویسندگان	نوع خط	نوع مدل سازی	تعداد اهداف	روش حل
وانگ و همکاران (۲۰۱۷)	خط جداسازی موازی	آمیخته عدد صحیح	۲	ترکیب الگوریتم ژنتیک و شبیه سازی تبری
پژوهش حاضر	خط مونتاژ U-شکل با در نظر گرفتن تخصیص کارگر و ابزار	مدل برنامه ریزی ریاضی غیرخطی آمیخته عدد صحیح	۳	الگوریتم شبیه سازی تبرید، جستجوی همسایگی متغیر

### تعریف مسئله

خط مونتاژ مورد بررسی در این مقاله، خط مونتاژ U-شکل تک محصولی است (شکل ۱) و برای بالانس این نوع خط مونتاژ یک مدل ریاضی ارائه شده است. در مدل پیشنهادی سه هدف کیفیت، هزینه و ظرفیت به طور هم زمان به عنوان توابع هدف در نظر گرفته شده است. در مدل پیشنهادی فرض شده که هر وظیفه برای انجام به مجموعه ای از ابزارآلات نیاز دارد و همچنین کیفیت انجام وظایف کاری توسط هر کارگر متفاوت است. همچنین برای انطباق بیشتر مدل با مسائل موجود در دنیای واقعی، محدودیت هایی متناسب با شرایط محیطی مسئله در نظر گرفته شده و روابط ریاضی متناسب با آن ها نیز در مدل پیشنهادی ذکر شده است.



شکل ۱. خط مونتاژ U-شکل

مفروضات عمومی در نظر گرفته شده در مدل به شرح زیر است:  
خط مونتاژ در نظر گرفته شده تک‌محصولی است.  
هر جزء کاری تنها به یک ایستگاه تخصیص می‌یابد و قابل تقسیم به اجزاء کوچک‌تر نیست.  
هر فعالیت مجموعه‌ای از تجهیزات و ابزارآلات را نیاز دارد.  
با توجه به اجزاء کاری تخصیص یافته به هر ایستگاه، تعداد تجهیزات اختصاص یافته به آن ایستگاه متفاوت است.  
توالی عملیات با توجه به روابط پیش‌نیازی و پس‌نیازی و بر اساس گراف تقدم و تأخر تعیین می‌شود.  
زمان انجام فعالیت‌ها قطعی در نظر گرفته شده است.  
زمان انجام عملیات‌ها توسط همه کارگرها یکسان در نظر گرفته شده است.  
کیفیت انجام هر کار توسط هر کارگر متفاوت فرض شده و برای انجام فعالیت‌ها به هر ایستگاه یک کارگر تخصیص داده می‌شود.  
هزینه هر تجهیز متفاوت است و بر اساس تعداد مورد استفاده محاسبه می‌شود.

### مدل‌سازی ریاضی

در این بخش مجموعه‌ها، اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مدل پیشنهادی به صورت زیر تعریف شده است:

#### مجموعه‌ها

$TL_i$  : مجموعه ابزارهای مورد نیاز فعالیت  $i$  ام

$PR_i$  : مجموعه روابط پیش‌نیازی فعالیت  $i$  ام

$SC_i$  : مجموعه روابط پس‌نیازی فعالیت  $i$  ام

#### اندیس‌ها

$i$  : اندیس فعالیت‌ها

اندیس فعالیت‌ها :  $j$

اندیس ایستگاه‌ها :  $k$

اندیس کارگران :  $u$

اندیس تجهیزات :  $l$

#### پارامترها

تعداد کل فعالیت‌ها :  $I$

تعداد کل تجهیزات :  $L$

ماکزیمم تعداد ایستگاه‌ها :  $K$

ماکزیمم تعداد کارگران :  $U$

زمان انجام فعالیت  $i$  ام :  $t_i$

هزینه ابزار  $l$  ام :  $ec_l$

سطح کیفیت انجام فعالیت  $i$  ام به وسیله کارگر  $u$  ام :  $q_{iu}$

زمان سیکل :  $CT$

#### متغیرها

اگر فعالیت  $i$  ام به قسمت جلو (رفت) خط  $U$ -شکل تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت ۰ :  $U_i$

اگر فعالیت  $p$  ام به قسمت برگشت (عقب) خط  $U$ -شکل تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت. :  $V_p$

حداقل سطح کیفیت انجام فعالیت‌های ایستگاه  $k$  ام :  $Q_k$

اگر ابزار  $l$  ام به ایستگاه  $k$  ام تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت. :  $Z_{lk}$

اگر فعالیت  $i$  ام به ایستگاه  $k$  ام تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت. :  $X_{ik}$

اگر حداقل یک فعالیت به ایستگاه  $k$  ام تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر :  $S_k$

این صورت.

اگر کارگر  $u$  ام به ایستگاه  $k$  ام تخصیص یابد برابر با ۱ و در غیر این صورت  $W_{uk}$  :

مدل پیشنهادی برای مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل که سه هدف را بهینه می‌نماید، به صورت زیر ارائه شده است:

$$OF_1 \min \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L ec_l Z_{lk} \quad (1)$$

$$OF_2 \min \sum_{k=1}^K S_k \quad (2)$$

$$OF_3 \min \sum_{k=1}^K \frac{(1 - Q_k)}{S_k} \quad (3)$$

Subject to

$$\sum_{k=1}^K kX_{pk} - \sum_{k=1}^K kX_{ik} - K - 1 - V_p - 2U_i = p, i \in PR_i \quad (4)$$

$$\sum_{k=1}^K kX_{sk} - \sum_{k=1}^K kX_{ik} - KU_i = i, s \in SC_i \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^K X_{ik} = 1 \quad i \quad (6)$$

$$S_k = \sum_{i=1}^I X_{ik} \quad i, k \quad (7)$$

$$S_k = \sum_{i=1}^I X_{ik} \quad k \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^I t_i X_{ik} \leq CT \quad k \quad (9)$$

$$\sum_{u=1}^U W_{uk} = S_k \quad k \quad (10)$$

$$\sum_{k=1}^K W_{uk} = 1 \quad u \quad (11)$$

$$1 \leq Q_k \leq 1, q_{iu}, W_{uk}, X_{ik} \quad i, u, k \quad (12)$$

$$X_{ik} = \frac{Z_{lk}}{|T_l|} \quad i, k \quad (13)$$

$$X_{ik}, Z_{lk}, S_k, W_{uk}, U_i, V_p \in [0, 1] \quad i, u, k, l \quad (14)$$

$$Q_k \in [0, 1] \quad k \quad (15)$$

تابع هدف اول (رابطه ۱) سعی در حداقل نمودن هزینه تجهیزات و ابزارآلات استفاده شده برای انجام فعالیت‌ها در کلیه ایستگاه‌ها دارد. تابع هدف دوم (رابطه ۲) به منظور حداقل کردن تعداد ایستگاه‌های کاری در نظر گرفته شده است. تابع هدف سوم (رابطه ۳) نیز سطح عدم کیفیت انجام کار توسط کارگران در کلیه ایستگاه‌ها را حداقل می‌نماید. دو محدودیت (۴) و (۵) مربوط به تخصیص وظایف کاری به خط رفت و خط برگشت خط مونتاژ U-شکل و رعایت روابط پیشین‌سازی و پس‌نیازی فعالیت‌ها می‌باشد. محدودیت تقدم و تأخر در تخصیص فعالیت‌ها باید رعایت شود، یعنی یک فعالیت زمانی می‌تواند به یک ایستگاه تخصیص یابد که فعالیت‌های پیشین‌سازی یا پس‌نیازی آن به یکی از ایستگاه‌های قبلی و یا به ایستگاه فعلی تخصیص یافته باشد (پترسون و آلبراتیچ، ۱۹۷۵). محدودیت ارائه شده در رابطه (۶) بیان می‌کند که هر وظیفه فقط به یک ایستگاه تخصیص داده می‌شود. دو محدودیت (۷) و (۸) تضمین می‌کنند که تنها در صورتی یک ایستگاه ایجاد می‌شود که حداقل یک فعالیت به آن ایستگاه تخصیص یافته باشد و از ایجاد ایستگاه‌های اضافی جلوگیری می‌کنند. محدودیت (۹) زمان سیکل را رعایت می‌کند و اجازه نمی‌دهد که مجموع زمان فعالیت‌های تخصیص یافته به هر ایستگاه از زمان سیکل بیشتر باشد. رابطه (۱۰) مربوط به تخصیص کارگران به ایستگاه‌ها است و کنترل می‌کند که به هر ایستگاه دقیقاً یک کارگر تخصیص داده شود. رابطه (۱۱) بررسی می‌کند که هر کارگر به بیش از یک ایستگاه تخصیص داده نشود. رابطه (۱۲) کنترل می‌کند که حداقل سطح کیفی در ایستگاه‌های کاری در انجام فعالیت‌ها (توسط کارگران مختلف) رعایت شود؛ یعنی سطح



کیفی انجام فعالیت‌هایی که به هر ایستگاه کاری تخصیص یافته است از حداقل سطح کیفی انجام کار در آن ایستگاه بزرگ‌تر یا مساوی باشد. رابطه (۱۳) کنترل می‌کند که در صورت تخصیص یک فعالیت به یک ایستگاه کاری، ابزارآلات موردنیاز برای انجام آن فعالیت نیز به ایستگاه کاری تخصیص یابد ( $|Tl_i|$  تعداد ابزارهای موردنیاز برای انجام فعالیت  $i$  است). دو رابطه (۱۴) و (۱۵) حدود متغیرهای تصمیم مدل را مشخص می‌کنند.

### خطی سازی مدل ریاضی

از آنجایی که تابع هدف سوم و محدودیت ۱۲ غیرخطی هستند، لذا مدل ارائه شده غیرخطی است. مدل‌های غیرخطی سخت‌تر از مدل‌های خطی حل می‌شوند، لذا نیاز است بر روی مدل خطی سازی صورت گیرد تا برای حل آن بتوان از روش‌های حل مسائل خطی استفاده نمود. در این قسمت عبارت‌های غیرخطی موجود در مدل پیشنهادی، خطی سازی می‌شوند. دو عبارت غیرخطی در مدل پیشنهادی وجود دارد. یک عبارت غیرخطی مربوط به محدودیت ۱۲ است که در آن، دو متغیر صفر و یک درهم ضرب شده‌اند و نحوه خطی سازی آن در پیوست ۱ (خطی سازی ضرب دو متغیر صفر و یک) آمده است. عبارت غیرخطی دیگر مربوط به تابع هدف سوم (رابطه ۳) است که پس از تغییر متغیر و جایگذاری در تابع هدف ایجاد می‌شود و در آن، یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته ضرب شده است و رابطه (۳) به صورت کسری درآمده است. خطی سازی رابطه (۳) در چند مرحله انجام می‌شود؛ ابتدا برای خطی سازی تابع هدف سوم (که به صورت کسری است) تبدیل چارنز-کوپر بکار گرفته شده است (پیوست ۲ تبدیل چارنز-کوپر را ببینید) و سپس از خطی سازی ضرب یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته استفاده می‌شود (پیوست ۳ خطی سازی ضرب یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته را ببینید).

خطی سازی مدل مطابق گام‌های زیر انجام می‌شود.

گام اول) در محدودیت ۱۲ نیاز است خطی سازی حاصل ضرب دو متغیر صفر و یک مطابق پیوست ۱ انجام شود. به این منظور دو محدودیت دیگر به مدل افزوده می‌شود

(روابط ۱۶، ۱۷ و ۱۸) (گلایور و وولسی، ۱۹۷۴). (توجه شود که به منظور خلاصه‌سازی، محدودیت‌های ۴۷ و ۴۸ (آمده در پیوست ۱) به صورت یک محدودیت اعمال شده‌اند).

$$1 - Q_k - q_{iu} Y_{iuk} \leq 0 \quad i, u, k \quad (16)$$

$$W_{uk} + X_{ik} \geq 2Y_{iuk} \quad i, u, k \quad (17)$$

$$W_{uk} + X_{ik} \leq 1 + Y_{iuk} \quad i, u, k \quad (18)$$

گام دوم) برای خطی‌سازی تابع هدف سوم که به صورت کسری است از تبدیل چارنز-کوپر استفاده می‌شود (پیوست ۲ را ببینید).

$$\sum_{k=1}^K S_k \leq \frac{1}{D} \quad (19)$$

$$D \cdot S_k \leq V_k \quad (20)$$

$$\sum_{k=1}^K V_k \leq 1 \quad (21)$$

پس از اعمال تبدیل فوق، تابع هدف سوم در مدل پیشنهادی به صورت زیر تغییر پیدا می‌کند:

$$OF_3 \min \sum_{k=1}^K D(1 - Q_k) \quad (22)$$

با این حال، رابطه (۲۰) همچنان غیرخطی و به صورت حاصل ضرب یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته است؛ بنابراین بایستی خطی‌سازی (مطابق پیوست ۳) بر روی رابطه (۲۰) هم صورت گیرد.

گام سوم) در این گام رابطه (۲۰) مطابق پیوست ۳ خطی‌سازی می‌شود. محدودیت‌های خطی شده با رابطه‌های ۲۳، ۲۴ و ۲۵ نشان داده شده است.

$$V_k - D \leq 0 \quad k \quad (23)$$

$$V_k - M \cdot S_k \leq 0 \quad k \quad (24)$$

$$V_k - D - M + 1 - S_k \leq 0 \quad k \quad (25)$$

گام چهارم) در این گام برای خطی‌سازی تابع هدف سوم مدل پیشنهادی (رابطه ۲۲)، تغییر

متغیر زیر انجام شده و تغییرات لازم در مدل اعمال می‌گردد.

$$D \cdot Q_K \quad R_k \quad (26)$$

پس از تغییر متغیر انجام شده رابطه ۱۶ به صورت زیر در می‌آید:

$$D \quad R_K \quad (1 \quad q_{iu})DY_{iuk} \quad (27)$$

گام پنجم) رابطه (۲۷) همچنان غیرخطی است و برای خطی کردن آن از پیوست ۳ (خطی سازی ضرب یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته) استفاده شده است (چانگ و چانگ، ۲۰۰۰) و تغییرات لازم در مدل به صورت زیر اعمال می‌گردد.

$$DY_{iuk} \quad B_{iuk} \quad (28)$$

پس از اعمال تغییرات لازم، سه محدودیت زیر به مدل اصلی افزوده می‌شود.

$$B_{iuk} \quad M Y_{iuk} \quad (29)$$

$$B_{iuk} \quad D \quad (30)$$

$$B_{iuk} \quad D \quad M \quad 1 \quad Y_{iuk} \quad (31)$$

در نهایت مدل غیرخطی با تغییرات زیر به مدل خطی تبدیل می‌شود.

- رابطه (۳۲) جایگزین رابطه (۳) می‌شود.

- رابطه‌های (۳۳-۴۲) جایگزین رابطه (۱۲) می‌شود.

- رابطه (۴۳) جایگزین رابطه (۱۴) می‌شود.

- رابطه (۴۴) جایگزین رابطه (۱۵) می‌شود.

$$OF_3 \quad 0 \quad \min \quad \sum_{k=1}^K (D \quad 0 \quad R_k) \quad (32)$$

$$D \quad 0 \quad R_k \quad 1 \quad q_{iu} \quad B_{iuk} \quad i, u, k \quad (33)$$

$$W_{uk} \quad X_{ik} \quad 2Y_{iuk} \quad i, u, k \quad (34)$$

$$W_{uk} \quad \cdot \quad X_{ik} \quad 1 \quad \%Y_{iuk} \quad i, u, k \quad (35)$$

$$\sum_{k=1}^K V_k \quad 1 \quad k \quad (36)$$

$$V_k \quad D \quad k \quad (37)$$

$$V_k \quad M \quad S_k \quad k \quad (38)$$

$$\begin{aligned}
 V_k, D, M \# S_k & & k & & (39) \\
 B_{iuk}, M, Y_{iuk} & & i, u, k & & (40) \\
 B_{iuk}, D & & i, u, k & & (41) \\
 B_{iuk}, D, M \# Y_{iuk} & & i, u, k & & (42) \\
 X_{ik}, Z_{lk}, S_k, W_{uk}, U_i, V_p, Y_{iuk} & 0,1 & i, u, k & & (43) \\
 Q_k, V_k, R_k, D, B_{iuk} & 0 & i, u, k & & (44)
 \end{aligned}$$

### رویکرد مواجهه با چند هدفه بودن مسئله

در این پژوهش از رویکردی مبتنی بر روش معیار وزنی جامع<sup>۱</sup> برای تعیین اثرگذاری توابع هدف استفاده شده است. در این رویکرد، ابتدا حد بالایی برای هر یک از سه تابع هدف محاسبه شده و سپس با تقسیم مقدار به دست آمده برای هر تابع هدف بر حد بالای خودش مقدار نرمال شده‌ای برای هر سه تابع هدف در بازه [۰ و ۱] به دست می‌آید. در نهایت مجموع این مقادیر نرمال، مقدار تابع هدف کلی مسئله را شکل می‌دهد (پروس و همکاران، ۲۰۰۱، کاستا و پریرا، ۲۰۱۰). لذا تابع هدف کل به صورت رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\min OF \left( \frac{OF_1}{UB_1}, \frac{OF_2}{UB_2}, \frac{OF_3}{UB_3} \right) \quad (45)$$

در رابطه ۴۵، صورت کسرها (OF) مقادیر به دست آمده برای توابع هدف بوده و مخرج کسرها (UB) نیز مقادیر حد بالا برای هر یک از سه تابع هدف هستند.

### روش حل مسئله

مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل با تخصیص ابزار به عنوان یک مسئله NP-hard شناخته شده است (اگان و عزیزاگلو، ۲۰۱۵)؛ بنابراین در این مطالعه، الگوریتم فراابتکاری شبیه-سازی تبرید با جستجوی محلی برای حل مسائل بالانس خط مونتاژ U-شکل تک محصولی با اهدافی از جنس هزینه، ظرفیت و کیفیت استفاده شده است. در این پژوهش، سه الگوریتم شبیه‌سازی تبرید با اندکی تفاوت استفاده شده است. الگوریتم‌های پیشنهادی در

این پژوهش، کلیه قواعد تخصیص وظایف به ایستگاه‌های کاری در خطوط مونتاژ  $U$ -شکل را رعایت می‌کنند و وظیفه تولید جواب‌های نزدیک به بهینه را بر اساس مجموع وزنی توابع هدف برعهده دارند. در این بخش، مراحل و نحوه کارکرد الگوریتم‌های فرا ابتکاری پیشنهادی و نحوه پیاده‌سازی آن‌ها توضیح داده می‌شود. در این الگوریتم‌ها از نمادگذاری‌های آمده در جدول ۲ استفاده شده است.

جدول ۲. نمادگذاری‌های مورد استفاده در الگوریتم‌های پیشنهادی

نام/تعریف	اندیس	نام/تعریف	اندیس
مجموعه تجهیزات مورد نیاز وظیفه $i$ م	$Tl_i$	اندیس وظایف	$i$
مجموعه روابط پیش‌نیازی فعالیت $i$	$PR_i$	تعداد وظایف	$n$
مجموعه روابط پس‌نیازی فعالیت $i$	$SC_i$	اندیس ایستگاه‌ها	$j$
زمان سیکل	$CT$	حداکثر تعداد ایستگاه‌ها	$m$
حد بالای تابع هدف شماره یک	$UB_1$	اندیس کارگران	$u$
حد بالای تابع هدف شماره دو	$UB_2$	حداکثر تعداد کارگران	$U$
حد بالای تابع هدف شماره سه	$UB_3$	اندیس تجهیزات	$l$
نرخ کاهش دما	$Cr$	تعداد تجهیزات	$L$
دما	$temp$	زمان انجام وظیفه $i$	$t_i$
تعداد تکرارها	$iter$	زمان کل وظایف کاری	$time$
حداقل سطح کیفیت انجام وظایف	$disquality$	هزینه تجهیز (ایزار) 1	$ec_1$
بهترین مقدار یافت شده برای تابع هدف	$Ofbest$	لیست تصادفی وظایف کاری	$ord$
لیست تصادفی کارگرها	$ordw$	حداقل دما	$min temp$

### روش کدگذاری داده‌ها و بازگشایی کدها

در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی در این پژوهش، وظایف کاری بر اساس شماره آن‌ها به صورت تصادفی در یک بردار سطری  $n \times 1$  قرار می‌گیرند. همچنین، برای تعیین روابط پیش‌نیازی و پس‌نیازی، تجهیزات مورد نیاز در وظایف کاری و ایستگاه‌های فعال، ماتریس‌های صفر و یک تشکیل گردیده است. به علاوه، برای نشان دادن هزینه تجهیزات و

کیفیت انجام کار توسط کارگران و نیز برای نشان دادن وظایف، کارگران و تجهیزات تخصیص یافته به هر ایستگاه، ماتریس‌هایی با ابعاد متناسب با اندازه مسئله ایجاد شده است. برای تولید جواب با رعایت روابط پیش‌نیازی و زمان سیکل، وظایف کاری و کارگران بر اساس لیست‌های تصادفی به ترتیب به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند. پس از تخصیص وظایف به ایستگاه اول و تکمیل آن، لیست وظایف کاری به‌روزرسانی می‌شود تا وظایف قابل تخصیص به ایستگاه‌های بعد مشخص شوند. سپس با در نظر گرفتن شرط زمان سیکل در هر ایستگاه کاری، امکان تخصیص وظایف قابل تخصیص (با رعایت ترتیب اولویت وظایف) به ایستگاه دوم بررسی شده و در صورت دارا بودن شرایط لازم به این ایستگاه تخصیص می‌یابند. این روند تا تخصیص آخرین وظیفه به ایستگاه‌ها ادامه می‌یابد. در این فرآیند تا موقعی که ظرفیت یک ایستگاه تکمیل نگردد، ایستگاه بعدی باز نمی‌شود؛ بنابراین از ایجاد ایستگاه‌های اضافی جلوگیری می‌شود. همچنین زمانی که یک وظیفه کاری به ایستگاهی تخصیص می‌یابد، ابزار موردنیاز آن وظیفه نیز به همان ایستگاه تخصیص داده می‌شود.

$OF(x)$  به‌عنوان جواب اولیه تعیین می‌گردد و در هر تکرار، جوابی که تولید می‌شود ( $OF(x')$ ) با بهترین جواب تا آن مرحله از الگوریتم مقایسه شده و در صورتی که بهتر از آن است، جایگزین آن می‌گردد و به‌عنوان جواب بهینه فعلی ( $OF(x^*)$ ) در نظر گرفته می‌شود. در غیر این صورت، الگوریتم آن جواب را با احتمال  $exp\left(\frac{-(OF(x')-OF(x))}{T}\right)$  به‌عنوان جواب بهینه فعلی می‌پذیرد. جواب بهینه نهایی، جوابی است که بهترین مقدار را برای مجموع نسبی هر سه تابع هدف (که با استفاده از روش تغییر یافته معیار جامع محاسبه می‌شود) حاصل نماید (برای روش معیار جامع مورد استفاده در این مقاله به بخش "رویکرد مواجهه با چند هدفه بودن مسئله" مراجعه نمایید). در الگوریتم پیشنهادی برای پارامترهایی نظیر دمای اولیه، نرخ کاهش دما (Cr) و حداقل دما (mintemp) مقادیر اولیه تعریف می‌شود. الگوریتم با یک دمای اولیه به‌اندازه کافی ( $T_0$ ) شروع به کار می‌کند و دمایی که در هر مرحله و پس از کاهش دما به دست می‌آید، به‌عنوان دمای فعلی ( $T_k$ ) ذخیره می‌شود. در هر مرحله با توجه به نرخ کاهش دما در نظر گرفته شده است، دما

کاهش می‌یابد. در هر دما برای یافتن جواب‌های بهتر، تعداد معینی تکرار انجام می‌شود که در الگوریتم به آن تحت عنوان جستجو در همسایگی جواب اشاره شده است. برای توقف الگوریتم، شرط حداقل دما تعریف شده است و زمانی که دما به حداقل مقدار تعریف شده برسد، الگوریتم متوقف می‌گردد.

جواب اولیه بر اساس لیست تصادفی تولیدشده و با رعایت روابط پیش‌نیازی و محدودیت‌های مدل ایجاد می‌گردد. در حل مدل، عملگر Insertion جهت تغییر لیست وظایف کاری و ایجاد جواب جدید به کار می‌رود. این عملگر در هر تکرار به صورت تصادفی یک وظیفه که در لیست وظایف کاری قرار گرفته را انتخاب می‌کند و آن را به صورت تصادفی در جایی از لیست وظایف کاری قرار داده و محتویات آن را نیز به همان مکان انتقال می‌دهد. در هر جابجایی، جوابی به دست می‌آید که با جواب بهینه تا آن مرحله مقایسه می‌شود و در صورتی که جواب بهتری باشد، جایگزین جواب بهینه می‌گردد. نتایج تخصیص وظایف به ایستگاه‌ها، تخصیص تجهیزات به ایستگاه‌ها و همچنین تخصیص کارگران به کلیه ایستگاه‌های ایجادشده با ماتریس‌های  $m \times n$  نشان داده می‌شوند. همچنین توابع هدف به صورت متغیرهای  $1 \times 1$  نمایش داده می‌شوند.

### الگوریتم اول

الگوریتم اول، نوع کلاسیک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است و در آن، جواب‌های موجود در همسایگی جواب اولیه بررسی می‌گردند. به این صورت که ابتدا یک ترتیب تصادفی از اجزاء کاری ایجاد می‌شود و بر اساس ترتیب تولیدشده و با رعایت روابط پیش‌نیازی و پس‌نیازی، اجزاء کاری به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند و جواب اولیه تولید می‌شود. سپس یک ترتیب نیز برای تخصیص کارگران به ایستگاه‌های کاری ایجادشده (که این ترتیب ایجادشده تا آخر الگوریتم ثابت می‌ماند) و بر اساس آن کارگران به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند. پس از تخصیص کلیه وظایف و کارگران به ایستگاه‌ها، الگوریتم SA بهینه‌سازی را آغاز می‌کند. گام‌های الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به صورت زیر است (مراحل الگوریتم اول در شکل ۲ و شبه‌کد آن در شکل ۳ آمده است):

گام ۱: پارامترهای الگوریتم تعیین و یک جواب اولیه (X) تولید شود.

گام ۲: مقدار تابع هدف ( $Z$ ) برای جواب اولیه ( $X$ ) محاسبه شود و این مقادیر به عنوان  $Z^*$  و  $X^*$  در نظر گرفته شوند.

گام ۳: یک جواب جدید ( $X_{new}$ ) در همسایگی جواب فعلی ایجاد و مقدار تابع هدف ( $Z_{new}$ ) مربوط به آن محاسبه شود.

گام ۴: اگر  $Z_{new} < Z^*$  آنگاه جواب جدید به عنوان جواب بهینه فعلی در نظر گرفته شده و مقدار جواب بهینه فعلی ( $X^*, Z^*$ ) به روزرسانی شود و به گام ۵ بروید. در غیر این صورت به گام ۴-۱ بروید.

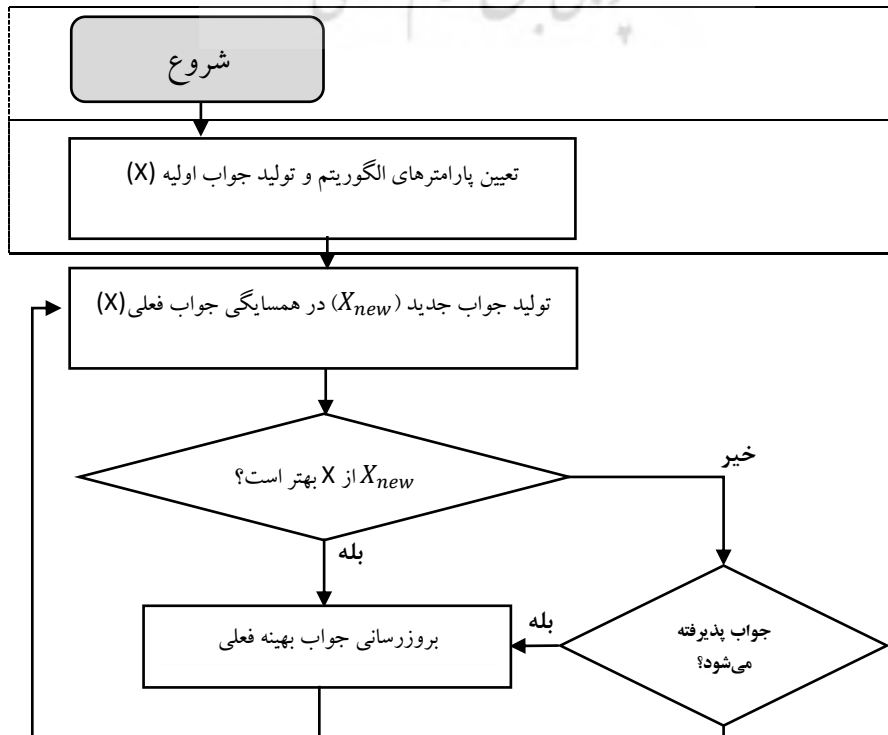
گام ۴-۱: مقدار  $P$  بر اساس رابطه  $\exp(-(Z^* - Z)/T)$  محاسبه و یک عدد تصادفی در بازه (۰ و ۱) تولید شود. چنانچه مقدار  $P$  بزرگتر از عدد تصادفی تولید شده است، جواب جدید پذیرفته شده و مقدار جواب بهینه فعلی ( $X^*, Z^*$ ) به روزرسانی شود و به گام ۵ بروید.

گام ۵: تعداد تکرارها بررسی و چنانچه پایان یافته، دما ( $T$ ) بر اساس رابطه (۴۶) کاهش یابد. در رابطه (۴۶)،  $temp$  معرف دمای هر مرحله از الگوریتم و  $Cr$  ضریب کاهش دما است و مقدار آن عددی در بازه [۰ و ۱] است (سومان و کومار، ۲۰۰۶).

$$temp = temp \times Cr \quad (46)$$

گام ۶: شرط توقف بر اساس حداقل دما ( $mintemp$ ) بررسی و در صورت رسیدن به حداقل دما، الگوریتم متوقف شود.

گام ۷: مقادیر  $X^*$  و  $Z^*$  به عنوان بهترین جواب نمایش داده شود.







شکل ۲. شماتیک مراحل اجرای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

```

Set parameters: an initial temperature ( $T_0$ ), final temperature ( $T_f$ ), cooling ratio ( $\alpha$ ), number of neighborhood in search
each temperature  $n_{max}$ ,  $T = T_0$ , and time limit ( $time_{max}$ )

Ord = randperm (n) %generating random order of task
Ordw = randperm (u) %generating random order of workers is not fix until end
Generate an initial solution ( $x_0$ )

 $x = x_0$ 
Evaluate the fitness values ( $OF$ )

 $OF = (OF1/UB1) + (OF2/UB2) + (OF3/UB3)$ ;
While time limit is not exceeded or  $T < T_f$ 
     $w = 1$ 
    For  $w = 1 : n_{max}$ 
        Randomly select  $x'$  from neighborhood structure
        If  $OF(x') < OF(x)$ 
             $x = x'$ 
        Else
            If  $rand(0,1) \leq \exp(-\Delta OF / T)$ 
                 $x = x'$ 
            End
        End
         $w = w + 1$ 
    End
    Ordw = randperm (u)
    End
     $T = \alpha T$ 
End
    
```

شکل ۳. شبه کد الگوریتم اول

## الگوریتم دوم

در الگوریتم پیشنهادی دوم که بهبود یافته الگوریتم شبیه سازی تبرید است، پس از ایجاد لیست تصادفی از اجزاء کاری و ایجاد جواب اولیه، یک لیست نیز برای تخصیص تصادفی کارگران به ایستگاه‌ها ایجاد می‌شود؛ اما برخلاف الگوریتم اول که ترتیب تصادفی ایجاد شده تا پایان الگوریتم تغییر نمی‌کرد، در این الگوریتم، در هر دو یک ترتیب تصادفی جدید تولید می‌شود و کارگران به ترتیب قرارگیری در لیست تصادفی به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند؛ بنابراین تفاوت این الگوریتم با الگوریتم اول، در این است که فقط از یک مجموعه ثابت از کارگران برای تولید جواب‌ها استفاده نمی‌شود. بلکه در هر جواب تولید شده، مجموعه خاصی از کارگران به صورت تصادفی به ایستگاه‌ها تخصیص می‌یابند. شبه کد الگوریتم در شکل ۴ آمده است.

```

Set parameters: an initial temperature ( $T_0$ ), final temperature ( $T_f$ ), cooling ratio ( $\alpha$ ), number of neighborhood in
search each temperature  $n_{max}$ ,  $T = T_0$ , and time limit ( $time_{max}$ )

Ord = randperm (n) %generating random order of task
Ordw = randperm (u) %generating random order of workers is not fix until end
Generate an initial solution ( $x_0$ )

 $x = x_0$ 
Evaluate the fitness values ( $OF$ )

 $OF = (OF1/UB1) + (OF2/UB2) + (OF3/UB3)$ ;
While time limit is not exceeded or  $T < T_f$ 
     $w = 1$ 
    For  $w = 1 : n_{max}$ 
        Randomly select  $x'$  from neighborhood structure
        If  $OF(x') < OF(x)$ 
             $x = x'$ 
        Else
            If  $rand(0,1) \leq \exp(-\Delta OF / T)$ 
                 $x = x'$ 
            End
        End
         $w = w + 1$ 
    End
    Ordw = randperm (u)
    End
     $T = \alpha T$ 
End
    
```

شکل ۴. شبه کد الگوریتم دوم

### الگوریتم سوم

الگوریتم پیشنهادی سوم، بهبود یافته الگوریتم دوم است. این بهبود با اعمال یک جستجوی محلی در هر مرحله انتساب کارگر انجام می‌شود (مرحله سوم الگوریتم)؛ به این صورت که در این الگوریتم یک حلقه تکرار (جستجوی محلی) برای بهبود تخصیص کارگران و در نتیجه بهتر شدن کیفیت انجام کار ایجاد شده است که در هر تکرار از این حلقه، الگوریتم سعی در بهبود تابع هدف سوم یعنی کمینه‌سازی سطح عدم کیفیت انجام کار دارد (درواقع، در هر تکرار از حلقه، پس از آن که یک جایگشت تصادفی از کارگران ایجاد می‌شود، این جایگشت برای تعدادی از تکرارها تغییر داده می‌شود تا تخصیص کارگران تا حد ممکن بهبود یابد). سپس در هر جواب تولید شده، این حلقه تابع هدف سوم را مورد بررسی قرار می‌دهد و چنانچه امکان بهبود آن وجود داشته باشد، تابع هدف سوم را

بهبود می‌بخشد که این کار موجب بهبود جواب کلی نیز می‌شود. شبه کد الگوریتم در شکل ۵ آمده است.

```

Set parameters: an initial temperature ( $T_0$ ), final temperature ( $T_f$ ), cooling ratio ( $\alpha$ ), number of neighborhood in
search each temperature  $n_{max}$ ,  $T = T_0$ , and time limit ( $time_{max}$ )

Ord = randperm (n) %generating random order of task
Ordw = randperm (u) %generating random order of workers is not fix until end
Generate an initial solution ( $x_0$ )
 $x = x_0$ 
Evaluate the fitness values ( $OF$ )
 $OF = (OF1/UB1) + (OF2/UB2) + (OF3/UB3)$ ;
While time limit is not exceeded or  $T < T_f$ 
     $w = 1$ 
    For  $w = 1 : n_{max}$ 
        Randomly select  $x'$  from neighborhood structure
        If  $OF(x') < OF(x)$ 
             $x = x'$ 
        Else
            If  $rand(0,1) \leq \exp(-\Delta OF / T)$ 
                 $x = x'$ 
            End
        End
    End
While time limit is not exceeded or  $iteration < iteration_f$ 
    Ordw = randperm (u)
    For  $w = 1 : n_{max}$ 
        Randomly select  $x'$  from neighborhood structure
        If  $OF(x') < OF(x)$ 
             $x = x'$ 
        Else
            If  $rand(0,1) \leq \exp(-\Delta OF / T)$ 
                 $x = x'$ 
            End
        End
    End
     $w = w + 1$ 
End
 $T = \alpha T$ 
End
    
```

شکل ۵. شبه کد الگوریتم سوم

### پیاده‌سازی و اجرا

از آنجائی که مدل ریاضی ارائه شده در این پژوهش، در مطالعات پیشین بررسی نشده است؛ لذا ابتدا با استفاده از گراف‌های معتبر موجود در ادبیات تحقیق، چندین مثال عددی برای ارزیابی کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی ایجاد و حل شده‌اند و جواب‌ها مورد

تجزیه و تحلیل قرار گرفته‌اند. سپس به منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی برای بالانس خطوط مونتاژ واقعی، مدل پیشنهادی برای مسئله بالانس خط مونتاژ قطعه  $\delta$  در یکی کارخانجات شیراز بکار گرفته شده و با الگوریتم پیشنهادی حل و نتایج تحلیل شده‌اند. در این بخش، ابتدا نحوه تولید جواب اولیه، استراتژی جستجو در همسایگی، نتایج محاسباتی مثال‌های عددی و سپس نتایج به کارگیری مدل پیشنهادی برای مسئله بالانس خط مونتاژ قطعه  $\delta$  آورده می‌شود.

### تنظیمات الگوریتم پیشنهادی

مقادیر پارامترها در فرآیند دستیابی به جواب‌های مطلوب تأثیر بسزایی دارند و با ترکیبات مختلف پارامترهای اصلی الگوریتم می‌توان به جواب‌هایی با کیفیت‌های متفاوت دست یافت. به علاوه، برای مسائل بالانس خط مونتاژ U-شکل با اندازه‌های متفاوت، مقادیر پارامترهای الگوریتم بایستی به طور مجزا برای ابعاد مختلف مسئله تنظیم گردد. به همین دلیل، اگر در تنظیم پارامترهای الگوریتم دقت لازم به عمل نیاید، ممکن است جواب‌های به دست آمده از کیفیت و کارایی مطلوبی برخوردار نباشند. در الگوریتم SA، چندین پارامتر وجود دارند که می‌بایست تخمین زده شوند از جمله دمای اولیه، نرخ کاهش دما و تعداد تکرارها در هر دما. برای تخمین مناسب حدود این پارامترها از روش طراحی آزمایش استفاده شده است و بر اساس آن‌ها بهترین مقادیر پارامترها برای مسائل با ابعاد مختلف تعیین گردیده است. به این منظور برای هر یک از این پارامترها سه مقدار مختلف بر اساس رایج‌ترین مقادیر استفاده شده برای آن‌ها در مسائل با ابعاد مختلف (بر پایه نمونه-های آمده در اسکول<sup>۱</sup> (۱۹۹۵)) انتخاب گردیده و به ازای ترکیب پارامترها، حالت‌های مختلفی برای حل مسئله ایجاد شده است. آزمایش‌ها برای مثال‌های عددی در سه دمای ۵۰، ۱۰۰ و ۲۵۰ و سه ضریب کاهش دمای مختلف (بر اساس فرمول کاهش دما مطابق رابطه (۴۶) در تکرارهای مختلف انجام شده است که در جدول ۳ ملاحظه می‌شود.

جدول ۳. مقادیر انتخاب شده جهت تخمین پارامترها

پارامتر	الگوریتم اول	الگوریتم دوم	الگوریتم سوم
تعداد تکرار	۲۰ و ۸۰ و ۲۰۰	۲۰ و ۸۰ و ۲۰۰	۴۰ و ۸۰
دما	۵۰ و ۱۰۰ و ۲۵۰	۵۰ و ۱۰۰ و ۲۵۰	۱۰۰ و ۲۵۰
ضریب کاهش دما	۰,۸ و ۰,۹ و ۰,۹۹	۰,۸ و ۰,۹ و ۰,۹۹	۰,۸۵ و ۰,۹۹
تکرار در هر حلقه بهبود	----	----	۲۵ و ۵۰

به ازای هر حالت به دست آمده از ترکیب حدود پارامترها در جدول ۳، سه مثال با اندازه‌های متفاوت (کوچک، متوسط و بزرگ)، ۱۰ مرتبه با هر یک از الگوریتم‌ها حل شده است. جهت دستیابی به بهترین ترکیب از مقادیر پارامترها، پس از حل همه این مسائل با هر سه الگوریتم، مقادیری از پارامترها که به ازای آن‌ها بهترین جواب‌ها به دست آمده است، به عنوان برآورد از مقادیر پارامترها تعیین شده است. به طور مثال در هر دما، میانگین مقادیر توابع هدف به دست آمده در تکرارهای مختلف محاسبه شده و دمایی که به ازای آن کمترین میانگین توابع هدف حاصل شده است، به عنوان دمای مناسب برای شروع الگوریتم تعیین شده است. به همین صورت مناسب‌ترین مقادیر برای سایر پارامترها تعیین می‌شود. برای تعیین بهترین تعداد تکرارها در هر دما، میانگین مقادیر توابع هدف در تکرارهای مختلف انجام شده، محاسبه می‌شود. سپس تعداد تکراری که به ازای آن، بهترین میانگین توابع هدف در هر دما به دست آمده است، به عنوان بهترین تعداد تکرارها در هر دما در نظر گرفته می‌شود. به عنوان نمونه، مقادیر تعیین شده برای پارامترهای سه الگوریتم، برای یکی از مثال‌های عددی در جدول ۴ آمده است.

جدول ۴. مقادیر تعیین شده برای پارامترهای سه الگوریتم (برای یکی از مثال‌های عددی)

پارامتر	الگوریتم اول	الگوریتم دوم	الگوریتم سوم
دما	۲۵۰	۲۵۰	۲۵۰
ضریب کاهش دما	۰,۹۹	۰,۹۹	۰,۹۹
تعداد تکرار	۲۰۰	۲۰۰	۸۰
تکرار در هر حلقه بهبود	----	----	۵۰

در الگوریتم‌های پیاده‌سازی شده، برای ایجاد جواب جدید در همسایگی یک جواب از عملگر جابجایی وظایف<sup>۱</sup> استفاده می‌شود. این عملگر در هر تکرار به صورت تصادفی یک وظیفه کاری (که در لیست تصادفی وظایف کاری قرار گرفته است) را انتخاب می‌کند و آن را به صورت تصادفی درجایی از لیست قرار می‌دهد و محتویات آن را نیز به همان مکان انتقال می‌دهد (تالبی، ۲۰۰۹). در الگوریتم‌های پیشنهادی کاهش دما بر اساس قاعده هندسی مطابق رابطه (۴۵) انجام می‌شود. شرط توقف برای الگوریتم‌های پیشنهادی نیز رسیدن به دمای نهایی (دمای حداقل) در نظر گرفته شده است.

#### نتایج محاسباتی مثال‌های عددی

در این پژوهش به منظور اعتبارسنجی الگوریتم‌های پیشنهادی، ۱۰ مثال عددی با اندازه‌های متفاوت (کوچک، متوسط و بزرگ) بر اساس گراف‌های معتبر موجود در ادبیات تحقیق طراحی شده است (مثال‌ها برپایه نمونه‌های آمده در اسکول (۱۹۹۵) طراحی شده‌اند). سپس، به ازای مقادیر مختلف پارامترها (مطابق جدول ۴)، هر مسئله ۱۰ مرتبه با هر الگوریتم حل شده و نتایج هر یک از الگوریتم‌ها مورد تحلیل قرار گرفته است. در این مثال‌ها، هزینه ابزارآلات و داده‌های مربوط به کیفیت انجام کار به صورت تصادفی تولید شده‌اند. همچنین کارگران با مهارت‌های متفاوت برای انجام وظایف کاری تعریف شده‌اند. به علاوه، زمان سیکل متناسب با زمان انجام فعالیت‌ها در نظر گرفته شده است. مشخصات مثال‌های عددی طراحی شده در جدول (۵) آورده شده است.

جدول ۵. اطلاعات مربوط به پارامترهای مثال‌های عددی حل شده

مثال	تعداد فعالیت‌ها	تعداد کارگرها	تعداد تجهیزات	زمان سیکل	X(۱۰۰۰) هزینه تجهیزات
۱	۱۱	۱۱	۸	۱۰	۱ و ۵ و ۲ و ۴ و ۱,۵ و ۳ و ۱
۲	۲۱	۲۱	۱۰	۲۱	۲ و ۳,۵ و ۱ و ۲,۵ و ۳ و ۱,۵ و ۲ و ۴ و ۱ و ۲,۵
۳	۲۵	۲۵	۱۰	۲۱	۲ و ۳,۵ و ۱ و ۲,۵ و ۳ و ۱,۵ و ۲ و ۴ و ۱

مثال	تعداد فعالیت‌ها	تعداد کارگرها	تعداد تجهیزات	زمان سیکل	$\times(1000)$ هزینه تجهیزات
					۱ و ۲,۵
۴	۳۰	۳۰	۱۰	۳۶	۲ و ۳,۵ و ۱ و ۳ و ۲ و ۱,۵ و ۴ و ۳,۵ و ۳ و ۲,۵
۵	۳۵	۳۵	۱۰	۵۴	۳ و ۳,۵ و ۵ و ۴ و ۲ و ۲,۵ و ۴,۵ و ۱,۵ و ۲ و ۳
۶	۴۵	۴۵	۱۲	۶۹	۱ و ۳ و ۲,۵ و ۲ و ۳,۵ و ۱,۵ و ۴ و ۳ و ۴ و ۱,۵ و ۲ و ۴,۵ و ۳,۵ و ۱ و ۳,۵ و ۲ و ۴,۵
۷	۵۳	۵۳	۱۲	۲۸۰,۶	۳ و ۴,۵ و ۳ و ۲,۵ و ۲ و ۳,۵ و ۱,۵ و ۴ و ۳ و ۴ و ۱,۵ و ۲ و ۴,۵ و ۳,۵ و ۱ و ۳,۵ و ۲ و ۴,۵
۸	۵۸	۵۸	۱۲	۸۶	۱,۵ و ۲,۵ و ۳ و ۱,۵ و ۲ و ۳,۵ و ۴ و ۲,۵ و ۳ و ۱ و ۳,۵ و ۲ و ۳ و ۱ و ۳,۵ و ۲
۹	۷۰	۷۰	۱۵	۲۲۰	۲ و ۱,۵ و ۲,۵ و ۳ و ۱ و ۴,۵ و ۳ و ۱,۵ و ۲ و ۳,۵ و ۲ و ۳ و ۱ و ۴ و ۱,۵ و ۲,۵ و ۳
۱۰	۷۵	۷۵	۱۵	۵۶	۳ و ۱ و ۱,۵ و ۲,۵ و ۴ و ۳,۵ و ۲ و ۱,۵ و ۳ و ۲ و ۳,۵ و ۱ و ۴ و ۱,۵ و ۲,۵ و ۳

مثال‌های عددی با هریک از الگوریتم‌ها در نرم‌افزار MATLAB (با استفاده از یک دستگاه رایانه با مشخصات سخت‌افزاری Core i7-RAM 16.00 GB-CPU 3.88 GHz) حل شده است. خلاصه نتایج به‌دست‌آمده از حل مثال‌های عددی (شامل حداقل، متوسط و حداکثر مقادیر تابع هدف کل به‌دست‌آمده از هر الگوریتم) در جدول (۶) آمده است.

جدول ۶. خلاصه نتایج حل مثال‌های عددی با استفاده از الگوریتم‌های پیشنهادی

مثال	الگوریتم اول			الگوریتم دوم			الگوریتم سوم		
	حداقل	متوسط	حداکثر	حداقل	متوسط	حداکثر	حداقل	متوسط	حداکثر
۱	۱,۳۱۱۶	۱,۳۴۵۳	۱,۳۷۵۷	۱,۲۳۶۵	۱,۲۳۶۵	۱,۲۳۶۵	۱,۲۱۷۸	۱,۲۱۷۸	۱,۲۱۷۸
۲	۱,۰۷۹۶	۱,۰۷۹۶	۱,۰۷۹۶	۱,۰۷۹۶	۱,۱۲۷۶	۱,۱۵۱۶	۰,۹۷۸۱	۱,۰۱۹۵	۱,۰۷۲۷
۳	۱,۰۴۳۵	۱,۰۶۸۵	۱,۰۸۲۳	۱,۰۰۶۰	۱,۰۷۳۳	۱,۱۰۷۹	۰,۹۹۹۵	۱,۰۰۴۷	۱,۰۱۲۹
۴	۱,۱۸۳۲	۱,۲۱۹۴	۱,۲۶۳	۱,۱۴۷۶	۱,۱۸۰۰	۱,۱۹۷۷	۱,۱۰۴۶	۱,۱۱۷۴	۱,۱۲۷۹
۵	۱,۲۳۹۲	۱,۳۱۶۳	۱,۳۶۰۲	۱,۱۸۴۶	۱,۲۰۱۹	۱,۲۱۳۶	۱,۱۲	۱,۱۳۴۳	۱,۱۵۳۱

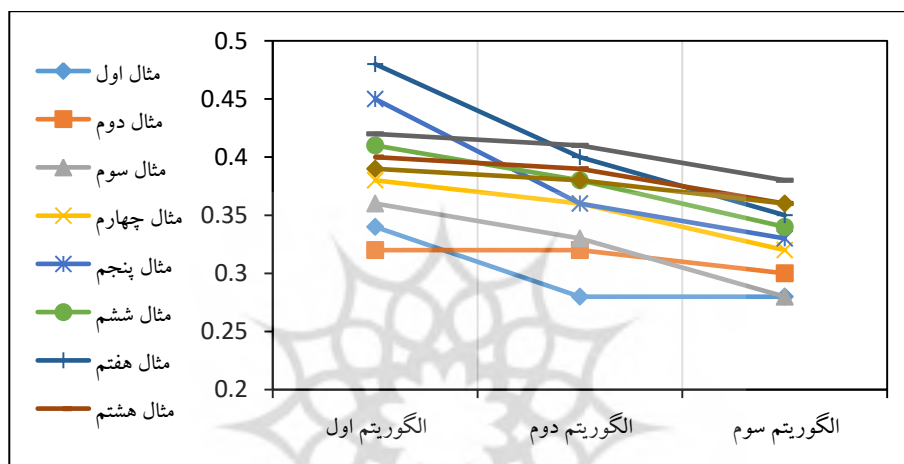


مثال	الگوریتم اول			الگوریتم دوم			الگوریتم سوم		
	حداقل	متوسط	حداکثر	حداقل	متوسط	حداکثر	حداقل	متوسط	حداکثر
۶	۰,۹۹۰۸	۱,۰۵۴۹	۱,۱۴۴۵	۰,۹۷۹۸	۱,۰۰۸۲	۱,۰۲۹۷	۰,۹۲۳۱	۰,۹۴۲۵	۰,۹۵۹۰
۷	۱,۲۱۲۹	۱,۲۵۴۵	۱,۳۱۳۲	۱,۰۷۵	۱,۰۹۱۳	۱,۱۱۱۰	۱,۰۳۴۵	۱,۰۳۸۸	۱,۰۴۷۳
۸	۱,۲۸۵۷	۱,۳۰۸۵	۱,۳۴۶۴	۱,۲۶۲۶	۱,۲۸۴۱	۱,۳۰۶۳	۱,۲۰۵۲	۱,۲۴۱۷	۱,۲۳۰۹
۹	۱,۱۴۶۸	۱,۱۷۵۷	۱,۱۹۶۷	۱,۱۳۴۵	۱,۱۶۵۴	۱,۱۷۷۰	۱,۱۰۳۴	۱,۱۱۱۵	۱,۱۲۱۱
۱۰	۱,۳۴۵۶	۱,۳۷۱۲	۱,۳۳۱۲	۱,۳۲۱۳	۱,۳۶۰۹	۱,۳۷۴۱	۱,۲۸۲۰	۱,۳۱۹۲	۱,۲۸۲۰

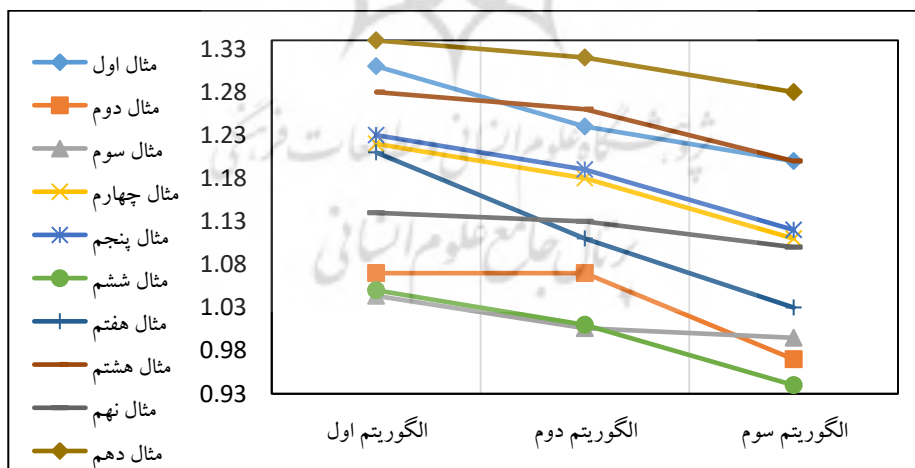
شکل (۶) روند و میزان تغییرات تابع هدف کیفیت (یعنی تابع هدف سوم) را در مثال‌های عددی حل‌شده به تفکیک سه الگوریتم نشان می‌دهد. ملاحظه می‌شود که در همه مثال‌های حل‌شده، مقادیر تابع هدف سوم (تابع هدف کیفیت) که از الگوریتم سوم حاصل شده است، بهتر از مقادیر حاصل از الگوریتم‌های اول و دوم است. این نتایج دور از انتظار نیست؛ چراکه در الگوریتم سوم به دلیل وجود حلقه بهبود برای تابع هدف سوم، مقدار این تابع هدف نسبت به دو الگوریتم دیگر کاهش می‌یابد که این امر موجب کاهش تابع هدف کلی و بهبود آن نسبت به دو الگوریتم دیگر می‌شود.

برای توابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها (تابع هدف اول) و کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌ها (تابع هدف دوم)، مقادیر تقریباً یکسانی از سه الگوریتم حاصل شده است و تفاوت مقادیر حاصل برای تابع هدف کل، به‌طور عمده وابسته به مقدار تابع هدف کیفیت (تابع هدف سوم) است. لذا در هر جوابی که تابع هدف سوم کمترین مقدار را دارد، تابع هدف کل مربوط به آن جواب نیز کمترین مقدار را دارد. از این رو، بهترین مقدار برای تابع هدف کل در همه مثال‌ها از الگوریتم سوم حاصل شده است (شکل ۷). به همین ترتیب مطابق جدول ۵ ملاحظه می‌شود که در تمام مثال‌های عددی حل‌شده، بهترین میانگین مقادیر تابع هدف کل از الگوریتم سوم به‌دست آمده است. نتیجه مقایسه مقادیر حداقل و حداکثر جواب‌های به‌دست آمده برای تابع هدف کل با سه الگوریتم نیز مشابه است؛ بنابراین، نتایج حاکی از کارایی بالاتر الگوریتم سوم نسبت به دو الگوریتم دیگر است. شکل ۸، تغییرات تابع هدف کل به تفکیک هر مثال و الگوریتم را نمایش می‌دهد.

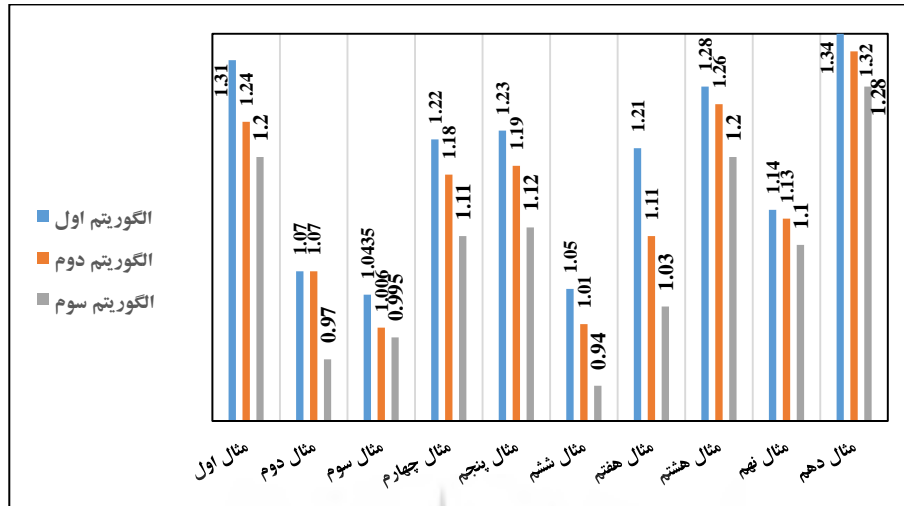
به علاوه، نتایج حل مثال‌های عددی نشان می‌دهد که الگوریتم سوم بهترین مقادیر تابع هدف کل را (در مقایسه با دو الگوریتم دیگر) بر روی مثال‌های با اندازه بزرگ‌تر از ۲۵ فعالیت دارد؛ بنابراین استنباط می‌شود که به کارگیری یک جستجوی محلی برای تخصیص کارگر در الگوریتم شبیه‌سازی تبرید باعث می‌شود که الگوریتم نسبت به حالت کلاسیک آن قوی‌تر و کارا تر شود.



شکل ۶. مقادیر تابع هدف در مثال‌های عددی حل شده به تفکیک سه الگوریتم



شکل ۷. تغییرات مقادیر تابع هدف در مثال‌های عددی حل شده به تفکیک سه الگوریتم



شکل ۸. تغییرات مقادیر تابع هدف کل به تفکیک هر مثال و الگوریتم

### اعتبارسنجی و ارزیابی جواب‌ها

مطابق نتایج حل مثال‌های عددی مشخص شد که مقادیر بهینه به دست آمده برای تابع هدف سوم از الگوریتم اول به الگوریتم سوم روندی کاهشی داشته است که نشان می‌دهد الگوریتم سوم نسبت به الگوریتم اول و دوم جواب‌های بهینه‌تری برای تابع هدف سوم ارائه کرده است؛ اما برای دو تابع هدف دیگر این روند همواره برقرار نیست. در واقع، با الگوریتم سوم لزوماً جواب بهینه‌تری نسبت به الگوریتم اول و دوم برای تابع هدف کمینه‌سازی هزینه‌ها (تابع هدف اول) و تابع هدف کمینه‌سازی تعداد ایستگاه‌های کاری (تابع هدف دوم) به دست نیامده است؛ اما الگوریتم سوم به سبب بهبود قابل توجه در مقدار بهینه تابع هدف سوم - علی‌رغم بهتر نبودن جواب بهینه آن (نسبت به الگوریتم اول و دوم) برای دو تابع هدف دیگر - جواب بهینه‌تری برای تابع هدف کل ارائه داده است.

### پیاده‌سازی مدل و الگوریتم پیشنهادی در یک مطالعه موردی

به منظور ارزیابی کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی در خطوط مونتاژ واقعی، مطالعه موردی در خط مونتاژ U-شکل قطعه  $\delta$  انجام گردید. این قطعه از خانواده نازل‌ها است و برای

کنترل جهت یا مشخصات جریان یک سیال (به‌ویژه برای افزایش سرعت) در ورود (یا خروج) از یک حفره یا لوله طراحی شده است. وظیفه این قطعه کنترل دبی جریان، سرعت و فشار سیال است. به این صورت که سوخت با فشار وارد نازل شده و نازل آن را متمیزه (پودر) می‌کند. جریان سوخت پودر شده باید در محدوده زاویه‌ی خاصی از نازل خارج شده و توزیع قطرات سوخت در آن یکنواخت باشد. نازلی که برای این مطالعه موردی انتخاب شده است از نوع نازل‌های سوخت است که وظیفه آن هدایت سوخت به سمت موتور توربوکمپرسور است. این نازل از مونتاژ هفت قطعه تولید می‌شود که شش قطعه از این هفت قطعه در خود کارخانه تولیدکننده نازل ساخته می‌شود و یک قطعه نیز از خارج از کارخانه تأمین می‌گردد. وزن تقریبی قطعه  $\delta$  حدود ۴۰۰ گرم است.

فعالیت‌های لازم جهت ساخت نازل به ۳۷ فعالیت (شامل ۳۲ فعالیت تولید روی شش زیرقطعه و ۵ فعالیت مونتاژ) تقسیم شده است و دارای زمان سیکل ۲۰ دقیقه است. اجزاء کاری، عملیات تولید/مونتاژ، زمان و روابط پیش‌نیازی آن‌ها در جدول ۷ آورده شده است. داده‌های قطعه  $\delta$  و خط مونتاژ آن (از قبیل میزان تقاضا، زمان‌های انجام هر فعالیت و ...) به‌طور عمده با مراجعه به خط تولید و مونتاژ و ارتباط مستقیم با مدیر تولید و کارگران خط جمع‌آوری شده است. ضمن اینکه تعداد محدودی از داده‌ها که در دسترس نبوده‌اند با توجه به اطلاعات موجود تخمین زده شده‌اند.

جدول ۷. فعالیت‌های ساخت قطعات نازل δ

زمان (دقیقه)	ابزار مورد نیاز	فعالیت / اجزاء کاری / فعالیت مونتاژی	فعالیت	زمان (دقیقه)	ابزار مورد نیاز	فعالیت / اجزاء کاری / فعالیت مونتاژی	فعالیت	زمان (دقیقه)	ابزار مورد نیاز	فعالیت / اجزاء کاری / فعالیت مونتاژی	فعالیت
۱,۴	۶	Deflector Valve	۲۶	۲,۴	۱	Feed Arm	۱۴	۶	۱	Fuel Connection	۱
۲	-	Deflector Valve	۲۷	۵,۲	۲	Feed Arm	۱۵	۱,۶	۲	Fuel Connection	۲
۲	۱	Spring Locking Ring	۲۸	۱	۶	Feed Arm	۱۶	۱۲	۳	Fuel Connection	۳
۴	۳	Spring Locking Ring	۲۹	۱,۴	-	Feed Arm	۱۷	۸,۶	۴	Fuel Connection	۴
۵	۵	Spring Locking Ring	۳۰	۳,۴	۲	Shroud	۱۸	۳	۵	Fuel Connection	۵
۲,۴	۲	Spring Locking Ring	۳۱	۴,۴	۱	Shroud	۱۹	۳	۶	Fuel Connection	۶
۲	-	Spring Locking Ring	۳۲	۳,۶	۵	Shroud	۲۰	۲	-	Fuel Connection	۷
۴	-	Assembly A	۳۳	۹,۲	۴	Shroud	۲۱	۴,۴	۲	Mounting Flange	۸
۶	-	Assembly B	۳۴	۴	۳	Shroud	۲۲	۱۲	۱	Mounting Flange	۹
۳	-	Assembly C	۳۵	۳,۶		Shroud	۲۳	۴,۸	۵	Mounting Flange	۱۰
۱	-	Assembly D	۳۶	۷	۱	Deflector Valve	۲۴	۳,۶	۳	Mounting Flange	۱۱
۱	-	Assembly E	۳۷	۴	۲	Deflector Valve	۲۵	۹,۶	۴	Mounting Flange	۱۲
								۲,۶		Mounting Flange	۱۳

قطعات این محصول شامل (۱) Fuel Connection (۲) Mounting Flange (۳) Feed Arm (۴) Shroud (۵) Deflector Valve (۶) Spring Locking Ring (۷) قطعه پلاستیکی (تأمین شده از خارج از کارخانه) است. تجهیزات مورد نیاز در تولید قطعات نازل  $\delta$  شامل ماشین تراش، وایرکات، دستگاه فرز، دستگاه فرز CNC، ماشین تراش CNC و ابزارآلات تولید دستی (مورد استفاده اپراتور) است. عملیات ساخت و مونتاژ نازل  $\delta$  شامل ۳۷ فعالیت (۳۲ فعالیت ساخت و ۵ فعالیت مونتاژ) است. نمودار تقدم و تأخر مراحل ساخت و مونتاژ نازل  $\delta$  به صورت زیر است. همچنین پنج فعالیت مونتاژ در ساخت نازل  $\delta$  به شرح زیر است:

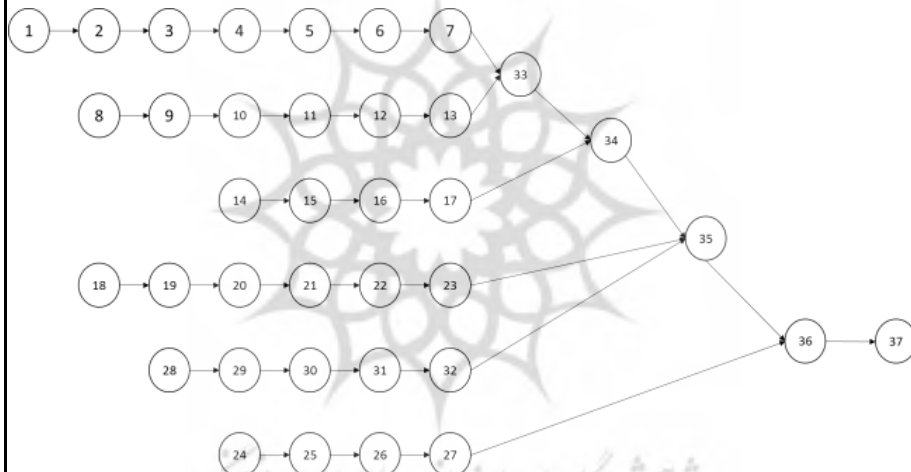
**Assembly A:** اتصال Fuel Connection به Mounting Flange

**Assembly B:** اتصال Mounting Flange به Feed Arm

**Assembly C:** اتصال Shroud و Spring Locking Ring به Fuel Connection

**Assembly D:** اتصال Deflector Valve به Spring Locking Ring

**Assembly E:** اتصال قطعه پلاستیکی به Deflector Valve



خلاصه نتایج حل مسئله مطالعه موردی و تشکیل ایستگاه‌های کاری در جداول ۸ و ۹ آمده است. در جدول ۹، علامت (در سطرها نشان‌دهنده تخصیص فعالیت مربوط به آن سطر به ایستگاهی (ستونی) است که این علامت در آن قرار دارد. شکل ۹ ایستگاه‌های کاری و فعالیت‌های تخصیص یافته به هر ایستگاه را نشان می‌دهد و ملاحظه می‌شود که وظایف بین ۸ ایستگاه کاری ( $WS_1$  تا  $WS_8$ ) تقسیم شده‌اند.

مقدار سه شاخص ضریب همواری خط، کارایی خط و تأخیر بالانس به منظور ارزیابی عملکرد نتایج الگوریتم سوم محاسبه و در جدول ۱۰ آمده است (برای تعاریف این سه

ارائه یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه برای بالانس خط تولید... خرم و همکاران | ۳۹

شاخص پیوست ۴ را ببینید). با توجه به مقادیر محاسبه‌شده برای هر یک از شاخص‌ها، می‌توان گفت که رویکرد پیشنهادی به‌خوبی عمل کرده و میزان بهره‌وری خط قابل‌قبول است.

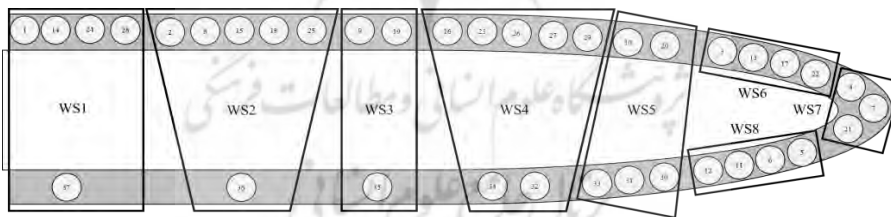
جدول ۸. نتایج حاصل از حل مسئله در مطالعه موردی

زمان اجرای الگوریتم	مقادیر بهینه توابع هدف			توابع هدف				
	الگوریتم ۳	الگوریتم ۲	الگوریتم ۱					
۷۵ (دقیقه)	۳۰۱۰۰۰۰۰	۳۰۸۰۰۰۰۰	۳۰۸۰۰۰۰۰	تابع هدف اول				
	۹	۱۰	۱۰	تابع هدف دوم				
	۰,۳۵۵۶	۰,۳۹	۰,۴۳	تابع هدف سوم				
	۰,۹۱۰۳	۰,۹۹۶۱	۱,۰۶۲۱	تابع هدف کلی				
ایستگاه‌ها				مقادیر پارامترهای مهم در هر ایستگاه در جواب بهینه				
۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۱۹,۲	۲۰	۱۹,۶	۲۰	۲۰	۱۹,۴	۱۹,۶	۱۸,۴	زمان ایستگاه
۵۰۰۰۰۰۰	۴۰۰۰۰۰۰	۴۲۰۰۰۰۰	۱۵۰۰۰۰۰	۵۵۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	۲۱۰۰۰۰۰	۵۰۰۰۰۰۰	هزینه ابزار
۰,۲	۰,۳	۰,۲	۰,۲	۰,۱	۰,۳	۰,۲	۰,۳	عدم کیفیت

جدول ۹. نحوه تخصیص فعالیت‌ها به ایستگاه‌های کاری مسئله مربوط به مطالعه موردی

فعالیت	ایستگاه‌ها								فعالیت	ایستگاه‌ها								فعالیت	ایستگاه‌ها								
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	
۱	●								۱	●									۲								
۲		●							۴		●								۶								
۳					●				۱				●						۲	●							
۴						●			۶										۸								
۵							●		۷										۹								
								●	۱	●									۳						●		

ردیف	ایستگاهها								ردیف	ایستگاهها								ردیف	ایستگاهها							
	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸		۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
									۸									۰								
۶								•	۱	•								۳							•	
									۹		•							۱								
۷								•	۲						•											
									۰								۴						•			
۸	•								۲						•											
									۱								۳						•			
۹		•							۲					•												
									۲								۴					•				
۱۰								•	۳				•				۵					•				
۱								•	۲							۳										
۱								•	۴	•						۶			•							
۱								•	۲						۳											
۲								•	۵	•					۷	•										
۱								•																		
۳																										



شکل ۹. نحوه قرار گیری ایستگاهها در مسئله مطالعه موردی در چیدمان U-شکل

جدول ۱۰. مقادیر شاخصهای ارزیابی خط مونتاژ برای مطالعه موردی

مقدار	شاخص
۹۶,۹٪	شاخص کارایی خط (E)
۱,۹۳	شاخص ضریب همواری خط (S.I.)
۲,۳۵	نسبت تأخیر بالانس (B.D)



### بینش مدیریتی

مدل‌سازی ریاضی، روش حل پیشنهادی و نیز نتایج به دست آمده در این مطالعه، رهیافت‌های زیر را از دیدگاه مدیریتی برای مسائل بالانس خطوط مونتاژ نشان می‌دهد.

- در طراحی خطوط تولید محصولات جدید در کارخانجات (مسائل واقعی)، می‌توان از رویکرد بالانس خط مونتاژ U-شکل پیشنهاد شده در این مطالعه استفاده نمود. بینش مدیریتی حاصل از این رویکرد می‌تواند توسط مدیران تولید برای مواجهه با ماهیت چندهدفه بودن مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل مورد بهره‌برداری قرار گیرد.

- در رویکرد پیشنهادی، مدیران می‌توانند هنگام سازمان‌دهی یک خط مونتاژ U-شکل، به بهینه‌سازی هزینه‌ها، ظرفیت و کیفیت به صورت هم‌زمان توجه نمایند که در ارتقا سطح بهره‌وری خط تأثیر گذار است.

- مدیران بر اساس رویکرد پیشنهاد شده در این مطالعه می‌توانند در سازمان‌دهی یک خط مونتاژ U-شکل، برای انجام وظایف توسط کارگران، سطوح کیفی متفاوتی در نظر گرفته و برای هر وظیفه، ابزار مناسب را از مجموعه ابزارهای قابل تخصیص، اختصاص دهند. این رویکرد که انطباق بالایی با شرایط واقعی انجام وظایف در خطوط مونتاژ دارد، بینش مدیریتی مؤثری برای مدل‌سازی شرایط انجام کار در اختیار مدیران قرار می‌دهد.

- در رویکرد پیشنهادی، سطح عدم کیفیت در انجام وظایف در هر ایستگاه کمینه شده است، به نحوی که حداقل سطح کیفی قابل قبول در هر ایستگاه کاری رعایت گردد؛ بنابراین، مدل‌سازی انجام شده در این مطالعه، دغدغه مدیران برای الزام به رعایت سطح کیفی مورد قبول در هر ایستگاه را مدنظر قرار می‌دهد.

- الگوریتم پیشنهادی در مطالعه به مدیران کمک می‌کند که برای مسائل بالانس خط مونتاژ U-شکل در ابعاد بزرگ جواب‌های نزدیک به بهینه با کارایی مناسب در اختیار داشته باشند که در تحلیل شرایط بهینه انجام کار در خطوط مونتاژ قابل بهره‌برداری است.

- به علاوه، مدیران خطوط مونتاژ می‌توانند فرآیند پیشنهاد شده در این الگوریتم را با

انجام اصلاحاتی در مدل‌سازی برای دیگر خطوط مونتاژ نیز استفاده نمایند.

### نتیجه‌گیری

در این پژوهش، مدل‌سازی و حل مسئله بالانس خط مونتاژ U-شکل با در نظر گرفتن محدودیت تخصیص ابزار و شرایط کیفی انجام کار مورد بررسی قرار گرفت. بدین منظور یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی غیرخطی آمیخته عدد صحیح برای مسئله ارائه شد که در آن تجهیزات و کارگران، هم‌زمان به‌عنوان دو هدف در قالب حداقل کردن هزینه تجهیزات و سطح عدم کیفیت انجام کار در نظر گرفته شدند. علاوه بر این دو هدف، تعداد ایستگاه‌ها نیز کمینه گردید. برای حل مسئله، از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید و نیز دو حالت بهبودیافته‌ی آن (با ایجاد نوآوری‌هایی در نحوه تخصیص تصادفی کارگران به ایستگاه‌ها و نیز اعمال یک جستجوی محلی برای بهبود تخصیص کارگران)، استفاده شد. مدل پیشنهادی با استفاده از گراف‌های شناخته‌شده در ادبیات مسائل بالانس خط مونتاژ (به‌عنوان مثال‌های عددی) با الگوریتم‌های پیشنهادی حل گردید و نتایج حل به‌دست آمده از الگوریتم‌های پیشنهادی با یکدیگر مقایسه و کارایی این الگوریتم‌ها تحلیل و بررسی گردید. به‌علاوه، برای ارزیابی کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی در خطوط مونتاژ واقعی، مطالعه موردی در خط مونتاژ قطعه نازل  $\delta$  انجام گردید که در پالایشگاه‌های نفت کاربرد دارد. بررسی نتایج حاصل از حل مطالعه موردی و محاسبه شاخص‌های عملکرد برای آن، حاکی از کارایی مدل پیشنهادی و عملکرد بهتر نسخه‌های ترکیبی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نسبت به نوع کلاسیک آن است. در تحقیقات آتی می‌توان مسئله مطرح شده در این پژوهش را با در نظر گرفتن عدم قطعیت بر روی سایر اجزاء خط مونتاژ U-شکل، نظیر عملکرد ماشین‌آلات و تجهیزات بررسی نمود. همچنین توسعه‌ی رویکرد پیشنهادی این پژوهش، برای سایر چیدمان‌های خطوط مونتاژ از دیگر موارد پیشنهادی در تحقیقات آتی است.

### پیوست ۱: خطی سازی ضرب دو متغیر صفر و یک

اگر  $Z = x_1 \times x_2$  حاصل ضرب دو متغیر صفر و یک باشد، آنگاه  $Z$  زمانی برابر با یک خواهد شد که هر دو متغیر، مقدار یک بگیرند. در غیراین صورت مقدار  $Z$  برابر با صفر می‌شود. با استفاده از محدودیت‌های کمکی زیر می‌توان عبارت غیرخطی ضرب دو متغیر صفر و یک را به محدودیت‌های خطی تبدیل نمود (نوروزی و همکاران، ۲۰۱۲ و گلاور و وولسی، ۱۹۷۴).

$$Z \leq x_1 \quad (47)$$

$$Z \leq x_2 \quad (48)$$

$$Z \leq x_1 + x_2 - 1 \quad (49)$$

### پیوست ۲: تبدیل چارنز-کوپر (چارنز و کوپر، ۱۹۷۴)

برای خطی سازی تابع هدف سوم مدل پیشنهادی که به صورت کسری است می‌توان از تبدیل چارنز-کوپر استفاده نمود. شکل عمومی مسائل برنامه‌ریزی کسری-خطی به صورت زیر است:

$$\max \frac{c^T x}{d^T x} \quad R(x) \quad (50)$$

$$s.t. Ax \leq b \quad (51)$$

$$x \geq 0 \quad (52)$$

$A$  یک ماتریس  $n \times m$  و  $b$  یک بردار  $1 \times m$  است.  $x$  نشان‌دهنده بردار متغیرهای مسئله است.  $c, d \in R^n$  و  $b \in R^m$  بردارهای ضرایب معلوم هستند. همچنین  $A \in R^{m \times n}$  ماتریس ضرایب متغیرها و  $\delta \in R$  مقادیر ثابت هستند. این مقادیر بایستی به نحوی تعیین شوند که مخرج تابع هدف منفی نشود، تحت این فرض که جواب موجود و محدود خواهد بود. نحوه پیاده‌سازی تبدیل چارنز-کوپر به شرح زیر است:

$$y \frac{1}{d^T x} \cdot x \quad (53)$$

$$tx \quad y \quad (54)$$

در نتیجه:

$$d^T y + \beta t = \gamma \quad (55)$$

$\sigma = 0$  یک مقدار مشخص است. با تغییر متغیر و جابجایی در صورت و مخرج کسر، مسئله به صورت زیر درمی آید:

$$\max c^T y + \alpha t \quad (56)$$

$$\text{s.t. } Ay \quad bt \quad 0 \quad (57)$$

$$d^T y + \beta t = \gamma \quad (58)$$

$$y, t \quad 0 \quad (59)$$

پیوست ۳: خطی سازی ضرب یک متغیر صفر و یک در یک متغیر پیوسته

اگر  $x_1, x_2, Z$  حاصل ضرب یک متغیر صفر و یک ( $x_1$ ) در یک متغیر پیوسته ( $x_2$ ) باشد، آنگاه زمانی که  $x_1$  مقدار یک می گیرد،  $Z$  برابر با  $x_2$  می شود و در غیر این صورت  $Z$  مقدار صفر می گیرد. با استفاده از محدودیت های کمکی زیر می توان این رابطه را به روابط خطی تبدیل کرد (نوروزی و همکاران، ۲۰۱۲ و چانگ و چانگ، ۲۰۰۰).

$$Z \leq x_2 \quad (60)$$

$$Z \leq M \cdot x_1 \quad (61)$$

$$Z \leq x_2 + M(10x_1) \quad (62)$$

پیوست ۴: تعریف سه شاخص کارایی خط مونتاژ

برای ارزیابی کارایی خط مونتاژ و تعیین اعتبار روش های متعادل سازی در عملکرد خط مونتاژ می توان از شاخص های زیر استفاده نمود (ترابی، ۱۹۹۳). در فرمول های مربوط به این شاخص ها،  $t_i$  زمان انجام فعالیت  $i$  ام،  $t'_i$  زمان ایستگاه  $i$  ام،  $n$  تعداد ایستگاه ها،  $m$  تعداد فعالیت ها و  $CT$  زمان سیکل است.

شاخص ضریب همواری خط: این شاخص برای ارزیابی توزیع کار در بین ایستگاه‌ها به کار می‌رود. هر چه مقدار این شاخص کمتر باشد توزیع بهتر کار را نشان می‌دهد. این شاخص با رابطه (۶۳) محاسبه می‌شود.

$$S.I = \sqrt{\sum_{j=1}^n (CT - t_j')^2} \quad (63)$$

شاخص کارایی خط: این شاخص بیان‌کننده درصد کاری و بهره‌وری خط مونتاژ در هر سیکل کاری است. برای محاسبه این شاخص از رابطه (۶۴) استفاده می‌شود.

$$E = \frac{\sum_{i=1}^m t_i}{n \times CT} \times 100 \quad (64)$$

نسبت تأخیر بالانس: این شاخص درصد بیکاری‌های خط مونتاژ، در هر سیکل کاری و درصد ناکارایی خط را نشان می‌دهد. برای محاسبه آن از رابطه (۶۵) استفاده می‌شود.

$$B.D = \frac{n \times CT - \sum_{i=1}^m t_i}{n \times CT} \quad (65)$$

#### ORCID

Morteza Khorram



<https://orcid.org/0000-0001-6075-622X>

Mahmood



<https://orcid.org/0000-0002-8265-4870>

Eghtesadifard



<https://orcid.org/0000-0001-8196-3906>

Sadegh Niroomand

## منابع

- Ajenblit, D. A., & Wainwright, R. L. (1998, May). "Applying genetic algorithms to the U-shaped assembly line balancing problem", *In 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence* (Cat. No. 98TH8360) (pp. 96-101). IEEE.
- Alavidoost, M. H., Zarandi, M. F., Tarimoradi, M., & Nemati, Y. (2017). "Modified genetic algorithm for simple straight and U-shaped assembly line balancing with fuzzy processing times", *Journal of intelligent manufacturing*, 28(2), 313-336.
- Aydoğan, B. İ., Ceyhan, K., Şahin, M., & Çorapçıoğlu, D. (2019). "Are thyroid nodules with spongiform morphology always benign?" *Cytopathology*, 30(1), 46-50.
- Baykasoglu, A. (2006). "Multi-rule multi-objective simulated annealing algorithm for straight and U type assembly line balancing problems", *Journal of Intelligent Manufacturing*, 17(2), 217-232.
- Bowman, E" HI (1960)m "Assembly-line balancing by linear programming" *Operations Research*, 8(3), 385-389.
- Campana, N. P., Iori, M., & Moreira, M. C. O. (2021). Mathematical models and heuristic methods for the assembly line balancing problem with hierarchical worker assignment. *International Journal of Production Research*, 1-19.
- Chang, C. T., & Chang, CaCi (2000): "A linearization method for mixed 0-1 polynomial programs", *Computers & Operations Research*, 27(10), 1005-1016.
- Charnes, A., & Cooper, W. W. (1962). "Programming with linear fractional functionals", *Naval Research logistics quarterly*, 9(3 4), 181-186.
- Corominas, A., García-Villoria, A., & Pastor Moreno, R. (2016). Improving the resolution of the simple assembly line balancing problem type E. *SORT*, 1, 227-242.
- Costa, N. R., & Pereira, .L. (2010). "Multiple response optimization a global criterion based method", *Journal of chemometrics*, 24(6), 333-342.
- Deckro, R. F., & Rangachari, S. (1990). "A goal approach to assembly line balancing", *Computers & operations research*, 17(5), 509-521.
- Delice, Y., Aydoğan, E. K., Özcan, U., & İlkay, M. S. (2017). Balancing two-sided U-type assembly lines using modified particle swarm optimization algorithm. *4or*, 15(1), 37-66.
- Delice, Y., Kızılkaya Aydoğan, E., & Özcan, U. (2016). Stochastic two-sided U-type assembly line balancing: a genetic algorithm approach. *International Journal of Production Research*, 54(11), 3429-3451.
- Dong, J., Zhang, L., & Xiao, T. (2018). A hybrid PSO/SA algorithm for bi-

- criteria stochastic line balancing with flexible task times and zoning constraints. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 29(4), 737-751.
- Eghtesadifard, M., Khalifeh, M., & Khorram, M. (2020). A systematic review of research themes and hot topics in assembly line balancing through the web of science within 1990–2017. *Computers & Industrial Engineering*, 139, 106182.
- Fang, Y., Ming, H., Li, M., Liu, Q., & Pham, D. T. (2020). Multi-objective evolutionary simulated annealing optimisation for mixed-model multi-robotic disassembly line balancing with interval processing time. *International Journal of Production Research*, 58(3), 846-862.
- Fathi, M., Álvarez, M. J., & Rodríguez, V. (2016). “A new heuristic-based bi-objective simulated annealing method for U-shaped assembly line balancing”, *European Journal of Industrial Engineering*, 10(2), 145-169.
- Fathi, M., Nourmohammadi, A., Ng, A. H., Syberfeldt, A., & Eskandari, H. (2019). An improved genetic algorithm with variable neighborhood search to solve the assembly line balancing problem. *Engineering Computations*.
- Fattahi, P., Roshani, A., & Roshani, A. (2011). “A mathematical model and ant colony algorithm for multi-manned assembly line balancing problem”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 53(1-4), 363-378.
- Glover, F., & Woolsey, E. (1974). “Converting the 0-1 polynomial programming problem to a 0-1 linear program”, *Operations research*, 22(1), 180-182.
- Gökçen, H., & Ağpak, K. (2006). “A goal programming approach to simple U-line balancing problem”, *European Journal of Operational Research*, 171(2), 577-585.
- Gökçen, H., Ağpak, K., & Benzer, R. (2006). “Balancing of parallel assembly lines”, *International Journal of Production Economics*, 103(2), 600-609.
- Kalayci, C. B., Polat, O., & Gupta, S. M. (2016). A hybrid genetic algorithm for sequence-dependent disassembly line balancing problem. *Annals of Operations Research*, 242(2), 321-354.
- Kellegöz, T. (2017). Assembly line balancing problems with multi-manned stations: a new mathematical formulation and Gantt based heuristic method. *Annals of Operations Research*, 253(1), 377.
- Khorram, M., Eghtesadifard, M., & Niroomand, S. (2021). Hybrid meta-heuristic algorithms for U-shaped assembly line balancing problem with equipment and worker allocations. *Soft Computing*, 1-18.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). “Optimization by simulated annealing”, *Science*, 220(4598), 671-680.
- Kucukkoc, I., & Zhang, D. Z. (2015). “Type-E parallel two-sided assembly line balancing problem: Mathematical model and ant colony

- optimisation based approach with optimised parameters”, *Computers & Industrial Engineering*, 84, 56-69.
- Kucukkoc, I., & Zhang, D. Z. (2017). Balancing of mixed-model parallel U-shaped assembly lines considering model sequences. *International Journal of Production Research*, 55(20), 5958-5975.
- Li, Z., Janardhanan, M. N., Ashour, A. S., & Dey, N. (2019). Mathematical models and migrating birds optimization for robotic U-shaped assembly line balancing problem. *Neural Computing and Applications*, 31(12), 9095-9111.
- Li, Z., Kucukkoc, I., & Tang, Q. (2017). “New MILP model and station-oriented ant colony optimization algorithm for balancing U-type assembly lines”, *Computers & Industrial Engineering*, 112, 107-121.
- Li, Z., Kucukkoc, I., & Zhang, Z. (2018). Branch, bound and remember algorithm for U-shaped assembly line balancing problem. *Computers & Industrial Engineering*, 124, 24-35.
- Li, Z., Kucukkoc, I., & Zhang, Z. (2020). Branch, bound and remember algorithm for two-sided assembly line balancing problem. *European Journal of Operational Research*, 284(3), 896-905.
- Make, M. R. A., Rashid, M. F. F. A., & Razali, M. M. (2017). “A review of two-sided assembly line balancing problem”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 89(5-8), 1743-1763.
- Manavizadeh, N., Hosseini, N. S., Rabbani, M., & Jolai, F. (2013). “A Simulated Annealing algorithm for a mixed model assembly U-line balancing type-I problem considering human efficiency and Just-In-Time approach”, *Computers & Industrial Engineering*, 64(2), 669-685.
- McMullen, P. Ru, & Frazier, G. V. (1998) “Using simulated annealing to solve a multiobjective assembly line balancing problem with parallel workstations”, *International Journal of Production Research*, 36(10), 2717-2741.
- Miltenburg, G. J., & Wijngaard, J. (1994). “The U-line line balancing problem”, *Management science*, 40(10), 1378-1388.
- Mukund Nilakantan, J., & Ponnambalam, S. G. (2016). Robotic U-shaped assembly line balancing using particle swarm optimization. *Engineering Optimization*, 48(2), 231-252.
- Norouzi, N., Tavakkoli-Moghaddam, R., Ghazanfari, M., Alinaghian, M., & Salamatbakhsh, A. (2012). A new multi-objective competitive open vehicle routing problem solved by particle swarm optimization. *Networks and Spatial Economics*, 12(4), 609-633.
- Ogan, D., & Azizoglu, M. (2015). “A branch and bound method for the line balancing problem in U-shaped assembly lines with equipment requirements”, *Journal of Manufacturing Systems*, 36, 46-54.
- Ogan, D., & Azizoglu, M. (2015). A branch and bound method for the line balancing problem in U-shaped assembly lines with equipment



- requirements. *Journal of Manufacturing Systems*, 36, 46-54.
- Özcan, U., & Toklu, B. (2009). "Balancing of mixed-model two-sided assembly lines", *Computers & Industrial Engineering*, 57(1), 217-227.
- Patterson, J. H., & Albracht, J. J. (1975). "Assembly-line balancing: zero-one programming with Fibonacci search", *Operations Research*, 23(1), 166-172.
- Pereira, J., & Álvarez-Miranda, E. (2018). "An exact approach for the robust assembly line balancing problem", *Omega*, 78, 85-98.
- Pınarbaşı, M. (2021). New chance-constrained models for U-type stochastic assembly line balancing problem. *Soft Computing*, 1-15.
- Pitakaso, R., & Sethanan, K. (2016). Modified differential evolution algorithm for simple assembly line balancing with a limit on the number of machine types. *Engineering Optimization*, 48(2), 253-271.
- Proos, K. A., Steven, G. P., Querin, O. M., & Xie, Y. M. (2001). "Multicriterion evolutionary structural optimization using the weighting and the global criterion methods", *AIAA journal*, 39(10), 2006-2012.
- Rashid, M. F. F., Hutabarat, W., & Tiwari, A. (2012). "A review on assembly sequence planning and assembly line balancing optimisation using soft computing-approaches", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 59(1-4), 335-349.
- Roshani, A., & Giglio, D. (2017). Simulated annealing algorithms for the multi-manned assembly line balancing problem: minimising cycle time. *International Journal of Production Research*, 55(10), 2731-2751.
- Saif, U., Guan, Z., Wang, B., Mirza, J., & Huang, S. (2014). "A survey on assembly lines and its types", *Frontiers of Mechanical Engineering*, 9(2), 95-105.
- Scholl, A. (1995). *Data of assembly line balancing problems*. Techn. Hochsch., Inst. für Betriebswirtschaftslehre.
- Sivasankaran, P., & Shahabudeen, P. (2014). "Literature review of assembly line balancing problems", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 73(9-12), 1665-1694.
- Sparling, D., & Miltenburg, J. (1998). "The mixed-model U-line balancing problem", *International Journal of Production Research*, 36(2), 485-501.
- Suman, B., & Kumar, P. (2006). "A survey of simulated annealing as a tool for single and multiobjective optimization", *Journal of the operational research society*, 57(10), 1143-1160.
- Suresh, G., & Sahu, S. (1994). "Stochastic assembly line balancing using simulated annealing", *International Journal of Production Research*, 32(8), 1801-1810.
- Talbi, E. G. (2009). "Metaheuristics: from design to implementation" (Vol.

- 74). John Wiley & Sons.
- Torabi, S. M. (1993). Theoretical Analysis of the Alignment of the Assembly Line with the Aim of Comparing and Presenting an Optimal Balancing Algorithm in the Engine Assembly Unit of the Iran Khodro Factory. Master Thesis, Tehran: Tarbiat Modarres University, (In Persian)
- Vilarinho, P. M., & Simaria, A. S. (2002). "A two-stage heuristic method for balancing mixed-model assembly lines with parallel workstations", *International Journal of Production Research*, 40(6), 1405-1420.
- Wang, K., Li, X., Gao, L., Li, P., & Gupta, S. M. (2021). A genetic simulated annealing algorithm for parallel partial disassembly line balancing problem. *Applied Soft Computing*, 107, 107404.
- Zhang, H., Yan, Q., Liu, Y., & Jiang, Z. (2016). An integer-coded differential evolution algorithm for simple assembly line balancing problem of type 2. *Assembly Automation*.
- Zhang, Z., Tang, Q., & Zhang, L. (2019). Mathematical model and grey wolf optimization for low-carbon and low-noise U-shaped robotic assembly line balancing problem. *Journal of Cleaner Production*, 215, 744-756.
- Zhang, Z., Tang, Q., Han, D., & Li, Z. (2019). Enhanced migrating birds optimization algorithm for U-shaped assembly line balancing problems with workers assignment. *Neural Computing and Applications*, 31(11), 7501-7515.
- Zhang, Z., Tang, Q., Li, Z., & Zhang, L. (2019). Modelling and optimisation of energy-efficient U-shaped robotic assembly line balancing problems. *International Journal of Production Research*, 57(17), 5520-5537.
- Zhang, Z., Tang, Q., Ruiz, R., & Zhang, L. (2020). Ergonomic risk and cycle time minimization for the U-shaped worker assignment assembly line balancing problem: A multi-objective approach. *Computers & Operations Research*, 118, 104905.
- Zhong, Y. G., & Ai, B. (2017). A modified ant colony optimization algorithm for multi-objective assembly line balancing. *Soft Computing*, 21(22), 6881-6894.

**استناد به این مقاله:** خرم، مرتضی، اقتصادی فرد، محمود، نیرومند، صادق. (۱۴۰۱). ارائه یک مدل برنامه‌ریزی چندهدفه برای بالانس خط تولید U-شکل با در نظر گرفتن تخصیص ابزار و سطح کیفی انجام وظایف، فصلنامه مطالعات مدیریت صنعتی، ۲۰(۶۷)، ۵۰-۱.

DOI: 10.22054/jims.2022.45000.2358



Industrial Management Studies is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.