بهینه‌سازی ترکیب پورتفوی در بازار بورس اوراق بهادار از طریق مدلهای ریاضی

یکی از اساسیترین مسائل اقتصادی افراد و واحدهای تجاری و کشورها تخصیص بهینه منابع است و یکی از منابع مهم و کمیاب، عامل سرمایه است.

دکتر جمشید صدقیانی عضو هیئت علمی دانشگاه علامه طباطبایی

فلاح شمس

چکیده

مقاله حاضر با اشاره بر اهمیت تنوع‌سازی در کاهش ریسک سرمایه‌گذاری، مدلهایی را برای یافتن ترکیب بهینه سرمایه‌گذاری در بازار بورس اوراق بهادار ارائه می‌نماید. در این مقاله ابتدا مفاهیم اساسی تئوری مدرن پورتفوی جهت تجزیه و تحلیل سرمایه‌گذاری مطرح شده است و در پایان نحوه ساخت مدلهای ریاضی برای مسائل تجزیه و تحلیل ترکیب سرمایه‌گذاری با استفاده از مبانی نظری این تئوری تشریح می‌گردد.

مقدمه

یکی از اساسیترین مسائل اقتصادی افراد و واحدهای تجاری و کشورها تخصیص بهینه منابع است و یکی از منابع مهم و کمیاب، عامل سرمایه است. اعتلای سطح زندگی مردم، افزایش سطح تولید و همچنین حصول رشد علمی و تکنولوژیکی یک کشور مستلزم سرمایه‌گذاری به میزان وسیع است. با توجه به ضرورت سرمایه‌گذاری در جهت نیل به توسعه اقتصادی ارائه راهکارهایی در جهت بهینه‌سازی ترکیب سرمایه‌گذاری می‌تواند گامی در جهت تشویق به سرمایه‌گذاری بیشتر سرمایه‌گذاران باشد؛ چرا که اکثریت افراد جامعه ریسک گریز بوده و حاضر نیستند مصارف کنونی خود را فدای درامدهای آینده نمایند و تنها ایجاد سرمایه‌گذاریهای مطمئنتر می‌تواند گامی در جهت تشویق آنان به سرمایه‌گذاری و فعال شدن بازار سرمایه باشد.

طرح مسئله

تئوری پورتفوی در حالت تعادل بازار، فرض را بر این می‌گذارد که سرمایه‌گذاران براساس دو معیار یعنی نرخ بازده مورد انتظار و ریسک بازده پورتفوی (انحراف معیار یا واریانس بازده پورتفوی)، از میان مجموعه امکانات سرمایه‌گذاری موجود، پورتفوی موردنظر خود را انتخاب می‌کنند. از آنجا که هر یک از

افراد دارای ترجیحات مختلفی می‌باشند؛ از این‌رو یک تحلیلگر پورتفوی جهت یافتن ترکیب بهینه پورتفوی برای یک سرمایه‌گذار نوعی باید سه عامل مهم زیر را مدنظر قرار دهد.

- نرخ بازده مورد انتظار پورتفوی؛
- ریسک یا انحراف معیار بازده پورتفوی؛
- منحنی بی‌تفاوتی یا ترجیحات خاص سرمایه‌گذار.

با توجه به مطالب پیشگفته هدف یک تحلیلگر پورتفوی یافتن ترکیباتی از پورتفوی بهینه می‌باشد که با بالاترین منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار نوعی مماس باشد.

نرخ بازده مورد انتظار پورتفوی

بازده مورد انتظار یک پورتفوی به‌طور ساده، میانگین وزنی بازده مورد انتظار اوراق بهادار تشکیل دهنده آن می‌باشد. در محاسبه بازده مورد انتظار پورتفوی، نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام به عنوان وزن میانگین موزون به‌کار می‌رود:

$$\hat{R}_P = \sum_{i=1}^{n} X_i \hat{R}_i$$

که در آن:

$\hat{R}_P$ = بازده مورد انتظار پورتفوی

$\hat{R}_i$ = بازده مورد انتظار سهم i

X_i = نسبت سرمایه‌گذاری در سهام i

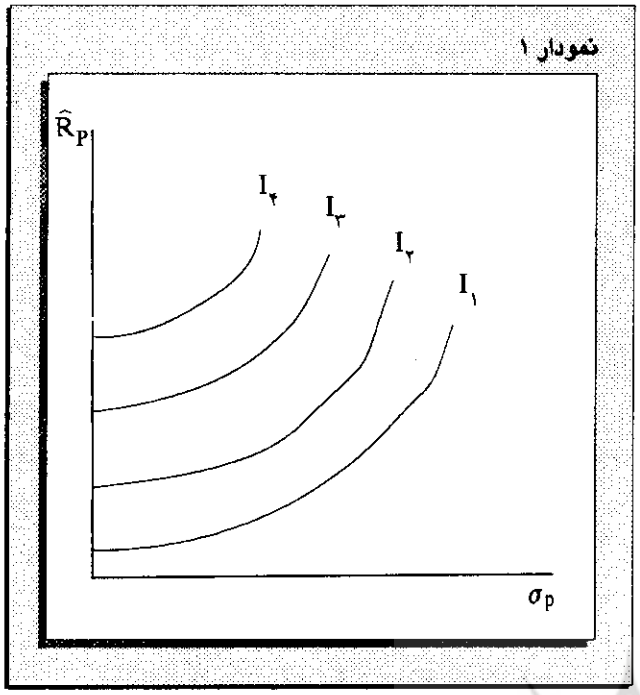
با توجه به آنچه گفته شد می‌توان چنین استنباط نمود که بازده مورد انتظار یک پورتفوی به نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام بستگی خواهد داشت.

ریسک بازده پورتفوی

برخلاف نرخ بازده مورد انتظار، انحراف معیار یک پورتفوی عموماً میانگین وزنی انحراف معیار اوراق بهادار منفرد تشکیل‌دهنده آن نیست. در حقیقت سهمی که هر یک از اوراق بهادار منفرد تشکیل‌دهنده پورتفوی در انحراف معیار یک پورتفوی دارد تنها به میزان $x_i\sigma_i$ نیست. میزان واریانس و انحراف معیار بازده یک پورتفوی به میزان همبستگی بین بازده سهام تشکیل‌دهنده پورتفوی بستگی خواهد داشت. هر چه میزان همبستگی بین بازده سهام کوچکتر باشد، یا اگر این همبستگی منفی باشد، متنوع کردن ترکیب پورتفوی منجر به کاهش ریسک (انحراف معیار) پورتفوی خواهد شد. فرمول محاسبه انحراف معیار و واریانس بازده یک پورتفوی براساس معادلات زیر می‌باشد.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j P_{ij}\sigma_i\sigma_j \quad , \sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

نمودار ۱



که در آن:

X_j , X_i = نسبت سرمایه‌گذاری در سهام i و j

P_{ij} = ضریب همبستگی بین سهام i و j

$\sigma_j \sigma_i$ = انحراف معیار بازده سهام i و j

از آنجا که کوواریانس بین دو متغیر حاصلضرب ضریب همبستگی بین آن دو متغیر و انحراف معیار هر یک از آنها می‌باشد:

$$COV(R_i , R_j) = P_{ij}\sigma_i\sigma_j$$

بنابراین فرمول کلی واریانس و انحراف معیار یک پورتفوی را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j COV(R_i, R_j) \quad , \sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2}$$

منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار

در صورت مشخص بودن تابع مطلوبیت و ترجیحات سرمایه‌گذار، با استفاده از آن می‌توان منحنی بی‌تفاوتی فرد مورد نظر را مشخص ساخت. به‌طور کلی سرمایه‌گذار کلیه پورتفولیوهایی را که سطح مطلوبیت یکسانی نصیب وی می‌سازد، یکسان تلقی می‌نماید. مکان هندسی چنین پورتفولیوهای منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار نامیده می‌شود. هر سرمایه‌گذاری دارای تعداد نامحدودی منحنی بی‌تفاوتی بوده

که به مجموعه آنها فضای منحنی بی‌تفاوتی گفته می‌شود. شکل کلیه این منحنیها شبیه هم بوده و دارای ویژگیهای زیر می‌باشد:

● منحنی بی‌تفاوتی بالاتر نشان‌دهنده رضایت بیشتر سرمایه‌گذار می‌باشد.

$$I_۴ > I_۳ > I_۲ > I_۱$$

● کلیه منحنیهای بی‌تفاوتی دارای شیب مثبت می‌باشند زیرا هنگامی که سرمایه‌گذار ریسک بیشتری را می‌پذیرد انتظار بازده بیشتری را نیز از سرمایه‌گذاری دارد.

● منحنی بی‌تفاوتی با افزایش سطح ریسک شیب بیشتری پیدا می‌کند و این مسئله منعکس کننده کم شدن رضایت سرمایه‌گذار با افزایش میزان ریسک می‌باشد (**نمودار ۱**).

مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز

اساس تئوری مدرن براساس یک سری فرضیات در ارتباط با رفتار منطقی سرمایه‌گذار در سال ۱۹۵۲ توسط **مارکویتز** (Marcoytz) بنا نهاده شد. براساس این مدل، معیاری که معمولاً سرمایه‌گذاران براساس آن سرمایه‌گذاری منتخب خود را از میان شقوق مختلف سرمایه‌گذاری انتخاب می‌نمایند، معیار میانگین ـ واریانس است. این معیار بر دو فرض اساسی زیر استوار است:

۱ـ تصمیمگیرنده یا سرمایه‌گذار فرضی ریسک گریز می‌باشد.

۲ـ توزیع احتمال بازده شقوق سرمایه‌گذاری تقریباً نرمال می‌باشد.

از آنجا که در بازار سرمایه، جهت سرمایه‌گذاری اوراق بهادار زیادی موجود می‌باشد، از ترکیب آنها می‌توان به تعداد نامحدودی پورتفوی دست یافت. مجموعه این ترکیبات بیانگر ناحیه موجه یا مجموعه موقعیتهای سرمایه‌گذاری ممکن در بازار سرمایه می‌باشد. اکنون سوالی که در اینجا مطرح می‌شود این است که یک سرمایه‌گذار چگونه پورتفوی بهینه مورد نظر خود را از میان بی‌نهایت ترکیب موجود در بازار سرمایه انتخاب می‌نماید. براساس قضیه مجموعه بهینه **مارکویتز** هر سرمایه‌گذار براساس دو شرط زیر پورتفوی بهینه خود را انتخاب می‌کند:

ـ کسب بالاترین بازده مورد انتظار برای هر سطحی از ریسک؛

ـ کسب پایینترین ریسک (واریانس بازده پورتفوی) برای هر سطحی از بازده مورد انتظار.

به کلیه پورتفولیوهایی که قادر به برآوردن چنین شروطی باشند مجموعه بهینه پورتفوی یا **خط مقدم کارا**[1] گفته می‌شود. خط مقدم کارا در حقیقت یک خط منحنی است که در بالا و قسمت شمال غربی مجموعه موقعیتهای سرمایه‌گذاری قرار گرفته است و از بی‌نهایت نقطه که هرکدام بیانگر یک پورتفوی بهینه است، تشکیل شده است. اکنون سوال این است که یک سرمایه‌گذار چگونه می‌تواند از میان بی‌نهایت ترکیب پورتفوی بهینه، پورتفوی مورد نظر خود را بیابد. **مارکویتز** این مشکل را با استفاده از یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی از نوع تابع هدف درجه دوم با محدودیتهای خطی توانست حل نماید. برای استفاده از چنین مدلی تحلیلگر پورتفوی ابتدا باید بردار بازده مورد انتظار و ماتریس واریانس ـ کوواریانس کلیه اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه را براورد نماید:

$$ER = \begin{bmatrix} R_۱ \\ R_۲ \\ \vdots \\ R_n \end{bmatrix}$$

$$VC = \begin{bmatrix} \sigma_۱^۲ & \sigma_{۱,۲} & \sigma_{۱,n} \\ \sigma_{۲,۱} & \sigma_۲^۲ & \sigma_{۲,n} \\ \sigma_{n,۱} & \sigma_{n,۲} & \sigma_n^۲ \end{bmatrix}$$

که در آن:

بردار بازده مورد انتظار اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه $= ER$

ماتریس واریانس ـ کوواریانس اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه $= VC$

تعداد اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه $= n$

همان‌طور که می‌بینید برای کاربرد مدل، تعداد $(N^۲ + ۳N)/۲$ پارامتر باید براورد شود. تحلیلگر سرمایه‌گذاری بعد از انجام تخمین پارامترها، مسئله انتخاب پورتفوی بهینه را به صورت یک مدل ریاضی در می‌آورد. چنین مسئله‌ای شامل موارد زیر می‌باشد:

۱ـ متغیرهای تصمیمگیری؛

۲ـ یک یا چند محدودیت تصمیمگیری؛

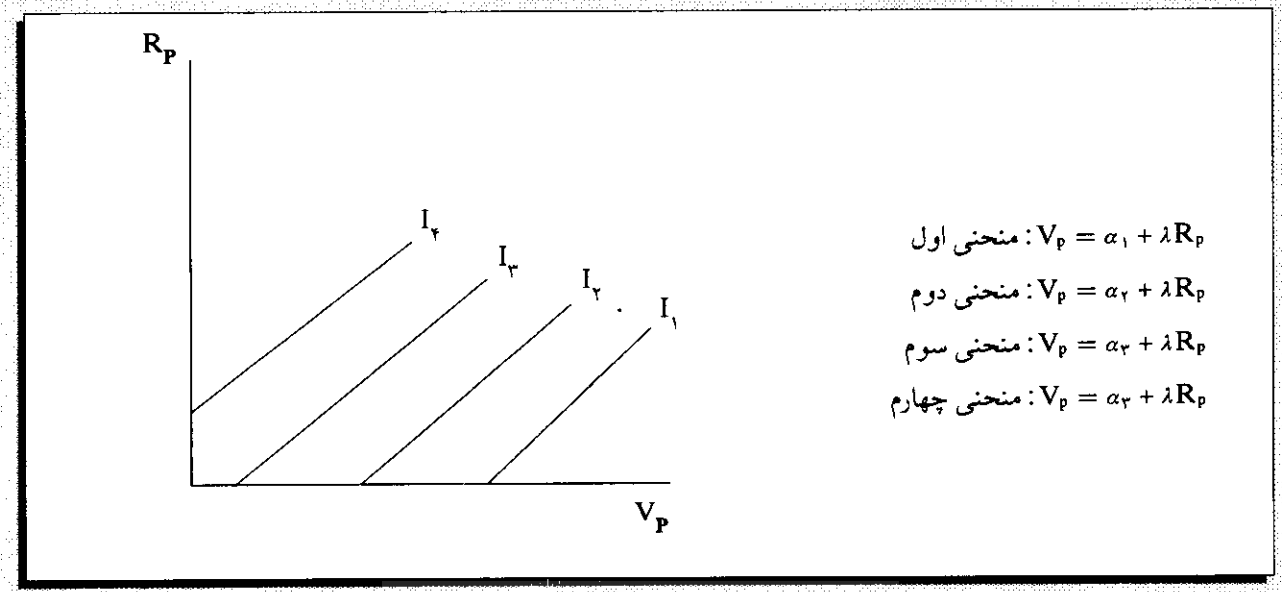
۳ـ تابع هدف که باید حداقل یا حداکثر شود.

در مسئله انتخاب پورتفوی بهینه، متغیرهای تصمیمگیری نسبت سرمایه‌گذاری در هر یک از سهام موجود در بازار سرمایه می‌باشد. (X_i) و محدودیتهای اساسی در این مدل، نامنفی بودن متغیرهای تصمیم $(X_i \geq ۰)$ و تخصیص کلیه مقادیر موجود برای سرمایه‌گذاری به اوراق بهادار موجود در بازار سرمایه می‌باشد. یعنی مجموع مقادیر تخصیص داده شده به X_iها باید همیشه برابر با یک باشد:

$$\sum_{i=۱}^{n} X_i = ۱$$

$$X_i \geq ۰$$

نمودار ۲



علاوه بر محدودیتهای فوق که جزو محدودیتهای اساسی مدل می‌باشد، محدودیتهای دیگری را نیز می‌توان براساس نیازها و خواسته‌های سرمایه‌گذار مورد نظر به مسئله افزود. از جمله این محدودیتها، محدودیتهای حد فوقانی و محدودیتهای حد پایین را می‌توان نام برد. به‌طور کلی هدف مسئله (تابع هدف مدل) برای یک سرمایه‌گذار فرضی، انتخاب بهترین ترکیب پورتفوی قابل دسترس براساس ترجیحات او می‌باشد به عبارت دیگر هدف، یافتن بهترین ترکیب پورتفوی قابل دسترس براساس ترجیحات او می‌باشد. به بیان دیگر هدف یافتن بهترین ترکیب پرتفوی موجهی است که با منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار مماس باشد. از این رو برای فرموله کردن تابع هدف باید معادله منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار را مشخص ساخت.

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، منحنی بی‌تفاوتی یک سرمایه‌گذار توازی بین ریسک و بازده مورد انتظار را نشان می‌دهد. بنابراین معادله کلی منحنی بی‌تفاوتی را به صورت زیر می‌توان نوشت:

$$V_P = \alpha + \lambda R_P$$

در این معادله V_P (واریانس بازده پورتفوی) به‌عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک و R_P (بازده مورد انتظار پورتفوی) به‌عنوان معیار اندازه‌گیری بازدهی پورتفوی به‌کار برده می‌شود.

مقدار λ شیب منحنی بی‌تفاوتی را نشان می‌دهد و بیانگر میزان ریسک گریزی سرمایه‌گذار می‌باشد. مقدار آلفا (α) طول مبدأ، یعنی نقطه‌ای که منحنی محور افقی را قطع خواهد کرد، نشان می‌دهد. این مقدار برای هر یک از منحنیهای بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار در فضای بی‌تفاوتی‌اش متفاوت می‌باشد. **نمودار ۲** چهار منحنی بی‌تفاوتی انتخاب شده یک سرمایه‌گذار فرضی را همراه با معادلات هریک از آنها نشان می‌دهد.

کدامیک از منحنیهای بی‌تفاوتی **نمودار ۲**، بهترین منحنی فرد می‌باشد؟ بالاترین منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار مطلوبترین و بهترین منحنی بی‌تفاوتی سرمایه‌گذار می‌باشد. همانطور که می‌بینید هر چه آلفا (α) کوچکتر باشد منحنی بی‌تفاوتی بالاتر مدنظر قرار می‌گیرد و در نتیجه مطلوبیت بیشتری نصیب سرمایه‌گذار خواهد شد. از این رو هدف یک سرمایه‌گذار را می‌توان براساس کمینه‌سازی مقدار آلفا (α) تعریف نمود. با بازنویسی مجدد معادله منحنی بی‌تفاوتی براساس آلفا خواهیم داشت:

$$\alpha = -\lambda R_P + V_P$$

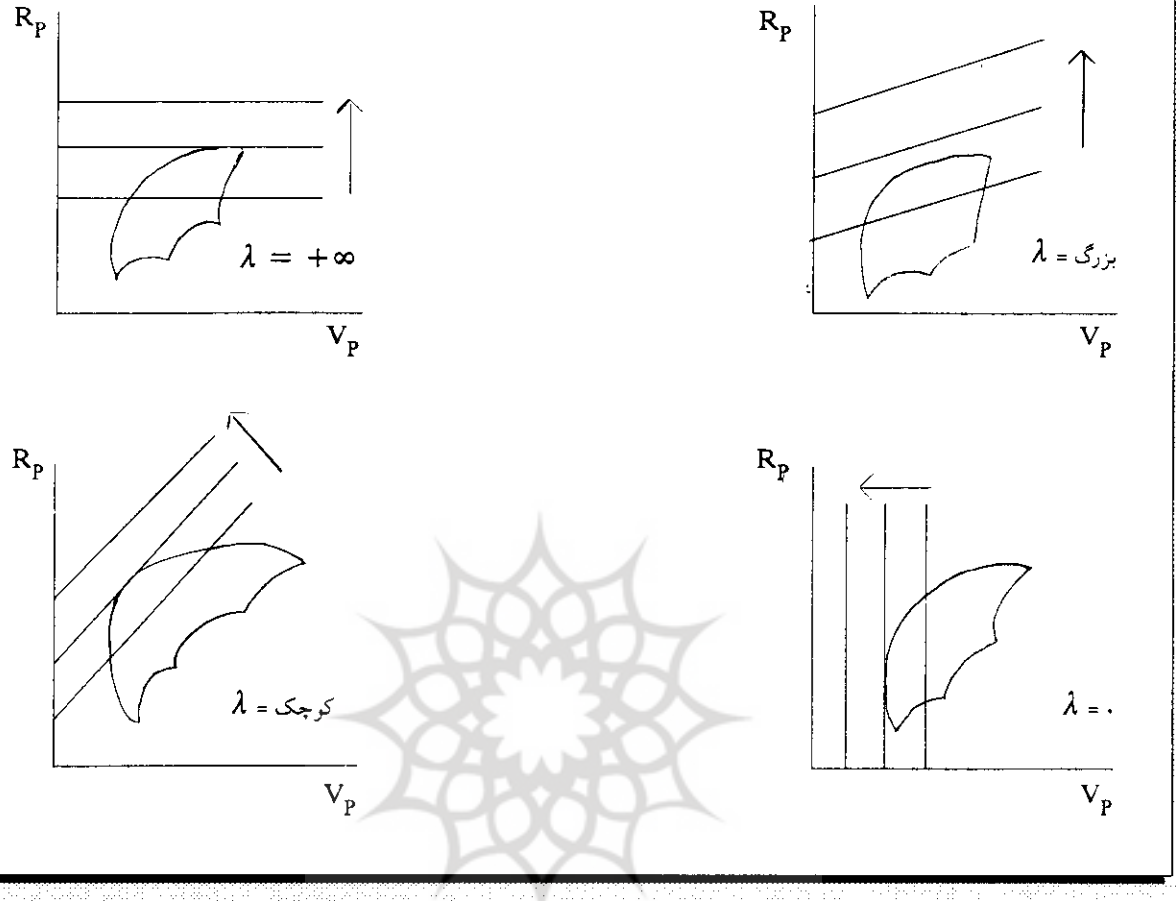
بنابراین تابع هدف مسئله انتخاب پورتفوی بهینه را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$Z = -\lambda R_P + V_P$$

که در آن:

کمینه‌سازی $Z =$

نمودار ۳



نرخ بازده مورد انتظار پورتفوی $R_p =$

واریانس نرخ بازده پورتفوی $V_p =$

$$R_P = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i \qquad V_p = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_{ij}$$

با توجه به مطالب گفته شده مدل کلی مسئله انتخاب پورتفوی بهینه به‌صورت زیر خواهد شد:

کمینه کردن $Z = -\lambda\left(\sum_{i=1}^{n} X_i R_i\right) + \left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_i X_j \sigma_{ij}\right)$

با قیود:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = ۱$$

$$L_i \le X_i \le U_i$$

$$L_۲ \le X_۲ \le U_۲$$

$$L_n \le X_n \le U_n$$

$$\lambda \ge ۰$$

U_i حد بالای نسبت سرمایه‌گذاری در سهم i و L_i حد پایین سرمایه‌گذاری در سهم i می‌باشد. مسئله فوق در واقع یک مدل برنامه‌ریزی تابع هدف درجه دوم با محدودیتهای خطی می‌باشد. چنین مسئله‌ای را می‌توان با استفاده از شیوه **کان ـ تاکر** (Can-Tacro) و **ضریب لاگرانژ** (?) حل نمود.

در صورت حل مسئله با تخصیص مقادیر مختلف λ می‌توان به مجموعه کامل ترکیب پورتفولیوهای بهینه ریسکی یا خط مقدم کارا دست یافت. در این حالت مسئله به یک مسئله پارامتریک تبدیل شده و برای حل چنین مسائلی می‌توان از شیوه خطی ـ بحرانی استفاده نمود (**نمودار ۳**).

همان‌طور که در **نمودار ۳** قابل مشاهده است هنگامی که

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدار λ (لاندا) کاملاً بزرگ باشد، مقدار V_p (واریانس بازده پورتفوی) کاملاً بی‌اهمیت خواهد شد و در این حالت هدف سرمایه‌گذار فقط حداکثرکردن مقدار R_p یا به عبارت دیگر حداقل کردن مقدار $(-R_p)$ خواهد بود. حالت افراطی دیگر، هنگامی است که مقدار λ برابر صفر باشد. در این حالت سرمایه‌گذار بیشتر به واریانس بازده پورتفوی توجه نشان می‌دهد و سعی می‌کند تا آنجا که ممکن است واریانس بازده پورتفوی را حداقل نماید. از این رو با حل مسئله برای مقادیر مختلف λ و $(+\infty \geq \lambda \geq 0)$ می‌توان خط مقدم کار سرمایه‌گذاری را مشخص ساخت.

مدل بازار

از دیگر مدلهایی که در زمینه مسئله انتخاب پورتفوی بهینه ارائه شده، مدل بازار است که یک مدل شاخصی می‌باشد. این مدل توسط **ویلیام اف شارپ** (F.Sharp) ارائه شده و موجب کاهش اساسی در کوششهای لازم جهت آماده‌سازی و فرایند پردازش داده‌ها شده است. همان‌طور که گفته شد برای استفاده از مدل **مارکویتز** براورد تعداد $2/(N^2 + 3N)$ پارامتر ضروری است. در حالی که در مدل بازار برای تجزیه و تحلیل فقط تعداد $3N + 2$ پارامتر لازم است که برآورد شود.

پارامترهای که در مدل بازار باید براورد شوند عبارت است از:

۱ـ برای شاخص بازار:

$\hat{R}_n$ = نرخ بازده مورد انتظار شاخص

σ_n^2 = واریانس نرخ بازده شاخص بازار (پورتفوی بازار)

۲ـ برای هر یک از N سهم موجود در بازار سرمایه:

$\hat{R}_i$ = نرخ بازده مورد انتظار سهم i

B_i = تغییرپذیری R_i نسبت به تغییرات در سطح شاخص بازار (ریسک سیستماتیک سهم i)

σ_{ei} = انحراف معیار قابل اسناد به خصوصیات ویژه سهم i (ریسک غیر سیستماتیک سهمi)

بنابراین استفاده از مدل بازار در تجزیه و تحلیل پورتفوی موجب کاهش حجم محاسبات لازم در مسئله انتخاب پورتفوی بهینه خواهد شد. در مدل بازار تاکید بر روی شاخص می‌باشد و فرض براین است که نرخ بازده مورد انتظار هر یک از سهام تا حدود زیادی بستگی به نرخ بازده پورتفوی بازار دارد و ارتباط بین نرخ بازده مورد انتظار هریک از سهام و نرخ بازده بازار به‌صورت خطی می‌باشد و این رابطه را به‌شکل معادله زیر می‌توان نوشت:

$$R_i = \alpha_i + B_i R_m + e_i$$

که در آن:

R_i = نرخ بازده مورد انتظار سهم i

R_m = نرخ بازده پورتفوی بازار

α = عرض از مبدأ

B_i = ریسک سیستماتیک یا ریسک بازار سهم i

e_i = متغیر عدم اطمینان یا خطای پیشبینی نرخ بازده سهمi

از جمله مفروضات اساسی این مدل عبارت است از:

۱ـ توزیع نرخ بازده سهام دارای توزیع تقریباً نرمال می‌باشد.

۲ـ ارتباط بین نرخ بازده سهام i و نرخ بازده بازار به صورت خطی است.

۳ـ خطای تخمین نرخ بازده سهام در طی زمان مستقل از هم می‌باشد.

۴ـ همبستگی بین خطای تخمین سهم i و سهم j صفر می‌باشد.

۵ـ همبستگی بین نرخ بازده بازار (R_m) و خطای تخمین نرخ بازده سهم i(e_i) صفر می‌باشد.

همان‌طور که اشاره گردید، نرخ بازده یک پورتفوی برابر با میانگین وزنی نرخ بازده سهام تشکیل‌دهنده آن می‌باشد:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} X_i R_i$$

بنابراین با جایگذاری ارتباط فرضی بین R_i و R_m بجای R_i خواهیم داشت:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} X_i (\alpha_i + B_i R_m + e_i)$$

$$= X_1\alpha_1 + X_2\alpha_2 + \ldots\ldots + X_n\alpha_n$$

$$+ (X_1B_1 + X_2B_2 + \ldots\ldots + X_nB_n) R_m$$

$$+ (X_1e_1 + X_2e_2 + \ldots\ldots + X_ne_n)$$

از این رو با جایگذاری ارتباط فرضی بین R_i و R_m می‌بینیم که نرخ بازده پورتفوی برابر با حاصل جمع $3N$ عبارت می‌باشد و برای براورد واریانس و انحراف معیار نرخ بازده پورتفوی فقط عبارتهایی را که شامل عناصر عدم اطمینان هستند، نیازمند بررسی می‌باشند. در نتیجه از عبارتهای فوق فقط عبارتهای زیر برای تعیین واریانس و انحراف معیار پورتفوی مورد استفاده قرار می‌گیرند:

$$(X_1B_1 + X_2B_2 + \ldots\ldots + X_nB_n) R_m$$

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

$$(X_1e_1 + X_2e_2 + \ldots\ldots + X_ne_n)$$

حاصل داخل پرانتز در ردیف اول نشان‌دهنده B_p یعنی تغییرپذیری نرخ بازده پورتفوی مورد نظر در مقابل تغییرات و نوسانات نرخ بازده بازار (ریسک بازار پورتفوی) می‌باشد و هنگامی که یک پورتفوی انتخاب گردید، میزان B_p براورد می‌گردد:

$$\sum X_iB_i = B_p$$

با توجه به مطالب گفته شده، تعداد عناصر عدم اطمینان برای R_p (نرخ بازده پورتفوی) شامل $N + 1$ عنصر می‌باشد:

$$B_pR_m$$
$$X_1e_1$$
$$X_2e_2$$
$$\vdots$$
$$X_ne_n$$

برای یافتن انحراف معیار و واریانس نرخ بازده پورتفوی باید واریانس هر یک از عناصر فوق را با دو برابر کوواریانس آنها جمع نموده ولی از آنجاکه در مدل بازار فرض بر این است که هر یک از عناصر عدم اطمینان مستقل از یکدیگر بوده و همبستگی آنها صفر باشد. بنابراین کل کوواریانس دو به دو بین عناصر اطمینان برابر صفر خواهد شد. و واریانس بازده یک پورتفوی فقط شامل واریانس هر یک از عناصر عدم اطمینان خواهد بود بنابراین:

$$\sigma_p^2 = B_p\sigma_m^2 + X_1^2\sigma_{e_1}^2 + X_2^2\sigma_{e_2} + \ldots\ldots + X_n^2\sigma_{en}^2$$

$$\sigma_p^2 = B_p\sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} X_i^2\sigma_{ei}^2$$

کاربرد مدل بازار وظیفه تجزیه و تحلیل پورتفوی را به مقدار بسیار زیادی ساده‌تر نموده و از حجم محاسبات به میزان زیادی می‌کاهد.

فرم کلی مدل بازار جهت بهینه‌سازی ترکیب پورتفوی همچون مدل قبلی یک مدل ریاضی از نوع تابع هدف درجه دوم با محدودیتهای خطی می‌باشد. تنها تفاوت مدل بازار نسبت به مدل میانگین ـ واریانس **مارکویتز** در برآورد واریانس نرخ بازده پورتفوی می‌باشد. همین امر باعث شده است که به محدودیتهای مسئله محدودیت زیر نیز اضافه گردد:

$$\sum X_iB_i = B_p$$

از این رو فرم کلی مدل بازار در مسئله انتخاب پورتفوی بهینه بشکل زیر می‌باشد:

$$\text{کمینه کردن } Z = B_p\sigma_m^2 + \sum_{i=1}^{n} X_i\sigma_{ei}^2 - \lambda \sum_{i=1}^{n} X_iR_i$$

با قیود:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} X_iB_i = B_p$$

$$L_1 \le X_1 \le U_1$$

$$L_2 \le X_2 \le U_2$$

$$L_n \le X_n \le U_n$$

در مدل فوق $B_p , X_1 , X_2 , \ldots , X_n$ به عنوان متغیرهای تصمیم مدل می‌باشد و هدف از حل مسئله یافتن مقادیر $B_p , X_1 , X_2 , \ldots , X_n$ است به نحوی که ترکیب سرمایه‌گذاری در اوراق بهادار بهینه گردد. نحوه حل این مدل مانند مدل قبلی است.

پی‌نوشت

1- Efficient fronter

منابع

1- Sharp, William F, "partfolio theory and capital market", McGraw-Hill, Inc 1972, p.25-57

2- Brigham, Eugene F., Gapenski, hovis C., "Intermediat Financial management", prentice-Hall; Inc 1933, p 45-56

3- Klemkoky, Robert C. & Martin p. "the effect of market risk on partfolio piversification". The journal of Finance, 3 March 1973 p.125

4- Sharp, William, F., Investment, Englewood diffs, N.j: prentice-Hall, Inc, 1978, p.22

۵ـ *ون هورن ـ جیمزسی.، مدیریت مالی، ترجمه محسن دستگیر، چاپ اول، انتشارات دانشگاه اهواز، ۱۳۶۹ ص ۳۱۶*

۶ـ *پی نوریموند، مدیریت مالی، جلد دوم، ترجمه وکیلی فرد، حمیدرضا، ۱۳۷۴، ص ۴۳۲*

DOS + WIN95

کادر مجرب طراحی سیستمهای کامپیوتری
+
کادر متخصص پیاده‌سازی نرم‌افزارهای کامپیوتری
سیستمهای کارآمد کاربردی کامپیوتری

مشاران نرم‌افزار

نرم‌افزارهای کامپیوتری آماده مالی اداری:

- ☑ حسابداری مالی
- ☑ اسناد دریافتنی/پرداختنی
- ☑ اطلاعات پرسنلی
- ☑ حقوق و دستمزد
- ☑ ...

طراحی و پیاده‌سازی انواع سیستمهای کاربردی کامپیوتری:

- ☑ حسابداری مالی و صنعتی
- ☑ حسابداری فروش و مشتریان
- ☑ حسابداری دارایی‌های ثابت
- ☑ حسابداری انبار
- ☑ تدارکات و سفارشات
- ☑ کنترل حمل و نقل و ترخیص کالا
- ☑ بودجه و تأمین اعتبار
- ☑ پرسنلی و امور اداری
- ☑ حقوق و دستمزد کارکنان

سیستمهای جامع و یکپارچه کامپیوتری:

- ☑ سیستم جامع اطلاعات مدیریت
- ☑ سیستم جامع اطلاعات مالی
- ☑ سیستمهای جامع تلفیقی

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مُشاران نرم‌افزار با بیش از چهارده سال تجربه در طراحی و پیاده‌سازی سیستمها و نرم‌افزارهای کامپیوتری مالی، اداری و مدیریت

تهران: کدپستی ۱۵۹۹۹ : میدان فردوسی؛ ساختمان شهد؛ طبقه ۷ تلفن : ۸و۸۸۰۹۰۸۷

فروش کامپیوتر و لوازم جانبی

ارتقاء (UPGRADE) کامپیوتر

طراحی و ساخت سیستم های کنترل

نصب شبکه NOVELL و NT

پشتیبانی سالانه

نصب و پشتیبانی سالانه شبکه های محلی

تعمیر کامپیوتر و لوازم جانبی

تعمیر انواع چاپگر (HP , EPSON و ...)

تعمیر انواع مانیتور (TVM , SAMSUNG و ...)

تعمیر تجهیزات شبکه (REPEATER , HUB و ...)

شرکت طراح سیستم (سهامی خاص)

خیابان دکتر شریعتی بالاتر از چهارراه قصر ساختمان ۷۹۰

فروش ۸۴۱۵۸۲۳ - ۸۴۱۵۸۱۲ سخت افزار ۸۴۰۸۵۳۹

نرم افزار ۷۸۰۵۵۵۷ - ۷۸۰۰۹۱۷ - ۷۸۹۲۵۳۴ دورنگار ۸۴۱۱۸۵۶

ناپال

لیست نرم افزار

۱ نرم افزار بجای ۵ نرم افزار

منتخب شرکتهای دارنده گواهینامه ISO

کلیه نرم افزارها دارای:

- کتاب راهنما
- فیلم ویدیو جهت آموزش
- قفل سخت افزاری
- آموزش رایگان
- یکسال ضمانت

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

سایر نرم افزارها:

۱ – حسابداری مالی

۲ – پرسنلی و حقوق دستمزد

۳ – انبار و حسابداری انبار

آدرس : ایرانشهرشمالی ـ کوی برنا ـ پلاک۳۳ ـ طبقه ۳ غربی

تلفن واحد فروش : ۸۸۴۹۲۸۷ ـ ۸۸۴۳۱۰۲ ـ ۸۸۴۵۶۰۷

واحد پشتیبانی : ۸۸۴۳۶۵۸ فاکس : ۸۸۴۵۶۰۶