-- Journal of Economic Research------
Volume 21, Issue 84, Spring 2022, 171-194
joer.atu.ac.ir
DOI: https://doi.org/10.22054/joer.2022.64422.1018

ATU PRESS

Original Research Accepted: 17/Oct/2022 Review: 26/Jul/2022 Received: 25/Oct/2021 ISSN: 1735-210x eISSN: 6453-2476

Comparison of Classical and Dynamic Network Models Efficiency in the Application of Generalized Network Autoregressive Models

Sayyed Mohammad Hoseini *
Assistant Professor, Department of Mathematics, Faculty of Basic Sciences, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran

Ramin Khochiani
Assistant Professor, Department of Economics, Faculty of Human Sciences, Ayatollah Boroujerdi University, Boroujerd, Iran

Abstract

One of the most challenging issues in forecasting economic variables is the lack of sufficient data or the missing data in time series. In this paper, the time series of the GDP growth rate from 1980 to 2019 for 18 Middle East and North African countries is modeled via a generalized network autoregressive model. Of the total observations, 13.42% were missed. In the proposed model, a random network is applied to the data for which nodes represent countries or related time series. Then, an autoregressive model of each node was constructed based on all the data of its multi-stage neighboring nodes. Some parameters of the model may depend on the node (local model) or can be considered the same for all network nodes (global model). The missing data are modeled by changing the weights of the network edges. Finally, the time series was predicted based on the constructed model. Because the network structure affects the model and ultimately the forecast, and on the other hand it is difficult to examine all possible networks, ten thousand un-directional random networks and 16 models including 8 local models and 8 global models on each network are considered. Out of 160,000 models, the network and the model with the least prediction error are selected as the best network and model that are used for the main prediction. The lowest in-sample predictive error was obtained at a local network, which has 64 edges and the number of corresponding model parameters is 4. Finally, the model is compared with the classical models such as AR and VAR. The results indicate the superiority of the proposed method in significantly reducing the prediction error over the AR and VAR models.

Keywords: Network, Forecasting, Generalized Network Autoregressive, Edge, Gross Domestic Product.

JEL Classification: C53, C22, B22.

- The current article is taken from the research project of Human Sciences and Cultural Studies Research Institute
* Corresponding Author: sm.hoseini@abru.ac.ir
How to Cite: Hoseini, S. M. & Khochiani, R. (2022). Comparison of classical and dynamic network models efficiency in the application of generalized network autoregressive models. Journal of Economic Research, 84 (21), 171. 194.

مقاله پژوهشی

-- پژوهشنامه اقتصادی ---------

دوره ۲۱، شماره ۸٤، بهار ۱٤۰۱، ۱۷۱-۱۹٤

joer.atu.ac.ir

DOI: https://doi.org/10.22054/joer.2022.64422.1018

مقایسه کارایی مدل‌های کلاسیک و شبکه‌های پویا در کاربردی از مدل‌های خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته

سیدمحمد حسینی * استادیار، گروه ریاضی، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی، بروجرد، ایران

رامین خوچیانی استادیار، گروه اقتصاد، دانشگاه آیت‌الله العظمی بروجردی، بروجرد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۰۳ تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۵/۰۴ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۷/۲۵

ISSN:۱۷۳۵-۲۱۰X

چکیده

یکی از مهم‌ترین مشکلات در پیش‌بینی پدیده‌های اقتصادی فقدان داده‌های کافی و یا وجود داده‌های مفقودی قابل توجه در سری‌های زمانی است. در مقاله حاضر با استفاده از روش جدید خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته، داده‌های سری زمانی مربوط به نرخ رشد تولید ناخالص داخلی مربوط به ۱۸ کشور حوزه خاورمیانه و شمال آفریقا از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۱۹ مدل‌سازی شد. در این مجموعه، ۱۳/۴۲ درصد از کل مشاهدات موجود نیست. در روش پیشنهادی، شبکه یا گراف تصادفی که راس‌ها یا گره‌های آن کشورها یا سری‌های زمانی مربوط به آن‌ها است در نظر گرفته شد. سپس مدل خودتوضیح هر گره براساس تمامی داده‌های گره‌های همسایگی چند مرحله آن ساخته شد. برخی پارامترهای مدل مدنظر می‌تواند به گره وابسته باشد (مدل محلی) یا برای تمامی گره‌های شبکه یکسان لحاظ شود (مدل سراسری). داده‌های مفقودی نیز توسط تغییر در وزن یال‌های شبکه روی گره‌ها مدل شد. در انتها، براساس مدل ساخته شده سری زمانی پیش‌بینی شد. از آنجا که ساختار شبکه بر مدل و در نهایت بر پیش‌بینی تاثیرگذار است و بررسی تمامی شبکه‌های ممکن دشوار است برای مدل‌سازی به روش پیشنهادی از ۱۰ هزار شبکه تصادفی بدون جهت و ۱۶ مدل شامل ۸ مدل محلی و ۸ مدل سراسری روی هر شبکه در نظر گرفته شد. از بین ۱۶۰ هزار مدل ساخته شده، مدلی که بتواند کمترین خطای پیش‌بینی را داشته باشد به عنوان بهترین شبکه انتخاب و از آن برای پیش‌بینی اصلی استفاده شد.کمترین میزان خطای پیش‌بینی یک گام درون نمونه‌ای، مربوط به شبکه محلی با ۶۴ یال و تعداد پارامترهای مدل متناظر با آن ۴ به دست آمد. در نهایت، مدل مورد بررسی با مدل‌های کلاسیک همچون خودتوضیح و خودتوضیح برداری مورد مقایسه قرار گرفت که برتری مدل ارائه شده در کاهش خطای پیش‌بینی نسبت به دو مدل کلاسیک مذکور، قابل توجه است.

کلیدواژه‌ها: شبکه، پیش‌بینی، خودتوضیح شبکه‌ای، یال، تولید ناخالص داخلی.

طبقه‌بندی JEL: C53, C22, B22

* نویسنده مسئول: sm.hoseini@abru.ac.ir

۱. مقدمه

توضیح، توصیف و تفسیر پدیده‌های اقتصادی از مهم‌ترین اهداف نظریه‌های اقتصادی است و به همین دلیل نظریه‌های موجود با استفاده از شواهد تجربی جدید و تطبیق آن‌ها با پیشگویی‌های حاصل از نظریه‌ها و مدل‌ها، مدام در حال اصلاح و یا تعمیم هستند. در این فرآیند، اصلاح مدل‌های آماری نقش عمده‌ای دارند (مشکانی و فخاری، ۱۳۸۴). شیوه رایج تا سال‌های اخیر، استفاده از مدل‌های رگرسیونی ایستا و تخمین پارامترهای ثابت برای پیش‌بینی و توصیف متغیرها بود (Zellner, 1971)؛ سپس مدل‌های پویا و استفاده از مدل‌های پارامتر- متغیر پیشنهاد شد. در این میان شاهد به کارگیری شبکه‌ها و روش‌های شبکه‌ای برای پاسخ به سوالات و پژوهش‌های مختلف اقتصادی هستیم که از مهم‌ترین آن‌ها مدل‌سازی سری‌های زمانی شبکه پویا است.

هدف از نگارش مقاله حاضر معرفی مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته (GNAR)[1] و پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی[2] کشورها با استفاده از این مدل است. به عبارت دیگر، در این مقاله سعی شده است تا با استفاده از ساختار شبکه‌ای ایجاد شده بین رشد تولید ناخالص داخلی کشورهای مختلف، پیش‌بینی‌های چند گام به جلو انجام شود.

شبکه یا گرافی را در نظر بگیرید که در آن راس‌ها یا گره‌ها، کشورها و در واقع سری‌های زمانی مربوطه هستند. این گره‌ها توسط مجموعه‌ای از یال‌های وزن‌دار به یکدیگر متصل می‌شوند. در مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته از روش اردوش[3] و رنیی[4] (۱۹۵۹) برای ساخت شبکه‌های تصادفی استفاده می‌شود. استفاده از شبکه داده‌ها برای خلاصه‌سازی موثر فرآیند تولید داده نیز مفید خواهد بود و شبکه‌ها می‌توانند اطلاعات قوی در مورد وابستگی بین گره‌ها ارائه دهند. مزیت این روش این است که در مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته هر گره در چهارچوب مدل خودتوضیح[5] به مقادیر قبلی خود وابسته است و در عین حال می‌تواند به مقادیر قبلی در همسایگان موجود در شبکه و حتی به همسایگان همسایه و... نیز بستگی داشته باشد.

---

1. Generalized network autoregressive (GNAR)
2. Gross domestic product (GDP)
3. Erdös, P.
4. Rényi, A.
5. Auto-regressive (AR)

در مقاله حاضر، ضمن توصیف مبانی آماری فرآیند مدل‌سازی شبکه پویا به صورت مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته و کاربرد این روش در مدل‌سازی و پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی کشورهای حوزه خاورمیانه و شمال آفریقا از جمله ایران، برتری آن نسبت به روش کلاسیک نشان داده می‌شود.

ساختار پژوهش در ادامه به این صورت است که در بخش دوم به معرفی شبکه و فرآیند مدل‌سازی سری زمانی شبکه‌ای اشاره می‌شود. در بخش سوم به مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته و مبانی آماری آن پرداخته می‌شود. بخش چهارم به عنوان کار روی داده‌های واقعی تولید ناخالص داخلی هیجده کشور مختلف که برخی از آن‌ها داده‌های مفقودی نیز دارند، انتخاب و با استفاده از ساختار شبکه‌ای تشکیل شده بین آن‌ها، مدل‌سازی و پیش‌بینی صورت می‌گیرد. برای اجرای مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته از نرم‌افزار R و بسته نرم‌افزاری GNAR که توسط نایت و همکاران[1] (۲۰۲۰) نوشته شده، استفاده شده است. در بخش پایانی نیز با مقایسه نتایج پیش‌بینی‌ها، برتری مدل مورد بررسی نشان داده می‌شود.

۲. پیشینه پژوهش

۲-۱. مطالعات خارجی

برای مدل‌سازی شبکه‌های پویا، مدل‌های زیادی وجود دارند. برخی مدل‌ها برای شبکه‌های ایستا، اما به صورت پویا مدل‌سازی شده است. برای مثال، می‌توان به پژوهش‌های هانک و همکاران[2] (۲۰۱۰)، کریویتسکی و هاندکوک[3] (۲۰۱۴) برای مدل‌های گراف تصادفی از نوع نمایی[4] و ژو[5] (۲۰۱۵) برای مدل‌های انتقال بلوک تصادفی[6] اشاره کرد. در مقابل، مقالاتی نیز هستند که چارچوبی را ارائه می‌دهند تا ویژگی‌های پویا را مدل کند به این معنی که یک سری زمانی را در یک شبکه پویا مدل‌سازی کند که در آن وزن یال‌های گراف بر وابستگی سری‌های زمانی تاثیرگذار باشند (Krampe, 2019).

1. Knight et al.
2. Hanneke et al.
3. Krivitsky, P. N. & Handcock, M. S.
4. Exponential-family random graph models (EFRGM)
5. Xu, K.
6. Stochastic block transition models (SBTM)

نایت و همکاران[1] (۲۰۱۶) و ژو و همکاران[2] (۲۰۱۷) ویژگی‌های مورد اشراه را برای یال‌های غیرتصادفی که بیشتر شبکه‌های ایستا را پوشش می‌دهند، مدل کردند. در مورد شبکه ایستا، ویژگی‌ها را می‌توان به عنوان سری‌های زمانی چند متغیره استاندارد با اطلاعات اضافی در نظر گرفت و با مدل‌های خودتوضیح برداری (VAR)[3] مدل‌سازی کرد (به لوتکفل[4] فصل ۲ و ۵ مراجعه شود). با این حال مدل‌های VAR پارامترهای زیادی دارند؛ به همین دلیل است که نایت و همکاران (۲۰۱۶) و ژو و همکاران (۲۰۱۷) بر چگونگی استفاده از شبکه برای کاهش تعداد پارامترها تمرکز دارند.

۲-۲. مطالعات داخلی

با توجه به اینکه در مطالعات داخلی تاکنون از مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته (GNAR) استفاده نشده است در ادامه تنها به مطالعاتی اشاره می‌شود که سعی داشته‌اند به پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی با مدل‌های مختلف بپردازند.

برکچیان و همکاران (۱۴۰۰) با ترکیب ۲۵ نشانگر، یک نشانگر پیش‌رو ترکیبی برای پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی ساخته‌اند به گونه‌ای که در پیش‌بینی نقاط اوج و حضیض چرخه‌های تجاری از کارایی مناسبی برخوردار هستند.

اسدی و نقدی (۱۳۹۷) نشان دادند که ارتباط میان اطلاعات حسابداری و اقتصادی به گونه‌ای است که می‌توان با استفاده از آن‌ها در مدل‌های هیبریدی به نتایج قابل قبولی در پیش‌بینی رشد اقتصادی و تولید ناخالص داخلی رسید.

شایگانی و همکاران (۱۳۹۳) با استفاده از تکنیک موجک، شبکه عصبی و مدل ARIMA به پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی پرداخته و با مدل‌های شبکه عصبی و ARIMA مقایسه کرده‌اند. نتایج حاکی از برتری مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل شبکه عصبی و ARIMA است.

فاضل و همکاران (۱۳۹۲) با استفاده از الگوی خودتوضیح غیرخطی مبتنی بر زنجیره مارکوف به تحلیل و پیش‌بینی ادوار تجاری ایران پرداخته و نتایج آن را با مدل رقیب

1. Knight et al.
2. Zhu et al.
3. Vector autoregressive (VAR)
4. Lütkepohl, H.

ARIMA می‌سنجند. نتایج نشان می‌دهد که الگوی MS-AR نسبت به الگوی ARIMA عملکرد بهتری در پیش‌بینی ادوار تجاری ایران دارد.

در مقاله حاضر برای مدل‌سازی سری زمانی از روش خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته استفاده می‌شود. در این فرآیند فرض می‌شود که سری زمانی چند متغیره از یک مدل شبه خودتوضیح در هر گره پیروی می‌کند به طوری که هم به مقادیر قبلی فرآیند در آن گره و هم به گره‌های مجاور در مراحل زمانی قبلی بستگی دارد. این گره‌های مجاور به عنوان بخشی از شبکه گنجانده شده است.

نوآوری پژوهش حاضر در روش جدید برای پیش‌بینی متغیرهای اقتصادی است؛ به طوری که با استفاده از ساختار شبکه ایجاد شده بین سری‌های زمانی که حتی به لحاظ اندازه نیز می‌تواند سری‌های ناهمگن باشد به پیش‌بینی مقادیر آتی و حتی برآورد داده‌های مفقودی سری‌های همسایگان بپردازد. چهارچوب مدل‌سازی خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته انعطاف‌پذیر است؛ به طوری‌که انواع مختلف شبکه می‌تواند مورد بررسی قرار گیرد؛ از جمله شبکه‌هایی که با گذشت زمان ساختار خود را تغییر می‌دهند (شبکه‌های متغیر در زمان). همچنین می‌توانند روی سری‌های زمانی که دارای مشاهدات مفقودی هستند اعمال شوند و پیش‌بینی انجام دهند.

۳. مبانی نظری

ابتدا مبانی نظری مربوط به نظریه گراف یا شبکه به طور مختصر توصیف خواهد شد و سپس در انتهای این بخش و بخش بعد، روش خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته شرح داده می‌شود.

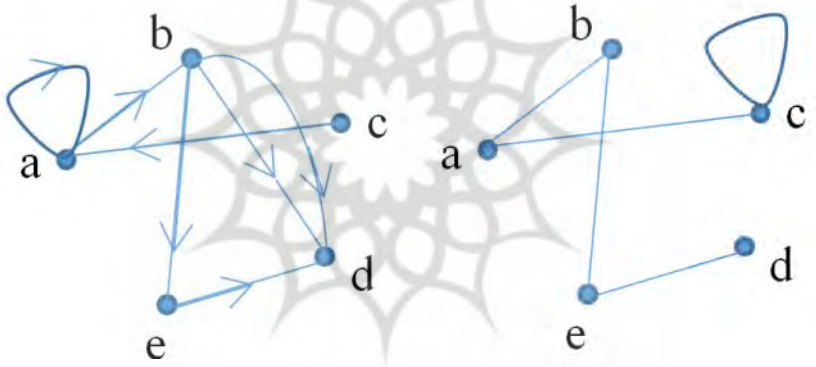
یک گراف[1] یا شبکه[2] توسط زوج مرتب $G=(V,E)$ نمایش داده می‌شود که در آن $V=\{1,2,\ldots,N\}$ مجموعه راس‌ها یا گره‌ها و E مجموعه یال‌ها یا اتصالات شبکه G است. هر یال رابطه‌ای بین دو راس از شبکه معرفی می‌کند. در ادامه از واژه شبکه استفاده خواهد شد. به منظور نمایش و ترسیم یک شبکه در صفحه به ازای هر راس یک نقطه در نظر گرفته می‌شود و چنانچه در شبکه مورد نظر بین دو راس اتصال یا یال وجود داشته باشد آن را در صفحه با یک قطعه منحنی یا پاره‌خطی که دو انتهای آن راس‌های اشاره شده است، نشان می‌دهند. به عنوان نمونه فرض کنید $V=\{a,b,c,d,e\}$ مجموعه راس‌ها و E مجموعه یال‌های

1. Graph
2. Network

شبکه به صورت E={ab,ac,de,be,cc} معرفی شود که در آن نمادی مانند ab نشان‌دهنده وجود یک یال بین دو راس a و b است. بقیه یال‌ها نیز به همین منوال معرفی شده‌اند. در نمودار (۱- الف)، شبکه مورد اشاره رسم شده است. به یالی که یک راس را به خودش متصل می‌کند، طوقه یا حلقه گفته می‌شود؛ مانند یال cc که در نمودار (۱- الف)، راس c را به خودش متصل می‌کند. اگر بین دو راس چندین یال وجود داشته باشد به آن یال‌ها، یال‌های چندگانه گفته می‌شود و آن شبکه را شبکه چندگانه می‌نامند. در ترسیم شبکه ممکن است که دو یال یکدیگر را قطع کنند در این صورت محل برخورد دو یال، راس به حساب نمی‌آید.

شکل ۱. نمودار دو شبکه با پنج راس

شبکه (الف). یک شبکه بدون جهت **شبکه (ب).** یک شبکه جهت‌دار



منبع: یافته‌های پژوهش

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی

اگر رابطه ایجاد شده توسط یالی، یک‌طرفه باشد به این معنا که آن یال فقط راس اول را به راس دوم متصل می‌کند و نه برعکس در این‌صورت یال مورد اشاره را یال جهت‌دار می‌گویند و شبکه حاصل را شبکه جهت‌دار[1] می‌نامند. در نمودار (۱-ب)، یک شبکه جهت‌دار رسم شده است. در مقاله حاضر، یک یال جهت‌دار از گره a به گره b توسط نماد (a, b) و یک یال بدون جهت بین آنها با ab نشان داده می‌شود.

1. Directional network

استفاده از شبکه جهت‌دار یا بدون جهت در روش پیشنهادی وابسته به مساله و مفروضات آن است. این نکته به این معناست که چنانچه بین دو شی داده‌ای از مساله موردنظر، تاثیر متقابل و متعادل وجود داشته باشد در این صورت در شبکه متناظر، بین گره‌های متناظر یال دو طرفه یا بدون جهت باید در نظر گرفته شود. در غیر این صورت، چنانچه تاثیر متقابل نباشد؛ یعنی تنها یکی بر دیگری تاثیر دارد و این تاثیر دو طرفه نباشد از یال جهت‌دار استفاده می‌شود. همچنین اگر تاثیر هر کدام بر دیگری متعادل نباشد و یکی بر دیگری تاثیر بیشتر یا کمتری داشته باشد در این حالت نیز از یال جهت‌دار و وزن‌دار با وزن‌های متفاوت برای یال‌های رفت و برگشتی کمک گرفته می‌شود. بنابراین، استفاده از شبکه‌های جهت‌دار می‌تواند واقعیت‌های بیشتری از مساله را در مدل متناظر لحاظ کند و به‌طور مطلوب‌تر کارایی داشته باشد. اما نکته مهم در این شبکه‌های جهت‌دار این است که برای استفاده از آن‌ها نیاز به اطلاعات پیشین وسیع‌تر از مساله و مفروضات بسیار بیشتری روی داده‌های مساله است که به نوبه خود فرآیند ساخت شبکه متناظر با مساله را پیچیده خواهد کرد.

در این مقاله، روش پیشنهادی به صورت کلی برای هر نوع شبکه اعم از جهت‌دار یا بدون جهت ارائه شده است. اما به منظور وضوح بیشتر، مساله تولید ناخالص داخلی با شبکه‌های بدون جهت مدل شده است.

فرض کنید A زیرمجموعه V باشد در این‌صورت مجموعه همسایگی A به صورت رابطه (۱) معرفی می‌شود.

$$N(\mathrm{A}) = \{b \in V \setminus A\colon (a,b) \in E, a \in A\} \qquad (۱)$$

در رابطه (۱)، این مجموعه را همسایگی مرحله ۱ از مجموعه A نیز می‌نامند. به همین ترتیب می‌توان به ازای k=2,3,...، همسایگی مرحله k از یک گره مانند $a \in V$ را تعریف کرد (رابطه (۲)).

$$N^{(k)}(a) = N\left(N^{(k-1)}(a)\right) \setminus \left\{\bigcup_{q=1}^{k-1} N^{(q)}(a) \cup \{a\}\right\} \qquad (۲)$$

در رابطه (۲)، $N^{(1)}(a) = N(\{a\})$ لحاظ می‌شود. چنانچه شبکه موردنظر وابسته به زمان باشد در این صورت از اندیس t در نماد مجموعه همسایگی استفاده و به‌صورت $N_t^{(k)}(a)$ نمایش داده می‌شود. هر شبکه‌ای می‌تواند وزن‌های یالی داشته باشد؛ یعنی متناظر با هر یال، یک عدد معمولا بین صفر و یک یا یک برچسب به آن یال نسبت داده شود. در این‌صورت به آن شبکه وزن‌دار گفته می‌شود.

در نظریه گراف، شبکه‌های تصادفی کاربردهای مختلفی دارند و یکی از شاخه‌های مهم این نظریه را شکل می‌دهند. اردوش و رنیی[1] در سال ۱۹۵۹ دو روش برای ساختن شبکه تصادفی ارائه کردند؛ در روش اول، همه شبکه‌ها با تعداد راس و یال ثابت و مشخص، احتمال برابر دارند. در واقع برای ساخت یک شبکه با N راس و M یال از بین تمام شبکه‌های ممکن با N راس و M یال با احتمال یکنواخت، یک شبکه به تصادف انتخاب می‌شود. در روش دوم هر یال با احتمال ثابت و مشخصی وجود دارد و این احتمال مستقل از احتمال وجود سایر یال‌ها است. در این تحقیق از روش دوم برای ساخت شبکه‌های تصادفی استفاده می‌شود.

کارایی مدل‌های کلاسیک را از چند جهت می‌توان با مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته مقایسه کرد:

- اول از جهت وجود داده‌های مفقودی: در مدل‌های کلاسیک از جمله مدل‌های چند متغیره استاندارد در مواجهه با داده‌های مفقودی به مشکلات مهمی برخورد می‌کنند (Bashir & Vei, 2016). در مدل‌های خودتوضیح برداری نیز برای حالت‌های خاصی از داده‌های مفقودی راه حل‌هایی ارائه شده است، اما اگر یک متغیر دارای داده‌های مفقودی بلوکی باشد، ضرایب متناظر آن متغیر به راحتی قابل محاسبه نیست. اما مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته به دلیل اینکه به کمک همسایه‌های داخل مجموعه داده‌ای مدل‌سازی انجام می‌شود، اگر یک گره در یک زمان معین داده مفقودی داشته باشد در برآورد پارامترهای همسایگی تحت ساختار شبکه مشارکت ندارد، اما گره‌های زیاد دیگری وجود دارند که در برآورد آن شرکت می‌کنند و این ویژگی منجر به این می‌شود که تعداد مشاهدات برای تخمین هر ضریب بسیار بالا باشد. بنابراین، برای ساخت مدل‌های GNAR، داده‌های مفقودی از این دست مشکل‌ساز نیستند. زمانی که مشاهدات در گره‌هایی وجود ندارد،

1. Erdös, P. & Rényi, A.

اتصالات و وزن‌دهی‌ها باید متناسب با آن تغییر کنند. به عنوان نمونه، در شبکه بدون جهت نمودار (۱)، موقعیتی را در نظر بگیرید که گره e داده مفقودی داشته باشد. در این‌صورت همچنان اتصال مرحله ۲ بین d و b و اتصال مرحله ۳ بین d و a و c حفظ خواهد شد، بدون اینکه تغییری در شبکه ایجاد شود یا نیاز باشد که گره e و اتصالات آن حذف شود. در روش پیشنهادی اتصالات وابسته به گره e دوباره وزن‌دهی می‌شوند. از آنجایی که گره e بخاطر داده مفقودی در همسایگان مرحله ۲ یا مرحله ۳ از گره d لحاظ نمی‌شود، وزن اتصالات $w_{d,b}$، $w_{d,a}$ و $w_{d,c}$ تغییر نمی‌کند، اما وزن اتصال $w_{d,e}$ در غیاب مشاهده گره e به صفر می‌رسد. به طور مشابه، همسایه‌های مرحله ۱ از گره b بدون e تغییر می‌کنند، بنابراین، $w_{b,e}$ و وزن دو اتصال دیگر از گره b به صفر می‌رسد و براساس شبکه نمایش داده شده، مقادیر $w_{b,a}$ و $w_{b,c}$ افزایش می‌یابد.

- دوم از جهت اندازه داده‌های مدل: به طوری که اغلب در مدل‌های کلاسیک، هر داده به مقادیر قبلی خود و یا مقادیر قبلی متغیرهای مستقل خود وابسته است، اما در مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته، هر گره در چهارچوب مدل خودتوضیح به مقادیر قبلی خود وابسته است، در حالی که می‌تواند به مقادیر قبلی در همسایگان موجود در شبکه و حتی به همسایگان همسایه و... نیز بستگی داشته باشد.

- سوم از جهت تعداد پارامترها: به طوری که در مدل خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته به دلیل استفاده از شبکه، تعداد پارامترها در مقابل مدلی مانند VAR به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش پیدا می‌کند (Zhu, et al., 2017; Knight, et al., 2016). اگر در مدل GNAR، شبکه نسبت به زمان ثابت لحاظ شود و ساختار همسایگی و وزن (وابسته به زمان) مشخص باشد، می‌توان به لحاظ ریاضی آن را به عنوان یک مدل محدود از مدل VAR بیان کرد. این محدودیت به خاطر شبکه است و بنابراین پارامترسازی مدل را تحت تاثیر قرار می‌دهد. مدل VAR نامقید n-بعدی دارای $\mathcal{O}(n^2)$ پارامتر است در حالی که مدل GNAR به ازای شبکه معلوم، عموما $\mathcal{O}(n)$ پارامتر دارد و در حالت α-سراسری دارای $\mathcal{O}(1)$ پارامتر است. در مورد VAR غالبا افزایش سریع و حجیم تعداد پارامترها یکی از چالش‌های اصلی آن است و اغلب از قیود ریاضی غیرمرتبط با مساله برای کاهش اثر این مشکل استفاده می‌شود. هرچند تعداد زیاد پارامترهای VAR معمولا به این معناست که از آن برای تطبیق با سری‌های

زمانی چندمتغیره بخوبی می‌توان بهره برد، اما در غیر این صورت در پیش‌بینی خارج از نمونه، عملکرد ضعیفی دارد.

مدل GNAR مشابهت‌هایی با مدل‌های خودتوضیح شبکه‌ای[1] دارد. مدل خودتوضیح شبکه‌ای توسط ژو و همکاران[2] (۲۰۱۷) با انگیزه بررسی شبکه‌های اجتماعی معرفی شد. در واقع مدل ارائه شده توسط آن‌ها، بدون عرض از مبدا و متغیرهای همزاد، حالت خاصی از مدل GNAR است. همچنین در مدل خودتوضیح شبکه‌ای، همسایگی مرحله اول و یال‌های بدون وزن لحاظ می‌شوند.

۳. روش پژوهش

در این مقاله از روش شبکه خودتوضیح تعمیم‌یافته برای مدل کردن یک مجموعه از داده‌های سری زمانی مربوط به تولید ناخالص داخلی چندین کشور استفاده خواهد شد. فرض کنید n سری زمانی $X_1, X_2, \dots, X_n$ در اختیار داریم. بردار n مولفه‌ای $X_t = (X_{1,t}, X_{2,t}, \dots, X_{n,t})^T$ را در نظر بگیرید که برداری شامل مشاهدات زمان t مربوط به تمام سری‌های زمانی مورد اشاره است. در روش GNAR هدف این است که وابستگی ساختاری درونی هر یک از سری‌های زمانی مدل شود. در این روش علاوه بر وابستگی درونی برای ساخت مدل از وابستگی بین سری‌های زمانی نیز به طور همزمان استفاده می‌شود. وابستگی بین سری‌های زمانی توسط ساختار شبکه‌ای وزن‌دار با وزن روی یال‌ها، لحاظ می‌شود. یکی از ویژگی‌های مهم این روش این است که می‌توان وزن‌های یالی را به‌صورت متغیر با زمان لحاظ کرد.

در روش GNAR، هر سری زمانی یک راس یا گره در نظر گرفته می‌شود. در هر گره، علاوه بر پارامترهای وابستگی به وقفه‌های آن گره، پارامترهایی برای رابطه بین گره و وقفه‌های همسایه‌های آن نیز در مدل گنجانده می‌شود. این همسایه‌ها، شامل تمام همسایه‌های چند مرحله‌ای می‌شود. در ادامه نماد $\mathbb{N}$ مجموعه اعداد طبیعی و نماد $\mathbb{N}_0$ مجموعه اعداد طبیعی و صفر را نشان می‌دهد.

در روش GNAR، به ازای هر گره مانند $i \in \{1, \dots, n\}$ و زمان $t \in \{1, \dots, T\}$ مدل خودتوضیح تعمیم‌یافته از مرتبه $(p, [s]) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}_0^p$ به صورت رابطه (۳) معرفی می‌شود.

1. Network autoregressive
2. Zhu, et al.

$$X_{i,t} = \sum_{j=1}^{p} \left(\alpha_{i,j} X_{i,t-j} + \sum_{k=1}^{s_j} \beta_{j,k} \sum_{q \in N_t^{(k)}(i)} w_{i,q}^{(t)} X_{q,t-j} \right) + u_{i,t}, \qquad (۳)$$

در رابطه (۳)، $p \in \mathbb{N}$ بیشترین وقفه زمانی، $[s] = (s_1, \ldots, s_p)$ یک بردار از اعداد طبیعی یا صفر و هر مولفه $s_j \in \mathbb{N}_0$ بیشترین همسایگی مرحله‌ای برای زمان وقفه j است. همچنین $w_{i,q}^{(t)} \in [0,1]$ وزن یال بین گره i و گره q در زمان t است. در این روش، وزن‌های یالی وابسته به تعداد همسایه‌های مرحله k از راس i هستند و اگر گره q همسایه مرحله k از گره i باشد به صورت $w_{i,q}^{(t)} = \left| N_t^{(k)}(i) \right|^{-1}$ محاسبه می‌شود. در ضمن فرض می‌شود نوفه سفید $u_{i,t}$ دارای میانگین صفر و واریانس σ_i^2 است.

در مدل ارائه شده در رابطه (۳)، $\alpha_{i,j}$ پارامترهای خودتوضیح استاندارد در وقفه j برای گره i است و $\beta_{j,k}$ متناظر با تاثیر همسایگی‌های مرحله k در وقفه j است. به عبارت دیگر، α مربوط به ساختار درونی هر سری زمانی است و پارامترهای β وابستگی بین سری زمانی و همسایه‌های چند مرحله‌ای آن را مدل می‌کند. در این مدل پارامترهای α می‌توانند وابسته به گره باشند و از این رو به آن، مدل α-محلی[1] گفته می‌شود. اما می‌توان این وابستگی را در نظر نگرفت و روی همه گره‌ها به طور یکسان رفتار کرد. در این صورت، اگر این پارامترها به جای $\alpha_{i,j}$ با α_j جایگزین شوند، مدل محدودتری به دست می‌آید که به آن مدل α-سراسری[2] گفته می‌شود. در این حالت، مدل رفتار یکسانی برای هر گره در نظر می‌گیرد.

همانگونه که اشاره شد برای ساخت مدل GNAR باید بیشینه وقفه p و بیشینه همسایگی مرحله‌ای؛ یعنی بردار s تعیین شوند. شوارتز[3] در سال ۱۹۷۸ معیار اطلاع بیزی[4] را معرفی کرد که در این مقاله برای انتخاب مرتبه مدل GNAR از آن استفاده می‌شود.

لاتکیپاول[5] (۲۰۰۵) نشان داد که روی یک شبکه ثابت و با فرض iid بودن نوفه سفید با گشتاورهای چهارم کراندار، این معیار سازگار است. معیار اطلاع بیزی امکان انتخاب همزمان

1. Local
2. Global
3. Schwarz, G.
4. Bayesian information criterion
5. Lütkepohl, H.

مراتب وقفه و همسایگی را فراهم می‌کند. در این تحقیق، مدلی از بین مدل‌ها موجود که کوچک‌ترین معیار اطلاع بیزی را داشته باشد در نظر گرفته خواهد شد. برای مدل $GNAR(p,[s])$ با n گره، معیار اطلاع بیزی به صورت رابطه (۴) بیان می‌شود.

$$BIC(p,s) = \ln\left|\hat{\Sigma}_{p,s}\right| + T^{-1}M\ \ln(T) \qquad (۴)$$

در رابطه (۴)، $\hat{\Sigma}_{p,s} = T^{-1}\hat{U}'\hat{U}$ و $\hat{U}$ ماتریس باقی‌مانده از انطباق $NAR(p,[s])$ و M تعداد پارامترهای آن است. در حالت معمولی $M = np + \sum_{j=1}^{p} s_j$ و در مورد مدل α-سراسری به صورت $M = p + \sum_{j=1}^{p} s_j$ محاسبه می‌شود. تخمین ماتریس کوواریانس $\hat{\Sigma}_{p,s}$ نیز با تخمین‌گر ماکزیمم درستنمایی برآورد می‌شود.

٤. یافته‌های پژوهش

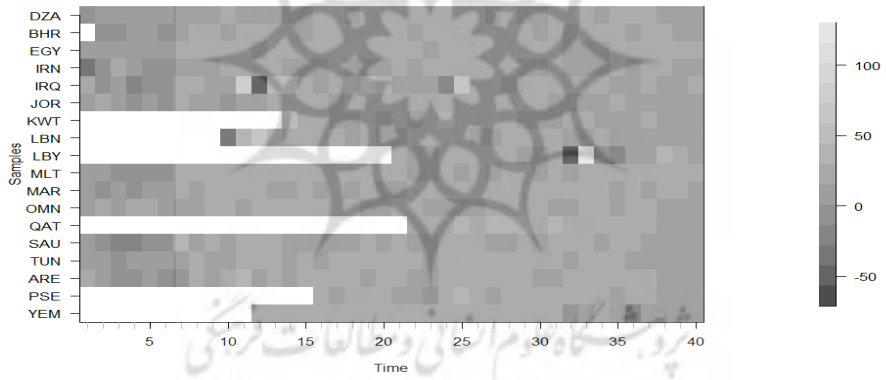
در این مقاله، به کمک روش GNAR و با توجه به جدول (۲) داده‌های سری زمانی نرخ رشد سالیانه تولید ناخالص داخلی مربوط به ۱۸ کشور حوزه خاورمیانه و شمال آفریقا مدل می‌شود. بر اساس داده‌های گردآوری شده از وب سایت OECD، سری‌های زمانی این مجموعه از سال ۱۹۸۰ میلادی شروع و تا سال ۲۰۱۹ میلادی موجود است، اما اطلاعات همه این کشورها به طور کامل موجود نیست و برخی از آن‌ها چندین سال بعد از ۱۹۸۰ اطلاعات ثبت شده دارند. داده‌های سری زمانی مورد نظر، نرخ رشد سالیانه است که به صورت درصد تغییر نسبت به سال قبل بیان می‌شود. برای هر یک از سری‌های زمانی، ۴۰ نقطه زمانی ثبت شده است و در مجموع، ۱۳/۴۲ درصد از کل مشاهدات مفقودی هستند. نمایی از داده‌های مفقودی این مجموعه در نمودار (۲) نشان داده شده است.

جدول ۲. کشورها و نمادهای مربوطه

نام کشور	الجزایر	بحرین	مصر	ایران	عراق	اردن	کویت	لبنان	لیبی
نماد	DZA	BHR	EGY	IRN	IRQ	JOR	KWT	LBN	LBY
نام کشور	مالت	مراکش	عمان	قطر	عربستان	تونس	امارات	فلسطین	یمن
نماد	MLT	MAR	OMN	QAT	SAU	TUN	ARE	PSE	YEM

در روش GNAR هر یک از این ۱۸ کشور به عنوان یک گره در نظر گرفته می‌شود. سپس شبکه‌ای روی این گره‌ها ساخته می‌شود تا به کمک آن، مدل GNAR متناظر به این داده‌ها به دست آید. اگر بتوان به طرق مختلف، بهترین شبکه روی این کشورها را به دست آورد در این‌صورت مدل ساخته شده، بهترین نتیجه در ساخت مدل و پیش‌بینی را به دست می‌دهد، اما از آنجا که پیدا کردن چنین شبکه‌ای دشوار است باید روی تمام شبکه‌های ممکن، مدل را امتحان کرد. چنین کاری نیز در عمل امکان‌پذیر نیست؛ به خاطر اینکه تعداد چنین شبکه‌هایی بسیار بالاست. در چنین شرایطی دیدگاه متداول، آزمایش مدل روی تعداد به نسبت زیادی از شبکه‌هایی است که به طور تصادفی روی گره‌ها ساخته می‌شوند. در این تحقیق از شبکه‌های اردوش–رِینی برای تولید شبکه‌های تصادفی کمک گرفته شده است. همچنین به منظور ساده‌سازی و وضوح بیشتر و تفسیر بهتر نتایج، شبکه مورد استفاده در این مدل یک شبکه بدون جهت لحاظ شده است.

نمودار ۲. نمودار حرارتی (خاکستری) مجموعه سری‌های زمانی ۱۸ کشور



– نقاط سفید نشان‌دهنده داده مفقودی است.

منبع: یافته‌های پژوهش

با توجه به اینکه هر سری زمانی در این مجموعه، دارای ۴۰ مشاهده است از پیش‌بینی هر کدام در t=۴۰ برای سنجش خطای مدل نهایی بهره می‌بریم. همچنین به منظور یافتن بهترین شبکه، از معیار پیش‌بینی درون نمونه‌ای استفاده خواهد شد. به این معنا که هر سری زمانی تا t=۳۸ به عنوان یک گره از شبکه لحاظ می‌شود. روی گره‌ها یک شبکه تصادفی از یال‌های تصادفی ایجاد می‌کنیم و براساس روش پیشنهادی، مدلی روی شبکه می‌سازیم و از آن مدل

برای پیش‌بینی هر یک از سری‌های زمانی در t=۳۹ استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه مقدار واقعی هر سری در t=۳۹ در اختیار است، می‌توان خطای پیش‌بینی درون نمونه‌ای مدل را به دست آورد. این کار روی شبکه‌های مختلف و مدل‌های مختلف GNAR انجام می‌شود و در نهایت شبکه و مدلی که بتواند کمترین اختلاف بین پیش‌بینی و واقعیت در t=۳۹ را تولید کند به عنوان بهترین شبکه انتخاب و از آن برای پیش‌بینی اصلی استفاده می‌شود.

از آنجا که به دنبال تعیین بهترین شبکه و مدل برای پیش‌بینی هستیم باید تعداد پارامترهای مدل GNAR را هم تعیین کنیم. تحلیل اولیه و مقدماتی از تابع همبستگی در هر گره نشان داد که یک مولفه خودتوضیح مرتبه دوم کفایت می‌کند. بنابراین، مدل‌های GNAR با مراتب حداکثر تا p=۲ آزمایش شدند. همچنین حداکثر دو مجاور برای هر زمان وقفه در نظر گرفته شد. مدل‌هایی که در این تحقیق به کار گرفته شدند، عبارتند از: GNAR(1,[0])، GNAR(1,[1])، GNAR(2,[0,0])، GNAR(2,[1,0])، GNAR(2,[1,1])، GNAR(2,[2,0])، GNAR(2,[2,1]) و GNAR(2,[2,2]) که هر کدام در دو حالت α-محلی و α-سراسری انجام شدند و در مجموع ۱۶ مدل مختلف روی هر شبکه پیاده‌سازی شد.

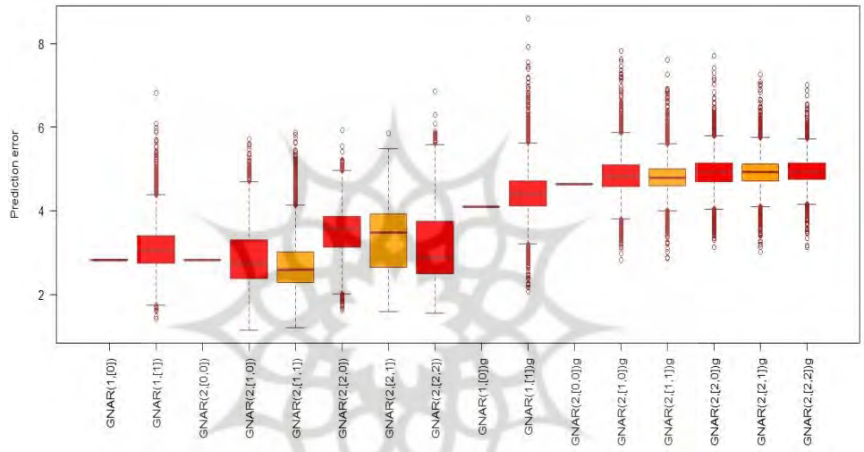
در این پژوهش از ۱۰ هزار شبکه تصادفی بدون جهت استفاده شد. در این شبکه‌ها احتمال هر یال ۰/۲ لحاظ شد. برای هر شبکه، ۱۶ مدل GNAR ساخته شد و در نهایت هر یک از مدل‌ها برای پیش‌بینی درون نمونه‌ای در t=۳۹ بکار گرفته شد. با توجه به تعداد زیاد مدل‌ها، مدت زمان اجرای کدهای مربوطه در نرم‌افزار R قابل توجه بود (۱۲۰ دقیقه روی یک کامپیوتر شخصی) که البته این مدت زمان با توجه به مستقل بودن هر مدل از سایر مدل‌ها و به کمک تکنولوژی پردازش موازی بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

نمودار جعبه‌ای خطای پیش‌بینی در t=۳۹ مربوط به تمام ۱۶ مدل مورد اشاره و ۱۰ هزار شبکه تصادفی در نمودار (۲) نشان داده شده است. با توجه به نتایج نمایش داده شده، مدل‌های α-محلی در کل خطای پیش‌بینی کمتری دارند؛ بنابراین، این نوع از مدل GNAR انتخاب شد.

بر اساس محاسبات، مدل‌های GNAR(1,[0]) و GNAR(2,[0,0]) در هر دو حالت α-محلی و α-سراسری، خط‌هایی افقی هستند چون گراف‌های آن‌ها همگی یکسان هستند و دلیل آن هم به خاطر این است که هیچ پارامتر همسایگی در آنها لحاظ نشده است. کمترین

میزان خطای پیش‌بینی درون نمونه‌ای مربوط به مدل α-محلی GNAR(2,[1,1]) است که شبکه تصادفی متناظر با این مدل در نمودار (۳) نمایش داده شده است. این شبکه به طور تصادفی تولید شده و توانسته است پیش‌بینی دقیق‌تری نسبت به سایر شبکه‌های تصادفی ارائه کند و نباید انتظار ساختار تفسیرپذیر از آن داشت. با این وجود نگاهی گذرا به این شبکه می‌تواند اطلاعات جالبی در اختیار قرار دهد.

نمودار ۳. نمودار جعبه‌ای خطای پیش‌بینی در t=۳۹ روش پیشنهادی بر روی ده هزار شبکه تصادفی بر اساس ۱۶ مدل مختلف



– مدل‌های α-سراسری توسط g مشخص شده‌اند.
منبع: یافته‌های پژوهش

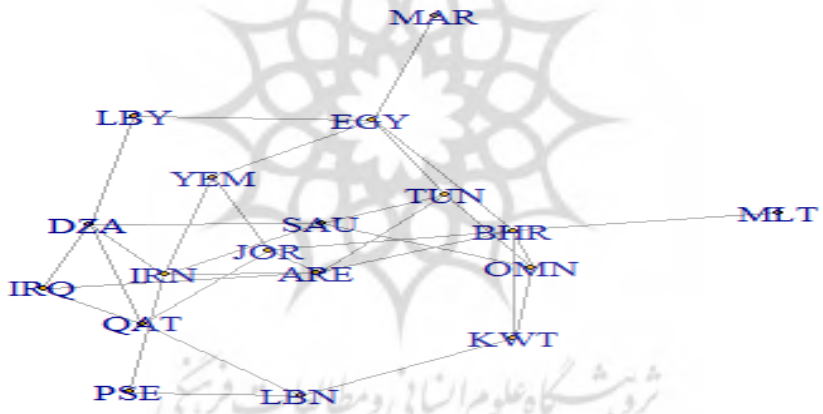
به عنوان مثال، همانگونه که مشاهده می‌شود کشور بحرین با ۶ یال و کشورهای ایران، امارات، مصر و الجزایر با ۵ یال بیشترین همسایه‌ها را در شبکه مورد بررسی دارند. به عبارت دیگر، این کشورها توانسته‌اند تاثیر خوبی بر پارامترهای مدل GNAR مربوط به کشورهای مجاور خود داشته باشند به طوری که خطای پیش‌بینی کل کاهش یابد. توجه داشته باشید که هر کدام از یال‌ها یا زیرشبکه‌های این بهترین شبکه می‌تواند به طور جداگانه تحلیل شود و نتایج خاصی از آن‌ها به دست آورد، زیرا زیرگراف‌های این شبکه نیز شبیه خود شبکه عملکرد پیش‌بینی خوبی دارند، اما در ادامه کل شبکه بررسی خواهد شد.

همانطور که پیشتر بحث شد، مدل GNAR(2,[1,1]) روی شبکه تصادفی α-محلی که در نمودار (۴) نمایش داده شده است، بهترین عملکرد پیش‌بینی درون نمونه‌ای را دارد. این مدل دو

پارامتر خودتوضیح دارد و پارامترهای رگرسیون آن روی همسایه مرحله اول با وقفه زمانی دو هستند. اکنون از این مدل برای پیش‌بینی برون نمونه‌ای استفاده می‌کنیم. بنابراین، داده‌های سری زمانی کشورهای خاورمیانه و شمال آفریقا تا زمان t=۳۹ به مدل GNAR(2,[1,1]) براساس شبکه نمایش داده شده در نمودار (۴) ارائه می‌شوند تا پارامترهای مدل به دست آید و مدل ساخته شود. برآورد مقادیر پارامترهای مدل مورد اشاره توسط نرم‌افزار به صورت $\hat{\alpha}_1 \simeq 0.337, \hat{\beta}_{1,1} \simeq 0.114, \quad \hat{\alpha}_2 \simeq 0.245, \hat{\beta}_{2,1} \simeq 0.164$ گزارش شد.

بعد از ساخت مدل، پیش‌بینی هر یک از کشورها در زمان t=۴۰ توسط مدل به دست می‌آید. با توجه به اینکه مقدار واقعی GDP این کشورها در زمان t=۴۰ در اختیار است با مقایسه مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده می‌توان دقت مدل نهایی برای پیش‌بینی یک گام به جلو را ارزیابی کرد.

نمودار ٤. بهترین شبکه پیش‌بینی گام اول



منبع: یافته‌های پژوهش

به منظور مقایسه مدل این پژوهش با سایر مدل‌های پیش‌بینی، بین خطای پیش‌بینی به دست آمده از روش مورد اشاره و خطای پیش‌بینی t=۴۰ توسط مدل‌های AR و VAR مقایسه‌ای صورت گرفت. با توجه به تحلیل همبستگی بین داده‌های مجموعه برای هر یک از کشورها، مدل AR با ماکزیمم مرتبه p=۲ لحاظ شد و در مورد مدل VAR مرتبه p=۱ لحاظ شد. از آنجا که مدل VAR با مقادیر مفقودی نمی‌تواند کار کند، بنابراین، برای استفاده از این مدل به جای داده‌های مفقودی، مقدار صفر قرار داده شد.

جدول (۱) نتایج خطای پیش‌بینی حاصل از سه مدل را نشان می‌دهد. براساس این جدول، مدل GNAR کمترین خطای پیش‌بینی را نسبت به هر دو روش دیگر دارد و در مقایسه با روش AR خطای پیش‌بینی را ۳۶ درصد و نسبت به VAR نیز خطای پیش‌بینی را ۸۱ درصد کاهش داده است. همچنین تعداد پارامترهای مدل‌ها در جدول (۱) آورده شده است. به وضوح روش GNAR با ۴ پارامتر اختلاف خیلی زیادی با تعداد پارامترهای سایر مدل‌ها دارد. از نتایج گزارش شده در جدول (۱) نتیجه می‌شود که مدل VAR ضعیف‌ترین عملکرد را با وجود بیشترین تعداد پارامترها دارد.

جدول ۱. مقایسه خطای پیش‌بینی درون نمونه‌ای به روش پیشنهادی و روش‌های دیگر

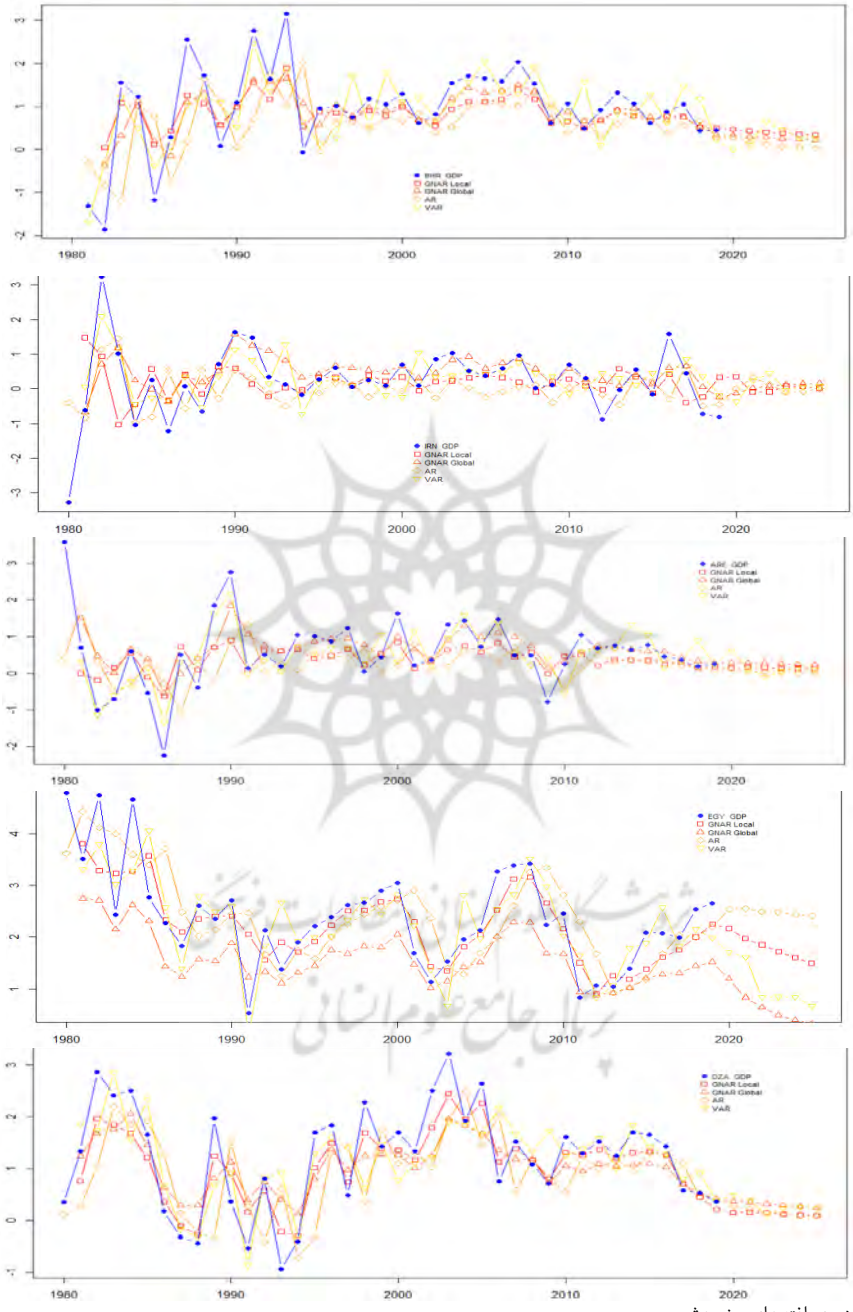
مدل	تعداد پارامترها	خطای پیش‌بینی
GNAR(2,[1,1])	٤	۱/۷۹
AR	۳۸	۲/۷۸
VAR	۱۹۹	۹/٦۰

منبع: یافته‌های پژوهش

نمودار سری‌های زمانی مربوط به این کشورها به همراه تخمین و پیش‌بینی روش پیشنهادی و دو روش کلاسیک مذکور، در نمودارهای (۵) و (۶) نمایش داده شده است.

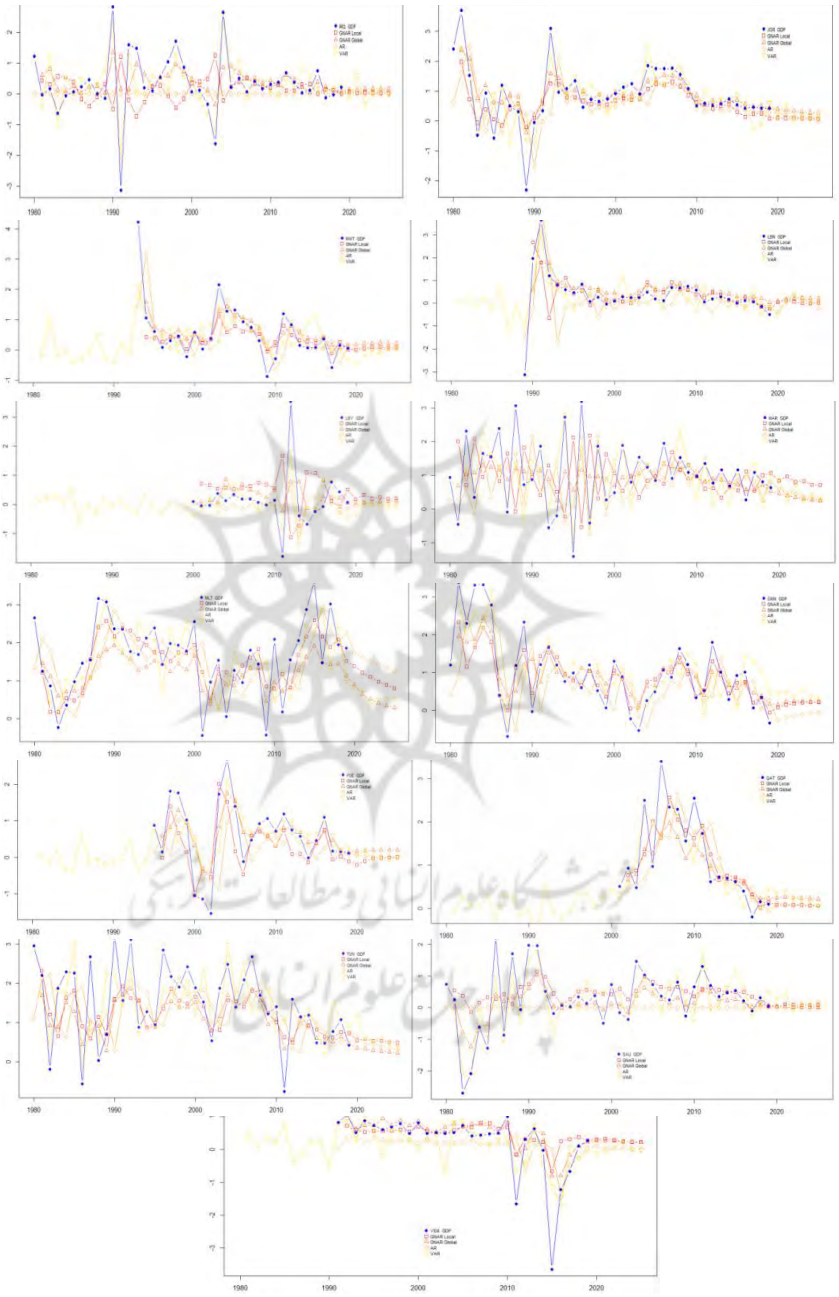
پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

نمودار ۵. مجموعه نمودارهای سری زمانی پنج کشور با بیشترین همسایه به همراه تخمین و پیش‌بینی تا سال ۲۰۲۵ به ازای سه روش



منبع: یافته‌های پژوهش

شکل ٦. مجموعه نمودارهای سری زمانی سایر کشورها به همراه تخمین و پیش‌بینی تا سال ۲۰۲۵ به ازای سه روش



منبع: یافته‌های پژوهش

۵. جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر از یک روش جدید برای مدل‌سازی سری زمانی متغیرهای با داده‌های مفقودی استفاده شد. نرخ رشد تولید ناخالص داخلی مربوط به ۱۸ کشور حوزه خاورمیانه و شمال آفریقا از سال ۱۹۸۰ تا ۲۰۱۹ که برخی از این سری‌های زمانی دارای داده‌های مفقودی بودند (۱۳/۴۲ درصد از کل مشاهدات موجود نبودند) با روش خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته (GNAR) مدل‌سازی شد. هر یک از ۱۸ کشور به عنوان یک گره در نظر گرفته شد و یک شبکه روی آن‌ها ساخته شد. داده‌های مفقودی این مجموعه نیز توسط تغییر در وزن یال‌های شبکه روی گره‌ها مدل شد. از مدل ساخته شده روی هر شبکه برای پیش‌بینی چند گام رو به جلوی سری زمانی استفاده شد. در نهایت شبکه و مدلی که بتواند کمترین خطای پیش‌بینی را داشته باشد به عنوان بهترین شبکه انتخاب و از آن برای پیش‌بینی اصلی و نهایی سری‌های زمانی استفاده شد.

برای مدل‌سازی به روش GNAR از ۱۰ هزار شبکه تصادفی بدون جهت با احتمال ۰/۲ برای هر یال استفاده شد. روی هر شبکه، ۱۶ مدل GNAR اعمال شد. کمترین میزان خطای پیش‌بینی برای شبکه α-محلی GNAR(2,[1,1]) به دست آمد که هر یک از کشورها حداقل دو همسایه در شبکه دارند و شبکه مورد اشاره تعداد ۶۴ یال دارد. اطلاعات جالبی از این شبکه استخراج می‌شود؛ از جمله کشور بحرین با ۶ یال و کشورهای ایران، امارات، مصر و الجزایر با ۵ یال بیشترین همسایه‌ها را در شبکه مورد اشاره دارند.

به نظر می‌رسد با توجه به مبانی نظری پژوهش، یال‌های بین دو راس که وابستگی بین سری‌های زمانی کشورها را نشان می‌دهد و در شبکه بر تعداد همسایگی سری زمانی کشورها در مدل بهینه تاثیر می‌گذارد با میزان روابط اقتصادی و حتی سیاسی کشورها بی‌ارتباط نیست. همچنین موقعیت جغرافیایی کشورها در وابستگی سری زمانی تولید ناخالص داخلی کشورها تاثیرگذار است. برای مثال در گراف بهینه، کشور لیبی تنها با مصر و الجزایر که به لحاظ جغرافیایی نیز قرابت و همسایگی دارند، مرتبط است و یا کشور مراکش تنها با کشور مصر در ارتباط است. همچنین فلسطین تنها با لبنان و ایران در ارتباط است که می‌تواند اثرگذاری این دو کشور بر اقتصاد فلسطین را نشان دهد. ایران نیز با کشورهای یمن، فلسطین، امارات، عربستان سعودی و الجزایر یال مشترک دارد. یمن و فلسطین متاثر از سیاست‌های حمایتی

ایران هستند و کشور عربستان نیز رقیب جدی ایران در صادرات نفت و هر دو متاثر از اقتصاد تک محصولی هستند.

در نهایت مدل GNAR با مدل‌های کلاسیک همچون AR و VAR مورد مقایسه قرار گرفت که برتری این مدل در کاهش خطای پیش‌بینی قابل توجه است.

نتایج پژوهش حاضر با نتایج مقاله نایت و همکاران (۲۰۲۰) در برتری مدل GNAR منطبق است.

به محققان آتی پیشنهاد می‌شود از مدل GNAR برای پیدا کردن داده‌های مفقودی سری‌های زمانی استانی استفاده شود؛ به طوری که می‌توان با استفاده از ساختار شبکه، داده‌های مفقودی سری‌های زمانی مختلف در استان‌های مختلف را با تقریب قابل قبول به دست آورد.

تعارض منافع

تعارض منافع وجود ندارد.

ORCID

Sayyed Mohammad Hoseini http://orcid.org/0000-0003-0551-437X
Ramin Khochiani http://orcid.org/0000-0002-3530-8289

منابع

اسدی، غلامحسین و نقدی، سجاد. (۱۳۹۷). طراحی و تبیین الگوی پیش‌بینی رشد اقتصادی با رویکرد حسابداری. *مجله دانش حسابداری، (۳)۹، ۳۹-۶۳.*

برکچیان، سید مهدی، سمائی، کیان و نجفی زیارانی، فاطمه. (۱۴۰۰). ساخت نشانگر پیشرو ترکیبی برای پیش‌بینی تولید ناخالص داخلی ایران. *مطالعات اقتصادی کاربردی ایران*، (۴۰)۱۰، ۳۹-۷۱.

شایگانی، بیتا، سلامی، امیربهداد و خوچیانی، رامین. (۱۳۹۳). مدل پیشنهادی برای پیش بینی تولید ناخالص داخلی کاربرد مدل‌هایARIMA شبکه‌های عصبی و تبدیل موجک. *دانش مالی تحلیل اوراق بهادار*، (۲۴)۷، ۱۴۷-۱۶۲.

فاضل، مهدی، توکلی، اکبر و رجبی، مصطفی. (۱۳۹۲). مقایسه عملکرد الگوی ARIMA وMS-AR در پیش‌بینی ادوار تجاری ایران. *مدلسازی اقتصادی*، (۲۲)۷، ۶۳-۸۱

مشکانی، محمدرضا و فخاری، علی. (۱۳۸۴). مقایسه کارایی مدل‌های کلاسیک وپویای بیزی در کاربردی از مدل‌های و پویای سری زمانی بیزی. *تحقیقات اقتصادی*، (۴)۴۰، ۳۲۱-۳۵۴.

References

Assadi (Ph.D), G., & Naghdi, S. (2018). Designing and Formulating the Forecasting Model of Economic Growth by Accounting Approach. *Journal of Accounting Knowledge*, *9*(3), 39-63. doi: 10.22103/jak.2018.11095.2524 [In Persian]

Barakchian, S. M., Samaei, K., & Najafi Ziarani, F. (2022). Constructing a Composite Leading Indicator for Forecasting Non-Oil GDP. *Journal of Applied Economics Studies in Iran*, *10*(40), 39-71. doi: 10.22084/aes.2021.20365.2957 [In Persian]

Bashir F. & Wei H. L. (2016). Handling Missing Data in Multivariate Time Series Using a Vector Autoregressive Model Based Imputation (VAR-IM) Algorithm. In Proceedings of the 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED), 611–616. IEEE, Athens, Greece.

Erdös, P., & Rényi, A. (1959). On Random Graphs. I., Publicationes Mathematicae 6, 290–297.

Fazel, M., Tavakoli, A., & Rajabi, M. (2013). Comparing the Performance of ARIMA and MS-AR Models to Forecast Business Cycles in Iran. *Economical Modeling,* 7(22), 63-81. [In Persian]

Hanneke, S., Fu, W., Xing, E. P., Discrete temporal models of social networks. *Electron. J. Statist.* 4 585 - 605, 2010.

Knight, M., Leeming, K., Nason, G., & Nunes, M. (2020). Generalized network autoregressive processes and the GNAR package, *Journal of Statistical Software*, 96(5), 1-36.

Knight, M.I., Nunes, M.A., & Nason, G.P. (2016). Modelling, Detrending and Decorrelation of Network Time Series. *arXiv: Methodology.*

Krampe, J. (2019). Time series modeling on dynamic networks, Electronic Journal of Statistics, *Electronic Journal of Statistics,* 13(2), 4945-4976.

Krivitsky, P. N. and Handcock, M. S. (2014). A separable model for dynamic networks. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology),* 76(1), 29-46.

Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*. Berlin: Springer-Verlag.

Meshkani, M. & Fakhari, A. (2006). Comparing the performance of classical and dynamic Bayesian models in the application of Bayesian time series and dynamic models. *Journal of Economic Research (Tahghighat- E-Eghtesadi)*, *40*(4), 321-354. [In Persian]

OECD (2021). Quarterly GDP.

Schwarz, G. (1978). Estimating the Dimension of a Model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.

Shaygani, B., Salami, A., & Khochiani, R. (2014). The Proposed Model For Prediction Of GDP Using With ARIMA, Neural Networks And Wavelet Transform. *Financial Knowledge of Securities Analysis*, 7(24), 147-162. [In Persian]

Xu, K. (2015). Stochastic block transition models for dynamic networks. *Artificial Intelligence and Statistics*, 1079-1087.

Zellner, A. (1971). An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics. Wiley, New York.

Zhu X., Pan R., Li G., Liu Y., Wang H. (2017). Network Vector Autoregression. *The Annals of Statistics*, 45, 1096–1123.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

استناد به این مقاله: حسینی، سیدمحمد، خوچیانی، رامین. (۱۴۰۱). مقایسه کارایی مدل‌های کلاسیک و شبکه‌های پویا در کاربردی از مدل‌های خودتوضیح شبکه‌ای تعمیم‌یافته، پژوهشنامه اقتصادی، ۸۴ (۲۱)، ۱۷۱-۱۹۴.

Journal of Economic Research is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.