Financial Research Journal

Print ISSN: 1024-8153
Online ISSN: 2423-5377

Pairs Trading; A Comparison between Student-t and Vine Copulas

Maryam Davallou*
*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Financial Management and Insurance, Faculty of Management and Accounting, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. E-mail: m_davallou@sbu.ac.ir

Ardavan Yazdi
MSc., Department of Business Management, Faculty of Management and Accounting, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran. E-mail: ar.yazdi91@gmail.com

Abstract

Objective: The main purpose of the present research was to compare the performance of pairs trading based on the Vine Copula, Student's t Copula, and Distance approaches. This was done for the first time on the Tehran Stock Exchange (TSE). The main advantage of the Copula approach over other common approaches in pairs trading, such as the Distance approach, is that in this approach it is not necessary for the stock return distribution to follow the Gaussian distribution.

Methods: In the Distance approach, for each sample stock, a stock with the same price behavior was selected, the undervalued stock was bought and the rest was sold. In the Copula approach, first, similar stocks were selected using the traditional and geometric approach. Then Copula functions were fitted among stocks. In Vine Copula, different families of Copula were fitted and the best Copula was determined based on the Akaike Information Criterion (AIC). Then, the pairs with the most mean-reverting characteristic was selected and transferred to the trading period, in order to execute appropriate trading positions. Finally, the return, Sharp ratio, Value at Risk (VaR), maximum drawdown of the Distance approach strategies, the Student's t Copula and the Vine Copula, were compared. The performance of the pairs trading strategy was tested according to the downtrend and non-downtrend conditions of the stock market.

Results: Both Copula approach strategies produced higher returns and Sharp ratios than the Distance approach and the Tehran Stock Exchange Index (TEDPIX). However, the Distance approach had a lower performance than the TEDPIX. The annual returns of the Vine Copula strategy, Student's t Copula strategy, and Distance approach stood at 194, 171, and 20 percent, respectively. The Sharp ratios of these three strategies were 0.79, 0.70 and -0.04, respectively. Also, the performance of pairs trading strategy in non-downtrend market conditions was better than downtrend market conditions.

Conclusion: As expected, due to the many advantages of the Copula approach over the Distance approach, both strategies based on the Copula approach produced higher returns and sharper ratio than the Distance approach. Also, due to the greater flexibility of the Vine Copula in modeling the dependence structure, this Copula could produce a higher return and Sharp ratio than the Student's t Copula.

Keywords: Distance approach, Pairs tradingt tt ttttt tt t copula, Vine copula

Citation: Davallou, Maryam & Yazdi, Ardavan (2022). Pairs Trading; A Comparison between Student-t and Vine Copulas. *Financial Research Journal*, 24(1), 104-143. https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325404.1007200 (*in Persian*)

Financial Research Journal, 2022, Vol. 24, No.1, pp. 104-143
Published by University of Tehran, Faculty of Management
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325404.1007200
Article Type: Research Paper
© Authors
Received: December 06, 2021
Received in revised form: January 25, 2022
Accepted: March 04, 2022
Published online: June 21, 2022

شاپا چاپی: ۸۱۵۳-۱۰۲۴
شاپا الکترونیکی: ۵۳۷۷-۲۴۲۳
تحقیقات مالی

معاملات جفتی؛ مقایسه رویکردهای فاصله‌ای و کاپیولا

مریم دولو *
* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مدیریت مالی و بیمه، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. رایانامه: m_davallou@sbu.ac.ir

اردوان یزدی
کارشناس ارشد، مدیریت کسب‌وکار، دانشکده مدیریت و حسابداری، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران. رایانامه: ar.yazdi91@gmail.com

چکیده

هدف: هدف اصلی پژوهش حاضر، مقایسه عملکرد استراتژی معاملات زوجی مبتنی بر رویکرد کاپیولای واین با کاپیولای تی‌استیودنت و رویکرد فاصله‌ای است که برای نخستین بار در بورس اوراق بهادار تهران انجام می‌شود. مزیت اصلی کاپیولا نسبت به سایر رویکردهای رایج معاملات زوجی نظیر فاصله‌ای، آن است که لزومی ندارد تابع توزیع بازده سهام، از توزیع گوسی پیروی کند.

روش: در رویکرد فاصله‌ای، برای هر سهم نمونه، سهام با رفتار قیمتی مشابه انتخاب شده و سهم ارزان‌تر، خریداری و سهام دیگر، فروخته شده است. در رویکرد کاپیولا، ابتدا سهام مشابه به‌کمک دو رویکرد متعارف و هندسی انتخاب و پس از آن، میان سهام مشابه تابع کاپیولا برازش می‌شود. در کاپیولای واین، خانواده‌های مختلف کاپیولا برازش شده و بر اساس معیار اطلاعات آکائیک، بهترین کاپیولا تعیین می‌شود. در ادامه، مجموعه سهامی که بیشترین ویژگی بازگشت به میانگین را دارد، انتخاب و به دوره معاملاتی منتقل می‌شود تا موقعیت‌های معاملاتی مناسب اخذ شود. در نهایت، سه استراتژی کاپیولای واین، کاپیولای تی‌استیودنت و رویکرد فاصله‌ای از منظر بازده، نسبت شارپ، ارزش در معرض خطر، بیشترین کاهش بازده مقایسه می‌شود. همچنین، عملکرد استراتژی معاملات زوجی با توجه به شرایط نزولی/ غیرنزولی بازار آزمون شده است.

یافته‌ها: رویکرد کاپیولا در هر دو استراتژی کاپیولای واین و تی‌استیودنت، بازده و نسبت شارپ بالاتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای و شاخص بورس اوراق بهادار تهران ایجاد می‌کند؛ در حالی که رویکرد فاصله‌ای، عملکرد پایین‌تری نسبت به شاخص بورس دارد. بازده سالیانه استراتژی کاپیولای واین، کاپیولای تی‌استیودنت و رویکرد فاصله‌ای، به‌ترتیب برابر ۱۹۴، ۱۷۱ و ۲۰ درصد و نسبت شارپ این سه استراتژی برابر با ۰/۷۹، ۰/۷۰ و ۰/۰۴- است. همچنین عملکرد استراتژی معاملات زوجی در شرایط غیرنزولی بازار بهتر از شرایط نزولی است.

نتیجه‌گیری: همان طور که انتظار می‌رفت، با توجه به مزایای متعدد رویکرد کاپیولا، هر دو استراتژی مبتنی بر رویکرد کاپیولا، در مقایسه با رویکرد فاصله‌ای، بازده و نسبت شارپ بالاتری ایجاد کرده‌اند. همچنین با توجه به انعطاف بیشتر کاپیولای واین در مدل‌سازی ساختار وابستگی دنباله‌ای، این کاپیولا توانست بازده و نسبت شارپ بالاتری نسبت به کاپیولای تی‌استیودنت ایجاد کند.

کلیدواژه‌ها: رویکرد فاصله‌ای، معاملات زوجی، کاپیولای تی‌استیودنت، کاپیولای واین.

استناد: دولو، مریم و یزدی، اردوان (۱۴۰۱). معاملات جفتی؛ مقایسه رویکردهای فاصله‌ای و کاپیولا. *تحقیقات مالی*، ۲۴(۱)، ۱۰۴- ۱۳۳.

تحقیقات مالی، ۱۴۰۱، دوره ۲۴، شماره ۱، صص. ۱۰۴- ۱۳۳
ناشر: دانشکدهٔ مدیریت دانشگاه تهران
نوع مقاله: علمی پژوهشی
© نویسندگان
تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۹/۱۵
تاریخ ویرایش: ۱۴۰۰/۱۱/۰۵
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۱۲/۱۳
تاریخ انتشار: ۱۴۰۱/۰۳/۳۱
doi: https://doi.org/10.22059/FRJ.2021.325404.1007200

مقدمه

معاملات زوجی به عنوان یک استراتژی آربیتراژ آماری[1] با افق سرمایه‌گذاری کوتاه‌مدت شناخته می‌شود و توسط بسیاری از صندوق‌های سرمایه‌گذاری پوششی، موسسات تامین سرمایه و سایر نهادهای سرمایه‌گذاری استفاده می‌گردد (گیتو، گوتزمن و روونهورست[2]، ۲۰۰۶). آربیتراژ آماری شامل استراتژی‌های متنوع سرمایه‌گذاری است که ویژگی‌های مشترکی دارد؛ اول، سیگنال معاملاتی آن، سیستماتیک و مبتنی بر یک قاعده از پیش تعیین‌شده است و نظر معامله‌گر در اخذ موقعیت خرید/فروش تاثیر ندارد. دوم، بازده آن نسبت به تغییر بازده بازار حساس نبوده و دارای بتای نزدیک به صفر است و یک استراتژی بازار خنثی محسوب می‌شود. سوم، کسب بازده مبتنی بر روش‌های آماری است. بدین معنا که برای اخذ موقعیت خرید/فروش از مدل‌های کمّی و آماری استفاده می‌شود (اولانده و لی[3]، ۲۰۱۰). معاملات زوجی یکی از استراتژی‌های سرمایه‌گذاری ارزش نسبی[4] محسوب می‌شود. در این گونه استراتژی‌ها، دو سهم با هم‌بستگی بالا که تغییر قیمت‌های تاریخی آن‌ها همسو بوده، انتخاب می‌شود. سپس قیمت سهام نسبت به سهم (پرتفوی) دیگر مقایسه می‌شود. استراتژی مذکور شامل خرید سهام با قیمت پایین‌تر و فروش سهامی است که نسبت به سهم اول بیش‌تر ارزش‌گذاری شده است. فرصت سرمایه‌گذاری در استراتژی‌های ارزش نسبی زمانی ایجاد می‌شود که قیمت دو سهم از رابطه تعادلی بلندمدت خود منحرف شده و شکاف قیمتی میان جفت سهام پدید آید. سرمایه‌گذار زمانی بازده کسب می‌کند که دو سهم به میانگین رابطه تعادلی خود بازگردد و شکاف قیمتی جفت سهام از بین برود (کروس[5]، ۲۰۱۷). معاملات زوجی شامل دو مرحله است؛ در گام نخست (دوره تشکیل)، باید جفت سهامی را یافت که قیمت آن در گذشته در یک راستا تغییر کرده است، و در گام دوم (دوره معاملاتی)، فاصله قیمتی بین دو سهم پایش می‌شود. زمانی که فاصله قیمتی شروع به واگرایی نمود و اختلاف قیمت دو سهم زیاد شد، سهم گران‌تر فروخته و سهم ارزان‌تر خریداری می‌شود. در صورتی که گذشته تکرار شود و قیمت‌ها همگرا شود، بازده اضافی ایجاد می‌شود (کروس، ۲۰۱۷). سودآوری معاملات زوجی منوط به بازگشت قیمت جفت سهام به میانگین است و انتظار می‌رود شکاف قیمتی و واگرایی میان سهام به میانگین خود بازگشت کند (باک و مستل[6]، ۲۰۰۹). به این ترتیب، دو چالش اصلی استراتژی مورد نظر، یافتن سهام با تغییرات همسو و تعیین ساختار وابستگی میان سهام مشابه است. برای این منظور، یکی از اولین روش‌هایی که مورد توجه گرفت، رویکرد فاصله‌ای است. در رویکرد فاصله‌ای، معیار انتخاب جفت سهم، فاصله قیمت‌های نرمال شده سهام است. دو سهمی که مجموع مجذور اختلاف (SSD)[7] قیمت‌های نرمال شده آن‌ها در یک بازه زمانی معین کمینه باشد، به عنوان جفت سهام انتخاب می‌شود. زمانی که اختلاف قیمت‌های نرمال شده دو سهم به بیش از دو برابر انحراف معیار میانگین اختلاف قیمت‌های نرمال شده برسد، موقعیت خرید/فروش دو سهم اخذ می‌شود. وقتی اختلاف قیمت‌های نرمال

1. Statistical Arbitrage
2. Gatev, Goetzmann & Rouwenhorst
3. Avellaneda & Lee
4. Relative-Value Investment Strategy
5. Krauss
6. Bock & Mestel
7. Sum of Squared Distance (SSD)

شده به میانگین خود بازگشت، موقعیت معاملاتی بسته می‌شود. ایراد اساسی رویکرد فاصله‌ای آن است که هم‌بستگی بالای میان بازده دو سهم، لزوماً به معنای رابطه بلندمدت آنها با یکدیگر نیست. همچنین هیچ پشتوانه نظری مبنی بر رفع واگرایی ایجاد شده میان دو سهم دارای هم‌بستگی بالا و همگرایی آن‌ها به میانگین بلندمدت خود وجود ندارد. بنابراین بسیاری از موارد هم‌بستگی بازده سهام می‌تواند جعلی باشد. لذا استراتژی‌هایی که از روش‌هایی نظیر هم‌انباشتگی برای تشخیص رابطه تعادلی قیمت دو سهم استفاده می‌کند، می‌تواند معیار بهتری باشد (کروس، ۲۰۱۷). رویکرد رایج شناسایی دو دارایی وابسته به یکدیگر[1] و یافتن رابطه تعادلی بلندمدت آنها، آزمون هم‌انباشتگی است. در روش هم‌انباشتگی، دو سری زمانی (قیمت دو سهم مختلف) می‌تواند نامانا باشند، اما ترکیب خطی آن‌ها مانا بوده و خاصیت بازگشت به میانگین داشته باشد (انگل و گرنجر[2]، ۱۹۸۷). به کمک رویکرد هم‌انباشتگی می‌توان جفت سهام را انتخاب نمود و اگر دو سهم با یکدیگر هم‌انباشته باشند، آنگاه ترکیب خطی قیمت آن‌ها می‌تواند خاصیت بازگشت به میانگین داشته باشد که به کسب بازده استراتژی معاملات زوجی منجر خواهد شد (لین، مک‌کری و گولاتی[3]، ۲۰۰۶؛ ویدامورثی[4]، ۲۰۰۴). فرض اساسی رویکردهای فاصله‌ای و هم‌انباشتگی آن است که بازده سهام رابطه خطی دارند و تابع توزیع بازده هر سهم، گوسی است. اگر تابع احتمال بازده سهام از توزیع گوسی پیروی کند، آنگاه هم‌بستگی خطی به صورت کامل می‌تواند ساختار وابستگی دو سهم را نسبت به یکدیگر توضیح دهد (لیو و وو[5]، ۲۰۱۳). در حالی که بازده سهام به ندرت دارای توزیع گوسی است و در واقعیت، دارای چولگی منفی و کشیدگی اضافی است (کیم و وایت[6]، ۲۰۰۴). به کمک کاپیولا می‌توان ساختار هم‌بستگی بازده سهام با هر تابع توزیع را مدل کرد. به کمک کاپیولا می‌توان ساختار هم‌بستگی غیرخطی را نیز مدل‌سازی نمود. بنابراین کاپیولا به‌طوردقیق‌تری ساختار هم‌بستگی را مدل‌سازی می‌کند که این ویژگی سبب می‌شود موقعیت‌های معاملاتی که به کمک کاپیولا تشخیص داده می‌شود، قابلیت اطمینان بالاتری داشته باشد (کروس و استوبینگر[7]، ۲۰۱۷؛ لیو و وو، ۲۰۱۳؛ ژی و وو[8]، ۲۰۱۳؛ راد، لاو و فاف[9]، ۲۰۱۶). کاپیولا چارچوب قدرتمندی برای مدل‌سازی ساختار وابستگی دو یا چند سهم، بدون در نظر گرفتن مفروضات سخت‌گیرانه‌ای نظیر نرمال بودن توزیع بازده سهام است (استوبینگر، منگلد و کروس[10]، ۲۰۱۸). در رویکردهای فاصله‌ای (گیتو و همکاران، ۲۰۰۶؛ پرلین[11]، ۲۰۰۷؛ دو و فاف[12]، ۲۰۱۰) و هم‌انباشتگی (ویدامورثی، ۲۰۰۴؛ لین و همکاران، ۲۰۰۶؛ بارونیان، بودوراوغلو و شنر[13]، ۲۰۱۰) روابط خطی میان سهام در نظر گرفته شده و فرض می‌شود تابع توزیع بازده سهام،

1. Relevant Assets
2. Engle & Granger
3. Lin, McCrae & Gulati
4. Vidyamurthy
5. Liew & Wu
6. Kim & White
7. Krauss & Stübinger
8. Xie & Wu
9. Rad, Low & Faff
10. Stübinger, Mangold & Krauss
11. Perlin
12. Do & Faff
13. Baronyan, Boduroğlu & Şener

گوسی است. لذا روش‌های آماری اندازه‌گیری وابستگی متغیرهای تصادفی که فرض اساسی آن‌ها تابع توزیع نرمال متغیرهاست ـ نظیر هم‌بستگی پیرسون ـ به خوبی ساختار وابستگی دو سهم را برآورد نمی‌کند. همچنین از آنجاکه کاپیولا ساختار وابستگی میان سهام و توابع توزیع حاشیه‌ای را دو مؤلفه جدا در نظر می‌گیرد، بنابراین به نحو بهتری وابستگی دو سهم را برآورد می‌کند (تریودی و زیمر[1]، ۲۰۰۷). این موضوع سبب می‌شود کاپیولا میزان هم جهت بودن دو یا چند سهم را بهتر مدل‌سازی کند و سیگنال‌های معاملاتی دقیق‌تری ایجاد شود (فریریا[2]، ۲۰۰۸). این روش هیچ محدودیتی برای توابع توزیع حاشیه‌ای بازده سهام ندارد و روابط غیرخطی میان سهام را نیز در نظر می‌گیرد؛ که منجر به کاهش ریسک معاملات زوجی و افزایش بازده آن می‌شود (کروس و استوبینگر، ۲۰۱۷). کاپیولای واین[3] یک ابزار انعطاف‌پذیر برای مدل‌سازی ساختار هم‌بستگی خطی و غیرخطی چندمتغیره است. یکی از ویژگی‌های اصلی کاپیولای واین که سبب می‌شود از جذابیت بیشتری نسبت به کاپیولای بیضوی و ارشمیدوسی برخوردار باشد، انعطاف‌پذیری کاپیولای واین برای مدل‌سازی ساختار وابستگی دنباله‌ای[4] است (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸).

بسیاری از شواهد تجربی نظیر گیتو و همکاران (۲۰۰۶) در رویکرد فاصله‌ای، ویدامورثی (۲۰۰۴) در رویکرد هم‌انباشتگی، الیوت (۲۰۰۵) در رویکرد سری زمانی و لیو و وو (۲۰۱۳)، ژی و وو (۲۰۱۳)، استندر و همکاران (۲۰۱۳)، ژی و همکاران (۲۰۱۶)، کروس و استوبینگر (۲۰۱۷) و راد و همکاران (۲۰۱۶) در رویکرد کاپیولا، معاملات زوجی را برای دو سهم مختلف به کار گرفتند. در معاملات زوجی دو متغیره قیمت یک سهم در برابر قیمت فقط یک سهم مورد مقایسه قرار می‌گیرد؛ و در صورت بروز شکاف قیمتی میان این دو سهم موقعیت خرید/فروش اتخاذ می‌شود. زمانی که یک سهم در برابر پرتفوی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد، نتایج بهتری به همراه دارد. بنابراین عملکرد معاملات زوجی چندمتغیره بهتر از معاملات زوجی دو متغیره است؛ و افزایش تعداد سهام شریک[5] منجر به افزایش عملکرد معاملات زوجی می‌شود (پرلین، ۲۰۰۷؛ چن و همکاران، ۲۰۱۲؛ اولانده و لی، ۲۰۱۰؛ استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸).

هدف اصلی این پژوهش مقایسه بازده معاملات زوجی چندمتغیره مبتنی بر رویکرد کاپیولای تی‌استیودنت (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸)، کاپیولای واین (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸) و رویکرد فاصله‌ای (گیتو و همکاران، ۲۰۰۶) است؛ که برای نخستین بار در بورس اوراق بهادار تهران انجام می‌شود. در سال‌های اخیر که بازارهای مالی دستخوش نوسان زیادی شده‌اند، استفاده از کاپیولاهای منعطف نظیر واین افزایش یافته، زیرا امکان مدل‌سازی وابستگی دنباله‌ای را فراهم ساخته و در مقایسه با کاپیولای تی‌استیودنت از انعطاف بالاتری برخوردار است (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸). بر اساس مطالب پیش‌گفته، فرضیه پژوهش به شرح ذیل مطرح می‌شود:

---

1. Trivedi & Zimmer
2. Ferreira
3. Vine Copula
4. هم‌بستگی دنباله‌ای (Tail Dependence)، میزان هم‌سو بودن تغییرات دنباله‌های توزیع دو متغیر تصادفی را اندازه‌گیری می‌کند. دو متغیر تصادفی ممکن است، هیچ رابطه هم‌بستگی نداشته باشند اما وابستگی دنباله‌ای بالایی داشته باشند.
5. Partner Stocks

عملکرد حاصل از استراتژی معاملات زوجی مبتنی بر رویکرد کاپیولای واین و تی‌استیودنت بهتر از رویکرد فاصله‌ای است.

پیشینه پژوهش

به اعتقاد کروس (۲۰۱۷) سه چاچوب مختلف برای معاملات زوجی وجود دارد که عبارتند از: تک‌متغیره، شبه چندمتغیره و چندمتغیره. در چارچوب تک متغیره، رابطه دو سهم بررسی می‌شود. در رویکرد فاصله‌ای گیتو و همکاران (۲۰۰۶) و دو و فاف (۲۰۱۲)، هم‌انباشتگی راد و همکاران (۲۰۱۶) و بارونیان و همکاران (۲۰۱۰) و کاپیولای کروس و استوبینگر (۲۰۱۷) و راد و همکاران (۲۰۱۶) از این چارچوب استفاده شده است. در چارچوب شبه چندمتغیره، قیمت یک سهم در مقابل پرتفوی بررسی می‌شود. این پرتفوی می‌تواند تعدادی سهام دارای هم‌بستگی بالا با سهم مورد نظر، مجموعه سهام یک صنعت خاص و یا سهام یک صندوق قابل معامله در بورس باشد. در رویکرد فاصله‌ای پرلین (۲۰۰۷) و چن، چن، چن و لی[1] (۲۰۱۲)، یادگیری ماشین اولانده و لی (۲۰۱۰) و کاپیولای استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) از این چارچوب استفاده شد. در حالت چندمتغیره، مجموعه‌ای از سهام در مقابل مجموعه‌ای دیگر مبادله می‌شود. در رویکرد یادگیری ماشین هاک[2] (۲۰۰۹؛ ۲۰۱۰) و گلدکمپ و دهقان محمدآبادی (۲۰۱۹) از این چارچوب استفاده شده است. یکی دیگر از تقسیم‌بندی‌های رایج معاملات زوجی، بر اساس رویکرد آماری اتخاذ شده جهت تعیین روابط هم‌بستگی میان بازده سهام است. طبق تحقیقات کروس (۲۰۱۷) پنج رویکرد مختلف برای معاملات زوجی وجود دارد: فاصله‌ای، هم‌انباشتگی، سری زمانی، تصادفی و سایر رویکردها (شامل کاپیولا و هوش مصنوعی) (کروس، ۲۰۱۷). رویکرد فاصله‌ای اولین بار توسط گیتو و همکاران (۲۰۰۶) معرفی شد (کروس، ۲۰۱۷)؛ پس از آن پژوهش‌های دیگری نظیر دو و فاف (۲۰۱۲)، پرلین (۲۰۰۷)، چن و همکاران (۲۰۱۲)، انگلبرگ، گائو و جاگاناتان[3] (۲۰۰۹)، جاکوبز و وبر[4] (۲۰۱۵) و بیانچی، درو و جو[5] (۲۰۰۹) از آن استفاده کردند (کروس، ۲۰۱۷). برخی محققان مانند راد و همکاران (۲۰۱۶) به مقایسه این رویکرد با رویکردهای هم‌انباشتگی و کاپیولا پرداختند. در این رویکرد از روش‌هایی نظیر هم‌بستگی برای تشکیل جفت سهام می‌شود (کروس، ۲۰۱۷). گیتو و همکاران (۲۰۰۶) با مطالعه قیمت روزانه سهام با نقدشوندگی بالا نشان دادند به کمک این قاعده ساده معاملاتی می‌توان به‌طور میانگین بازده اضافی سالیانه تا ۱۱درصد کسب کرد؛ و استراتژی معاملاتی مبتنی بر رویکرد فاصله‌ای، در بلندمدت بازده مثبتی دارد (گیتو و همکاران، ۲۰۰۶). برخلاف گیتو و همکاران (۲۰۰۶) که سودآوری معاملات زوجی را تأیید می‌کنند، به بیان دو و فاف (۲۰۱۰) سودآوری این استراتژی رو به نزول است. آنها نشان دادند سودآوری معاملات زوجی به‌دلیل عدم همگرایی جفت‌ها، کاهش یافته است. به زعم ایشان SSD نمی‌تواند شاخص مناسبی برای رابطه اقتصادی دو سهم باشد. لذا دو پارامتر دیگر معرفی نمودند: میزان همگن بودن صنعت و تعداد

1. Chen, Chen, Chen & Li
2. Huck
3. Engelberg, Gao & Jagannathan
4. Jacobs & Weber
5. Bianchi, Drew & Zhu

زمان‌هایی که اختلاف دو سهم به میانگین خود باز گشته‌اند. آنها نشان دادند در صورتی که دو سهم از یک صنعت مشابه انتخاب گردد، ریسک عدم بازگشت قیمت سهام به وضع تعادل کاهش می‌یابد. به عقیده آن‌ها معاملات زوجی مبتنی بر روش فاصله‌ای پس از سال ۲۰۰۲ به‌دلیل هزینه‌های معاملاتی، سودآور نبوده است (دو و فاف، ۲۰۱۲). چن و همکاران (۲۰۱۲) نمونه آماری گیتو و همکاران (۲۰۰۶) را با استفاده از هم‌بستگی پیرسون برای انتخاب جفت سهام بررسی نمودند. در یک دوره تشکیل پنج ساله، هم‌بستگی پیرسون بازده ماهانه دو به دو سهام نمونه محاسبه گردید. در چارچوب شبه چندمتغیره از پرتفوی ۵۰ سهمی استفاده کردند که بیشترین هم‌بستگی را با سهم هدف داشته باشد. در هر دوره معاملاتی (یک‌ماهه)، همه سهام بر اساس معیار واگرایی ماه قبل به ترتیب از بیشترین به کمترین مرتب و به ده گروه مساوی تقسیم می‌شود. گروه دهم شامل سهامی بود که پایین‌ترین عملکرد (رشد) را نسبت به سهام مشابه خود داشتند. سپس سهام گروه دهم خریداری و سهام گروه اول فروخته شد. مقدار دلاری خرید سهام گروه دهم با فروش سهام گروه اول برابر بود (استراتژی هزینه صفر) (چن و همکاران، ۲۰۱۲). چن و همکاران (۲۰۱۲) نشان دادند این استراتژی ماهیانه ۱/۷ درصد بازده دارد، که تقریباً دو برابر بازده ماهانه گیتو و همکاران (۲۰۰۶) است. آن‌ها دلیل این امر را استفاده از چارچوب چندمتغیره به جای تک‌متغیره دانستند (چن و همکاران، ۲۰۱۲). پرلین (۲۰۰۷) معاملات زوجی شبه چندمتغیره را با معاملات زوجی دو متغیره در ۵۷ سهم با نقدشوندگی بالا در بازار سهام برزیل بررسی کرد. وی برای انتخاب جفت سهام از بیشینه هم‌بستگی پیرسون میان سری زمانی قیمت نرمال شده دو سهم (همانند کمینه SSD گیتو و همکاران (۲۰۰۶)) استفاده نمود. رویکرد شبه چندمتغیره پرلین (۲۰۰۷) بدین نحو بود که برای هر سهم نمونه، یک پرتفوی شامل پنج سهم شریک در نظر گرفته، سپس سهم مورد نظر نسبت به پرتفوی پنج سهمی[1] ارزیابی می‌شود (پرلین، ۲۰۰۷). پرلین (۲۰۰۷) همانند چن و همکاران (۲۰۱۲) دریافت که معاملات زوجی شبه چندمتغیره نسبت به دو متغیره، بازده بالاتری دارد (کروس، ۲۰۱۷). لیو و وو (۲۰۱۳) و راد و همکاران (۲۰۱۶) نشان دادند کاپیولای دو متغیره، بازده بالاتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای دارد.

گوپتا و چاترجی[2] (۲۰۲۰) روشی به نام DCCT[3] برای انتخاب جفت سهام ارائه نمودند. در حقیقت، DCCT روشی برای خوشه‌بندی و دسته‌بندی سهام به حساب می‌آید. ابتدا همانند گیتو و همکاران (۲۰۰۶) قیمت سهام باید بر اساس قیمت روز اول دوره تشکیل، نرمال شود. سپس با در نظر گرفتن n سهم نمونه به $n \times (n-1)/2$ حالت مختلف جفت سهام تشکیل می‌شود. سپس برای هر جفت، مقدار DCCT محاسبه شده و جفت سهام دارای بیشترین DCCT انتخاب می‌شود. گوپتا و چاترجی (۲۰۲۰) مطالعات خود را در سه بازار سهام ایالات متحده، ژاپن و هند انجام دادند و دریافتند با توجه به اینکه این روش به‌طورکارآمدی می‌تواند روابط پیشرو ـ پسرو[4] و تغییرات آن را مدل‌سازی کند، عملکرد بهتری نسبت به سایر روش‌ها دارد. به اعتقاد آن‌ها ترکیب DCCT و SSD می‌تواند نتیجه مطلوبی برای انتخاب جفت سهام به

۱. در استراتژی پرلین (۲۰۰۷) موقعیت معاملاتی روی پنج سهم اخذ نمی‌شود و فقط به عنوان معیار در نظر گرفته می‌شوند.

2. Gupta & Chatterjee

3. Dynamic Cross Correlation Type

4. Lead-Lag Relationship

ارمغان آورد (گوپتا و چاترجی، ۲۰۲۰). انگلبرگ و همکاران (۲۰۰۹) در بررسی استراتژی گیتو و همکاران (۲۰۰۶) دریافتند سودآوری معاملات زوجی به صورت نمایی رو به کاهش است. به بیان آنها سودآوری معاملات زوجی عمدتاً به رویدادهایی وابسته است که در زمان واگرایی قیمت دو سهم رخ می‌دهد. زمانی که اخبار ویژه‌ای فقط برای یک سهم موجود در یک جفت منتشر می‌شود، سودآوری معاملات زوجی را کاهش و ریسک واگرایی را افزایش می‌دهد؛ همچنین زمان بیشتری نیاز است تا دو سهم به میانگین خود بازگردند. اما زمانی که اطلاعاتی برای هر دو سهم یک جفت وجود داشته باشد و بازار بدون اصطکاک باشد، سودآوری استراتژی معاملات زوجی افزایش می‌یابد. زیرا موانع بازار باعث می‌شود اطلاعات موجود، روی یک سهم سریع‌تر اثر بگذارد که منجر به واگرایی آنها می‌شود (انگلبرگ و همکاران، ۲۰۰۹). به بیان جاکوبز و وبر (۲۰۱۳) سودآوری رویکرد فاصله‌ای به طرز قابل توجهی به زمان وابسته است. سودآوری معاملات زوجی از آن حیث است که اخبار یکسان با سرعت متفاوتی بر دو دارایی یک جفت اثر خواهد گذاشت (جاکوبز و وبر، ۲۰۱۳). پاپاداکیس و ویسوکی[1] (۲۰۰۷) دریافتند اعلان سود شرکت منجر به اختلاف قیمت‌های نسبی می‌شود. معاملات زوجی پس از رویداد حسابداری (انتشار صورت‌های مالی) از سودآوری پایین‌تری برخوردار است (پاپاداکیس و ویسوکی، ۲۰۰۷).

فلاح‌پور و حکیمیان (۱۳۹۶) به کمک رویکرد هم‌انباشتگی، به مشخص نمودن روابط تعادلی بلندمدت میان سهام بورس اوراق بهادار تهران پرداخته و بیان کردند معاملات زوجی به عنوان یک استراتژی بازار خنثی در قیاس با سایر معاملات الگوریتمی، می‌تواند مزایای چشمگیری در شرایط رکود و ریزش بازار سرمایه ایجاد نماید (فلاح‌پور و حکیمیان، ۱۳۹۶). راد و همکاران (۲۰۱۶) مانند گیتو و همکاران (۲۰۰۶) دو سهم دارای کمینه SSD را به عنوان یک جفت در نظر گرفتند. سپس هم‌انباشتگی سهام هر جفت را بررسی و ۲۰ جفت حائز کمترین SSD، که با یکدیگر هم‌انباشته بودند را به عنوان جفت‌های منتخب برگزیدند. بازده اضافی ماهیانه استراتژی آن‌ها در رویکرد هم‌انباشتگی بدون کسر هزینه معاملات ۰/۸۳ درصد است. این بازده اضافی تقریباً برابر بازده اضافی رویکرد فاصله‌ای راد و همکاران (۲۰۱۶) بود. در حالی که انتظار می‌رفت بازده رویکرد هم‌انباشتگی بیش از فاصله‌ای باشد. اما دلیل برابری تقریبی بازده اضافی رویکرد فاصله‌ای و هم‌انباشتگی راد و همکاران (۲۰۱۶)، آن است که آن‌ها در رویکرد هم‌انباشتگی برای انتخاب سهام هر جفت، از دو معیار استفاده نمودند: اول، همانند گیتو و همکاران (۲۰۰۶) دو سهمی که کمترین SSD را داشتند و دوم، مطابق ویدامورثی (۲۰۰۴) می‌بایست رابطه هم‌انباشتگی داشته باشند. ایجاد محدودیت، که هم‌انباشتگی فقط برای جفت‌های با کمترین SSD اعمال گردید، باعث ایجاد تورش انتخاب سهام شد (کروس، ۲۰۱۷). هاک و آفاووبو[2] (۲۰۱۵) در مقایسه رویکردهای فاصله‌ای و هم‌انباشتگی نشان دادند رویکرد هم‌انباشتگی به صورت قابل توجهی عملکرد بهتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای دارد. از آنجا که رویکرد هم‌انباشتگی رابطه تعادلی بازده دو سهم را بهتر مدل می‌کند، بازده بیشتری نیز ایجاد می‌کند (هاک و آفاووبو، ۲۰۱۵). بارونیان و همکاران (۲۰۱۰) یک استراتژی بازار خنثی مبتنی بر رویکرد هم‌انباشتگی طراحی کردند. رویکرد هم‌انباشتگی بارونیان و همکاران (۲۰۱۰) به کمک آزمون علیت گرنجر و آزمون

1. Papadakis & Wysocki
2. Huck & Afawubo

دیکی فولر تعمیم‌یافته جفت‌های سهام را تشکیل می‌داد. آنها نشان دادند رویکرد هم‌انباشتگی بازده به مراتب بالاتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای ایجاد می‌کند (بارونیان و همکاران، ۲۰۱۰). عسگری‌پور و ابو (۱۳۹۱) اثربخشی معاملات زوجی را با استفاده از رویکردهای سری زمانی و هم‌انباشتگی روی چهار قرارداد آتی سکه آزمون کردند. به بیان آن‌ها دو عامل بازگشت به میانگین شکاف قیمتی و احتمال اولین زمان بازگشت به میانگین، عوامل اصلی اثرگذار بر بازده معاملات زوجی است. نتایج نشان داد استفاده از استراتژی معاملات زوجی به کمک دو رویکرد سری زمانی و هم‌انباشتگی می‌تواند اطمینان بیشتری نسبت به اخذ موقعیت بدون پوشش ریسک، در بازار پر ریسک آتی سکه ایجاد نماید (عسگری‌پور و ابو، ۱۳۹۱). باجلان، عیوضلو و اکبری[1] (۲۰۱۸) به کمک مدل GARCH استراتژی معاملات زوجی دو متغیره را در بورس اوراق بهادار تهران مطالعه نمودند. آن‌ها دو استراتژی معاملات زوجی را معرفی کرده و به مقایسه این دو استراتژی را با استراتژی منفعل[2] پرداختند. روش کار آن‌ها بدین صورت بود که ابتدا با بهره‌گیری از قیمت روزانه سهام، قیمت نرمال شده سهام را محاسبه نموده، سپس به روش کمترین مجذور فاصله و هم‌صنعت بودن سهام، ۱۵جفت معاملاتی را برگزیدند. در ادامه باجلان و همکاران (۲۰۱۸) بازده دو استراتژی معاملات زوجی و استراتژی منفعل را روی ۱۵ جفت معاملاتی منتخب محاسبه نمودند. در هر دو استراتژی معاملات زوجی به روشی مشابه به کمک تابع لجستیک مرتبه دوم، یک مدل ST-GARCH[3] روی بازده سهام برازش شد. تفاوت این دو استراتژی معاملات زوجی در تعیین آستانه‌های معاملاتی، جهت اخذ موقعیت‌های معاملاتی ورود و خروج بود. با این تفاوت که در استراتژی دوم آستانه‌های معاملاتی به کمک پیش‌بینی گام بعدی تعیین می‌شوند. روش کار در استراتژی منفعل نیز بدین صورت بود که در ابتدای دوره معاملاتی سهام موجود در هر جفت خریداری شده و تمامی سهام در انتهای دوره معاملاتی فروخته خواهند شد. در نهایت باجلان و همکاران (۲۰۱۸) بیان کردند بازده استراتژی اول، دوم و منفعل به ترتیب برابر است با ۱۷، ۴۹ و ۳ درصد. عزیززاده و عبادی (۱۳۹۶) از تحلیل تکنیکال و رویکرد سری زمانی برای پیاده‌سازی معاملات زوجی در صنعت خودرو استفاده نمودند. آن‌ها به کمک مدل GARCH به تحلیل سری‌های زمانی و ویژگی بازگشت به میانگین سهام پرداخته و از نمودارهای رنکو[4] و کاگی[5]، برای معاملات زوجی استفاده نمودند. نمونه آماری شامل دو جفت سهام بود. در یک سناریو، مؤلفه‌های رنکو و کاگی بر اساس انحراف معیار دوره تشکیل در نظر گرفته شد و سپس بازده این دو جفت محاسبه گردید. در سناریو دوم، مؤلفه‌های رنکو و کاگی بر اساس نوسانات شکاف قیمتی در دوره تشکیل تعیین شد. آنها نشان دادند معاملات زوجی در سناریو دوم برای هر دو جفت نمونه، بازده بالاتری نسبت به سناریو اول ایجاد می‌کند (عزیززاده و عبادی، ۱۳۹۶). اولانده و لی (۲۰۱۰) یک استراتژی آربیتراژ آماری برای بازار سهام آمریکا توسعه داده و از دو سناریو مختلف استفاده کردند. نسبت شارپ سناریو اول (دومتغیره) سالیانه ۱/۱ شد. نسبت شارپ سناریو دوم، در چارچوب

1. Bajalan, Eyvazlu & Akbari
2. Passive Strategy
3. Smooth Transition - Generalized AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity
4. Renko
5. Kagi

چندمتغیره و مبتنی بر تحلیل مؤلفه‌های اصلی سالیانه ۱/۴۴ گردید (اولانده و لی، ۲۰۱۰). گلدکمپ و دهقان محمدآبادی[1] (۲۰۱۹) یک سیستم هوشمند برای تشکیل جفت سهام ارائه نمودند. مسئله تشکیل جفت سهام را به صورت یک مسئله بهینه‌سازی در نظر گرفتند. سپس به کمک یکی از روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه به نام الگوریتم ژنتیک چندهدفه، مسئله بهینه‌سازی را حل نمودند. الگوریتم مورد نظر به‌دنبال یافتن سهامی برای تشکیل جفت سهام بود که اولاً بیشترین ویژگی بازگشت به میانگین را داشته و ثانیاً بیشترین شکاف قیمتی را با یکدیگر داشته باشند (گلدکمپ و دهقان محمدآبادی، ۲۰۱۹). مطالعات گلدکمپ و دهقان محمدآبادی (۲۰۱۹) مبتنی بر چارچوب چندمتغیره نشان داد چارچوب چندمتغیره و روش بهینه‌سازی چندهدفه منجر به افزایش بازده می‌شود (گلدکمپ و دهقان محمدآبادی، ۲۰۱۹). نول، استوبینگر و گروتکه[2] (۲۰۱۹) استراتژی آربیتراژ آماری را با الگوریتم‌های داده‌کاوی متن ادغام کردند، و به بررسی استراتژی خود در سهام $S\&P_{500}$ پرداختند. آن‌ها در یک دوره تشکیل ۴۰ روزه، به کمک قیمت دقیقه‌ای سهام، داده‌کاوی متون رسانه‌های اجتماعی و تحلیل این متون به کمک الگوریتم ترتیب وفقی[3]، قیمت سهام را پیش‌بینی کردند و جفت سهام را تشکیل دادند. سپس در دوره معاملاتی یک روزه به اخذ موقعیت معاملاتی پرداختند. بازده سالیانه این استراتژی پس از کسر هزینه‌های معاملاتی ۱۷ درصد بود (نول و همکاران، ۲۰۱۹).

پژوهش‌های متعددی در حوزه معاملات زوجی به کمک رویکرد کاپیولا صورت گرفته است. لیو و وو (۲۰۱۳) به کمک پنج کاپیولای پر کاربرد، سعی در تعیین ساختار وابستگی نمودند و بهترین برازش را به کمک معیارهای اطلاعات انتخاب نمودند. با توجه به محدودیت روش‌های هم‌بستگی و هم‌انباشتگی، استفاده از کاپیولا برای توسعه قواعد معاملات زوجی می‌تواند واقع‌گرایانه‌تر و بهتر باشد. به بیان آن‌ها کاپیولا نسبت به سایر روش‌های متعارف ارجحیت دارد، موقعیت‌های معاملاتی بیشتری اخذ می‌کند، از اطمینان بیشتری برخوردار است و منوط به در نظر گرفتن فروض غیرواقعی نیست (لیو و وو، ۲۰۱۳). کروس و استوبینگر (۲۰۱۷) از کاپیولای دو متغیره استفاده کرده و چارچوب معاملات زوجی مبتنی بر کاپیولای یکپارچه را معرفی نمودند (کروس و استوبینگر، ۲۰۱۷). کروس و استوبینگر (۲۰۱۷) برخلاف فریریا (۲۰۰۸)، استندر و همکاران (۲۰۱۳) و لیو و وو (۲۰۱۳)، هم برای انتخاب جفت سهام و هم برای معامله از کاپیولا استفاده نمودند. بدین صورت که ابتدا در دوره تشکیل ۱۲ ماهه کاپیولای تی‌استیودنت روی تمام جفت‌های ممکن برازش شد. سپس در یک دوره ۴۸ ماهه تحت عنوان «دوره شبه معاملاتی» سودآوری سیگنال‌های معاملاتی را ارزیابی کردند که خطای قیمت‌گذاری را بر اساس مدل کاپیولا نشان می‌داد. سپس جفت‌های دارای بیشترین سودآوری به شرط برآورده ساختن حداقل معیارهای وابستگی را انتخاب کردند. در نهایت در دوره معاملاتی (۱۲ ماهه)، موقعیت‌های معاملاتی را اخذ نمودند. بازده استراتژی مذکور حدود ۸ درصد و نسبت شارپ آن ۱/۵ گردید (کروس و استوبینگر، ۲۰۱۷). راد و همکاران (۲۰۱۶)، لائو و همکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) برای مطالعه معاملات زوجی از رویکرد کاپیولای

1. Goldkamp & Dehghani Mohammadabadi
2. Knoll, Stübinger & Grottke
3. Adaptive-Order Algorithm

مبتنی بر سطح[1] استفاده کردند (کروس، ۲۰۱۷). راد و همکاران (۲۰۱۶) سه رویکرد فاصله‌ای، هم‌انباشتگی و کاپیولا را با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی در مقاطع زمانی مختلف مورد بررسی قرار دادند (راد و همکاران، ۲۰۱۶). راد و همکاران (۲۰۱۶) در رویکرد کاپیولا، ۲۰ جفت سهام دارای کمترین SSD را در دوره تشکیل انتخاب کردند. سپس، چهار تابع مختلف کاپیولا (کلایتون، کلایتون چرخش‌یافته، گامبل و گامبل چرخش‌یافته)، روی توزیع حاشیه‌ای این سهام برازش شد و بهترین کاپیولا بر اساس معیار اطلاعات و نیکویی برازش انتخاب گردید. در گام سوم، بر اساس توابع کاپیولای برازش شده، شاخص خطای قیمت‌گذاری تشکیل شد و بازده استراتژی مشخص گردید (راد و همکاران، ۲۰۱۶). راد و همکاران (۲۰۱۶) نشان دادند سه رویکرد فاصله‌ای، هم‌انباشتگی و کاپیولا بدون احتساب هزینه معاملات به ترتیب بازده اضافی ماهیانه ۰/۹۱، ۰/۸۵ و ۰/۴۳ درصد ایجاد می‌کند. بازده اضافی ماهیانه آن‌ها با در نظر گرفتن هزینه معاملاتی به ترتیب برابر ۰/۳۸، ۰/۳۳ و ۰/۰۵ درصد بود. موقعیت‌های معاملاتی سودآور بعد از سال ۲۰۰۹ برای دو روش فاصله‌ای و هم‌انباشتگی به طرز چشمگیری کاسته شد، اما در روش کاپیولا ثابت مانده است، و رویکرد کاپیولا بازده بیشتری نسبت به دو رویکرد دیگر ایجاد می‌کند (راد و همکاران، ۲۰۱۶). لائو و همکاران (۲۰۱۶) به مقایسه بازده استراتژی معاملات زوجی مبتنی کاپیولای دو متغیره و سه متغیره پرداختند. روش آن‌ها در کاپیولای دو متغیره، همانند استندر و همکاران (۲۰۱۳) و لیو و وو (۲۰۱۳) بدین نحو بود که ابتدا توابع کاپیولا میان توزیع‌های حاشیه‌ای برازش شده، سپس احتمال شرطی افزایش/کاهش قیمت یک سهم به شرط قیمت سهم دیگر محاسبه می‌شد، و شاخص خطای قیمت‌گذاری محاسبه می‌گردید و در نهایت موقعیت‌های معاملاتی اخذ می‌شد. روش آن‌ها در رویکرد چندمتغیره نیز شبیه رویکرد دو متغیره بود، با این تفاوت که در این حالت برای هر سهم نمونه دو سهم مشابه انتخاب شده و توابع کاپیولای چندمتغیره میان توزیع‌های حاشیه‌ای برازش می‌گردید. موقعیت‌های معاملاتی برای هر سه سهم اخذ می‌شد (لائو و همکاران، ۲۰۱۶). به عقیده لائو و همکاران (۲۰۱۶) در چارچوب چندمتغیره، تعداد فرصت‌های معاملاتی بیشتری شناسایی شده و بازده بیشتر و ریسک کمتری نسبت به دومتغیره دارد (لائو و همکاران، ۲۰۱۶). استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) برای اولین بار از کاپیولای واین در چارچوب چهارمتغیره برای معاملات زوجی استفاده نمودند. آنها کاپیولای چندمتغیره واین را با کاپیولای چندمتغیره گوسی و تی‌استیودنت مقایسه کرده و نشان دادند، کاپیولای واین بازده بیشتر و ریسک کمتری دارد. بازده و نسبت شارپ سالیانه استراتژی کاپیولای واین پس از کسر هزینه معاملات به ترتیب برابر ۹/۲۵ درصد و ۱/۱۲ بود

۱. در کاپیولای مبتنی بر بازده، ابتدا در دوره تشکیل به کمک روش‌هایی نظیر هم‌انباشتگی و هم‌بستگی، جفت سهام انتخاب می‌شوند. سپس بازده سهام هر جفت را به عنوان متغیر تصادفی تلقی نموده و توزیع حاشیه‌ای آن‌ها نسبت به یکدیگر برآورد می شود. سپس یک تابع کاپیولا میان این توزیع‌های حاشیه‌ای برازش می‌شود. توابع کاپیولای برازش شده، نشان‌دهنده یک احتمال شرطی هستند؛ این احتمال شرطی، احتمال افزایش/کاهش قیمت یک سهم با توجه به وضعیت سهم دیگر را نشان می‌دهد. در کاپیولای مبتنی بر بازده از احتمال شرطی برای ورود به موقعیت‌های معاملاتی استفاده می‌شود. هرچه این احتمال شرطی بیشتر باشد، احتمال موفقیت موقعیت‌های معاملاتی بیشتر است. بنابراین موقعیت‌های معاملاتی زمانی اخذ می‌شوند که احتمال شرطی نزدیک ۱ شود (لویی و وو، ۲۰۱۳). کاپیولای مبتنی بر سطح بسیار مشابه کاپیولای مبتنی بر بازده است، با این تفاوت که در این رویکرد پس از محاسبه احتمال شرطی به کمک توابع کاپیولا، شاخص خطای قیمت‌گذاری نیز محاسبه می‌شود.

(استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸). کشاورز حداد و طالبی[1] (۲۰۲۱) به مقایسه سودآوری استراتژی معاملات زوجی در سه رویکرد فاصله‌ای، هم‌انباشتگی و کاپیولا در بازار سهام تورنتو پرداختند. آن‌ها نشان دادند رویکرد کاپیولا نسبت به دو رویکرد دیگر سودآوری بیشتری دارد. آنها اثر بحران همه‌گیری بیماری کووید ۱۹ را نیز بر استراتژی خود بررسی کرده و نشان دادند عملکرد استراتژی آن‌ها تحت تاثیر کووید ۱۹ نیست (کشاورز حداد و طالبی، ۲۰۱۹). جلیلیان و عسگری‌پور (۱۳۹۴) به کمک رویکرد فاصله‌ای گیتو و همکارن (۲۰۰۶) به بررسی استراتژی معاملات زوجی دو سهام سرمایه‌گذاری گروه توسعه ملی «وبانک» و سرمایه‌گذاری صنعت بیمه «وبیمه» پرداختند. آنها نشان دادند سهام وبانک و وبیمه، هم‌بستگی بالا و روابط بلندمدت دارند و استراتژی معاملات زوجی در بورس اوراق بهادار تهران قابل اجرا است (جلیلیان و عسگری‌پور، ۱۳۹۴). پاکیزه و حبیبی (۱۳۹۶) به مقایسه سودآوری استراتژی معاملات زوجی بین طبقات مختلف دارایی پرداختند. استراتژی آن‌ها شامل دوره تشکیل ۱۲ ماهه و دوره معاملاتی ۸ ماهه بود. ابتدا در دوره تشکیل، سه جفت (شامل سهام و کالای اساسی) بر اساس سه روش فاصله‌ای، دیکی فولر تعمیم‌یافته و علیت گرنجری و روش مبتنی بر رگرسیون خطی انتخاب شده، سپس جفت‌های منتخب به دوره معاملاتی منتقل می‌شوند. نحوه اخذ موقعیت‌های معاملاتی همانند گیتو و همکاران (۲۰۰۶) بود. با توجه به نسبت شارپ روش فاصله‌ای برابر ۶/۵، این روش بهترین الگو برای اعمال استراتژی معاملات زوجی در بازارهای سرمایه و کالا است (پاکیزه و حبیبی، ۱۳۹۶).

روش‌شناسی پژوهش

هدف پژوهش حاضر بررسی عملکرد معاملات زوجی مبتنی بر رویکردهای کاپیولا و فاصله‌ای از منظر بازده، ریسک و نسبت شارپ است. در رویکرد کاپیولا از دو کاپیولای مختلف تی‌استیودنت و واین برای مدل‌سازی ساختار وابستگی سهام استفاده می‌شود.

رویکرد فاصله‌ای

این رویکرد، دو دوره «تشکیل» و «معاملاتی» را شامل می‌شود. در دوره تشکیل (۱۲ ماهه) ابتدا برای هر یک از سهام نمونه، سری زمانی قیمت‌های نرمال شده ساخته می‌شود. قیمت نرمال شده، حاصل تقسیم قیمت پایانی به قیمت روز اول دوره تشکیل سهام است. قیمت هر سهم در ابتدای هر دوره تشکیل به عنوان مبنا در نظر گرفته شده و قیمت‌های پایانی روزهای آتی بر قیمت روز اول تقسیم شده تا سری زمانی قیمت نرمال شده هر سهم بدست آید. بنابراین قیمت نرمال شده هر سهم در روز اول برابر ۱ است. در ادامه، تمامی‌سهام نمونه دو به دو مقایسه شده تا سهام دارای بالاترین هم‌بستگی مشخص شود. برای این منظور شاخصی به نام میانگین مجموع مجذور اختلاف قیمت‌های نرمال شده (SSD) تعریف می‌گردد. این شاخص میزان هم‌بستگی یا شباهت دو سهم را نشان می‌دهد. شاخص مذکور می‌بایست برای همه جایگشت‌های دو به دو سهام، که یک جفت را تشکیل می‌دهند، محاسبه شود. فرض کنید n سهم در نمونه وجود دارد. آنگاه این شاخص برای $n \times (n-1)/2$ حالت متفاوت میان سهام مختلف محاسبه می‌شود. SSD طبق

1. Keshavarz Haddad & Talebi

رابطه ۱ محاسبه می‌شود. مقدار کمتر این شاخص برای یک جفت سهم، نشانگر شباهت بیشتر تغییرات قیمت دو سهم است.

$$\overline{\mathrm{ssd}}_{\mathrm{p_i.p_j}} = \frac{1}{\mathrm{T}}\sum_{\mathrm{t=1}}^{\mathrm{T}}\left(\mathrm{p_{i.t}}-\mathrm{p_{j.t}}\right)^2 = \mathrm{s^2}_{\mathrm{p_i}-\mathrm{p_j}} + \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(P_{i.t}-P_{j.t}\right)\right)^2 \quad \text{رابطه ۱)}$$

که $\mathrm{P_{i,t}}$ و $\mathrm{P_{j,t}}$ قیمت نرمال شده دو سهم مختلف، T تعداد روزهای دوره زمانی و $\mathrm{S^2}$ واریانس اختلاف قیمت دو سهم و $\mathrm{s^2}_{\mathrm{p_i}-\mathrm{p_j}}$ واریانس اختلاف قیمت‌های نرمال شده است که از رابطه ۲ قابل محاسبه است.

$$s^2{}_{Pi-Pj} = \frac{1}{\mathrm{T}}\sum_{\mathrm{t=1}}^{\mathrm{T}}\left(\mathrm{p_{i.t}}-\mathrm{p_{j.t}}\right)^2 - \left(\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\left(P_{i.t}-P_{j.t}\right)\right)^2 \quad \text{رابطه ۲)}$$

در گام بعد، SSD همه جفت سهام از کوچک به بزرگ مرتب می‌شود. ۲۰ جفت سهام[1] حائز پایین‌ترین SSD، به عنوان جفت‌های منتخب در نظر گرفته می‌شوند. سپس این ۲۰ جفت سهم در دوره معاملاتی پایش می‌شود، تا زمانی که طبق استراتژی مورد نظر سیگنال ارائه شود و موقعیت‌های معاملاتی اخذ شوند. در دوره معاملاتی (شش ماهه)، زمانی که شکاف قیمتی میان دو سهم جفت‌های منتخب از آستانه‌ای معین بیشتر باشد، موقعیت‌های معاملاتی اخذ می‌شوند. در این دوره ۲۰ جفت سهام دارای کمترین SSD پایش می‌شوند، تا سیگنال‌های معاملاتی ارائه شود. بدین نحو که در پایان هر روز معاملاتی اختلاف قیمت‌های نرمال شده سهام برای هر جفت محاسبه می‌شود. در صورتی که دو سهم یک جفت شروع به واگرایی از وضعیت تعادل[2] خود نمایند، اختلاف قیمت‌های نرمال شده شروع به افزایش می‌کند. زمانی که اختلاف قیمت‌های نرمال شده در دوره معاملاتی، بیش از دو برابر انحراف معیار از میانگین SSD فاصله گرفت، سهمی که قیمتش نسبت به میانگین دوره تشکیل کاهش یافته، خریداری و سهم دیگر فروخته می‌شود. موقعیت‌ها زمانی بسته می‌شوند که قیمت نرمال شده سهام با هم برابر شود و یا دوره معاملاتی به اتمام برسد. هر بار پیاده‌سازی فرایند معاملات زوجی با رویکرد فاصله‌ای، در قالب یک دوره مطالعاتی صورت می‌گیرد، که شامل دوره‌های تشکیل و معاملاتی است. هر دوره مطالعاتی یک سال و شش ماه به طول می‌انجامد. استراتژی معاملات زوجی با رویکرد فاصله‌ای شامل ۳۰ دوره مطالعاتی است. از ابتدای سال ۱۳۹۳ اولین دوره مطالعاتی شروع خواهد شد و هر ماه یک دوره مطالعاتی جدید آغاز می‌شود.

رویکرد کاپیولا

استراتژی معاملات زوجی پژوهش حاضر در چارچوب چهارمتغیره (یک سهم هدف در برابر سه سهم شریک) مبتنی بر

۱. گیتو و همکاران (۲۰۰۶) نشان دادند بیشترین بازده زمانی حاصل می‌شود که ۲۰ جفت سهام انتخاب شود.

۲. وضعیت تعادل، میانگین مجموع مجذور اختلاف قیمت‌های نرمال شده در دوره تشکیل در نظر گرفته می‌شود.

دو کاپیولای تی‌استیودنت و واین است[۱]. کاپیولای تی‌استیودنت، یک کاپیولای پایه به حساب می‌آید که در اکثر مطالعات معاملات زوجی به کمک رویکرد کاپیولا استفاده شده است (نظیر استندر و همکاران (۲۰۱۳)، لیو و وو (۲۰۱۳)، کروس و استوبینگر (۲۰۱۷)، لائو و همکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸)). این کاپیولا می‌تواند وابستگی دنباله‌ای را مدل‌سازی نماید. دلیل استفاده از کاپیولای واین آن است که محدود به یک خانواده مشخص کاپیولا نیست و برای تعیین ساختار وابستگی میان متغیرها از خانواده‌های مختلف کاپیولا نظیر گوسی، تی‌استیودنت، کلایتون، گامبل، فرانک و سایر خانواده‌های پرکاربرد کاپیولا استفاده می‌کند؛ و بهترین کاپیولا را بر اساس معیارهای بهترین برازش (مانند معیار اطلاعات یا نیکویی برازش) انتخاب می‌کند که این موضوع سبب انعطاف‌پذیری این کاپیولا می‌شود (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸). در حالی که در کاپیولای تی‌استیودنت فقط از یک خانواده کاپیولا یعنی کاپیولای تی‌استیودنت استفاده می‌شود. به همین دلیل کاپیولای واین از انعطاف بیشتری نسبت به کاپیولای تی‌استیودنت برخوردار است.

در رویکرد کاپیولا نیز ابتدا می‌بایست جفت سهام مشابه را یافت؛ سپس یک تابع کاپیولا که به بهترین نحو ساختار وابستگی میان سهام را نشان می‌دهد، انتخاب نمود؛ و در نهایت موقعیت‌های معاملاتی اخذ شود. این رویکرد مشتمل بر سه دوره «اولیه»، «تشکیل» و «معاملاتی» است. دوره اولیه (۱۲ ماهه) شامل دو گام است: انتخاب سهام شریک و برازش مدل مناسب. در گام انتخاب سهام شریک، ابتدا هر سهم نمونه به عنوان سهم هدف در نظر گرفته شده و برای هر سهم هدف، سه سهم دارای بالاترین شباهت از منظر رفتار قیمتی انتخاب می‌شود. به این سه سهم که بیشترین وابستگی را با سهم هدف دارند، سهام شریک گفته می‌شود. در نهایت به تعداد سهام نمونه، مجموعه‌های چهارتایی Q شامل یک سهم هدف و سه سهم شریک تشکیل می‌شود. زمانی که یک سهم در مقابل مجموعه‌ای از سهام مقایسه می‌شود، عملکرد معاملات زوجی بهبود می‌یابد (چن و همکاران، ۲۰۱۲؛ اولاندە و لی، ۲۰۱۰؛ پرلین، ۲۰۰۷). اما انتخاب مجموعه سهام شریک برای یک سهم هدف به مراتب پیچیدگی بیشتری نسبت به تشکیل جفت سهام دارد. در این پژوهش برای هر سهم هدف، بر اساس میزان وابستگی[۲] سه سهم شریک انتخاب می‌شود. منظور از میزان وابستگی آن است که سه سهم شریک بیشترین هم‌جهتی از منظر تغییرات قیمتی را با سهم هدف داشته باشند. هر سهم نمونه یکبار به عنوان سهم هدف در نظر گرفته می‌شود و یک مجموعه چهارتایی Q شامل خود آن سهم و سه سهم شریک ایجاد می‌شود. بنابراین به تعداد سهام نمونه، مجموعه‌های چهارتایی Q (یک سهم هدف و سه سهم شریک) وجود دارد. برای یافتن سه سهم با بیشترین شباهت به سهم هدف، از بازده روزانه سهام استفاده شده است. همانند استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) برای هر سهم هدف ابتدا ۵۰ سهم دارای بالاترین هم‌بستگی پیرسون به عنوان سهام شریک بالقوه در نظر گرفته می‌شود. سپس از بین این ۵۰ سهم، سه سهم شریک انتخاب می‌شود. برای دستیابی به بهینه سهام مشابه، همانند استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) از دو رویکرد «متعارف» و «هندسی» استفاده می‌شود.

---

۱. فرایند پیاده‌سازی این دو استراتژی مشابه یکدیگر است، با این تفاوت که در گام برازش مدل در دوره اولیه، در استراتژی مبتنی بر کاپیولای تی‌استیودنت، میان چهار متغیر یک کاپیولای تی‌استیودنت برازش شده، و در استراتژی مبتنی بر کاپیولای واین، میان متغیرها کاپیولای واین برازش شده است.

2. Measure of Association

رویکرد متعارف

یکی از روش‌های رایج تشخیص ساختار وابستگی دومتغیره خطی میان دو سهم، ضریب هم‌بستگی اسپیرمن است. در این روش، ارتباط چندبعدی میان چهار سهم هر مجموعه Q به کمک هم‌بستگی اسپیرمن دو به دو سهام معین می‌شود. سه سهامی که مجموع هم‌بستگی اسپیرمن دو به دوی هر یک از آن‌ها با سهم هدف بیشینه شود، به عنوان سهام شریک انتخاب می‌شوند. در هر $\binom{50}{3}$ حالت، ابتدا هم‌بستگی اسپیرمن دو به دو این چهار سهم محاسبه می‌شود. مجموعه چهارتایی که از بالاترین مجموع ۶ هم‌بستگی اسپیرمن برخوردار است، انتخاب می‌شود.

رویکرد هندسی

در این رویکرد از معادلات خط در فضای چهاربعدی برای تعیین روابط هم‌بستگی میان چهار متغیر استفاده شده است. برای سادگی، این رویکرد برای حالت دو متغیره شرح داده می‌شود، سپس تعمیم آن به حالت چهارمتغیره بیان خواهد شد. دو متغیر تصادفی را در نظر بگیرید؛ ابتدا برای هر متغیر به‌طورمستقل همه مشاهدات به ترتیب از کوچک به بزرگ مرتب می‌شود، سپس مشاهدات نرمال شده تا همه مشاهدات در بازه [0, 1] قرار گیرند. حال می‌توان همه مشاهدات مربوط به این دو متغیر را در صفحه مربعی $[0.1] \times [0.1]$ نگاشت کرد (مشاهدات یک متغیر روی محور X و مشاهدات متغیر دیگر روی محور Y نگاشت می‌شود). اگر هم‌بستگی خطی کامل[1] میان رتبه‌های این دو متغیر تصادفی برقرار باشد، آنگاه مشاهدات این دو متغیر روی یک خط مورب با شیب ۴۵ درجه بین دو نقطه (0, 0) و (1, 1) خواهد بود. زمانی که هم‌بستگی خطی کامل میان متغیرها برقرار نباشد، دو متغیری که مجموع فواصل عمودی نقاط آن‌ها در صفحه مربعی $[0.1] \times [0.1]$ از خط Y=X بین نقاط (0, 0) و (1, 1) کمتر باشد، هم‌بستگی بیشتری با یکدیگر دارند. حالت چهارمتغیره مشابه دو متغیره است با این تفاوت که مشاهدات در فضای هندسی چهاربعدی $[0.1] \times [0.1] \times [0.1] \times [0.1]$ نگاشت می‌شوند و معادله قطر این فضای چهاربعدی که نشان‌دهنده هم‌بستگی خطی کامل است، یک خط به معادله Y=X=Z=T است که این خط نقاط (0, 0, 0, 0) و (1, 1, 1, 1) را به یکدیگر متصل می‌کند. با توجه به اینکه رویکرد هندسی عوامل غیرخطی را برای انتخاب سهام شریک در نظر می‌گیرد، انتظار می‌رود بازده استراتژی کاپیولا مبتنی بر انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی بازده بیشتری نسبت به رویکرد متعارف ایجاد کند (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸). پس از یافتن سهام شریک هر سهم هدف و تشکیل مجموعه‌های چهارتایی Q، نوبت به برازش مدل میان چهار سهم هر مجموعه Q است. در گام برازش مدل در استراتژی تی‌استیودنت، یک کاپیولای تی‌استیودنت و در استراتژی واین، یک کاپیولای واین میان بازده چهار سهم برازش می‌شود.

در دوره تشکیل (۱۲ ماهه)، ۲۰ مجموعه چهارتایی Q که بیشترین ویژگی بازگشت به میانگین را دارند، به کمک آزمون دیکی فولر تعمیم‌یافته انتخاب می‌شوند و به دوره معاملاتی منتقل می‌شوند (در دوره اولیه پس از تشکیل مجموعه‌های چهارتایی Q، برای هر مجموعه چهارتایی یک احتمال شرطی چهار متغیره $h(U_1|U_2, U_3, U_4)$ محاسبه

1. Perfect Linear Correlation

می‌شود؛ که نشان‌دهنده احتمال افزایش/کاهش قیمت سهم هدف نسبت به سه سهم شریک است). این احتمال شرطی، به کمک توابع کاپیولا محاسبه می‌شود، که U1 توزیع یکنواخت بازده سهم هدف و U2، U3 و U4 تابع توزیع یکنواخت سهام شریک است. به کمک گراف درختی می‌توان حالت‌های مختلف کاپیولای واین برای هر مجموعه چهارتایی را برازش نمود. سپس بر اساس معیار اطلاعات آکائیک می‌بایست بهترین ساختار کاپیولا انتخاب شود[۱]، و در نهایت احتمال شرطی $h\ (U_1|U_2, U_3, U_4)$ محاسبه می‌شود. برای مثال، احتمال شرطی کاپیولا در حالتی که U_2 در مرکز درخت قرار داشته باشد، برابر است با:

$$h_c(u_1|u_2.u_3.u_4) = \frac{\partial C(u_1|u_2.u_3.u_4)}{\partial u_2}$$ رابطه ۳)

در کاپیولای مبتنی بر سطح پس از اینکه برای هر مجموعه چهارتایی، یک احتمال شرطی محاسبه شد، می‌بایست به کمک تابع احتمال شرطی، شاخص خطای قیمت‌گذاری هر مجموعه برآورد شود. ابتدا برای هر روز دوره تشکیل (۱۲ ماهه)، خطای قیمت‌گذاری روزانه m_t مطابق رابطه ۴ محاسبه شود:

$$m_t = h_t - 0.5$$ رابطه ۴)

که h_t تابع توزیع شرطی است که در دوره اولیه محاسبه گردید. اگر $m_t > 0$ باشد، سهم هدف در روز t نسبت به سه سهم شریک، بیش ارزش‌گذاری شده است؛ اگر $m_t < 0$ باشد، سهم هدف در روز t در مقابل سه سهم شریک، کمتر از حد ارزش‌گذاری شده است. بنابراین m_t در بازه ۰/۵- و ۰/۵ قرار دارد. همچنین در هر روز دوره تشکیل می‌بایست خطای قیمت‌گذاری تجمیعی (M_t)، که به آن شاخص خطای قیمت‌گذاری نیز اطلاق می‌شود، مطابق رابطه ۵ محاسبه شود:

$$M_t = M_{t-1} + m_t\ .\ (M_0 = 0)$$ رابطه ۵)

خطای قیمت‌گذاری تجمیعی در اولین روز دوره تشکیل برابر صفر است و در دوره تشکیل به‌طورروزانه به‌روزرسانی می‌شود. مبنای استفاده از شاخص فوق، ویژگی بازگشت به میانگین آن است. به بیان ژی و همکاران (۲۰۱۶) شاخص خطای قیمت‌گذاری ویژگی بازگشت به میانگین دارد و خطاهای قیمت‌گذاری طی زمان تصحیح می‌شود. بنابراین هر چه ویژگی بازگشت به میانگین شاخص خطای قیمت‌گذاری یک سهم هدف، بیشتر باشد، احتمال تصحیح خطای قیمت‌گذاری آن سهم، بیشتر و ریسک آن معامله کمتر است. بنابراین سهام هدفی که بیشترین ویژگی بازگشت به میانگین را دارد، از اولویت بیشتری برای معامله برخوردار است. جهت آزمون ویژگی بازگشت به میانگین از آزمون دیکی‌فولر افزوده استفاده می‌شود. به کمک آزمون دیکی‌فولر افزوده سری زمانی شاخص‌های خطای قیمت‌گذاری تمامی‌سهام هدف مورد بررسی قرار می‌گیرد. ۲۰ سهم هدفی که آماره دیکی‌فولر افزوده آن‌ها کمتر از بقیه باشد، به دوره معاملاتی منتقل می‌شوند. سری زمانی شاخص خطای قیمت‌گذاری این ۲۰ سهم بیشترین ایستایی و بیشترین ویژگی بازگشت به میانگین را دارد. بنابراین شاخص خطای قیمت‌گذاری هر سهم هدفی که تمایل بیشتری برای بازگشت به

۱. از معیار اطلاعات آکائیک نیز برای انتخاب بهترین خانواده کاپیولا استفاده می‌شود.

میانگین خود داشته باشد، آماره دیکی‌فولر افزوده کمتری دارد و گزینه بهتری برای معاملات زوجی است. نهایتاً در دوره معاملاتی (۶ ماه) به کمک باندهای بولینگر موقعیت‌های معاملاتی اخذ می‌شود. ۲۰ سهم هدفی که شاخص خطای قیمت‌گذاری آن‌ها کمترین آماره دیکی‌فولر افزوده را داشت، به این دوره منتقل می‌شود. در این دوره به صورت روزانه شاخص خطای قیمت‌گذاری هر سهم منتخب شده در دوره تشکیل متناسب با بازده روزانه آن سهم مطابق رابطه ۳ به روز رسانی می‌شود. افزایش انحراف از وضعیت تعادل به معنای افزایش خطای قیمت‌گذاری سهم هدف نسبت به سهام شریک است. اگر خطای قیمت‌گذاری طی زمان تصحیح گردد، شاخص خطای قیمت‌گذاری می‌بایست به میانگین خود بازگردد.

برای اخذ موقعیت‌های معاملاتی از بولینگر[1] (۱۹۹۲) استفاده شده است. برای ساختن باندهای بولینگر، میانگین و انحراف معیار شاخص خطای قیمت‌گذاری ۲۰ روز گذشته محاسبه می‌شود. باند بالای بولینگر با افزودن k انحراف معیار به میانگین و باند پایین آن با کسر k انحراف معیار از میانگین محاسبه می‌شود. مقدار k برابر ۲ در نظر گرفته شده است[2]. زمانی که شاخص خطای قیمت‌گذاری با باند پایین بولینگر برخورد نماید، سیگنال قیمت‌گذاری کمتر از اندازه سهم هدف و اخذ موقعیت خرید تلقی می‌شود. زمانی که شاخص خطای قیمت‌گذاری با باند بالای بولینگر برخورد نماید، حاکی از قیمت‌گذاری بیش از اندازه سهم هدف و سیگنال اخذ موقعیت فروش است. زمانی که شاخص خطای قیمت‌گذاری میانگین ۲۰ روزه خود را قطع نماید، به معنای بازگشت به میانگین و زمان خروج از معامله است. اگر تا پایان دوره معاملاتی هیچ سیگنال خروجی صادر نشد، از تمام موقعیت‌های باز می‌بایست خارج شد. بازده استراتژی‌های مختلف، همانند گیتو و همکاران (۲۰۰۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) مطابق روابط ۶ و ۷ محاسبه می‌شود:

رابطه ۶)
$$r_{P.t} = \frac{\sum_{i\in P} w_{i.t} r_{i.t}}{\sum_{i\in P} w_{i.t}}$$

رابطه ۷)
$$w_{i.t} = w_{i.t-1}(1 + r_{i.t-1}) = (1 + r_{i.1}) \dots (1 + r_{i.t-1})$$

که $r_{p,t}$ بازده پرتفوی از اولین روز دوره معاملاتی تا روز t، $r_{i,t}$ بازده روزانه سهم i در روز t و $w_{i,t}$ وزن سهم i در پرتفوی در روز t است.

هر بار پیاده‌سازی استراتژی معاملات زوجی با رویکرد کاپیولا، در قالب یک دوره مطالعاتی مشتمل بر سه دوره اولیه، تشکیل و معاملاتی است و دو سال و شش ماه به طول می‌انجامد. از ابتدای سال ۱۳۹۳ اولین دوره مطالعاتی شروع خواهد شد و هر ماه یک دوره مطالعاتی جدید شروع می‌شود. بنابراین در مجموع ۳۰ دوره مطالعاتی ارزیابی خواهد شد.

1. Bollinger

۲. اولاندە و لی (۲۰۱۰) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) مقدار k را برابر ۱ در نظر گرفتند، اما مطابق آزمون قوت این پژوهش به ازای k برابر ۲، بیشترین بازده و نسبت شارپ ایجاد شده است.

اخذ موقعیت معاملاتی در مقابل سهام هدف

معاملات زوجی یک استراتژی با سرمایه‌گذاری صفر به حساب می‌آید. بدین مفهوم که وقتی ۱ ریال سهم هدف خریداری/فروخته می‌شود می‌بایست در مقابل، سهم دیگری به مبلغ ۱ ریال فروخته/خریداری شود. در چارچوب تک‌متغیره، با توجه به اینکه در هر جفت، دو سهم وجود دارد، پیاده‌سازی استراتژی با سرمایه‌گذاری صفر به راحتی امکان‌پذیر است. زمانی که تعداد سهام موجود در جفت سهام افزایش می‌یابد، پیچیدگی کار نیز افزایش می‌یابد. برای مثال، در یک مجموعه چهارتایی سهام، اگر سهم هدف خریداری شود، می‌توان در مقابل آن، سه سهام شریک را به گونه‌ای فروخت که مبلغ فروش این سه سهم برابر مبلغ خرید سهم هدف باشد. در استراتژی معاملات زوجی سه متغیره لائو و همکاران (۲۰۱۶)، موقعیت‌های معاملاتی روی سهم هدف و شریک اخذ می‌شد. زمانی که یک موقعیت معاملاتی روی سهم هدف اخذ می‌شد، موقعیت معکوس آن روی دو سهام شریک صورت می‌گرفت. در استراتژی معاملات زوجی چندمتغیره اولانده و لی (۲۰۱۰) زمانی که استراتژی معاملاتی برای اخذ یک موقعیت سیگنال ارائه کرد، در مقابل آن، یک صندوق قابل معامله در بورس که بیشترین شباهت را به آن سهم داشت، معامله می‌شد[۱]. طبق استراتژی معاملاتی چهارمتغیره استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) جهت اجتناب از هزینه بالای معاملات، زمانی که یک موقعیت معاملاتی روی سهم هدف اخذ شد، موقعیت معکوس آن روی شاخص صورت گرفت. در پژوهش حاضر، برای آنکه استراتژی معاملاتی هزینه صفر باشد، از دو روش معاملاتی لائو و همکاران (۲۰۱۶) یعنی معامله سهم هدف در مقابل سهام شریک و روش استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) یعنی معامله سهم هدف در مقابل شاخص بورس استفاده شده است. در نهایت روشی که منجر به کسب بازده بیشتر و نسبت شارپ بهتر شود، برگزیده می‌شود.

یافته‌های پژوهش

ابتدا بازده و نسبت شارپ معاملات زوجی مبتنی بر رویکرد فاصله‌ای با کاپیولای تی‌استیودنت و واین مقایسه می‌شود. برای دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، هشت حالت مختلف (بر اساس سه متغیر که هر یک دو حالت دارد) متصور است. اول، نحوه برازش مدل یا همان خانواده کاپیولا؛ تی‌استیودنت و واین. بنابراین در رویکرد کاپیولا، دو استراتژی تی‌استیودنت و واین وجود دارد، که برای هر یک از این استراتژی‌ها چهار حالت مختلف وجود دارد. دوم، رویکرد انتخاب سه سهام شریک برای سهم هدف است؛ رویکرد متعارف و هندسی. سوم، استراتژی معاملاتی (موقعیت مقابل سهم هدف) در دوره معاملاتی است؛ معامله سه سهم شریک یا شاخص بازار در مقابل سهم هدف. جدول ۱ بازده سالیانه و نسبت شارپ رویکرد فاصله‌ای و ۸ حالت دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین را نشان می‌دهد.

مطابق جدول ۱ در هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، در حالتی که سهام شریک به کمک رویکرد هندسی انتخاب گردد، بازده و نسبت شارپ بیشتری ایجاد می‌شود. از سوی دیگر، در هر دو استراتژی کاپیولای

۱. فرض کنید طبق استراتژی معاملاتی باید سهام جنرال موتورز خریداری شود. در این صورت، یک صندوق قابل معامله در صنعت خودرو که بیشترین شباهت رفتار قیمتی با این سهم را دارد، باید فروخته شود.

تی‌استیودنت و واین، در حالتی که شاخص بازار در مقابل سهم هدف معامله می‌شود، بازده و نسبت شارپ بالاتری ایجاد می‌کند. همچنین متوسط بازده سالیانه رویکرد فاصله‌ای ۲۰ درصد است، در حالی که شاخص بازار طی سه سال ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۷ به‌طورمتوسط سالیانه ۳۰ درصد رشد داشته است. بنابراین رویکرد فاصله‌ای بازده کمتری نسبت به شاخص ایجاد می‌کند.

جدول ۱. بازده و نسبت شارپ سالیانه در استراتژی مبتنی بر رویکرد فاصله‌ای و ۸ استراتژی مختلف مبتنی بر کاپیولای تی‌استیودنت و واین

		کاپیولای واین	کاپیولای تی‌استیودنت	رویکرد فاصله‌ای	شاخص بازار
بازده					
رویکرد متعارف	معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف	۰/۳۲	۰/۰۰	۰/۲۰	۰/۳۰
	معامله شاخص بازار در مقابل سهم هدف	۱/۷۸	۱/۴۷		
رویکرد هندسی	معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف	۰/۳۹	۰/۳۲		
	معامله شاخص بازار در مقابل سهم هدف	۱/۹۴	۱/۷۱		
نسبت شارپ					
رویکرد متعارف	معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف	۰/۰۶	−۰/۲۱	−۰/۰۴	۰/۱۳
	معامله شاخص بازار در مقابل سهم هدف	۰/۱۵	۰/۱۳		
رویکرد هندسی	معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف	۰/۰۷	۰/۰۵		
	معامله شاخص بازار در مقابل سهم هدف	۰/۷۹	۰/۷۰		

همچنین نسبت شارپ این استراتژی منفی است و از نسبت شارپ شاخص بازار نیز کمتر است. این استراتژی در قیاس با ۷ حالت مختلف دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، بازده و نسبت شارپ کمتری ایجاد می‌کند؛ و فقط در مقایسه با استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت با رویکرد متعارف و معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف، بازده بیشتری دارد. مانند راد و همکاران (۲۰۱۶) نتایج نشان می‌دهد رویکرد فاصله‌ای معمولاً بازده کمتری نسبت به رویکرد کاپیولا ایجاد می‌کند. همان طور که جدول ۱ نشان می‌دهد، استراتژی مبتنی بر کاپیولای تی‌استیودنت، حالت انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی و معامله شاخص در برابر سهم هدف بازده سالیانه ۱۷۱ درصدی ایجاد کرده که به مراتب از بازده شاخص و رویکرد فاصله‌ای بیشتر است. در حالی که استراتژی مبتنی بر کاپیولای واین، حالت انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی و معامله شاخص در برابر سهم هدف بازده سالیانه ۱۹۴ درصدی ایجاد کرده است. همان طور که انتظار می‌رفت، استراتژی کاپیولای واین بازده و نسبت شارپ به مراتب بیشتری نسبت به کاپیولای تی‌استیودنت ایجاد کرده است. دلیل عملکرد بهتر کاپیولای واین نسبت به تی‌استیودنت، انعطاف بیشتر کاپیولای واین است؛ بدین معنا که در کاپیولای واین می‌توان از خانواده‌های مختلف کاپیولا برای برازش مدل استفاده کرد. در کاپیولای واین به جای برازش یک کاپیولای بیضوی برای تعیین ساختار وابستگی میان سهم هدف و سهام شریک، از تعداد زیادی

ساختار وابستگی خطی و غیرخطی استفاده می‌شود. چروبینی، لوسیانو و وکیاتو[1] (۲۰۰۴) و فیشر، کوک، شلوتر و ویگرت[2] (۲۰۰۹) نشان دادند کاپیولاهای بیضوی به‌دلیل فرض بنیادین خود یعنی تقارن وابستگی دنباله‌ای به مراتب عملکرد ضعیف‌تری دارد. عملکرد بهتر کاپیولای واین نسبت به تی‌استیودنت موید یافته استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) است. طبق جدول ۱، در هر دو استراتژی تی‌استیودنت و واین، رویکرد انتخاب سهام شریک به روش هندسی، عملکرد بهتری نسبت به رویکرد متعادف دارد که این موضوع موید یافته‌های استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) است. دلیل این امر آن است که رویکرد هندسی هم‌بستگی غیرخطی میان چهار سهام یک مجموعه را بهتر از رویکرد متعارف مدل‌سازی می‌کند؛ این موضوع سبب می‌شود بازده و نسبت شارپ حاصل از رویکرد هندسی بیش از رویکرد متعارف باشد (استوبینگر و همکاران، ۲۰۱۸).

با توجه به اینکه کاپیولای تی‌استیودنت و واین در حالت انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی و در حالت معامله شاخص در مقابل سهم هدف، بیشترین بازده و نسبت شارپ را ایجاد کرده‌اند، بقیه محاسبات و مدل‌سازی‌ها بر اساس این دو حالت انجام خواهد شد، و به اختصار استراتژی‌های منتخب خوانده می‌شوند. جدول ۲ ویژگی‌های بازده ماهیانه شاخص کل و دو استراتژی منتخب تی‌استیودنت و واین را نشان می‌دهد.

جدول ۲. مشخصات بازده ماهیانه در دو استراتژی منتخب کاپیولای واین و تی‌استیودنت و شاخص بورس اوراق بهادار تهران

	کاپیولای واین	کاپیولای تی‌استیودنت	شاخص بازار
متوسط بازده	۰/۰۹	۰/۰۸	۰/۰۲
خطای استاندارد	۰/۰۴	۰/۰۴	۰/۰۱
آماره t	۲/۰۸	۱/۸۱	۲/۱۸
کمینه	−۰/۱۶	−۰/۰۹	−۰/۱۱
چارک اول	−۰/۰۲	−۰/۰۴	−۰/۰۱
میانه	۰/۰۲	۰/۰۲	۰/۰۱
چارک سوم	۰/۱۱	۰/۰۹	۰/۰۳
بیشینه	۱/۶۴	۱/۹۳	۰/۲۶
چولگی	۳/۱۱	۳/۳۷	۱/۴۶
کشیدگی	۵/۰۱	۶/۳۱	۲/۲۴
ارزش در معرض خطر (۵ درصد)	−۰/۰۹	−۰/۰۸	−۰/۰۵
بیشترین کاهش بازده	۰/۵۶	۰/۷۸	۰/۲۳

مطابق جدول ۲، آماره t بازده دو استراتژی منتخب تی‌استیودنت و واین به ترتیب ۱/۸۱ و ۲/۰۸ و از نظر آماری مثبت و معنادار است. آماره t بازده شاخص بازار از هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین بالاتر است. دلیل این موضوع آن است که خطای استاندارد (پراکندگی بازده ماهیانه) شاخص کل نسبت به استراتژی های منتخب کمتر است.

1. Cherubini, Luciano & Vecchiato
2. Fischer, Köck, Schlüter & Weigert

به عبارت دیگر، دو استراتژی منتخب کاپیولا از انحراف معیار بیشتری نسبت به شاخص کل برخوردارند. مطابق جدول ۲ ارزش در معرض خطر استراتژی کاپیولا در هر دو استراتژی بیشتر از شاخص است؛ علت آن است که دو استراتژی منتخب کاپیولای واین و تی‌استیودنت مطابق جدول ۱ بر اساس بازده و نسبت شارپ انتخاب شده‌اند. بنابراین معیار انتخاب، بیشترین بازده به ازای کمترین ریسک (انحراف معیار) بوده است. مطابق جدول ۲ متوسط بازده ماهیانه در هر دو استراتژی کاپیولای واین و تی‌استیودنت حدودا چهار برابر بازده ماهیانه شاخص است، درحالی که ریسک (ارزش در معرض خطر) دو استراتژی کاپیولای واین و تی‌استیودنت حدودا دو برابر ریسک (ارزش در معرض خطر) شاخص است. بنابراین هر دو استراتژی کاپیولای واین و تی‌استیودنت بازده تعدیل شده به ریسک بیشتری نسبت شاخص ایجاد می‌کنند. توزیع بازده ماهیانه هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، چولگی مثبت و کشیدگی بیش از ۳ دارد؛ و موید آن است که بازده استراتژی از توزیع گوسی پیروی نمی‌کند. چولگی مثبت این دو استراتژی بدین معناست که احتمال دستیابی به بازده‌های ماهیانه مثبت و بزرگ در این دو استراتژی بیش از شاخص بازار است. کشیدگی بیشتر از ۳ این دو استراتژی بدین معناست که توزیع بازده آنها دارای دنباله‌های پهن[1] است. همچنین کشیدگی استراتژی منتخب کاپیولای تی‌استیودنت بیشتر از کاپیولای واین است. به عبارت دیگر احتمال دستیابی به بازده‌های خیلی مثبت یا خیلی منفی در این استراتژی بیش از کاپیولای واین است. مطابق روش مینا و ژیا[2] (۲۰۰۱) ارزش در معرض خطر ۵ درصد در استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین به ترتیب منفی ۸ و منفی ۹ درصد است. در حالی که ارزش در معرض خطر شاخص کل منفی ۵ درصد است؛ لذا ریسک معاملات زوجی در رویکرد کاپیولا، از منظر معیار ارزش در معرض خطر، بالاتر از شاخص کل است. «بیشترین کاهش بازده ماهیانه» شاخص کل برابر ۲۳ درصد، استراتژی کاپیولای واین ۵۶ درصد و برای استراتژی منتخب کاپیولای تی‌استیودنت ۷۸ درصد بوده است. از منظر این معیار ریسک، دو استراتژی منتخب به مراتب ریسک بیشتری نسبت به شاخص کل دارند. همچنین کاپیولای تی‌استیودنت ریسک بالاتری از منظر معیار بیشترین کاهش بازده ماهیانه، نسبت به استراتژی منتخب کاپیولای واین دارد. مطالعات استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نیز موید آن است که استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت از منظر این شاخص، ریسک بالاتری نسبت به کاپیولای واین دارد.

ویژگی‌های دوره معاملاتی هر دو استراتژی در جدول ۳ ملاحظه می‌گردد. جدول ۳ نشان می‌دهد در هر دوره معاملاتی ۶ ماهه هر دو استراتژی، هر سهم هدف به‌طورمتوسط ۴/۱۰ مرتبه معامله شده است. با توجه به اینکه انحراف معیار تعداد معامله به ازای هر سهم هدف در دوره معاملاتی ۶ ماهه ۰/۲۷ است، لذا تعداد معامله هر سهم هدف از پراکندگی بالایی برخوردار نیست. همچنین به‌طورمتوسط بازه زمانی میان باز و بسته شدن هر موقعیت معاملاتی ۲۷ درصد ماه (حدود ۸ روز) بوده و انحراف معیار پایین این شاخص نیز حاکی از ثبات این متوسط بازه زمانی است.

1. Fat Tail
2. Mina & Xiao

جدول ۳. آماره‌های معاملاتی مربوط به دو استراتژی منتخب کاپیولای تی‌استیودنت و واین

	کاپیولای واین	کاپیولای تی‌استیودنت
متوسط تعداد معاملات سهام هدف در دوره معاملاتی	۲۰	۲۰
متوسط تعداد معامله (خرید/فروش) هر سهم هدف در دوره معاملاتی	۴/۱۰	۴/۰۹
انحراف معیار تعداد معامله (خرید/فروش) هر سهم هدف در دوره معاملاتی	۰/۲۷	۰/۲۶
متوسط زمان باز/بسته شدن موقعیت معاملاتی هر سهم هدف (ماه)	۰/۲۷	۰/۲۷
انحراف معیار زمان باز/بسته شدن موقعیت معاملاتی هر سهم هدف (ماه)	۰/۰۸	۰/۰۹

جدول ٤. ویژگی های بازده و ریسک سالیانه دو استراتژی منتخب کاپیولای واین و تی‌استیودنت

	کاپیولای واین	کاپیولای تی‌استیودنت	شاخص کل
متوسط بازده	۱/۹۴	۱/۷۱	۰/۳۱
متوسط بازده اضافی	۱/۶۹	۱/۴۷	۰/۰۷
انحراف معیار	۲/۱۴	۲/۰۹	۰/۴۶
نسبت شارپ	۰/۷۹	۰/۷۰	۰/۱۳

جدول ۴ به مقایسه بازده و نسبت شارپ شاخص کل با دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین می‌پردازد. همان طور که مشاهده می‌شود بازده و بازده اضافی استراتژی واین بیش از تی‌استیودنت و هر دو استراتژی عملکرد بهتری نسبت به شاخص کل داشته‌اند که این موضوع یافته‌های استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) را تأیید می‌نماید. انحراف معیار بازده هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین منتخب نسبت به انحراف معیار بازده شاخص کل به میزان قابل توجهی بیشتر است؛ که نشان‌دهنده ریسک بالای استراتژی معاملات زوجی نسبت شاخص کل است. این موضوع مغایر یافته‌های استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) بوده و می‌تواند دلایل متفاوتی داشته باشد. انحراف معیار بالای این استراتژی نشان‌دهنده پراکندگی زیاد بازده‌های ماهیانه است. با توجه به اینکه سودآوری استراتژی معاملات زوجی منوط به همگرایی قیمت سهام و از بین رفتن شکاف قیمتی است، بنابراین ماه‌هایی که بازده استراتژی پایین بوده است، شکاف قیمتی میان تعدادی زیادی از جفت سهام، از بین نرفته و یا حتی بیشتر شده است؛ و قیمت سهام به جای همگرایی، واگرایی داشته‌اند. این موضوع دو دلیل می‌تواند داشته باشد. اول، ممکن است ساختار وابستگی میان سهام تغییر کرده و قیمت سهام از روابط تعادلی گذشته خود پیروی نمی‌کند؛ که این موضوع یکی از ریسک‌های اصلی استراتژی معاملات زوجی به حساب می‌آید. دوم، برای از بین رفتن شکاف قیمتی، زمان بیشتری نیاز بوده است. اما با توجه به اتمام دوره ۶ ماهه معاملاتی موقعیت‌های معاملاتی بسته شده‌اند. سوال اینجا است که چرا در دوره ۶ ماهه قیمت سهام همگرا نشده است؟ یکی از دلایل این امر را می‌توان کم عمق بودن بورس اوراق بهادار تهران و سفته‌بازی سرمایه‌گذاران حقوقی دانست. زمانی که عمق بازار کم باشد، سفته‌بازان به راحتی می‌توانند قیمت سهام را تغییر دهند که این موضوع سبب

می‌شود روابط تعادلی و ساختار وابستگی سهام تغییر کند. جدول ۴ نشان می‌دهد استراتژی کاپیولای واین انحراف معیار نسبتاً بیشتری نسبت به تی‌استیودنت دارد که موید یافته‌های استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) است. البته با توجه به اینکه کاپیولای واین نسبت شارپ بهتری ایجاد می‌کند، در مجموع، عملکرد بهتری دارد. مقایسه نسبت شارپ دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین با نسبت شارپ شاخص کل، نشان‌دهنده عملکرد مطلوب استراتژی معاملات زوجی در رویکرد کاپیولا نسبت به شاخص کل است.

تحلیل مربوط به خانواده‌های کاپیولا

در این بخش به‌دنبال یافتن خانواده‌های کاپیولایی هستیم که بیشترین کاربرد را برای تعیین ساختار وابستگی در کاپیولای واین دارند. کاپیولای واین در ساختار ستاره‌ای برای تعیین ساختار وابستگی میان یک مجموعه چهارتایی سهام، ابتدا چهار متغیر تصادفی را در قالب سه درخت به چندین ساختار وابستگی دومتغیره تبدیل می‌نماید، سپس از خانواده‌های مختلف کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی دو متغیره استفاده کرده و در نهایت کاپیولایی که بهترین نحو ساختار وابستگی را مدل می‌کند، بر اساس معیار اطلاعات آکائیک یا آزمون کولموگروف اسمیرنوف انتخاب می‌شود. این موضوع یکی از مزایای اصلی کاپیولای واین نسبت به سایر کاپیولاها از جمله کاپیولای تی‌استیودنت به شمار می‌رود، که سبب می‌شود انعطاف‌پذیری کاپیولای واین برای تعیین ساختار وابستگی، به مراتب بیش از سایر کاپیولاها باشد. جدول ۵ فراوانی نسبی استفاده از هر یک خانواده‌های کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی دو متغیره در درخت‌های مختلف کاپیولای واین را در حالت انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی و معامله شاخص بازار در مقابل سهم هدف نشان می‌دهد.

همان‌گونه که در جدول ۵ ملاحظه می‌گردد کاپیولای تی‌استیودنت، گوسی، گامبل و فرانک به ترتیب پرکاربردترین کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی در درخت ۱ است. استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نیز نشان دادند، کاپیولاهای BB7، تی‌استیودنت، BB1، گامبل و گوسی به ترتیب بیشترین فراوانی نسبی را در مدل‌سازی درخت ۱ داشته‌اند. به عقیده آنها سه کاپیولای تی‌استیودنت، BB1 و BB7، که به بهترین نحو ساختار وابستگی دنباله‌ای دو طرفه (دنباله بالا[1] و دنباله پایین[2]) را مدل می‌کنند، در ۶۸ درصد مواقع در درخت ۱ استفاده شده‌اند. این موضوع نشان می‌دهد تعیین ساختار وابستگی دنباله‌ای، که نشان‌دهنده وابستگی در بازده‌های بسیار بالا و بازده‌های بسیار پایین است، در بورس اوراق بهادار تهران از اهمیت کمتری نسبت به سهام $S\&P_{500}$ (نمونه آماری استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸)) برخوردار است. دلیل این امر می‌تواند ناشی از وجود حد نوسان قیمت باشد. کاپیولای فرانک، گوسی، تی‌استیودنت و گامبل به ترتیب پرکاربردترین کاپیولا برای تعیین ساختار وابستگی درخت ۲ است. استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نیز کاپیولاهای فرانک، گوسی، تی‌استیودنت و گامبل را به عنوان کاپیولاهای با بیشترین استفاده در مدل‌سازی درخت ۲ اعلام نمودند.

1. Upper Tail
2. Lower Tail

جدول ۵. فراوانی نسبی استفاده از خانواده‌های مختلف کاپیولا در درخت‌های کاپیولا واین اول، دوم، سوم و مجموع سه درخت

نام خانواده کاپیولا	درخت اول	درخت دوم	درخت سوم	مجموع ۳ درخت
کاپیولای مستقل	۳	۶	۹	۵
کاپیولای گوسی	۱۱	۱۲	۱۱	۱۱
کاپیولای تی‌استیودنت	۱۸	۱۰	۶	۱۳
کاپیولای کلایتون	۳	۵	۶	۴
کاپیولای گامبل	۱۱	۸	۶	۹
کاپیولای فرانک	۹	۱۸	۲۲	۱۴
کاپیولای جوی	۴	۳	۳	۳
کاپیولای BB1	۱	۰	۰	۰
کاپیولای BB7	۴	۱	۱	۳
کاپیولای BB8	۵	۴	۳	۴
کاپیولای کلایتون چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۴	۴	۵	۴
کاپیولای گامبل چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۸	۸	۸	۸
کاپیولای جوی چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۳	۴	۴	۴
کاپیولای BB1 چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۱	۰	۰	۱
کاپیولای BB7 چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۶	۲	۱	۴
کاپیولای BB8 چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۰	۱	۱	۱
کاپیولای Tawn نوع ۱	۲	۳	۳	۳
کاپیولای Tawn نوع ۱ چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۳	۳	۴	۳
کاپیولای Tawn نوع ۲	۳	۳	۴	۳
کاپیولای Tawn نوع ۲ چرخش‌یافته (۱۸۰ درجه)	۳	۳	۳	۳

طبق یافته‌های این پژوهش و نیز استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) دو کاپیولای فرانک و گوسی که توان مدل‌سازی ساختار وابستگی دنباله‌ای را ندارند، در حالیکه بیشترین کاربرد را در مدل‌سازی درخت ۲ دارند، دلیل آن است که داده‌های درخت ۱ بازده سهام است، در حالی‌که داده‌های درخت ۲ به کمک مقادیر شرطی مستخرج از درخت ۱ محاسبه می‌شود. این موضوع سبب می‌شود ساختار وابستگی دنباله‌ای در درخت ۲ از اهمیت کمتری نسبت به درخت ۱ برخوردار باشد. بنابراین کاپیولای تی‌استیودنت که توان تعیین ساختار وابستگی دنباله‌ای دو طرفه را دارد و کاپیولای گامبل که امکان تعیین ساختار وابستگی یک طرفه را دارد، نسبت به دو کاپیولای فرانک و گوسی کاربری کمتری در درخت ۲ دارند. برای درخت ۳ نیز کاپیولای فرانک و گوسی که توانایی تعیین ساختار وابستگی دنباله‌ای را ندارند، به ترتیب در ۲۲ و ۱۱ درصد مواقع استفاده شده‌اند. در مطالعات استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نیز این دو کاپیولا در ۳۶ درصد مواقع در مدل‌سازی درخت ۳ استفاده شده‌اند، و کاپیولای فرانک بیشترین کاربرد را داشته است. همچنین در مطالعات آن‌ها کاپیولاهای

خانواده کلایتون، گامبل و Tawn (در مجموع ۷ کاپیولا) که کاپیولاهای نامتقارن محسوب می‌شوند و توانایی مدل‌سازی ساختار وابستگی دنباله‌ای یک طرفه را دارند، در ۳۳ درصد مواقع استفاده شده‌اند. در این پژوهش نیز این ۷ کاپیولا در ۲۶ درصد مواقع استفاده شده‌اند. این موضوع نشان می‌دهد در درخت ۳، ساختار وابستگی دنباله‌ای از اهمیت کمتری نسبت به درخت ۲ برخوردار است. در این پژوهش همانند استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) کاپیولاهای فرانک، تی‌استیودنت، گوسی و گامبل در مجموع ۳ درخت به ترتیب بیشترین کاربرد را دارند.

تحلیل شرایط بازار سهام بر عملکرد معاملات زوجی

در این بخش به بررسی عملکرد استراتژی در شرایط متفاوت بازار سهام (نزولی/غیرنزولی) پرداخته می‌شود. همانند راد و همکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) منظور از بازار نزولی، ماه‌هایی است که بازده شاخص کل کمتر از پنجک بازده‌های ماهیانه این شاخص در سه ساله ۱۳۹۵ تا ۱۳۹۷ باشد. بازار غیرنزولی نیز مربوط به ماه‌هایی است که شرای بازار نزولی برقرار نباشد. جدول ۶ بازده ماهیانه استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین را در شرایط مختلف بازار سهام نشان می‌دهد.

جدول ٦. مقایسه مشخصات بازده ماهیانه دو استراتژی منتخب کاپیولای واین و تی‌استیودنت در شرایط مختلف بازار سهام

	کاپیولای واین	کاپیولای تی‌استیودنت	شاخص بازار
دوره نزولی			
متوسط بازده	-۰/۰۷	-۰/۰۷	-۰/۰۵
آماره t	-۱/۴۳	-۳/۵۶	-۴/۶۰
کمینه	-۰/۱۶	-۰/۰۹	-۰/۱۱
بیشینه	-۰/۰۳	-۰/۰۴	-۰/۰۲
چولگی	-۰/۸۱	-۰/۱۳	-۰/۸۷
کشیدگی	-۰/۸۹	-۱/۹۶	-۰/۷۹
ارزش در معرض خطر (۵ درصد)	-۰/۱۴	-۰/۰۹	-۰/۰۸
بیشترین کاهش بازده	۱/۰۷	۰/۶۱	۰/۷۶
دوره غیرنزولی			
متوسط بازده	۰/۲۰	۰/۱۹	۰/۰۴
آماره t	۲/۴۸	۲/۱۱	۳/۳۶
کمینه	-۰/۰۳	-۰/۰۵	-۰/۰۲
بیشینه	۱/۶۴	۱/۹۳	۰/۲۶
چولگی	۳/۷۸	۳/۹۶	۱/۶۵
کشیدگی	۶/۶۳	۷/۴۱	۲/۱۱
ارزش در معرض خطر (۵ درصد)	-۰/۰۲	-۰/۰۴	-۰/۰۲
بیشترین کاهش بازده	۰/۸۶	۰/۹۸	۱/۰۴

همان طور که در جدول ۶ ملاحظه می‌گردد متوسط بازده ماهیانه دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین در شرایط نزولی بازار سهام (۷- درصد) نسبت به شرایط غیرنزولی (به ترتیب برابر ۲۰ و ۱۹ درصد) پایین‌تر است. این در حالی است که مطالعات راد و همکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نشان می‌دهد، استراتژی آن‌ها در شرایط نزولی بازار بازده بیشتری نسبت به دوران غیرنزولی بازار ایجاد می‌نماید. مطابق جدول ۶ متوسط بازده ماهیانه در دوران نزولی در کاپیولای واین و تی‌استیودنت ۲ درصد کمتر از بازده ماهیانه شاخص است. این در حالی است که در دوران غیرنزولی بازده ماهیانه استراتژی کاپیولای واین ۱۶ درصد و بازده ماهیانه استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت ۱۵ درصد بیشتر از بازده ماهیانه شاخص است. بنابراین در مجموع استراتژی کاپیولای واین و تی‌استیودنت عملکرد بهتری نسبت به شاخص دارد اما در دوران نزولی بازده این دو استراتژی نسبت به شاخص کاهش می‌یابد.

متغیرهای مختلف باند بولینگر و تعداد مختلف سهام منتخب در دوره تشکیل

در این بخش اثر تغییر سه متغیر اصلی استراتژی کاپیولای واین مبتنی بر رویکرد هندسی در حالت معامله شاخص کل، یعنی «تعداد جفت سهام منتخب در دوره تشکیل»، « بازه زمانی محاسبه میانگین متحرک در دوره معاملاتی» (با d نمایش داده می‌شود) و «میزان انحراف از میانگین متحرک برای تشکیل باند بالا و پایین بولینگر» (با k نمایش داده می‌شود) بررسی می‌گردد.

گیتو و همکاران (۲۰۰۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نشان دادند، انتخاب ۲۰ جفت سهام یا ۲۰ مجموعه چهارتایی سهام موجب افزایش بازده و نسبت شارپ استراتژی می‌شود. به منظور آزمون قوت نتایج، بازده و نسبت شارپ سه حالت مختلف ۱۰، ۲۰ و ۳۰ جفت سهام در دوره تشکیل مقایسه می‌شود. همچنین، اثر تغییر طول بازه زمانی محاسبه میانگین متحرک (d که پیش از این برابر ۲۰ روز در نظر گرفته شده بود)، و نیز فاصله باندهای بالا و پایین بولینگر از میانگین متحرک (k) که پیش از این برابر دو در نظر گرفته شده بود، بررسی می‌شود. بدین معنا که باند بالایی بولینگر دو برابر انحراف معیار بالای میانگین متحرک و باند پایین، دو برابر انحراف معیار پایین‌تر از میانگین متحرک قرار می‌گرفت. با کاهش k، باندهای بالا و پایین به باند میانی نزدیک می‌شود. در این صورت، استراتژی با کوچکترین شکاف قیمتی، سیگنال معاملاتی صادر می‌کند. در حالی که شکاف قیمتی پدیدار شده می‌تواند نویز ناشی از هیجانات بازار باشد و این موقعیت به اشتباه، یک واگرایی قیمتی و خروج از رابطه تعادلی بلندمدت میان سهام منظور شود. این موضوع سبب افزایش تعداد موقعیت‌های معاملاتی نیز می‌شود؛ که ذاتا موجب افزایش تعداد سیگنال‌های اشتباه می‌شود. همچنین k بزرگتر از ۲ سبب کاهش تعداد معاملات می‌شود. در این حالت، تعدادی از معاملاتی که می‌توانند به صورت بالقوه بازده مثبت ایجاد نماید، حذف می‌شود. لذا اثر تغییر موارد فوق بر بازده و نسبت شارپ استراتژی مبتنی بر کاپیولای واین در رویکرد هندسی در حالت معامله شاخص کل در مقابل سهم هدف بررسی می‌شود.

جدول ۷ بازده و نسبت شارپ را به ازای مقادیر مختلف این سه متغیر در استراتژی مبتنی بر کاپیولای واین در رویکرد هندسی در حالت معامله شاخص کل در مقابل سهم هدف نشان می‌دهد. متغیر d نیز همانند k یک مقدار بهینه دارد؛ که مطابق جدول ۷ برابر ۲۰ روز است. افزایش d سبب می‌شود نوسانات باند میانی بولینگر کاهش یابد و زمان

زیادتری نیاز است که باند میانی با باند بالا یا پایین برخورد نماید تا سیگنال معاملاتی ایجاد شود. این موضوع باعث می‌شود سیگنال معاملاتی دیرتر ارائه شده یا هرگز ارائه نشوند. در نتیجه حذف تعدادی از سیگنال‌های معاملاتی که می‌تواند سودآوری استراتژی را افزایش دهند، سبب کاهش بازده می‌شود. از سوی دیگر، افزایش d باعث نوسان باند میانی بولینگر می‌شود. بنابراین تعداد برخوردهای باند میانی با باندهای بالا و پایین افزایش یافته که سبب افزایش تعداد موقعیت‌های معاملاتی می‌شود. افزایش موقعیت‌های معاملاتی همانند آنچه برای اثر کاهش k بیان شد، باعث کاهش سودآوری استراتژی می‌شود. مطابق جدول ۷ زمانی که ۲۰ جفت سهام در دوره تشکیل انتخاب شوند، به ازای k برابر ۲ و d برابر ۲۰ روز، استراتژی بیشترین بازده را خواهد داشت که موید یافته گیتو و همکاران (۲۰۰۶)، راد وهمکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) است.

جدول ۷. بازده و نسبت شارپ در استراتژی منتخب کاپیولای واین به ازای مقادیر مختلف سه متغیر تعداد مجموعه‌های منتخب، طول بازه زمانی برای محاسبه میانگین متحرک و میزان انحراف از میانگین متحرک برای تشکیل باند بولینگر

تعداد مجموعه‌های منتخب	انحراف از میانگین متحرک در تشکیل باند بالا و پایین بولینگر (k)	بازه زمانی محاسبه میانگین متحرک در تشکیل باند میانی بولینگر (d)		
		۱۰	۲۰	۶۰
		بازده		
۱۰	۰/۵	۱/۵۱	۱/۶۵	۱/۴۳
	۱	۱/۷۲	۱/۷۴	۱/۸۲
	۲	۱/۷۳	۱/۷۷	۱/۷۰
۲۰	۰/۵	۱/۶۷	۱/۷۹	۱/۵۴
	۱	۱/۶۳	۱/۸۸	۱/۷۱
	۲	۱/۶۴	۱/۹۴	۱/۷۶
۳۰	۰/۵	۱/۵۲	۱/۳۴	۱/۴۹
	۱	۱/۴۷	۱/۴۹	۱/۳۷
	۲	۱/۶۶	۱/۶۸	۱/۵۶
		نسبت شارپ		
۱۰	۰/۵	۰/۱۲	۰/۴۷	۰/۰۸
	۱	۰/۴۷	۰/۵۹	۰/۶۳
	۲	۰/۵۵	۰/۶۷	۰/۵۱
۲۰	۰/۵	۰/۳۶	۰/۶۷	۰/۳۲
	۱	۰/۳۲	۰/۷۱	۰/۵۱
	۲	۰/۲۴	۰/۷۹	۰/۵۹
۳۰	۰/۵	۰/۱۶	۰/۲۰	۰/۱۶
	۱	۰/۰۸	۰/۳۶	۰/۰۴
	۲	۰/۲۴	۰/۵۱	۰/۲۰

نتیجه‌گیری و پیشنهاد

یافته‌های این پژوهش نشان می‌دهد در هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، انتخاب سهام شریک به کمک

رویکرد هندسی، بازده و نسبت شارپ بیشتری نسبت به رویکرد متعارف ایجاد می‌کند. علت این موضوع در نظر گرفتن روابط غیرخطی میان سهام در رویکرد هندسی است. از سوی دیگر، در هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، معامله شاخص کل در مقابل سهم هدف، بازده و نسبت شارپ بالاتری نسبت به حالت معامله سهام شریک در مقابل سهم هدف ایجاد می‌نماید. بنابراین دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین در حالت انتخاب سهام شریک به کمک رویکرد هندسی و معامله شاخص کل در مقابل سهم هدف به عنوان دو استراتژی منتخب در نظر گرفته می‌شوند. نتایج حاصل از این تحقیق، در تأیید یافته راد و همکاران (۲۰۱۶) نشان داد رویکرد کاپیولا می‌تواند بازده به مراتب بیشتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای ایجاد نماید. رویکرد کاپیولا در هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، بازده و نسبت شارپ بالاتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای ایجاد می‌کند. علت این موضوع در قابلیت بالای کاپیولا در تعیین ساختار وابستگی میان سهام است. برای پیاده‌سازی رویکرد کاپیولا در معاملات زوجی نیازی به در نظر گرفتن مفروضات غیر واقعی نظیر پیروی بازده سهام از تابع توزیع گوسی نیست. در حالی‌که رویکرد فاصله‌ای روابط خطی میان سهام را مدل‌سازی می‌کند؛ و فرض بنیادین رویکرد فاصله‌ای آن است که بازده سهام توزیع گوسی دارد. مطالعات متعددی فرض پیروی بازده سهام از تابع توزیع گوسی را رد کرده‌اند. اما رویکرد کاپیولا با توجه به اینکه نیازی به در نظر گرفتن مفروضات غیرواقعی ندارد، به نحو بهتری ساختار وابستگی و روابط بلندمدت میان سهام را مدل‌سازی می‌کند. این موضوع سبب می‌شود، استراتژی‌های مبتنی بر رویکرد کاپیولا عملکرد بهتری نسبت به رویکرد فاصله‌ای داشته باشد. یافته‌های پژوهش همانند استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) نشان می‌دهد، متوسط بازده سالیانه دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین منتخب از متوسط بازده سالیانه شاخص، بالاتر است. در قیاس عملکرد دو استراتژی منتخب کاپیولای تی‌استیودنت و واین، همانند استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) بازده و نسبت شارپ استراتژی کاپیولای واین بیش از کاپیولای تی‌استیودنت است. علت این موضوع انعطاف‌پذیری بالای کاپیولای واین نسبت به کاپیولای تی‌استیودنت در مدل‌سازی ساختار وابستگی میان سهام است. زیرا کاپیولای واین برای مدل‌سازی ساختار وابستگی از خانواده‌های مختف کاپیولا استفاده می‌کند، سپس بهترین کاپیولا بر اساس معیار اطلاعات آکائیک انتخاب می‌شود. اما کاپیولای تی‌استیودنت فقط از کاپیولای تی‌استیودنت استفاده می‌کند. بازده هر دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین، متاثر از بازده بازار است و بر خلاف یافته‌های راد و همکاران (۲۰۱۶) و استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸)، در شرایط غیرنزولی بازار عملکرد به مراتب بالاتری نسبت به بازده شاخص کل دارد. بیشترین بازده و نسبت شارپ استراتژی کاپیولای واین منتخب زمانی حاصل می‌شود که تعداد مجموعه‌های منتخب در دوره تشکیل ۲۰ مجموعه، بازه زمانی محاسبه میانگین متحرک در تشکیل باند میانی بولینگر در دوره معاملاتی ۲۰ روز و انحراف از میانگین متحرک در تشکیل باند بالا و پایین بولینگر معادل ۲ برابر انحراف معیار در نظر گرفته شود. این موضوع مطابق یافته‌های استوبینگر و همکاران (۲۰۱۸) است. نتایج حاصله در تأیید یافته جلیلیان و عسگری‌پور (۱۳۹۴) نشان داد بازده رویکرد فاصله‌ای، مثبت است؛ اما بازده این رویکرد کمتر از شاخص کل و دو استراتژی کاپیولای تی‌استیودنت و واین می‌باشد. بر خلاف پاکیزه و حبیبی (۱۳۹۶) رویکرد فاصله‌ای کمترین بازده را نسبت به دو استراتژی مبتنی بر کاپیولا ایجاد می‌کند.

منابع

پاکیزه، کامران و حبیبی، ثمر (۱۳۹۶). مقایسه سودآوری استراتژی معاملات جفتی بین طبقات مختلف دارایی. *مجله مدیریت دارایی و تأمین مالی*، ۵(۴)، ۶۹-۸۸.

جلیلیان، جمال و عسگری‌پور، محسن (۱۳۹۴). طراحی و اجرای نرم‌افزار استراتژی معاملات زوجی برای استفاده در بازار سرمایه. *مجله راهبرد مدیریت*، ۳(۴)، ۱۰۷-۱۲۳.

عزیززاده، فاطمه و عبادی، نسرین (۱۳۹۶). انتخاب استراتژی معاملات زوجی بهینه تحت تغییرات آماری فرایند اسپرد، فصلنامه مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۸(۳۳)، ۲۲۹- ۲۴۶.

عسگری‌پور، محسن و ابو، زهرا (۱۳۹۱). بررسی اثربخشی استراتژی معاملات زوجی بر روی قراردادهای آتی سکه با ترکیب رویکردهای تصادفی و هم‌انباشتگی، *سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها*، ۱۱ و ۱۲ بهمن ماه، دانشگاه سمنان.

فلاح‌پور، سعید و حکیمیان، حسن (۱۳۹۶). بررسی عملکرد سیستم معاملات زوجی در بورس اوراق بهادار تهران: رویکرد هم انباشتگی و بررسی نسبت سورتینو. *مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار*، ۸(۳۰)، ۱-۱۷.

References

Asgaripor, M. & Abou, Z. (2012). Evaluation of the effectiveness of pairs trading strategy on gold coin future contracts by combining random and cointegration approaches. *3rd Conference on Financial Mathematics and Applications*. Semnan University. (*in Persian*)

Avellaneda, M. & Lee, J.-H. (2010). Statistical arbitrage in the US equities market. *Quantitative Finance*, 10(7), 761–782.

Azizzadeh, F. & Ebadi, N. (2017). Optimal Pairs Trading strategy under Statistical Variability of the Spread Process. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(33), 229-246. (*in Persian*)

Bajalan, S., Eyvazlu, R. & Akbari, G. (2018). Pair Trading in Tehran Stock Exchange based on Smooth Transition GARCH Model. *Iranian Journal of Finance*, 2(2), 7-28.

Baronyan, S. R., Boduroğlu, I. I. & Şener, E. (2010). Investigation of stochastic pairs trading strategies under different volatility regimes. *The Manchester School*, 78, 114-134.

Bianchi, R., Drew, M. & Zhu, R. (2009). Pairs trading profits in commodity futures markets. *In Proceedings of Asian Finance Association 2009 International Conference*, pp. 1–26. University of Queensland.

Bock, M. & Mestel, R. (2009). A regime-switching relative value arbitrage rule. *In Operations Research Proceedings 2008*, pp. 9–14. Springer, Berlin, Heidelberg.

Bollinger, J. (1992). Using bollinger bands. *Stocks & Commodities*, 10(2), 47-51.

Chen, H., Chen, S., Chen, Z. & Li, F. (2012). Empirical investigation of an equity pairs trading strategy. *Management Science*, 65(1), 370-389.

Cherubini, U., Luciano, E. & Vecchiato, W. (2004). *Copula methods in finance*. John Wiley & Sons.

Do, B. & Faff, R. (2010). Does simple pairs trading still work? *Financial Analysts Journal*, 66(4), 83–95.

Do, B. & Faff, R. (2012). Are pairs trading profits robust to trading costs? *Journal of Financial Research*, 35(2), 261–287.

Engelberg, J., Gao, P. & Jagannathan, R. (2009). An anatomy of pairs trading: the role of idiosyncratic news, common information and liquidity. *The 3rd Singapore International Conference on Finance.*

Engle, R. F. & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: representation, estimation, and testing. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 251-276.

Fallahpour, S. & Hakimian, H. (2017). Evaluating the Performance of a Pairs Trading System in Tehran Stock Exchange: The Cointegration Approach and Sortino Ratio Analysis. *Financial Engineering and Portfolio Management*, 8(30), 1-17. (*in Persian*)

Ferreira, L. (2008). New tools for spread trading. *Futures: News, Analysis & Strategies for Futures, Options & Derivatives Traders*, 37(12), 38–41.

Fischer, M., Köck, C., Schlüter, S. & Weigert, F. (2009). An empirical analysis of multivariate copula models. *Quantitative Finance*, 9(7), 839-854.

Gatev, E., Goetzmann, W.N. & Rouwenhorst, K.G. (2006). Pairs trading: performance of a relative-value arbitrage rule. *Review of Financial Studies*, 19(3), 797–827.

Goldkamp, J. & Dehghani Mohammadabadi, M. (2019). Evolutionary multi-objective optimization for multivariate pairs trading. *Expert Systems with Applications*, 135, 113-128.

Gupta, K. & Chatterjee, N. (2020). Selecting stock pairs for pairs trading while incorporating lead–lag relationship. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 551, 124103.

Huck, N. (2009). Pairs selection and outranking: an application to the S&P 100 index. *European Journal of Operational Research*, 196(2), 819–825.

Huck, N. (2010). Pairs trading and outranking: the multi-step-ahead forecasting case. *European Journal of Operational Research*, 207(3), 1702–1716.

Huck, N. and Afawubo, K. (2015). Pairs trading and selection methods: is cointegration superior? *Applied Economics*, 47(6), 599–613.

Jacobs, H. & Weber, M. (2013). Losing sight of the trees for the forest? Attention shifts and pairs trading. *Working paper, University of Mannheim.*

Jacobs, H. & Weber, M. (2015). On the determinants of pairs trading profitability. *Journal of Financial Markets*, 23, 75–97.

Jalilian, J. & Asgaripor, M. (2016). Designing and Implementation of Pair Trading Strategy Software in Iran Stock Market. *Journal of Financial Management Strategy*, 3(4), 107-123. (*in Persian*)

Keshavarz Haddad, G. & Talebi, H. (2021). The profitability of pair trading strategy in stock markets: Evidence from Toronto stock exchange. *International Journal of Finance & Economics.*

Kim, T. H. & White, H. (2004). On more robust estimation of skewness and kurtosis. *Finance Research Letters*, 1(1), 56-73.

Knoll, J., Stübinger, J. & Grottke, M. (2019). Exploiting social media with higher-order factorization machines: Statistical arbitrage on high-frequency data of the S&P 500. *Quantitative Finance*, 19(4), 571-585.

Krauss, C. (2017). Statistical arbitrage pairs trading strategies: Review and outlook. *Journal of Economic Surveys*, 31(2), 513-545.

Krauss, C. & Stübinger, J. (2017). Non-linear dependence modelling with bivariate copulas: Statistical arbitrage pairs trading on the S&P 100. *Applied Economics*, 49(52), 5352-5369.

Liew, R.Q. & Wu, Y. (2013). Pairs trading: a copula approach. *Journal of Derivatives & Hedge Funds*, 19(1), 12–30.

Lin, Y.-X., McCrae, M. & Gulati, C. (2006). Loss protection in pairs trading through minimum profit bounds: a cointegration approach. *Journal of Applied Mathematics and Decision Sciences*, 2006, 1–14.

Mina, J. & Xiao, J. Y. (2001). Return to RiskMetrics: the evolution of a standard. *RiskMetrics Group*, 1, 1-11.

Pakizeh, K. & Habibi, S. (2017). Comparing Profitability of the Pair Trading Strategy in Different Asset Classes. *Asset Management and Financing*, 4(19), 69-88. (*in Persian*)

Papadakis, G. & Wysocki, P. (2007). Pairs trading and accounting information. *Working paper, Boston University and MIT*.

Perlin, M. (2007). M of a kind: A Multivariate Approach at Pairs Trading. *Available at SSRN 952782*.

Rad, H., Low, R. K. Y. & Faff, R. (2016). The profitability of pairs trading strategies: distance, cointegration and copula methods. *Quantitative Finance*, 16(10), 1541-1558.

Stübinger, J., Mangold, B. & Krauss, C. (2018). Statistical arbitrage with vine copulas. *Quantitative Finance*, 18(11), 1831-1849.

Trivedi, P. K. & Zimmer, D. M. (2007). *Copula modeling: an introduction for practitioners*. Now Publishers Inc.

Vidyamurthy, G. (2004). *Pairs Trading: quantitative methods and analysis* (Vol. 217). John Wiley & Sons.

Xie, W. & Wu, Y. (2013). Copula-based pairs trading strategy. *In Asian Finance Association (AsFA) 2013 Conference.*

Xie, W., Liew, R. Q., Wu, Y. & Zou, X. (2016). Pairs trading with copulas. *The Journal of Trading*, 11(3), 41-52.