

## تولید هیدروگراف واحد مصنوعی بر پایه ویژگی‌های فراکتالی حوضه رودخانه‌ای (مطالعه موردی: حوضه کلان ملایر همدان)

علیرضا ایلدرمی\* - دانشیار گروه مهندسی طبیعت، دانشکده منابع طبیعی و محیط زیست، دانشگاه ملایر.  
پریسا شاهسوند - دانش آموخته کارشناسی ارشد آب‌خیزداری، دانشکده منابع طبیعی و محیط زیست، دانشگاه ملایر.

پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۴/۱۹      تأیید نهایی: ۱۴۰۰/۱۰/۱۲

### چکیده

یکی از روش‌های کمی و تجربی که در دهه‌های اخیر در بررسی روابط اشکال مربوط به شبکه زهکشی و هیدروگراف مورد استفاده محققین، قرار گرفته، استفاده از بعد فراکتال است. هدف این بررسی یافتن روابطی برای زمان تمرکز بر اساس بعد فراکتال با تولید هیدروگراف واحد مثلثی فراکتالی در زیرحوضه‌های رودخانه کلان ملایر استان همدان است. بر این اساس، تمام زیر حوضه‌ها و آبراهه‌های حوضه با استفاده از نرم‌افزار ARC GIS تفکیک و با الگوریتم شمارش جعبه‌ای آنالیز و پردازش تصویر شدند. سپس با برازش منحنی بعد فراکتال حوضه با زمان تمرکز محاسباتی به روش کریپچ، زمان تمرکز جدید با توجه به بعد فراکتال به دست آمد. در نهایت با استفاده از زمان تمرکز جدید هیدروگراف واحد مثلثی فراکتالی تولید و مقایسه شدند. بررسی و مقایسه هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی در زیرحوضه‌های ۸ گانه حوضه سد کلان نشان می‌دهد که به جز زیر-حوضه‌هایی که رده آبراهه پایینی دارند، مانند زیرحوضه (B) و (E) به ترتیب با مقدار  $RMSE = 0/98$  و  $0/96$  و درصد خطای دبی پیک  $33/83$  و  $17/48$  هیدروگراف‌ها انطباق خوبی با هم دارند. به صورتی که در برخی زیرحوضه‌ها نمودارهای بعد فراکتال و هیدروگراف NRCS کاملاً منطبق بوده و بین بعد فراکتال و هیدروگراف NRCS و مشاهداتی تطابق قابل قبولی وجود دارد. نتایج نشان می‌دهد که هر چه اختلاف ارتفاع حوضه بیشتر باشد، تطابق هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد مثلثی کمتر است. بررسی‌ها نشان می‌دهد که هیدروگراف‌های فراکتال در تمام زیرحوضه‌ها زمان تمرکز را نسبت به شبکه هیدروگرافی اصلاح نموده است. پیشنهاد می‌شود که هیدروگراف واحد فراکتالی با سایر پارامترهای هیدروژئومورفولوژیکی مانند ضریب شکل حوضه، انجام و با هیدروگراف HEC-HMS بررسی شود.

واژگان کلیدی: فراکتال، ژئومورفولوژی، هیدروگراف واحد مثلثی، زمان تمرکز، کلان.

## مقدمه

عدم امکان اندازه‌گیری اجزای طبیعت به دلیل فراوانی متغیرهای موجود باعث شکل‌گیری و تحول بزرگ در شیوه درک و تبیین پدیده‌ها توسط هندسه فراکتال شده است. در این روش بسیاری از پدیده‌های طبیعی در عین بی‌نظمی دارای نظم هستند و می‌توان هر جزء از طبیعت را به صورت یک عدد کمی هندسه فراکتال در آورد (مندلبورت<sup>۱</sup>، ۱۹۶۷: ۶۳۶). این شیوه در طول دو دهه اخیر توسط محققان با مطالعه روابط بین پدیده‌ها، منجر به دستیابی به شاخص‌هایی شده که می‌توان با بکارگیری آن‌ها خصوصیات بیش‌تری از شبکه زهکشی و ژئومورفولوژیکی حوضه آبخیز را ارزیابی نمود. ساختار واکنش-های هیدروولوژیکی عموماً در ارتباط با پارامترهای ژئومورفولوژیکی حوضه‌های آبخیز می‌باشند. به طوری که می‌توان هیدروگراف واحد لحظه‌ای را بر اساس خصوصیات ژئومورفولوژیکی از جمله نسبت انشعاب، طول آبراهه، سطح حوضه، متغیر-های محلی و پارامترهای دینامیکی تهیه و ارزیابی نمود (والدز و همکاران<sup>۲</sup>، ۱۹۷۹: ۱۶۲۱). در ژئومورفولوژی شبکه رودخانه‌ای بررسی کامل هندسه فراکتال برای مدل‌سازی شبکه رودخانه‌ای بر اساس قوانین هورتون و با استفاده از نسبت انشعاب و طول رودخانه و قوانین طول و مساحت حوضه فراکتال خود متشابه در الگوی رودخانه انجام می‌پذیرد (گلوآگن و همکاران<sup>۳</sup>، ۲۰۰۷: ۱۳۱). برخی از پارامترهای هیدروژئولوژیکی و مورفومتری حوضه‌های آبخیز که دارای شکل هندسی خاصی می‌باشند، با هندسه فراکتالی با دقت بیشتری قابل بررسی است و می‌توان با محاسبه بعد فراکتال هریک از خصوصیات حوضه رودخانه‌ای و بررسی آن‌ها با روش‌های پیشرفته آماری (تجزیه عاملی، خوشه بندی، رگرسیون‌های چندگانه و ...) پارامترهای جدیدی برای حوضه‌های آبخیز تهیه نمود که قادر به تبیین خصوصیات بیشتری از حوضه‌های آبخیز از لحاظ سیل‌خیزی، فرسایش پذیری، برآورد رواناب و رسوب باشد (ایلدرمی و همکاران، ۱۳۹۷: ۷۰). یک فراکتال به عنوان فرمی هندسی دارای اشکال نامنظم است، اما در بطن این تصاویر بی‌قاعده و نامنظم، نظم پنهان وجود دارد، که این بی‌نظمی در تمامی مقیاس‌های کوچک و بزرگ در ساختار فراکتال‌ها به عنوان یکی از مهمترین خصوصیات آن‌ها دیده می‌شود (محمدی و همکاران، ۱۳۹۸: ۶۵). بررسی و تحلیل دوره‌ی‌های خشک و مرطوب در یک منطقه با توجه به وجود ویژگی‌های خود تشابهی در متغیرهای اقلیمی همچون بارش امکان استفاده از روش‌های نوین از جمله بعد فراکتالی را فراهم می‌نماید. این امر خود منجر به پیش‌بینی خصوصیات و رفتارسنجی بارش در منطقه خواهد شد که امکان تحلیل و مدیریت آن را فراهم خواهد نمود (مصطفی زاده و همکاران، ۱۳۹۶: ۴۳). هندسه فراکتالی به توصیف اشیایی می‌پردازد که خود متشابه یا متقارن هستند، این بدان معنا است که وقتی این اشیاء بزرگنمایی شوند، به نظر می‌رسد که بین اجزای آن‌ها تشابه دقیقی برقرار است و این شباهت جزء به جزء تا بی‌نهایت ادامه می‌یابد (باس<sup>۴</sup>، ۲۰۰۲: ۳۰۹). بدین منظور و برای تبیین این پیچیدگی‌ها امروزه استفاده از هندسه فراکتال و بعد فراکتالی اشکال و اجسام در شناخت غیر یکنواختی موجود در محیط‌های طبیعی رایج شده است (کوتلو، ۲۰۰۸). در این رابطه روش شمارش جعبه‌ای معروف‌ترین روش محاسبه بعد فراکتال است که می‌توان برای محاسبه بعد فراکتالی تمامی عناصر، ابعاد و اشکال مختلف استفاده کرد. چراکه سرعت محاسبه آن بیش از سایر روش‌ها است و الگوریتم آن از قابلیت استخراج نتایجی با اطمینان بالا برخوردار است (مندلبورت، ۱۹۸۳: ۶۳۶؛ بن زیون<sup>۵</sup>، ۲۰۰۳: ۶۷۷؛ گلوآگن و همکاران، ۲۰۰۷: ۱۳۱؛ بارتولوو و همکاران، ۲۰۰۶: ۲۰۰۶؛ ایبازن و همکاران<sup>۶</sup>، ۲۰۱۴). در بررسی دو جانبه بر روی خواص فراکتال شبکه‌ی رودخانه و سری‌زمانی جریان در رودخانه نشان داده شد که هر دوی این پدیده‌ها، از خط‌مشی یکسانی در رابطه با خواص فراکتالشان پیروی می‌کنند، به طوری که بعد فراکتال

1. Mandelbort

2. Valderz et al

3. Gloaguen et al

4. Bass

5. BenZion

6. Ebanez et al

برای هر دو پدیده به سمت مقادیر ثابت متمایل می‌گردند. فتاحی و همکاران (۱۳۹۳) و می‌توان از نظریه فراکتال در ژئومورفولوژی جهت بررسی تغییرات انشعابات رودخانه‌ها و نیز حوضه آن‌ها در گذر زمان بهره جست و به پیش‌بینی مسائل مربوط هندسه رودخانه و همچنین فرآیندهای فیزیکی درون رودخانه پرداخت. علمی زاده و همکاران (۱۳۹۳). چراکه روابط معنی‌داری بین متغیرهای مورفولوژیکی و بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی در زیرحوضه‌های مورد مطالعه وجود دارد (کرم و همکاران، ۱۳۹۴: ۱۵۳).

در دهه اخیر استفاده از تجزیه و تحلیل فراکتال برای توصیف کمی ژئومورفولوژیکی و هیدرولوژیکی حوضه‌های آبخیز افزایش یافته و هدف اصلی اکثر این بررسی‌ها یافتن رابطه‌ای ریاضی بین خصوصیات ژئومورفولوژیکی حوضه و هیدروگراف واحد مصنوعی فراکتال است که از آن جمله می‌توان به تحقیقات زیر اشاره نمود: خسروی و همکاران (۱۳۹۵) در بررسی رفتار فراکتالی و ارتباط آن با خصوصیات هیدرومورفومتری حوضه‌های آبریز دامنه شمالی بینالود، بیان داشتند که بعد فراکتال انشعاب رودخانه‌ای و شکل حوضه، بیشترین ضریب همبستگی را با هم دارند. فتاحی و همکاران (۱۳۹۶) در بررسی ارتباط بین ضریب فشردگی حوضه آبریز با ویژگی‌های فراکتال آن بیان داشتند که هر چه ضریب فشردگی به  $1/5$  نزدیک‌تر باشد هیدروگراف‌ها تطابق بیشتری دارند و روش ابداعی هیدروگراف فراکتالی از دقت خوبی برخوردار است. فتاحی و همکاران (۱۳۹۶) در تولید آبنگار واحد مصنوعی بر پایه ویژگی‌های فراکتال حوضه آبخیز نشان دادند که آبنگارهای واحد مثلی تولید شده تطابق نسبتاً خوبی با آبنگار واحد مثلی NRCS داشتند. کامیاب و همکاران (۱۳۹۷) در انطباق سنجی خواص ژئومورفولوژیک حوضه آبریز و ویژگی‌های چند فراکتالی شکل آبراهه نشان دادند که روابط معنی‌داری بین شاخص‌های ژئومورفولوژیک و تحلیل‌های چندفراکتالی وجود دارد و می‌توان جهت سایر حوضه‌های آبریز این نتیجه را به خوبی بسط و تعمیم داد.

باباعلی و همکاران (۱۳۹۷) در برآورد سیلاب طرح حوضه آبخیز رودخانه خرم‌آباد با به‌کارگیری تئوری فراکتال و مدل بارش-رواناب HEC-HMS نشان دادند که مدل فراکتال و مدل هیدرولوژیکی HEC-HMS در این حوضه تطابق خوب و کارایی بالایی دارد. محمدی خشویی و همکاران (۱۳۹۸) در بررسی رابطه بین بعد فراکتال و ویژگی‌های مورفومتریک شبکه‌ی زهکشی حوضه‌ی آبخیز دشت یزد-اردکان نشان دادند که روابط معنی‌داری بین ابعاد فراکتال شبکه زهکشی و شاخص‌های مورفومتریک وجود دارد و بالاترین ضریب همبستگی متعلق به روابط رگرسیونی بین تراکم شبکه زهکشی و بعد فراکتال است. نظری صارم و همکاران (۱۳۹۹) در برآورد بعد فراکتالی ژئومورفولوژی کرانه‌های شمال خلیج فارس با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای نشان دادند که از دید ژئومورفولوژی فراکتال، خورهای دریایی شمال خلیج فارس (بویره خور موسی) وارد مرحله لبه آشوبناکی شدند. کومار (۲۰۱۴) در بررسی مدل‌های مختلف هیدروگراف واحد لحظه‌ای ژئومورفولوژی در حوضه رودخانه رامگانا در هند با استفاده از مدل اول شامل تابعی از شدت باران مؤثر و مدل دوم بر اساس مفهوم زمان تمرکز نشان داد که داده‌های محاسباتی دبی اوج و زمان اوج هیدروگراف توسط مدل دوم با داده‌های مشاهداتی همبستگی بهتری دارد. دونادیو و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۱۴) سه رودخانه را از دید فراکتالی الگوی هیدروگرافی مقایسه کردند و به این نتیجه رسیدند که رابطه زمین‌ساخت و فرسایش با عدد بعد فراکتال بسیار زیاد است. هوی و همکاران (۲۰۱۷) در بررسی ارتباط بین بعد فراکتال شبکه زهکشی و مراحل تکاملی فرسایش حوضه زرد چین نشان دادند که مقادیر فراکتالی شبکه زهکشی با مقادیر تحویل رسوب و رواناب حوضه رابطه‌ای مثبت و خطی دارد.

بعلاوه تاکنون تحقیقات زیادی در رابطه با بعد فراکتال ژئومورفولوژی صورت گرفته که می‌توان به (اصغری سراسکانرود و همکاران، ۱۳۹۴: ۶۴؛ علمی‌زاده و همکاران، ۱۳۹۶: ۱۳۰؛ علیمرادی و همکاران، ۱۳۹۷: ۲۴۱؛ محمدی خشویی و همکاران،

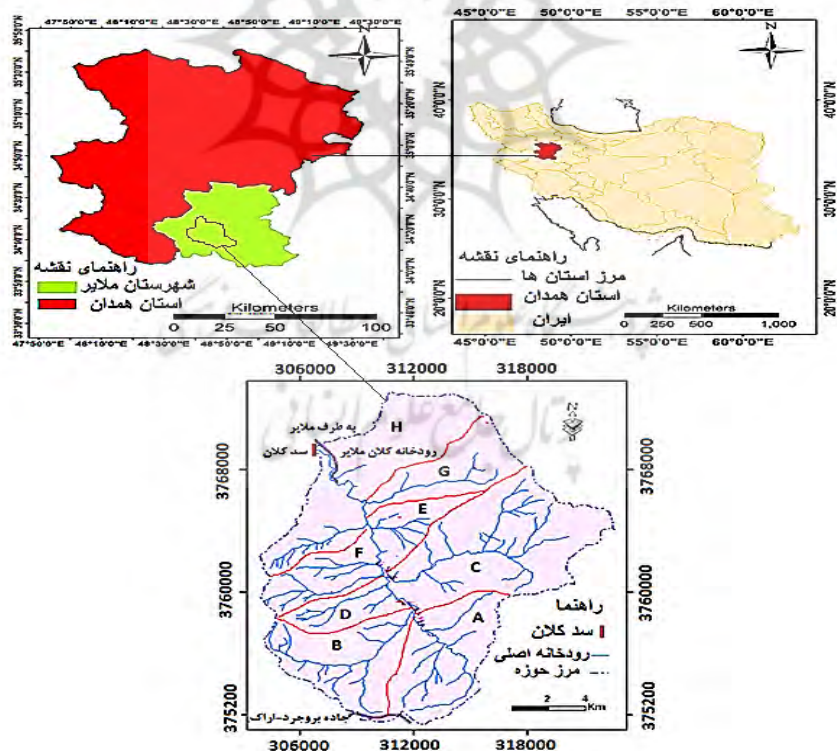
1. Kumar

2. Donadio et al

۱۳۹۸: ۶۲؛ برزگری دهج و همکاران، ۱۳۹۸: ۸۰؛ سلطانی و همکاران، ۱۳۹۸: ۷۳؛ بی و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۱۲: ۱۵۱؛ آریزا و همکاران<sup>۲</sup>، ۲۰۱۳: ۸۵؛ فاس بندا<sup>۳</sup>، ۲۰۱۳: ۴۸؛ کاساک<sup>۴</sup>، ۲۰۱۴: ۹۹) اشاره نمود. با توجه به اینکه حوضه‌های آبخیز پدیده‌های فراکتالی هستند و می‌توان الگوی فراکتالی در رفتارهای آن‌ها را بررسی نمود، لذا شناخت عوامل ژئومورفولوژیکی و عملکرد آن‌ها نیز از اهمیت زیادی در رابطه با رواناب و سیلاب و فرسایش دارد. هدف این بررسی یافتن روابطی برای زمان تمرکز بر اساس بعد فراکتال با تولید هیدروگراف واحد مثلثی فراکتالی NRCS در زیر حوضه‌های رودخانه کلان ملایر استان همدان است، تا بتوان از نتایج آن در مدیریت و کنترل سیلاب حوضه استفاده نمود.

### معرفی منطقه مورد مطالعه

حوضه آبخیز سد کلان در موقعیت جغرافیایی  $48^{\circ}$  و  $50'$  تا  $49^{\circ}$  و  $06'$  و  $23''$  طول شرقی و  $33^{\circ}$  و  $29'$  و  $48''$  تا  $34^{\circ}$  و  $04'$  و  $48''$  عرض شمالی در سرشاخه‌های حوضه آبریز کرخه قرار گرفته است (دفتر مطالعات و برنامه‌ریزی شرکت آب منطقه‌ای همدان، ۱۳۹۱). رودخانه اصلی حوضه مورد مطالعه از سرشاخه‌های حوضه گاماسیاب بوده و با پیوستن به سیمره و رودخانه بزرگ کرخه، در انتها به خلیج فارس می‌ریزد. مساحت حوضه برابر  $393/26$  کیلومتر مربع و آبراهه‌های آن از نوع دندرتی یا شاخه درختی بوده که پس از پیوستن به هم و تشکیل رودخانه اصلی به خروجی حوضه که محل سد کلان است جریان می‌یابد. ارتفاع متوسط منطقه از سطح دریا  $1780$  متر، میانگین درجه حرارت سالانه  $13/44$  درجه سانتی‌گراد و متوسط بارندگی سالیانه آن به  $242/2$  میلی‌متر و دارای آب و هوای متعادل کوهستانی است (شکل ۱).



شکل ۱: موقعیت حوضه رودخانه‌ای آبخیز کلان ملایر استان همدان

1. Bi et al
2. Ariza et al
3. FasBeneda
4. Kusak

### روش تحقیق

در این بررسی جهت استخراج پارامترهای ژئومورفولوژیکی حوضه آبخیز، شامل: نسبت‌های انشعاب ( $R_B$ )، طول آبراهه اصلی ( $R_L$ )، مساحت ( $R_A$ )، طول آبخیز ( $Km$ )، تراکم آبراهه‌ها ( $Km/Km^2$ )، شیب متوسط وزنی حوضه (%، ضرایب شکل هورتون و گراولیوس از سامانه اطلاعات جغرافیایی استفاده شده است. در این رابطه با استفاده از نقشه توپوگرافی  $DEM: 1:25000$ ، (۳۰ متر) اختلاف ارتفاع، شیب حوضه، لایه‌های جهت جریان، جهت جریان تجمعی، لایه‌های طول جریان و رده‌های آبراهه‌ها و با استفاده از نقشه آبراهه‌ها، طول آبراهه اصلی برای تک‌تک زیر حوضه‌ها استخراج و با استفاده از نقشه حوضه‌ها، مساحت و شکل زیرحوضه تهیه شد.

### تولید هیدروگراف:

استفاده از روش‌های تجربی جهت تهیه هیدروگراف در حوضه رودخانه‌ای فاقد ایستگاه‌های اندازه‌گیری باران و دبی به شکل هیدروگراف واحد مصنوعی بسیار معمول و متداول است. این هیدروگراف بر اساس خصوصیات فیزیکی و مورفومتری حوضه رودخانه‌ای ساخته می‌شود، که در این رابطه سه روش عمده وجود دارد که در هیدرولوژی کاربرد فراوان دارد که عبارتند از: روش اشنايدر، روش حفاظت خاک آمریکا (SNRCS) و روش مثلثی (علمی زاده، ۱۳۹۴).

### هیدروگراف واحد اشنايدر<sup>۱</sup>

اشنايدر زمان تأخیر، دبی اوج و زمان پایه هیدروگراف را به عنوان مشخصات اصلی یک هیدروگراف واحد معرفی کرد. وی یک هیدروگراف واحد استاندارد برای بارندگی با تداوم  $t_r$  ارائه داد که در آن زمان تأخیر با استفاده از رابطه (۱) محاسبه می‌شود و مدت زمان بارش مؤثر در هیدروگراف برابر  $T_c \cdot 0.133$  خواهد بود (بارتولو و همکاران، ۲۰۰۶).

$$T_{lag} = 5.5(t_r) \quad \text{رابطه (۱)}$$

در هیدروگراف استاندارد اشنايدر، زمان تأخیر هر واحد بارش مازاد در واحد سطح حوضه رودخانه‌ای طبق رابطه (۲) محاسبه می‌شود، که در آن  $U_p$ : دبی اوج هیدروگراف واحد استاندارد،  $A$ : مساحت حوضه رودخانه‌ای،  $C_p$ : ضریب اوج هیدروگراف واحد استاندارد و  $C$ : ثابت تبدیل (۲/۷۵ برای سیستم بین‌المللی و ۶۴۰ برای سیستم انگلیسی است).

$$\frac{U_p}{A} = C \frac{C_p}{T_p} \quad \text{رابطه (۲)}$$

### محاسبه زمان تا اوج ( $T_p$ ) و دبی اوج هیدروگراف ( $q_p$ )

برای محاسبه زمان تا اوج از رابطه (۳) و دبی اوج هیدروگراف از رابطه (۴) استفاده می‌شود، که در آن زمان تا اوج  $T_p$  و زمان تمرکز  $T_c$  هر دو به دقیقه می‌باشند.

$$T_p = 0.6T_c + \sqrt{T_c} \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$q_p = \frac{2.083AQ}{T_p} \quad \text{رابطه (۴)}$$

که در آن  $q_p$ : دبی اوج به متر مکعب بر ثانیه،  $Q$ : ارتفاع بارش مازاد به سانتی‌متر،  $A$ : مساحت حوضه رودخانه‌ای به کیلومتر مربع و  $T_p$  زمان تا اوج به ساعت است.

### هیدروگراف واحد SCS<sup>۲</sup>

1. Snyder

2. Soil Conservation Service

سازمان حفاظت خاک آمریکا (SCS) یک مدل هیدروگراف واحد پارامتریکی را پیشنهاد داده است. این مدل در HEC-HMS به عنوان یکی از مدل‌های رواناب مستقیم بکار برده شده و بر اساس متوسط هیدروگراف واحد بدست آمده و از داده‌های بارش رواناب برای حوضه‌های کوچک اسفاده می‌شود. هیدروگراف واحد SCS، بی‌بعد و تک اوجی است. این هیدروگراف نسبت بین آبدهی هیدروگراف واحد در هر زمان،  $Ut$  و آبدهی هیدروگراف در زمان رسیدن به اوج،  $Up$  را در برابر نسبت بین زمان‌های آن‌ها،  $T$  به زمان رسیدن به آبدهی اوج،  $Tp$  نشان می‌دهد. این ارتباط بین آبدهی اوج و زمان رسیدن به این آبدهی در رابطه (۵) تعیین شده است:

$$Up = C \frac{A}{Tp} \quad \text{رابطه (۵)}$$

در رابطه فوق،  $A$  مساحت حوضه رودخانه‌ای و  $C$  مقدار ثابتی است که در سیستم SI  $2/0.8$  و در سیستم انگلیسی  $484$  است. زمان رسیدن به اوج هیدروگراف هم با رابطه (۶) مشخص می‌شود:

$$Tp = \frac{\Delta t}{2} + t_{lag} \quad \text{رابطه (۶)}$$

که در آن  $\Delta t$ : تداوم بارندگی مازاد و  $t_{lag}$ : زمان تأخیر حوضه رودخانه‌ای است. برای دسترسی به عرض‌های بالارونده هیدروگراف واحد SCS، بهتر است یک فاصله زمانی،  $\Delta t$  کمتر از ۲۹ درصد زمان تأخیر در نظر گرفته شود. زمانی که زمان تأخیر تعیین شده باشد، رابطه (۲) HEC-HMS را برای تعیین زمان اوج هیدروگراف و سپس از رابطه (۴) برای بدست آوردن دبی اوج هیدروگراف استفاده می‌کنند. با مشخص شدن زمان و دبی اوج، هیدروگراف واحد می‌توان هیدروگراف بدون بعد SCS را تهیه نمود (بارتولوو همکاران، ۲۰۰۶).

### هیدروگراف واحد NRCS

روش شماره منحنی (CN) سازمان حفاظت خاک آمریکا (SCS)، اکنون با نام روش شماره منحنی سرویس حفاظت منابع ملی (NRCS-CN)، از رایج‌ترین روش‌های برآورد و پیش‌بینی حجم سیل و ارتفاع رواناب و سیل است. شماره منحنی (CN) به نوبه‌ی خود از روی مشخصات خاک، نوع بهره‌وری از زمین و رطوبت قبلی خاک تعیین می‌شود. بنابراین به ابزاری دقیق جهت برآورد آن نیاز است. زمان تمرکز یکی از اصلی‌ترین مباحث در مطالعات هیدرولوژی حوضه رودخانه‌ای است و تأثیر نسبتاً زیادی در محاسبه دیگر پارامترهای هیدرولوژی، خصوصاً دبی اوج سیلاب و در نهایت استخراج هیدروگراف واحد حوضه رودخانه‌ای دارد. برای رسم هیدروگراف واحد NRCS، ابتدا اختلاف ارتفاع، مساحت و طول بلندترین آبراهه با استفاده از نرم‌افزار GIS از نقشه حوضه استخراج و پس از محاسبه پارامترهای ژئومورفولوژیکی، هیدروگراف واحد NRCS چند ساعته برای تک‌تک زیر حوضه رودخانه‌ای رسم می‌شود. پس از محاسبه زمان تمرکز به روش‌های مختلف موجود که رایج‌ترین آن‌ها کریپیج است، رسم هیدروگراف واحد NRCS تهیه می‌شود.

در این بررسی جهت آشنایی با تولید هیدروگراف فراکتال ابتدا اقدام به تولید هیدروگراف مثلی NRCS شده است. این مدل در طرح‌های مطالعات آبخیزداری و حوضه رودخانه‌ای کوچک‌تر از ۲۵۰ کیلومتر مربع کاربرد فراوان دارد. در این بررسی فرض بر این است که اگر بارانی به مدت  $t$  ساعت در حوضه رودخانه‌ای بیارد، رواناب حاصله از آن هیدروگرافی را خواهد داشت که این هیدروگراف پس از  $T1$  ساعت از شروع بارندگی به نقطه اوج می‌رسد، سپس هیدروگراف نزول کرده و پس از  $T2$  ساعت دبی آن به صفر کاهش می‌یابد. زمان پایه هیدروگراف ( $Tb$ ) نیز حاصل جمع  $T1$  و  $T2$  است (علمی‌زاده، ۱۳۹۴: ۲۵۵).

روابط ( $T1$ ) و ( $Tb$ ) نیز بر حسب ساعت به صورت زیر است:

$$T1 = 0.5t + 0.6t_c \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$Tb = 1.34t + 1.6t_c \quad \text{رابطه (۸)}$$

چنانچه مساحت حوضه‌ی رودخانه‌ای برابر A مایل مربع و رواناب برابر یک اینچ باشد، مقدار دبی بر حسب فوت مکعب بر ثانیه برابر است با:

$$Q_{PK} = 384AR / (0.5t + 0.6t_c) \quad \text{رابطه (۹)}$$

که در آن :

$Q_{PK}$  = مقدار دبی پیک بر حسب فوت مکعب در ثانیه،  $A$  = مساحت حوضه‌ی رودخانه‌ای بر حسب مایل مربع،  $R$  = رواناب برابر یک اینچ،  $t = 5$  ساعت یا ۲۴ ساعت

### استخراج هیدروگراف واحد با استفاده از زمان تمرکز :

از ویژگی‌های بارز ژئومورفولوژی حوضه‌های رودخانه‌ای جهت استخراج هیدروگراف واحد می‌توان به پارامترهای ژئومورفولوژیکی حوضه رودخانه‌ای نظیر طول آبراهه اصلی (Km)، اختلاف ارتفاع و طول جریان (Km)، تراکم و رده آبراهه‌ها ( $Km/Km^2$ )، شیب متوسط وزنی حوزه (%)، مساحت، ضریب شکل هورتون، زمان تمرکز و ضریب گراولوس و جهت جریان تجمعی اشاره نمود (کرم و همکاران، ۱۳۹۴: ۱۵۴) که دبی اوج و زمان تمرکز جهت تولید هیدروگراف مثلثی بر پایه این خصوصیات محاسبه می‌شود. به‌منظور برآورد زمان تمرکز فرمول‌ها و روش‌های تجربی زیادی توسط محققین ارائه شده که در این بررسی از روش متداول کریپیچ که برای حوضه‌های کوچک کاربرد و قابلیت خوبی دارد استفاده شده است (علمی زاده، ۱۳۹۴: ۲۵۶). (فتاحی و همکاران، ۱۳۹۶: کامیاب و همکاران، ۱۳۹۷).

$$t_c = 0.494 (L^3 / H)^{0.385} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

که در آن  $T_c$ ، زمان تمرکز بر حسب ساعت،  $L$  طول مسیر آبراهه اصلی بر حسب کیلومتر،  $H$  اختلاف ارتفاع بلندترین و پایین‌ترین نقطه حوضه‌ی رودخانه‌ای بر حسب متر است.

### محاسبه بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی و ضریب فشردگی:

محاسبه‌ی بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی و ضریب فشردگی از طریق محاسبات زهکشی هورتون انجام می‌شود و از رابطه‌های زیر به‌دست می‌آید:  $R_B = \frac{N_i}{N_{i+1}}$ ،  $R_L = \frac{L_i}{L_{i-1}}$ ،  $R_A = \frac{A_i}{A_{i-1}}$  و  $C = 0.28 / \sqrt{A}$  که به‌ترتیب ضرایب هورتون برای تعداد انشعاب، طول انشعاب و مساحت یک شبکه‌ی رودخانه‌ای و ضریب شکل است. با توجه به روابط فوق ابعاد فراکتال مساحت و انشعاب رودخانه‌ای از روابط زیر محاسبه می‌شود:

$$D_a = \ln R_B / \ln R \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$D_b = \ln R_B / \ln R_A \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در این رابطه  $D_a$  و  $D_b$  به ترتیب بعد فراکتالی انشعاب رودخانه و مساحت حوضه‌ی رودخانه‌ای می‌باشند.

### روش شمارش جعبه‌ای هندسه فراکتال

یکی از روش‌های کمی و تجربی که در دهه‌های اخیر در بررسی اشکال مربوط به شبکه زهکشی رودخانه‌ها مورد استفاده محققین ژئومورفولوژی و آبخیزداری قرار گرفته تحلیل‌های فراکتالی رودخانه و کاربرد آن در بررسی رواناب، فرسایش و رسوب است (ایلدرمی و همکاران، ۱۳۹۷). در بسیاری از پدیده‌های ژئومورفولوژیکی هم‌چون شبکه‌های رودخانه‌ای خود همانندی فراکتال قابل مشاهده است. به این معنی که هرچه با دقت بیشتری به تصویر فراکتال شبکه‌ی رودخانه‌ای نگاه شود، مورفولوژی آن در یک مقیاس مشخص در جزییات شبیه شکل‌های دیگر در یک مقیاس دیگر است (فتاحی و همکاران، ۱۳۹۳:۱).

یکی از رایج‌ترین روش‌هایی که برای محاسبه تعداد پیکسل‌هایی که در آن عارضه مورد نظر دیده می‌شود، استفاده از روش شمارش پیکسلی (جعبه‌ای) است. در این روش محدوده عارضه مورد نظر را بر روی یک شبکه پیکسلی قرار می‌دهند و با تغییر اندازه پیکسل‌ها ( $\epsilon$ )، تعداد پیکسل‌هایی که در آن عارضه مورد نظر دیده می‌شود ( $N$ )، شمارش می‌شود و در نهایت با محاسبه شیب تغییرات دو پارامتر ( $N$ ) و ( $\epsilon$ )، عدد مربوط به بعد فراکتال محاسبه می‌شود. در این روش، مجموعه از نقاط روی یک منحنی یا یک سطح با مربعاتی (همان جعبه‌ها) به طول و ضلع  $\epsilon$  پوشانده می‌شود. در واقع، کل فضای مورد نظر با استفاده از این روش شبکه‌بندی می‌شود. تعداد مربعاتی که هر قسمت از منحنی مورد نظر را می‌پوشاند محاسبه می‌شود. این کار برای مربعات با طول اضلاع مختلف تکرار می‌شود. حد نهایی این قسمت زمانی است که  $\epsilon$  به صفر میل نماید. کدر این صورت با استفاده از رابطه  $L = N \cdot \epsilon$  طول محاسبه شده به طول واقعی بسیار نزدیک می‌شود. اگر اندازه خطی یک پدیده را در نظر بگیرید و آن را در هر جهت فضایی به مقدار  $\epsilon$  کاهش دهید، می‌توان ( $\epsilon$ )  $N$  جسم خود همانند را دید، که تمام جسم اولیه را می‌پوشاند. یعنی ( $\epsilon$ )  $N$  تعداد ساختارهای خود همانند با اندازه خطی  $\epsilon$  است که تمام ساختار را می‌پوشاند و از رابطه (۱۳) به دست می‌آید (لی و همکاران<sup>۱</sup>، ۲۰۰۹: ۲۴۶۰).

$$\text{رابطه (۱۳)} \quad D = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \log N(\epsilon) / \log 1/\epsilon$$

که در این رابطه  $D$ ، بعد فراکتالی،  $N$  تعداد مربعات که شامل قسمتی از جسم فراکتالی مورد نظر است.

با توجه به اعداد به دست آمده، نموداری به صورت لگاریتمی که محورهای افقی و عمودی آن به ترتیب معرف  $\log 1/\epsilon$ ،  $\log N(\epsilon)$  باشند، رسم می‌شود. شیب خط عبوری حاصله در منحنی لگاریتمی، بعد فراکتالی شی مورد نظر را بیان می‌کند. (مولتنو<sup>۲</sup>، ۱۹۹۳: ۳۲۶۳). شاخص و اندازه کمی‌سازی مقیاس فراکتال، بعد فراکتال ( $d$ ) است، که از طریق رابطه (۱۴) تحت عنوان فراکتال محاسباتی، قابل محاسبه است. بعد فراکتال بزرگتر یعنی پدیده خیلی بی‌نظم است (کرم، ۲۰۱۰<sup>۳</sup>).

$$\text{رابطه (۱۴)} \quad N = \epsilon^d + c$$

در این رابطه  $N$  برابر با تعداد پیکسل‌هایی که در آن عارضه مورد نظر دیده می‌شود،  $\epsilon$  اندازه هر پیکسل و  $C$  ضریب ثابت است.

### پردازش تصویر

با استفاده از این روش از کل تصویر پشت زمینه تنها تصویر آبراهه تهیه و سپس تصاویر شبکه‌ی رودخانه‌ی پردازش شده تجزیه و تحلیل فراکتال شده و خصوصیات فراکتال آن استخراج می‌شود. در روند پردازش تصویر ابتدا تصاویر آبراهه‌ها برای تجزیه و تحلیل فراکتال آماده و سپس با اجرای چندین گام به شرح زیر بر روی تصاویر آبراهه‌ها، از طریق کد تهیه شده در متلب محاسبات فراکتالی شبکه زهکشی انجام می‌پذیرد:

۱. خواندن و نشان دادن تصویر به حالت سیاه و سفید
۲. با استفاده از پنجره مورفولوژیک، روشنایی پشت زمینه تصویر تخمین زده می‌شود.
۳. در این مرحله پشت زمینه ایجاد شده در مرحله ۲ به عنوان یک سطح پارامتریک رنگی که رفتار ریاضی شکل را در منطقه مستطیلی تعیین شده نشان می‌دهد، به دست می‌آید.



۴. پشت زمینه از تصویر برداشته می‌شود و شدت تعدیل می‌یابد، در نهایت تصویر با یک پشت زمینه واحد به دست می‌آید.
۵. نسخه دودویی تصویر به کمک آستانه سازی تولید می‌شود.
۶. لبه‌یابی: از تکنیک لبه‌یابی کنی برای کشیدن نقشه لبه استفاده می‌شود. لبه‌ها مرزهایی هستند که در اطراف نواحی تصویر می‌باشند.
۷. مناطق مختلف مشخص شده در تصویر نشانه‌گذاری می‌شوند (یک مقدار به آن‌ها اختصاص داده می‌شود) و با رنگ‌های متفاوت رنگ آمیزی می‌شوند تا شبکه رودخانه از دیگر قسمت‌های تصویر تشخیص داده شوند. با انتخاب مقداری که به منطقه‌ی نشانه‌گذاری شده اختصاص می‌یابد، شخص می‌تواند کد اختصاص داده شده به شبکه آبراهه را استخراج نماید.
۸. با استفاده از تبدیل و استاندارد (SHT) بر روی تصویر دودویی می‌توان طولانی‌ترین امتداد مسیر آبراهه را مشخص نمود.

#### معیار ارزیابی فراکتال محاسباتی و فراکتال ترسیمی

برای ارزیابی بعد فراکتال به‌عنوان یک فرمول تجربی با فراکتال ترسیمی، عمدتاً از ضریب همبستگی استفاده می‌شود. در مباحث آماری، ضریب همبستگی پیرسون میزان همبستگی خطی بین دو متغیر تصادفی را می‌سنجد. مقدار این ضریب بین -۱ تا ۱ تغییر می‌کند که «۱» به معنای همبستگی مثبت کامل «۰» به معنی نبود همبستگی و «-۱» به معنی همبستگی منفی کامل است (فتاحی و همکاران، ۱۳۹۶: ۱۹۱).

#### تحلیل هیدروگراف‌ها با استفاده از بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی

زمان تمرکز یکی از اصلی‌ترین مباحث در مطالعات هیدرولوژی حوضه‌ی رودخانه‌ای است و تأثیر نسبتاً زیادی در محاسبه دیگر پارامترهای هیدرولوژی، خصوصاً دبی اوج سیلاب و در نهایت استخراج هیدروگراف واحد حوضه‌ی رودخانه‌ای دارد. مهم‌ترین ویژگی فراکتالی که در مورد شبکه‌ی رودخانه‌ای تحلیل می‌شود، بعد فراکتال آن است که اهمیت زیادی در شناخت رفتار و پیش‌بینی تغییرات رودخانه دارد. لذا یافتن روابطی برای زمان تمرکز بر اساس بعد فراکتال و تولید هیدروگراف واحد مثالی فراکتالی در تمام زیرحوضه‌های رودخانه‌ای از اهمیت زیادی برخوردار است. در این تحقیق نتایج حاصل از بعد فراکتال به روش شمارش جعبه‌ای، نتایج حاصل از رسم هیدروگراف واحد NRCS نتایج حاصل از رسم هیدروگراف واحد فراکتالی، نتایج حاصل از مقایسه‌ی هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی و مشاهداتی مثالی با استفاده از تحلیل آماری مقادیر RMSE و  $R^2$  در تمام زیرحوضه‌های کلان ملایر، صحت‌سنجی شده (روابط ۱۴ و ۱۵). و ارتباط بین زمان تمرکز حوضه‌ی رودخانه‌ای با ویژگی‌های فراکتال آن ارزیابی و بر اساس خطای محاسباتی شامل درصد خطای دبی (CFS)، درصد خطای زمان اوج (Hr)، درصد خطای زمان پایه (Hr) هیدروگراف زیرحوضه اصلاح شده است.

$$RMSE = \sqrt{\sum(Q_{oi} - Q_{si})^2/n}$$

رابطه (۱۵)

$$\% R.E_i = \left| \frac{Y_o - Y_c}{Y_o} \right| \times 100$$

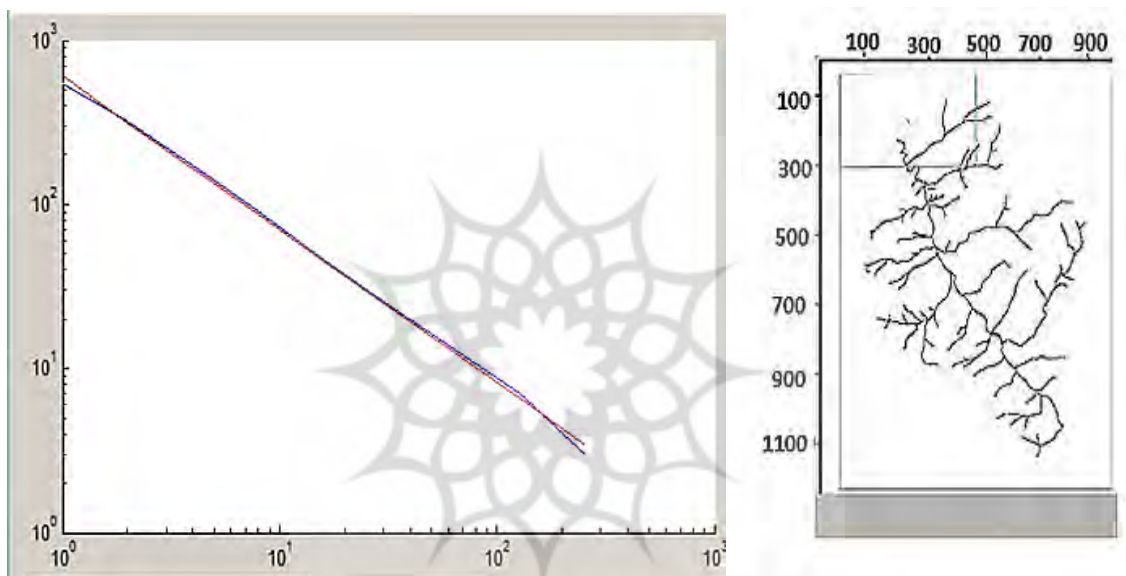
رابطه (۱۶)

که در آن  $Q_{si}$ ، مقادیر دبی شبیه‌سازی شده،  $Q_{oi}$  مقادیر دبی مشاهداتی و  $Y_o$  و  $Y_s$ ، به‌ترتیب مقادیر شبیه‌سازی شده و مشاهداتی دبی اوج و حجم سیلاب و  $n$  تعداد دفعات مقادیر برآورد شده دبی می‌باشد (مصطفی‌زاده و همکاران، ۱۳۸۸).

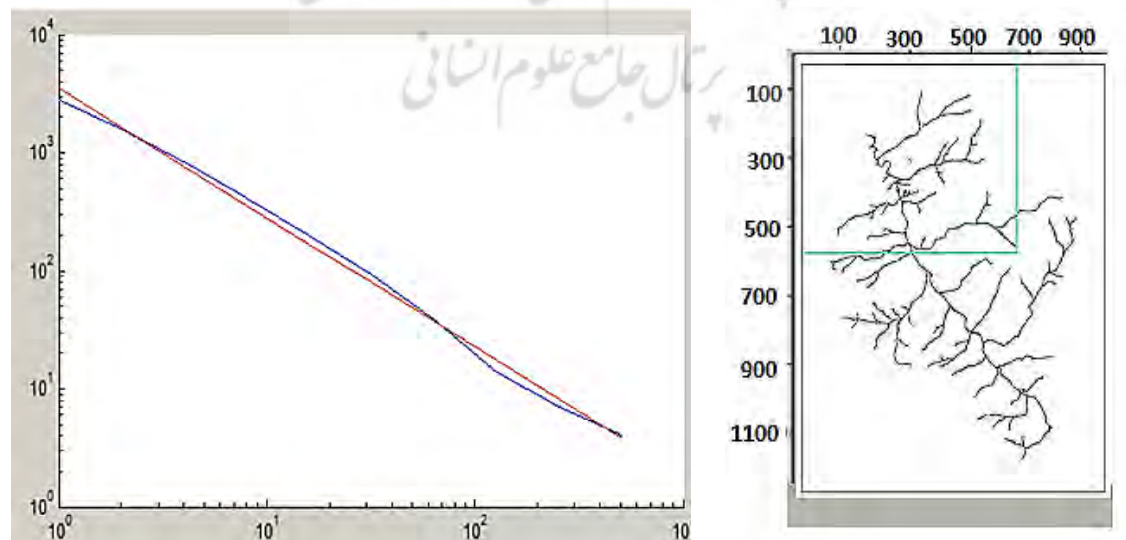
## بحث و یافته‌ها

## ابعاد زیر حوضه رودخانه‌ای سد کلان ملایر استان همدان

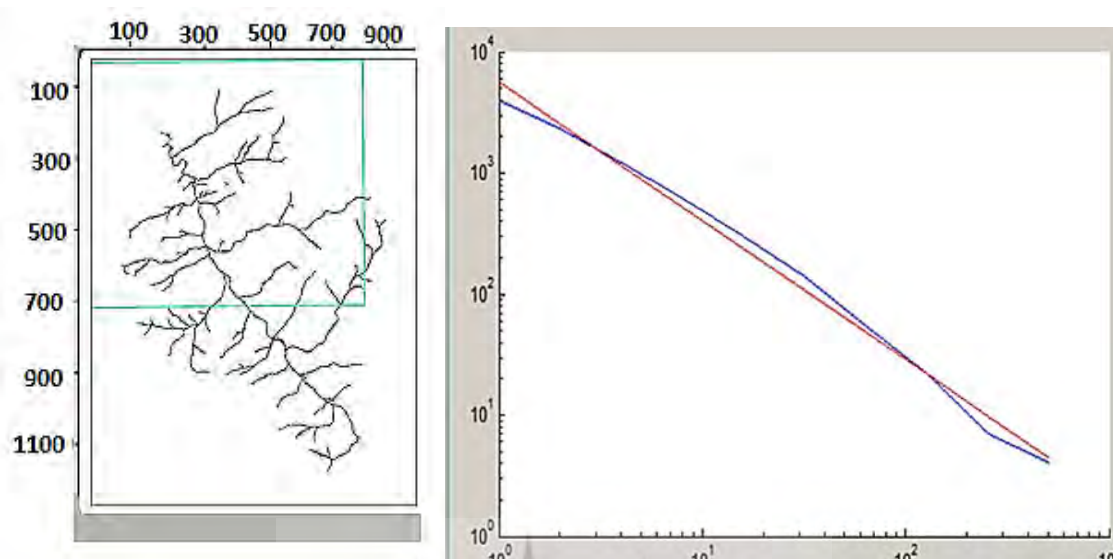
با در نظر گرفتن پنجره‌هایی با ابعاد مختلف، بعد فراکتال محدود به هر پنجره با روش جعبه‌شماری که در متلب کدنویسی شده است، محاسبه گردید (شکل ۲). پنجره‌های انتخاب شده با ابعادی با روند افزایشی از بالادست حوضه‌ی رودخانه‌ای به سمت خروجی در نظر گرفته شده‌اند، به گونه‌ای که آخرین پنجره کل محدوده حوضه‌ی رودخانه‌ای را در بر دارد، با افزایش ابعاد پنجره انتخابی، بعد فراکتال محاسبه شده افزایش یافته و در نهایت به سمت مقداری ثابت میل می‌کند. با استفاده از نتایج این مرحله بعد فراکتال تمام زیرحوضه‌ها محاسبه شده است.



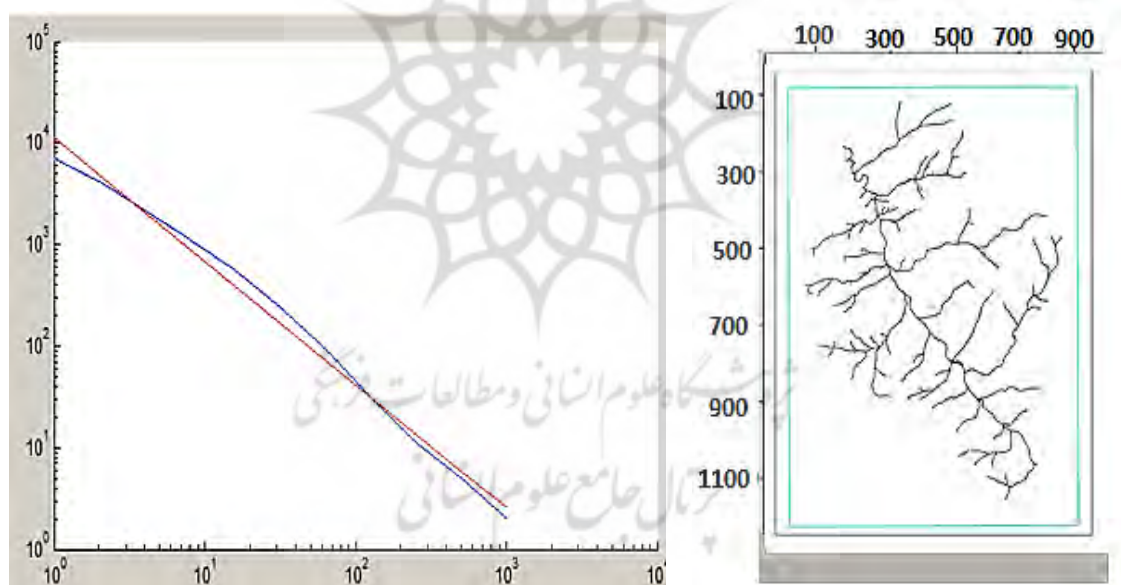
(a)



(b)



(c)



(d)

شکل ۲: ابعاد زیرحوضه‌ها: (a) نحوه انتخاب پنجره‌ی ۱ در محاسبه‌ی بعد فراکتال: (b) نحوه انتخاب پنجره‌ی ۲ در محاسبه‌ی بعد فراکتال: (c) نحوه انتخاب پنجره‌ی ۳ در محاسبه‌ی بعد فراکتال: (d) نحوه انتخاب پنجره‌ی ۴ در محاسبه‌ی بعد فراکتال با روش جعبه شماری (حوضه رودخانه‌ای سدکلان ملایر)

#### مراحل ترسیم هیدروگراف واحد NRCS و فراکتالی:

زمان تمرکز یکی از اصلی‌ترین مباحث در مطالعات هیدروولوژی حوضه‌ی رودخانه‌ای است و تأثیر نسبتاً زیادی در محاسبه دیگر پارامترهای هیدروولوژی، خصوصاً دبی اوج سیلاب و در نهایت استخراج هیدروگراف واحد حوضه‌ی رودخانه‌ای دارد. برای رسم هیدروگراف واحد NRCS ابتدا اختلاف ارتفاع، مساحت و طول بلندترین آبراهه با استفاده از نرم‌افزار GIS از نقشه‌ی حوضه‌ی استخراج، شد. پس از محاسبه پارامترهای ژئومورفولوژیکی، هیدروگراف واحد NRCS ۵ ساعته برای

تک تک زیرحوضه‌ی رودخانه‌ای رسم گردید. پس از محاسبه‌ی زمان تمرکز به روش کریچ و رسم هیدروگراف واحد NRCS، زمان تمرکزهای تمام زیرحوضه‌ی رودخانه‌ای در مقابل ابعاد فراکتالشان قرار داده شد (اشکال ۳ تا ۱۰) و منحنی-های برازش یافته با عدد رگرسیون ۰/۸۹ رسم و با استفاده از معادله (۱۶) زمان تمرکز جدید محاسبه شد، که در آن  $x$  بعد فراکتال مربوط به هر زیر حوضه‌ی رودخانه‌ای است:

$$t_c = 103.09 x - 341.02x + 283.23$$

رابطه (۱۶)

در ادامه معادله جدید را به جای معادله زمان تمرکز کریچ قرار داده و زمان تمرکز جدید را با احتساب بعد فراکتال به دست آورده و در نهایت زمان اوج، زمان پایه و دبی پیک با استفاده از زمان تمرکز جدید محاسبه برای تمام زیرحوضه‌ها محاسبه شد (جدول ۱ و ۲).

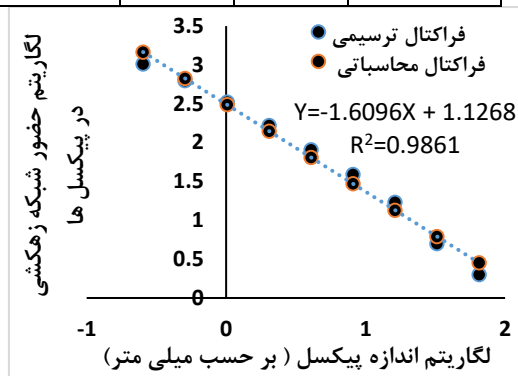
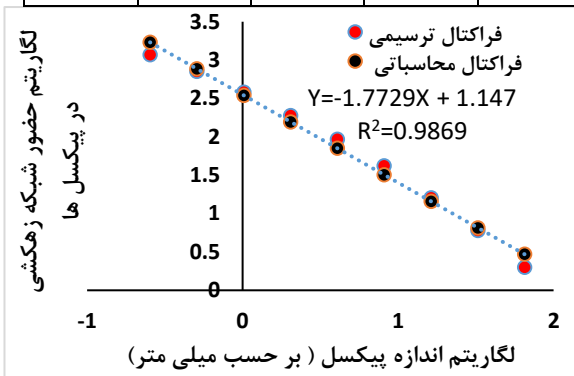
جدول ۱: پارامترهای هیدروگراف واحد مثلثی NRCS مربوط به زیرحوضه‌های رودخانه‌ای سد کلان

H	G	F	E	D	C	B	A	زیرحوضه/ پارامتر
۴/۸۵	۴/۹۵	۴/۷۵	۳/۵۵	۲/۹	۳/۱	۲/۶۵	۳/۳	L(Km)
۱۱۹۰/۹۵	۱۳۴۱/۵	۱۳۳۱/۰	۱۲۲۲/۶۵	۱۲۲۲/۷۵	۱۳۳۱/۴۵	۱۳۴۰/۵۵	۱۳۰۲/۴	Max(m)
۱۰۵۹/۱۵	۱۰۳۸/۵۵	۱۰۷۰/۰	۱۰۲۲/۹	۱۰۰۶/۲۵	۱۰۴۴/۴۵	۱۰۵۹/۷	۱۰۱۳/۳۵	Min(m)
۱۳۱/۸	۳۰۲/۸	۲۶۱/۰	۱۹۹/۷۵	۲۱۶/۵	۲۸۷	۲۸۰/۸	۲۸۹/۰۵	max- min=h(m)
۰/۸۵	۰/۷۵	۰/۷۸	۰/۵۲	۰/۴۱۵	۰/۳۵۵	۰/۳۵	۰/۴۲	Tc(hr)
۳/۲۹۵	۳/۲۸۵	۵/۱۷۵	۱/۹۵	۱/۵۵۵	۲/۳	۲/۳۵	۳/۲۳	A(mile <sup>۲</sup> )
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	T(hr)
۳/۰۱	۲/۹۵	۲/۹۶۸	۲/۸۱۲	۲/۷۴۹	۲/۷۱۳	۲/۷۱	۲/۷۵۲	Tl(hr)
۸/۰۶	۷/۹	۷/۹۴۸	۷/۵۳۲	۷/۳۶۴	۷/۲۶۸	۷/۲۶	۷/۳۷۲	Tb(hr)
۵۲۹/۸۶	۵۲۸/۹۶	۸۴۳/۹۰	۳۳۵/۶۳	۲۷۳/۷۷	۴۱۰/۳۲	۴۱۹/۷۰	۵۶۸/۰۶	Qpk(Sfc)
۱/۴۳	۱/۳۱	۱/۳۵	۱/۰۳	۰/۸۹	۰/۸۰	۰/۸۰	۰/۹۰	Tp(hr)

جدول ۲: نتایج محاسبه‌ی پارامترهای هیدروگراف فراکتالی مربوط به زیرحوضه‌های رودخانه‌ای سد کلان

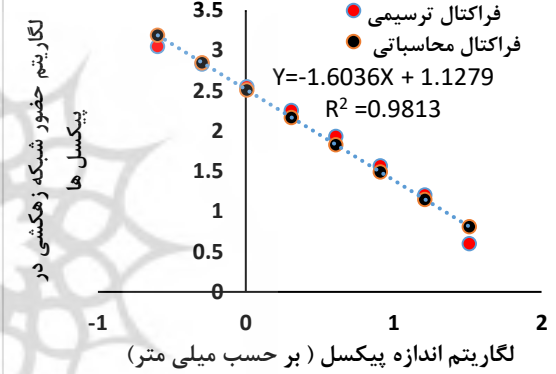
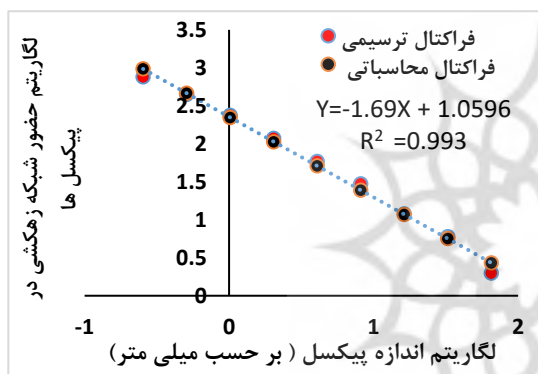
H	G	F	E	D	C	B	A	زیرحوضه/ پارامتر
۴/۸۵	۴/۹۵	۴/۷۵	۳/۵۵	۲/۹	۳/۱	۲/۶۵	۳/۳	L(Km)
۱۱۹۰/۹۵	۱۳۴۱/۵	۱۳۳۱/۰	۱۲۲۲/۶۵	۱۲۲۲/۷۵	۱۳۳۱/۴۵	۱۳۴۰/۵۵	۱۳۰۲/۴	Max(m)
۱۰۵۹/۱۵	۱۰۳۸/۵۵	۱۰۷۰/۰	۱۰۲۲/۹	۱۰۰۶/۲۵	۱۰۴۴/۴۵	۱۰۵۹/۷	۱۰۱۳/۳۵	Min(m)
۱۳۱/۸	۳۰۲/۸	۲۶۱/۰	۱۹۹/۷۵	۲۱۶/۵	۲۸۷	۲۸۰/۸	۲۸۹/۰۵	max- min=h(m)
۱/۸۵	۱/۷۹	۱/۲۲	۱/۵۱	۱/۳۱	۰/۹۱	۲/۶۶	۱/۴۱	Tc(hr)
۳/۲۹۵	۳/۲۸۵	۵/۱۷۵	۱/۹۵	۱/۵۵۵	۲/۳	۲/۳۵	۳/۲۳	A(mile <sup>۲</sup> )
۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	T(hr)
۳/۶۱	۳/۵۷۴	۳/۲۳۲	۳/۴۰۶	۳/۲۸۶	۳/۰۴۶	۴/۰۹۶	۳/۳۴۶	Tl(hr)
۹/۶۶	۹/۵۶۴	۸/۶۵۲	۹/۱۱۶	۸/۷۹۶	۸/۱۵۶	۱۰/۹۵۶	۸/۹۵۶	Tb(hr)
۴۴۱/۷۶	۴۴۴/۸۶۲	۷۷۴/۶۹۶	۲۷۷/۰۹۹	۲۲۹/۰۳	۳۶۵/۴۶	۲۷۷/۶۸	۴۶۷/۲۲	Qpk(Sfc)
۲/۴۷	۲/۴۱	۱/۸۳	۲/۱۳	۱/۹۳	۱/۵۰	۳/۲۲	۲/۰۳۳	Tp(hr)

۱/۵۷۴۹	۱/۵۷۹	۱/۶۷۹۲	۱/۵۹۹۸	۱/۶۹	۱/۵۸	۱/۷۷۲۹	۱/۶۰۹۶	Df بعد فراکتال
--------	-------	--------	--------	------	------	--------	--------	----------------



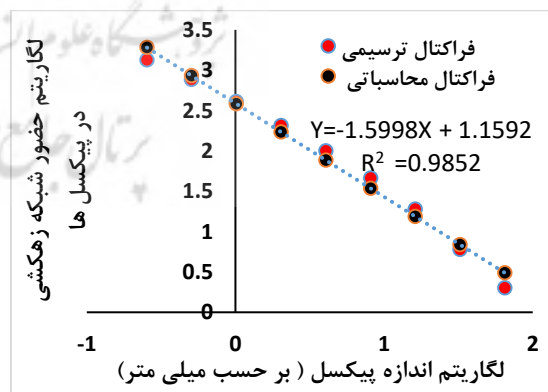
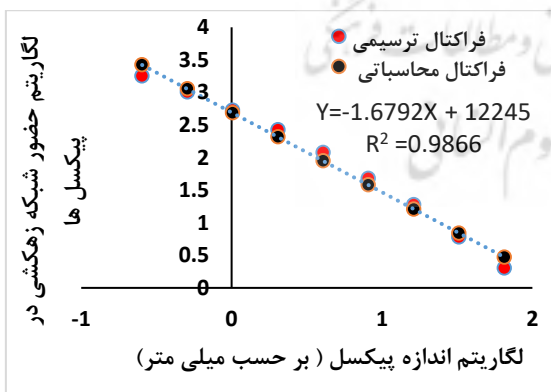
شکل ۴: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی B

شکل ۳: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی A



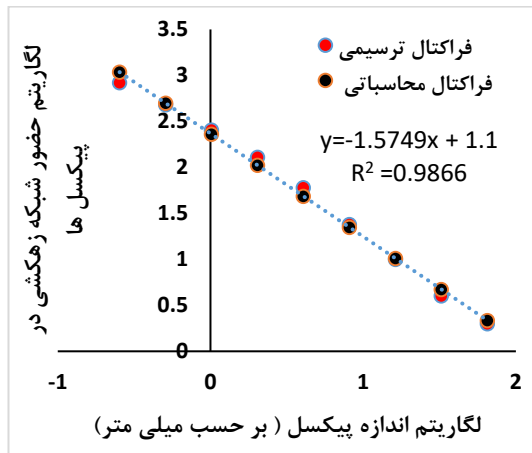
شکل ۶: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی D

شکل ۵: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی C

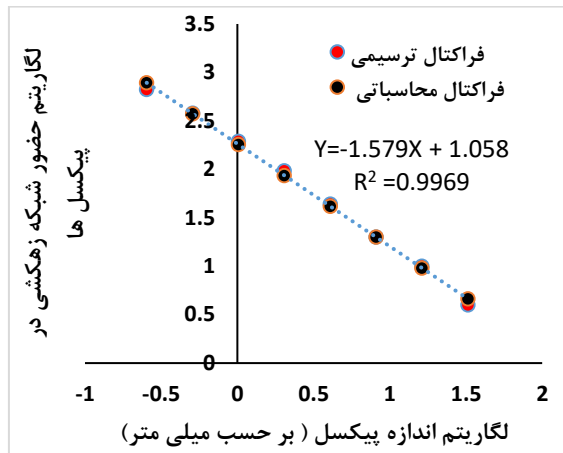


شکل ۸: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی F

شکل ۷: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیر حوضه‌ی E



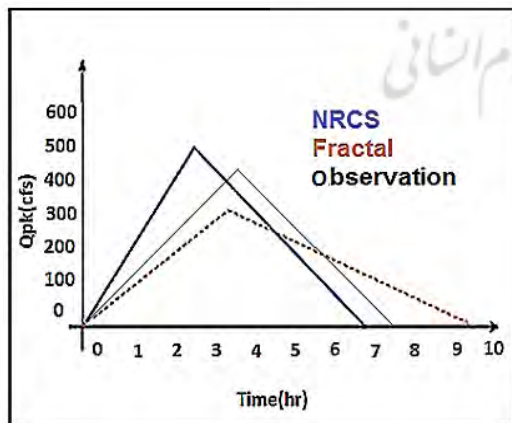
شکل ۱۰: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیرحوضه‌ی H



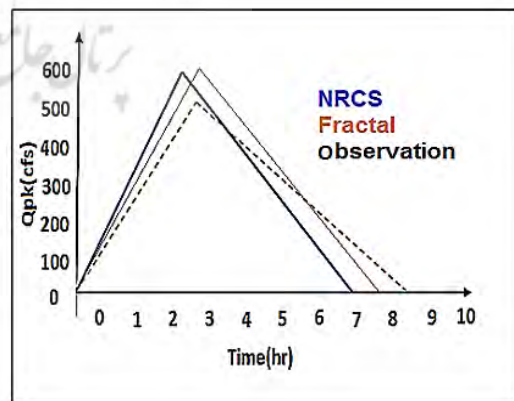
شکل ۹: تصویر شبکه‌ی زهکشی و محاسبه‌ی بعد فراکتال زیرحوضه‌ی G

### مقایسه‌ی هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی

در این بررسی، میزان تطابق هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی با هیدروگراف مشاهداتی در ۸ زیرحوضه رودخانه کلان (اشکال ۱۱ تا ۱۸) مقایسه و ارزیابی شد. نتایج نشان می‌دهد که فقط زیرحوضه‌هایی که رده آبراهه پایینی دارند. هیدروگراف‌ها انطباق‌های خوبی با هم دارند، به‌صورتی که در برخی زیرحوضه‌ها نمودارها کاملاً منطبق هستند (اشکال ۱۱ تا ۱۸). نکته مهمی که از هیدروگراف‌های فراکتال قابل استنباط است، این است که زمان تمرکز نسبت به شبکه هیدروگرافی در تمامی زیرحوضه‌ها اصلاح شده است، که این امر در هیدروگراف‌ها به خوبی قابل مشاهده است. در زیر-حوضه‌ی C بین بعد فراکتال و هیدروگراف NRCS و مشاهداتی تطابق قابل قبولی وجود دارد که بیانگر دقت نتایج حاصل از تحلیل بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی است. لازم به‌ذکر است که در نمودارهای اشکال ۱۱ تا ۱۸ مقدار دبی به میزان یک فوت مکعب بر ثانیه (cfs) برابر با ۰/۰۲۸۳ متر مکعب بر ثانیه است، بنابراین حداکثر مقدار دبی در محور (y) (cfs) ۶۰۰ فوت مکعب بر ثانیه برابر با ۱۶/۹۸ متر مکعب بر ثانیه است.

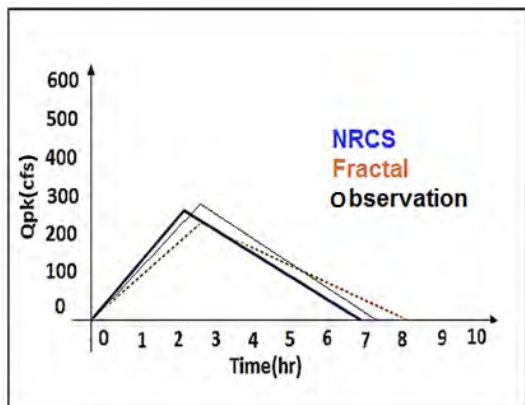


شکل ۱۲: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی B

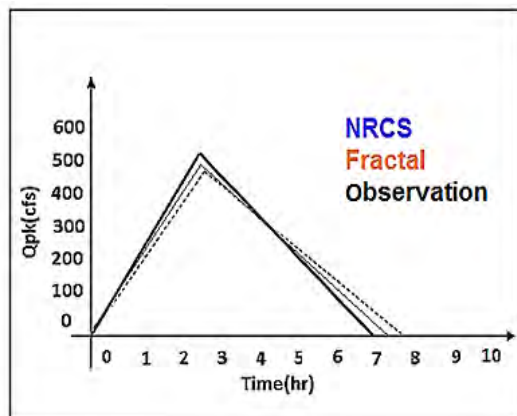


شکل ۱۱: مقایسه‌ی هیدروگراف واحد NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی A

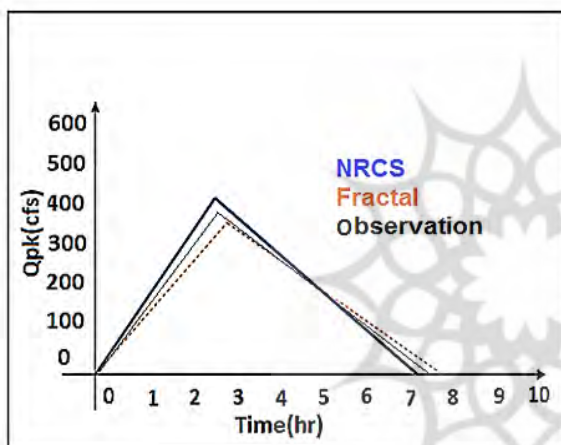




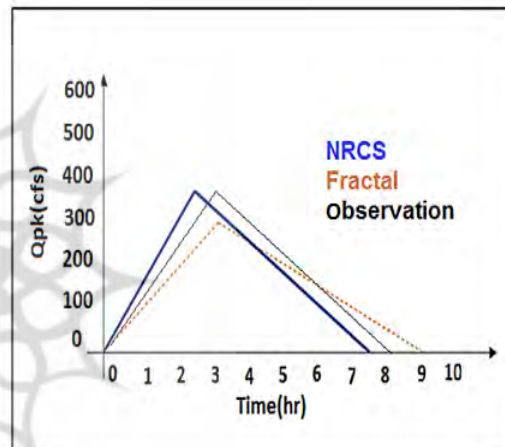
شکل ۱۴: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی D



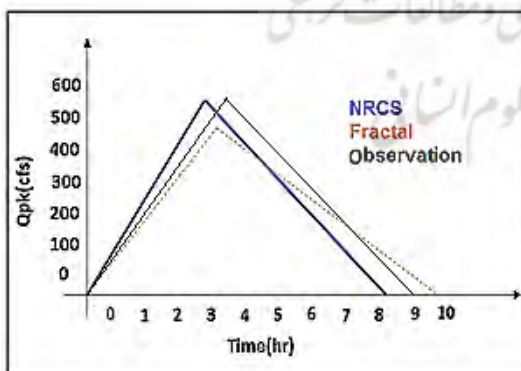
شکل ۱۳: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی C



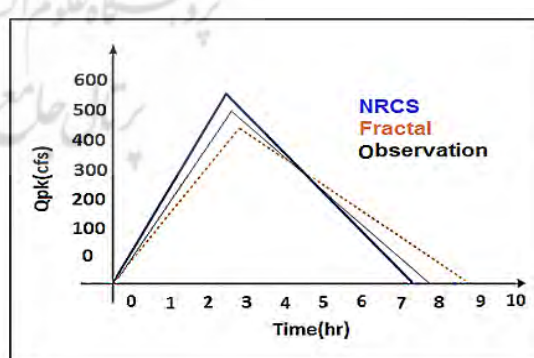
شکل ۱۶: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی F



شکل ۱۵: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی E



شکل ۱۸: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی H



شکل ۱۷: مقایسه‌ی هیدروگراف NRCS مشاهداتی و فراکتالی زیرحوضه‌ی G

NRCS — Fractal - - Observation —

نتایج تحلیل آماری مقادیر RMSE و  $R^2$  نشان می‌دهد که زیرحوضه‌ی C با کمترین خطا بیش‌ترین تطابق و زیرحوضه‌های G, D, F دارای تطابق نسبتاً خوب و در زیرحوضه‌های B و E با بیش‌ترین خطا کمترین تطابق را در هیدروگراف‌های مشاهداتی NRCS و فراکتالی ارائه داده‌اند (جدول ۳).

جدول ۳: نتایج برآورد خطای آماری هیدروگراف‌های زیرحوضه‌های سد کلان

زیرحوضه	RMSE	$R^2$
A	۰/۸۲	۱/۸۶
B	۰/۹۸	۱/۳۶
C	۰/۷۶	۰/۹۲
D	۰/۹۴	۱/۲
E	۰/۹۶	۱/۳۴
F	۰/۹۲	۲/۶۵
G	۰/۹۵	۱/۳۸
H	۰/۹۳	۱/۳۵

## تحلیل هیدروگراف‌ها:

با توجه به شکل (۱۳) که مربوط به زیرحوضه رودخانه‌ای C است، می‌توان نتیجه گرفت که هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی تطابق خوبی با هم دارند و با توجه به شکل (۱۲) که مربوط به زیرحوضه رودخانه‌ای B است، می‌توان نتیجه گرفت که هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی تطابق خوبی با هم ندارند. این امر برای شکل (۱۵) که مربوط به حوضه‌ی رودخانه‌ای E است، نیز حاکم است که این موضوع می‌تواند به دلیل پایین بودن رده آبراهه (شبکه زهکشی) باشد. با توجه به شکل (۱۷) که مربوط به زیرحوضه‌ی رودخانه‌ای G است و با توجه به جدول (۴) می‌توان نتیجه گرفت که هر چه اختلاف ارتفاع بیشتر باشد، تطابق هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد مثلثی کمتر است. بررسی بعد فراکتال در ۸ زیرحوضه‌ی رودخانه‌ای نشان می‌دهد که هیدروگراف‌ها کاملاً اصلاح شده‌اند. بررسی درصد خطای پارامترهای هیدروگراف فراکتالی و NRCS مربوط به هر زیرحوضه‌ی رودخانه‌ای نیز مؤید این موضوع است (جدول ۵).

جدول ۴: اختلاف ارتفاع به همراه اختلاف پارامترهای هیدروگراف فراکتالی و NRCS مربوط به هر زیرحوضه

زیرحوضه	اختلاف دبی پیک (cfs)	اختلاف زمان اوج (hr)	اختلاف زمان پایه (hr)	اختلاف ارتفاع (m)
A	۱۰۰/۸۴	۰/۵۹	۱/۵۸	۲۸۹/۰۵
B	۱۴۲/۰۲	۱/۳۸	۳/۶۹	۲۸۰/۸۰
C	۴۴/۸۶	۰/۳۳	۰/۸۸	۲۸۷/۰۰
D	۴۴/۷۴	۰/۵۳	۱/۴۳	۲۱۶/۵۰
E	۵۸/۵۳	۰/۵۹	۱/۵۸	۱۹۹/۷۵
F	۶۸/۹۳	۰/۲۶	۰/۷۰	۲۶۱/۰۰
G	۹۴/۰۹	۰/۶۲	۱/۶۶	۳۰۲/۸۰
H	۸۸/۰۶	۰/۶۰	۱/۶۰	۱۳۱/۸۰



جدول ۵: درصد خطای پارامترهای هیدروگراف فراکتالی و NRCS

زیرحوضه	درصد خطا دبی پیک (cfs)	درصد خطا زمان اوج (hr)	درصد خطا زمان پایه (hr)
A	۱۷/۷۵	۱۷/۷۶	۱۷/۷
B	۳۳/۸۳	۳۳/۸۲	۳۳/۸۳
C	۱۱/۰۱	۱۱/۰۱	۱۱/۰۲
D	۱۶/۳۴	۱۶/۳۳	۱۶/۳۳
E	۱۷/۴۸	۱۷/۴۳	۱۷/۴۴
F	۸/۱۶۸	۸/۱۶	۸/۱۶
G	۱۷/۴۳	۱۷/۴۷	۱۷/۴۹
H	۱۶/۶۲	۱۶/۶۲	۱۶/۶۳

نتایج بعد فراکتال محاسبه شده، نشان‌دهنده سطح پر شده از صفحه توسط منحنی فراکتال مورد مطالعه است. در مورد شبکه‌ی رودخانه‌ها این عدد نشان‌دهنده‌ی میزان پخش‌شدگی آبراهه‌ها در سطح حوضه‌ی رودخانه‌ای و میزان پوشش داده شده سطح حوضه‌ی رودخانه‌ای توسط آبراهه‌ها است. هر چقدر این عدد به ۲ نزدیک‌تر باشد، نشان از این دارد که سطح بیشتری از حوضه‌ی رودخانه‌ای توسط آبراهه‌ها زهکشی می‌شود (محمدی و همکاران، ۱۳۹۸). به طوری که عدد ۲ نشان‌دهنده این است که کل سطح حوضه‌ی رودخانه‌ای توسط آبراهه‌ها پوشیده شده است. در واقع افزایش بعد فراکتال به دست آمده از این روش از بالاترین نقطه به سمت خروجی نشان‌دهنده‌ی این مطلب است که با نزدیک‌تر شدن به خروجی حوضه‌ی رودخانه‌ای آبخیز تعداد بیشتری از آبراهه‌ها در زهکشی سطح حوضه‌ی رودخانه‌ای و زمان تمرکز و هیدروگراف مؤثر واقع می‌شوند. همچنین محاسبه بعد فراکتال در آبراهه‌های منتهی به خروجی حوضه‌ی رودخانه‌ای نیز این مطلب را تأیید می‌کند. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، مقدار بعد فراکتال آبراهه‌ها از بالادست به سمت خروجی روندی افزایشی دارد. ثابت شدن این عدد به این معناست که از یک سطح مشخص به بعد هندسه حوضه‌ی رودخانه‌ای حالت یکنواختی به خود می‌گیرد.

### نتیجه‌گیری

برآورد هیدروگراف سیل یکی از موضوعات مهم در طراحی سازه‌های کنترل و مدیریت سیل در حوضه‌های آبخیز است. از طرف دیگر با توجه به فقدان ایستگاه‌های هیدرومتری در اکثر حوضه‌های آبخیز کشور برآورد هیدروگراف واحد مصنوعی بر مبنای پارامترهای ژئومورفولوژیکی حوضه‌ی یک امر ضروری است. تولید هیدروگراف واحد مصنوعی بر اساس زمان تمرکز، طول آبراهه اصلی، اختلاف ارتفاع و خصوصیات ژئومورفولوژیکی یکی از ابزارهای مهم و دقیق در این رابطه است که می‌توان با استفاده از بعد فراکتال تولید هیدروگراف واحد مصنوعی را بر اساس زمان تمرکز فراکتالی ترسیم نمود. نتایج حاصل از تولید هیدروگراف واحد مصنوعی بر پایه‌ی ویژگی‌های فراکتال حوضه‌ی رودخانه‌ای آبخیز سد کلان نشان داد که می‌توان هیدروگراف واحد مثلثی NRCS را تنها با داشتن تصویری از وضعیت الگوی زهکشی و مورفولوژیکی آبراهه‌ها و بدون نیاز به محاسبات پیچیده رسم کرد.

بررسی هیدروگراف‌های واحد NRCS و هیدروگراف واحد فراکتالی در اکثر حوضه‌های رودخانه‌ای نشان می‌دهد که هیدروگراف‌ها تطابق خوبی با هم داشتند که در زیر حوضه‌های رودخانه‌ای C, D, F به خوبی قابل مشاهده است. اما در زیر حوضه‌های B, E به دلیل پایین بودن رده آبراهه‌ها (شبکه زهکشی)، گسترش در راستای بلندترین طول آبراهه و اختلاف

ارتفاع زیاد، تعداد بیشتر کانال‌های متاندراری نسبت به کانال‌های مستقیم در مقایسه با سایر زیرحوضه‌ها، هیدروگراف‌ها تطابق نسبتاً خوبی نداشتند. به طوری که دبی پیک در زیرحوضه‌های B,E تحت تأثیر این عوامل کاهش قابل توجهی پیدا نموده و همین امر باعث شده تا از نظر دبی پیک اختلاف بیشتری نسبت به سایر زیرحوضه‌ها داشته باشند. نتایج نشان داد که هر چه اختلاف ارتفاع و گسترش حوضه در بلندترین طول آبراهه زیاد باشد، تطابق هیدروگراف واحد NRCS و هیدروگراف واحد مثلثی کمتر است. بررسی بعد فراکتال در ۸ زیر حوضه‌ی رودخانه‌ای نشان می‌دهد که هیدروگراف‌ها کاملاً اصلاح شده‌اند و بررسی درصد خطای پارامترهای هیدروگراف فراکتالی و NRCS مربوط به هر زیرحوضه‌ی رودخانه-ای نیز مؤید این موضوع است. نتایج تحلیل آماری مقادیر RMSE و  $R^2$  نشان می‌دهد که در زیرحوضه‌ی C با کمترین خطا بیشترین تطابق و در زیرحوضه‌های G,D,F نسبتاً خوب و در زیرحوضه‌های B و E با بیشترین خطا، کمترین تطابق در هیدروگراف‌های مشاهداتی NRCS و فراکتالی مشاهده می‌شود. بررسی و مقایسه‌ی هیدروگراف واحد فراکتالی، هیدروگراف واحد NRCS و مشاهداتی نشان داد که هیدروگراف بعد فراکتال تطابق نسبتاً خوبی با NRCS و مشاهداتی ارائه داده و این موضوع دقت و کارایی هیدروگراف بعد فراکتال با استفاده از شاخص‌های ژئومورفولوژی به‌ویژه شبکه‌ی زهکشی مخصوصاً در حوضه‌های رودخانه‌ای فاقد ایستگاه اندازه‌گیری را نشان می‌دهد. پیشنهاد می‌شود که هیدروگراف واحد فراکتالی و هیدروگراف واحد NRCS را با استفاده از سایر پارامترهای هیدروژئومورفولوژیکی مانند ضریب شکل حوضه، تراکم زهکشی انجام و با مدل‌های مختلف مانند HEC-HMS ارزیابی و مؤثرترین پارامتر را شناسایی و بکار بست.

## منابع

- اصغری سراسکانرود، ص.، و زینالی، ب.، ۱۳۹۴. بررسی الگوی پیچان رودی رودخانه‌ی گرمی چای استان آذربایجان شرقی با استفاده از روش‌های ژئومورفولوژی و تحلیل فراکتال تحقیقات جغرافیایی، شماره‌ی ۱۱۹، صص ۶۴ تا ۷۹.
- ایلدرمی، ع. ر.، و سپهری، م.، ۱۳۹۷. فرسایش‌پذیری سازندهای زمین شناسی با استفاده از تحلیل بعد فرکتال شبکه‌ی زهکشی (مطالعه‌ی موردی: دامنه‌های شمالی همدان)، دوره‌ی ۶، شماره‌ی ۴، صص ۷۰-۸۷.
- باباعلی، ح. ر.، رامک، ز.، و سپهوند، ر.، ۱۳۹۷. برآورد سیلاب طرح حوضه‌ی آبخیز با به‌کارگیری تئوری فرکتال و مدل بارش - رواناب HEC-HMS (مطالعه‌ی موردی: حوضه‌ی آبخیز رودخانه خرم‌آباد)، نشریه آب و خاک، دوره‌ی ۳۲، شماره‌ی ۶، صص ۱۰۹۷-۱۱۰۷.
- برزگری دهج، و.، زارع، م. ح.، و اختصاصی، م. ر.، ۱۳۹۸. مقایسه شاخص بدون بعد تراکم شبکه‌ی زهکش و بعد فراکتال شبکه‌ی زهکشی در جداسازی واحدهای سنگ‌شناسی (منطقه‌ی مورد مطالعه: حوضه‌ی آبخیز تفت، یزد)، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، دوره‌ی ۸، شماره‌ی ۳، صص ۸۰-۹۶.
- سپهر، ع.، خسروی، ع.، عبدالله زاد، ز.، ۱۳۹۵. رفتار فرکتالی و ارتباط آن با خصوصیات هیدرومورفومتری حوضه‌های آبریز دامنه شمالی بینالود، نشریه هیدروژئومورفولوژی، دوره‌ی ۳، شماره‌ی ۹، صص ۲۰-۳۲.
- سلطانی، ش.، قهرودی تالی، م.، و صدوق، س. ح.، ۱۳۹۸. کاربرد سنجش از دور و مدل ریاضی فراکتال در بررسی رفتار و تغییرات لندفرم‌های ژئومورفولوژیکی رودخانه ارس، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، دوره‌ی ۷، شماره‌ی ۴، صص ۷۳-۹۲.
- مصطفی‌زاده، ر.، ذبیحی، م.، و ادهمی، م.، ۱۳۹۶. تحلیل زمانی و مکانی تغییرات بارش ماهانه در استان گلستان به کمک بعد فرکتالی، نشریه مهندسی و مدیریت آبخیز، دوره‌ی ۹، شماره‌ی ۱، صص ۳۴-۴۵.

- مصطفی‌زاده، ر.، بهره‌مند، ع.، و سعدالدین، ا.، ۱۳۸۸. شبیه‌سازی هیدروگراف رواناب مستقیم با مدل هیدروگراف واحد لحظه‌ای کلارک (مطالعه موردی: آبخیز جعفرآباد استان گلستان)، پژوهش‌های حفاظت آب و خاک (علوم کشاورزی و منابع طبیعی)، دوره‌ی ۱۶، شماره‌ی ۳، صص ۱۲۲-۱۰۵.
- علمی‌زاده، ه.، ماه‌پیکر، ا.، و سعادت‌مند، م.، ۱۳۹۳. بررسی نظریه‌ی فرکتال در ژئومورفولوژی رودخانه‌ای: مطالعه‌ی موردی زرینه رود، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، سال ۳، شماره‌ی ۲، صص ۱۴۱-۱۳۰.
- علمی‌زاده، ه.، ماه‌پیکر، ا.، ۱۳۹۶. بررسی نظریه‌ی فرکتال در رودخانه‌ی زرینه رود با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای، فضای جغرافیای، دوره‌ی ۱۷، شماره‌ی ۵۹، صص ۲۵۵-۲۷۰.
- علی‌مرادی، م.، اختصاصی، م.، ر.، تازه، م.، و کریمی، ح.، ۱۳۹۷. محاسبه‌ی بعد فراکتال سازندهای زمین‌شناسی و بررسی ارتباط آن با حساسیت سازندها، پژوهش‌های جغرافیای طبیعی، دوره‌ی ۵۰، شماره‌ی ۲، صص ۲۵۳-۲۴۱.
- فتاحی، م.، ه.، و طالب‌زاده، ز.، ۱۳۹۶. ارتباط بین ضریب فشردگی حوضه‌ی آبریز با ویژگی‌های فرکتال آن، تحقیقات منابع آب ایران، سال ۱۳، شماره‌ی ۱، صص ۱۹۱-۲۰۳.
- فتاحی، م.، ه.، و جهانگیری، ح.، ۱۳۹۳. بررسی ارتباط ویژگی‌های برخال شبکه‌ی رودخانه و سری‌های زمانی جریان رودخانه، نشریه‌ی مهندسی آب، دوره‌ی ۷، شماره‌ی ۲۰، صص ۱-۱۰.
- فتاحی، م.، و طالب‌زاده، ز.، ۱۳۹۶. تولید آب نگار واحد مصنوعی بر پایه ویژگی‌های فراکتال حوضه آبخیز، نشریه مهندسی منابع آب، دوره‌ی ۱۰، شماره‌ی ۳۲، صص ۸۷-۹۷.
- کرم، ا.، و صابری، م.، ۱۳۹۴. محاسبه‌ی بعد فرکتال در حوضه‌های زهکشی و رابطه‌ی آن با برخی خصوصیات ژئومورفولوژیکی حوضه (مطالعه موردی: حوضه‌های آبریز شمال تهران)، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، سال ۴، شماره‌ی ۳، صص ۱۶۷-۱۵۳.
- کامیاب، س.، و فتاحی، م.، ه.، ۱۳۹۷. انطباق سنجی خواص ژئومورفولوژیک حوضه‌ی آبریز و ویژگی‌های چند فراکتال شکل آبراهه، نشریه‌ی تحقیقات منابع آب ایران، دوره‌ی ۱۴، شماره‌ی ۵، صص ۳۱۱-۳۲۶.
- محمدی، م.، اختصاصی، م.، ر.، طالبی، ع.، و حسینی، س.، ۱۳۹۸. بررسی رابطه بین بعد فراکتال و ویژگی‌های مورفومتریکی شبکه زهکشی (مطالعه موردی: حوضه آبخیز دشت یزد-اردکان)، نشریه خشک بوم، دوره‌ی ۹، شماره‌ی ۲، صص ۱-۱۶.
- محمدی خشویی، م.، و اختصاصی، م.، ر.، ۱۳۹۸. مقایسه‌ی بعد فراکتال و ویژگی‌های ژئومورفولوژیک در مدیریت حوضه‌ی آبخیز عقدا، پژوهش‌های فرسایش محیطی، دوره‌ی ۹، شماره‌ی ۱، صص ۶۲-۸۴.
- نظری صارم، م.، دبیری، ر.، انصاری، م.، ر.، و وثوقی عابدینی، م.، ۱۳۹۹. برآورد بعد فراکتالی ژئومورفولوژی کرانه‌های شمال خلیج فارس با استفاده از روش شمارش جعبه‌ای، پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی، دوره‌ی ۹، شماره‌ی ۲، صص ۱۵۹-۱۷۴.
- Ariza, V. A., Jiménez-Hornero, F., Gutiérrez de Ravé, E. (2013). Multi-fractal analysis applied to the study of the accuracy of DEM-based stream derivation, *Geomorphology*, 197, 85-95.
- Baas, A.C.W. (2002). Chaos, fractals and self-organization in coastal geomorphology: simulating dune landscapes in vegetated environments. *Journal of Geomorphology*, 48(1), 309-328.
- Bartolo, S.G., Veltri, M., & Primavera, L. (2006). Estimated generalized dimensions of river networks. *Journal of Hydrology*, 322, 181-191.

- Ben-Zion, Y., & C. G. Sammis. (2003). *Characterization of fault zones. Pure and Applied Geophysics*, 160 (3 - 4), 677 – 715.
- Bi, L., He, H., Wei, Z., & Shi F. (2012). *Fractal properties of landform in the Ordos block and surrounding areas. Journal of China Geomorphology*, 175:151-162.
- Donadio, C., Magdaleno, F., Mazzarella, A., & Kondolf, G, M. (2014). *Fractal dimension of the hydrographic pattern of three large rivers in the Mediterranean morphoclimatic System: geomorphologic interpretation of Russian (USA), Ebro (Spain) and Volturno (Italy) Fluvial Geometry. Pure and Applied Geophysics*, 172, 1975-1984.
- Fac-Beneda, J. (2013). *Fractal structure of the Kashubian hydrographic system. Journal of Hydrology*, 488, 48 – 54.
- Gloaguen, R., Marpu, P.R., & Niemeyer, I. (2007). *Automatic extraction of Faults and Fractal analysis from remote sensing date, Nonlinear processes Geophys*, 14, 131-138.
- Gloaguen, R., Kabner, A., Wobbe, F., Shahzad, F., & A. Mahmood. (2008). *Remote sensing analysis of crustal deformation using river networks, Paper presented at the Geoscience and Remote Sensing Symposium, IGARSS 2008. IEEE International.*
- Hui, Y., & S. Changxing. (2017). *The Fractal Characteristics of Drainage Networks and Erosion Evolution Stages of Ten Kongduis in the Upper Reaches of the Yellow River, China. Journal of Resources and Ecology*, 8 (2), 165 – 174.
- Kusak, M. (2014). *Methods of fractal geometry used in the study of complexgeomorphic networks. AUC Geographica*, 49(2), 99–110.
- Kutlu, T., Ersahin, S., & Yetgin, B. (2008). *Relations between solid fractal dimension and somephysical properties of soils formed over alluvial and colluvial deposits, J Food Agri Environment*, 6: 445-449
- Kumar, A. (2014). *Geomorphologic Instantaneous Unit Hydrograph Based Hydrologic Response Models for Ungauged Hilly Watershed in India, Water Resources Management, DOI 10.1007/s11269-014-0848-z.*
- Li, J., Du, Q., & Sun, C. (2009). *An improved box-counting method for image fractal dimension estimation, Pattern Recognition*, 42(11), 2460-2469.
- Mandelbrot, B. B. (1967). *How long is the coast of Britain. science*, 156 (3775), 636 – 638.
- Mandelbrot, B. B. (1983). *The fractal geometry of nature/Revised and enlarged edition, NewYork, WH Freeman and Co., 495p.*
- Molteno, T.C.A. (1993). *Fast O (N) box-counting algorithm for estimating dimensions, Physical Review E*, 48 (5), R3263– R3266.
- Valderys, J.B., Fialloand, Y., & Rodriguez-Iturbe, I. (1979). *A rainfall–runoff analysis of geomorphologic IUH. Water Resour. Res*, 15(6), 1421–1434.