

## مدل سازی توزیع مکانی و کاهش سطح تراز آب های زیرزمینی دشت تبریز

فربا اسفندیاری درآباد\* - دانشیار گروه جغرافیای طبیعی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران  
رئوف مصطفی زاده - استادیار گروه منابع طبیعی، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران  
الهامه عبادی - دانشجوی دکتری ژئومورفولوژی دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران  
رضا سعادت - دانش آموخته کارشناسی ارشد ژئومورفولوژی دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

تاریخ پذیرش: ۹۸/۱۰/۰۸

تاریخ دریافت: ۹۷/۱۰/۱۶

### چکیده

در دشت تبریز به علت شوری زیاد آب های سطحی که از نگرانی های عمده آبیاری و کشاورزی پایدار در منطقه مطرح می باشد کشاورزان از آب های زیرزمینی به عنوان مکمل آب های سطحی جهت آبیاری مزارع خود استفاده می کنند. پژوهش حاضر به منظور کاربرد مدل های جبری و زمین آماری در پهنه بندی عمق آب های زیرزمینی دشت تبریز در یک بازه زمانی ۱۳ ساله (۱۳۸۰ تا ۱۳۹۲)، با استفاده از داده های ۴۲ حلقه چاه پیژومتری در سطح دشت به انجام رسیده است. مدل های مورد استفاده شامل، مدل IDW و مجموعه روش های توابع شعاعی (RBF)، به عنوان نماینده روش های جبری و مدل کریجینگ به عنوان نماینده روش های زمین آماری می باشد. از اعتبار سنجی متقاطع، شاخص های خطای، میانگین انحراف خطا (MBE)، ریشه دوم میانگین مربع خطا (RMSE) و ضریب تعیین جهت انتخاب روش مناسب و اعتبار سنجی مدل های مربوطه استفاده شده است. نتایج به دست آمده نشان داد که برای پهنه بندی عمق آب زیرزمینی روش کریجینگ در مقایسه با سایر روش های میان یابی مورد بررسی (مدل Gaussian) با خطای RMSE و MBE به ترتیب برابر با ۱۹/۰۸ و ۰/۳۷ و R2 برابر با ۰/۳۵، دارای دقت بالایی بوده و با نقشه های کاربری اراضی منطقه، شبکه آبراهه های و زمین شناسی محدوده مطالعاتی همخوانی بسیار بالایی دارد. بنابراین بهترین روش جهت پهنه بندی عمق آب های زیرزمینی دشت تبریز محسوب می گردد. هم چنین مقایسه نقشه های پهنه بندی مکانی عمق آب زیرزمینی در طول دوره های زمانی مورد بررسی نشان داد که در قسمت های جنوب شرقی، شرقی، جنوب محدود مورد مطالعه افزایش در عمق آب زیرزمینی مشاهده شده که البته با توجه به اینکه در این قسمت ها اراضی باغی وجود دارد می توان دلیل افزایش عمق آب زیرزمینی را بهره برداری بی رویه از منابع آب زیرزمینی دانست.

واژگان کلیدی: مدل های جبری، مدل های زمین آماری، اعتبار سنجی متقاطع، عمق آب های زیرزمینی، دشت تبریز

## مقدمه

برای استفاده بهینه از منابع آب موجود برنامه‌ریزی همه جانبه و آگاهانه الزامی است و این مهم مگر با شناخت دقیق و صحیح کمیت و کیفیت آب میسر نخواهد شد. در نواحی خشک و نیمه خشک نه فقط کمبود و محدودیت منابع آب مسئله‌ساز است بلکه تغییرات شدید و ناگهانی بارندگی، کمی جریان‌ات سطحی، امکان برنامه‌ریزی و تنظیم یک سیستم آبیاری و بهره‌برداری از منابع آب را دشوار و پیچیده نموده است (فراهانی، ۱۳۹۲: ۲).

کشور ایران با شرایط اقلیمی خشک و نیمه خشک و میانگین بارش سالانه حدود ۲۵۰ میلی‌متر یکی از کم‌آب‌ترین کشورهای جهان محسوب می‌شود (مسعودیان و کاویانی، ۱۳۸۶: ۸۲). بطوری که اگر میانگین بارندگی سالانه در سطح کره زمین که در حدود ۸۶۰ میلی‌متر تخمین زمین زده می‌شود با متوسط بارندگی سالانه ایران که در حدود ۲۵۰ میلی‌متر است مقایسه شود ملاحظه می‌گردد که در حال حاضر مقدار بارندگی در کشور ایران از یک سوم میزان متوسط بارندگی جهان کمتر است (علیزاده، ۱۳۸۱: ۱۴۰). در دشت تبریز علاوه بر آب‌های سطحی حاصل از رودخانه آجی‌چای، کومورچای، سنیخ‌چای، از منابع آب زیرزمینی نیز برای آبیاری مزارع استفاده می‌گردد. به علت شوری زیاد آب‌های سطحی که از نگرانی‌های عمده آبیاری و کشاورزی پایدار در منطقه مطرح می‌باشد. کشاورزان از آب‌های زیرزمینی به عنوان مکمل آب‌های سطحی جهت آبیاری مزارع خود استفاده می‌کنند، بنابراین در این منطقه لازم است که استراتژی‌های لازم جهت استفاده از آب‌های سطحی و زیرزمینی جهت رسیدن به کشاورزی پایدار صورت پذیرد. بنابراین بدین منظور باید مطالعاتی در زمینه تغییرات آب‌های زیرزمینی صورت گیرد. در آبخوان‌هایی که با بهره‌برداری بیش از حد مواجه باشند، داشتن یک تخمین جامع، دقیق و قابل اعتماد از سطح آب زیرزمینی به شدت مورد نیاز می‌باشد برای دستیابی به چنین پارامترهایی روش‌های مختلفی به کار برده شده است. انتخاب و دقت روش‌های مناسب پهنه‌بندی و تهیه نقشه تغییرات ویژگی‌های کمی و کیفی آب‌های زیرزمینی به شرایط منطقه و وجود آمار و داده‌های کافی در آن بستگی دارد و انتخاب صحیح آن گامی اساسی و مهم در مدیریت منابع آبی منطقه به‌شمار می‌رود. از روش‌های زمین آمار در زمینه‌های مختلف، در سطح جهان توسط محققان متعددی استفاده شده است که می‌توان به موارد زیر اشاره کرد: نیکولاس<sup>۱</sup> (۲۰۰۷)، از روش زمین آمار در ارزیابی و بهینه‌سازی شبکه مشاهدات آب زیرزمینی در شبه‌جزیره چالکیدیکی بهره گرفته است. نتایج ایشان نشان داد که کریجینگ یک روش مناسب برای درون‌یابی نارایب خطی با حداقل میانگین خطای درون‌یابی به‌شمار می‌آید. این مهم محاسبه و برآورد دقیق و قابل اعتماد بودن پراکنش مکانی متغیر را مقدر می‌سازد. جانسون هیل<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۹)، از روش کریجینگ معمولی برای تهیه نقشه‌های پهنه‌بندی مکانی آب‌های آلوده به آرسنیک استفاده نمودند و برای تهیه واریوگرام تجربی و نقشه‌های پهنه‌بندی میزان غلظت آرسنیک، از شبکه نمونه‌برداری نشده ارزیابی صحیحی توسط نقشه‌های کریجینگ صورت گرفت. ایشان اذعان داشتند که روش‌های زمین آماری از قبیل کریجینگ اطلاعات را بر روی ساختار خاص از آلودگی آرسنیک در حوضه اکتشافی با مقیاس کوچک، درون‌یابی می‌کند. کارتر<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۱)، به مقایسه مدل‌های کریجینگ و کوکریجینگ جهت ارزیابی زمین‌آماري مخصوصاً ظرفیت سیستم آبخوان در حوزه نوراک پرداختند. چونگ<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۱۲)، در پژوهشی دیگر اقدام به پهنه‌بندی ارتفاع سفره آب زیرزمینی در مناطق مرتفع با استفاده از روش‌های مختلف میان‌یابی کردند. واروچاکیس<sup>۵</sup> و همکاران (۲۰۱۳)، به مقایسه روش‌های تصادفی و قطعی برای پایش تغییرات فضایی سطح آب‌های زیرزمینی در حوضه‌هایی با داده کم و استفاده از روش‌های مختلف جبری و زمین‌آمار جهت پهنه‌بندی آب‌های زیرزمینی اقدام کردند.

در کشور ایران هم مطالعات متعددی در زمینه ارزیابی تغییرات آب‌های زیرزمینی صورت گرفته که از آن جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

حسینعلی‌زاده و یعقوبی (۱۳۸۹)، در تحقیق خود تغییرات مکانی و زمانی سطح سفره آب زیرزمینی را با استفاده از زمین آمار مورد ارزیابی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که نوسان‌های سطح آب زیرزمینی تمامی فصل‌ها دارای روند و ناهمسانگردی است. افزون بر این، جهت پهنه‌بندی فصل‌های بهار، تابستان و پاییز مدل نمایی و برای فصل زمستان مدل کروی بهترین عملکرد را از

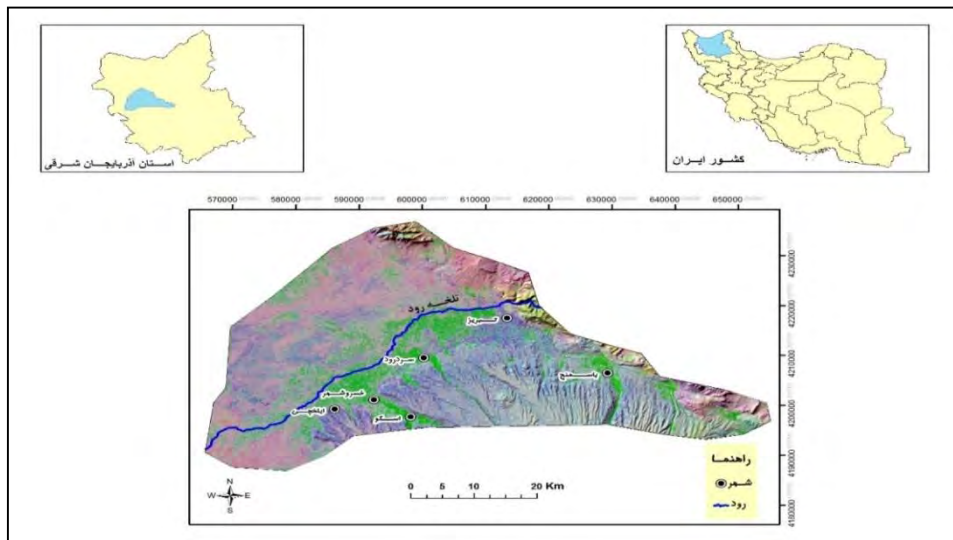
1. Nicolas
2. Jason Hill et al
3. Carter et al
4. Chung et al
5. Varouchakis

خود نشان می‌دهد. رضایی و همکاران (۱۳۸۹)، در بررسی تغییرات مکانی شاخص‌های کیفی آب‌های زیرزمینی استان گیلان به این نتیجه رسیدند که از نظر شاخص SAR کیفیت آب‌های زیرزمینی استان خصوصا مناطق مرکزی و مرکزی متمایل به شرق همجوار با دریا پایین بوده و می‌تواند پایداری تولید برنج در این مناطق را که از مناطق عمده کاشت برنج می‌باشد با خطر مواجه کند. سلاجقه و همکاران (۱۳۹۱)، در بررسی کیفیت آب زیرزمینی شهر کرج با استفاده از زمین‌آمار به این نتیجه رسیدند که از بین روش‌های درون‌یابی استفاده شده در تحقیق روش کریجینگ نسبت به روش‌های دیگر از دقت بالایی برخوردار است. همچنین نقشه‌های تهیه شده با این روش نشان می‌دهد که میزان آلودگی قسمت‌های جنوبی و مرکزی منطقه به سمت شمال و نیمه غربی در حال افزایش است. پیری و همکاران (۱۳۹۲)، در بررسی تغییرات کیفیت آب زیرزمینی دشت بسنجان به این نتیجه رسیدند که روش‌های زمین‌آمار برتری قابل توجهی نسبت به روش‌های دیگر دارند. همچنین شوری و نسبت جذبی سدیم در اکثر چاه‌ها بالا بوده و مصرف آب این چاه‌ها در درازمدت باعث شور شدن و کاهش نفوذپذیری خاک می‌شود. اسفندیاری و همکاران (۱۳۹۳)، در پژوهش خود به تخمین توزیع مکانی سطح ایستابی دشت اردبیل با استفاده از مدل‌های جبری و زمین‌آمار پرداختند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که از بین مدل‌های مختلف مدل Completely Regularized spline که یکی از مدل‌های توابع شعاعی محسوب می‌شود، نسبت به سایر روش‌ها از دقت بالاتری برخوردار بوده و با نقشه‌های کاربری اراضی منطقه، پراکندگی چاه‌های عمیق و نیمه‌عمیق و شبکه آبراهه‌های منطقه همخوانی بسیار بالایی دارد. بنابراین بهترین روش جهت پهنه‌بندی عمق آب‌های زیرزمینی دشت اردبیل محسوب می‌گردد. هدف تحقیق حاضر، تحلیل تغییرات مکانی سطح تراز آب زیرزمینی در دشت تبریز با کاربرد مدل‌های جبری و زمین‌آمار است.

## محدوده مورد مطالعه

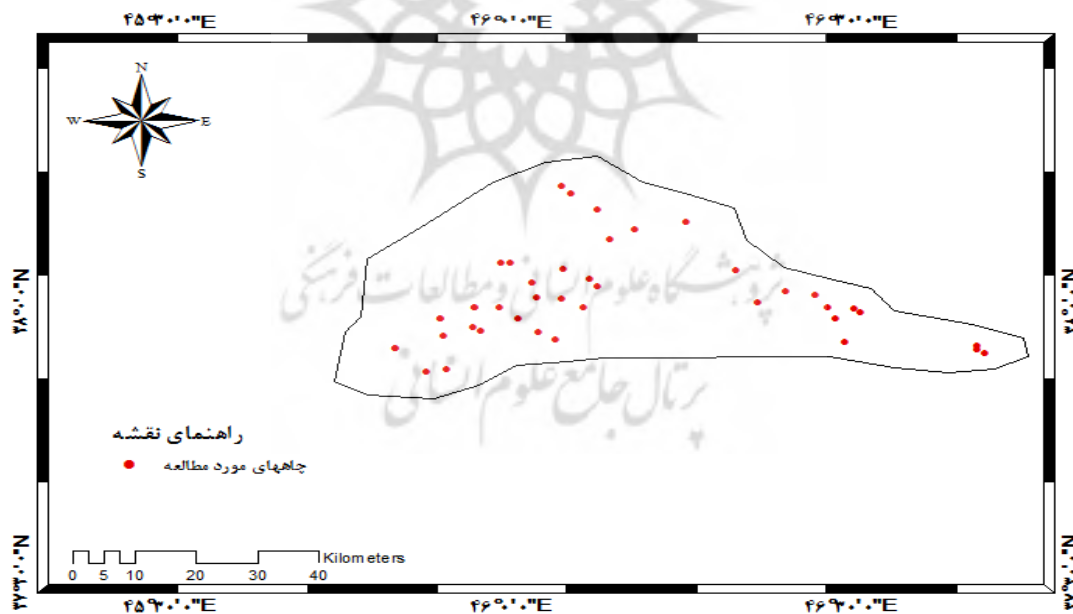
دشت تبریز که بخشی از حوضه آبریز آجی‌چای را شامل می‌شود در ۴۶ درجه و ۱۵ دقیقه الی ۴۵ درجه و ۳۰ دقیقه طول شرقی و ۳۸ درجه و ۱۷ دقیقه الی ۳۷ درجه و ۵۶ دقیقه عرض شمالی واقع شده است. بخش شمال و شرق دشت تبریز به ارتفاعات عون بن علی، کوه‌های مورو و میشو محدود می‌شود. توده کوهستانی سه‌سند در جنوب و جنوب غربی آن قرار دارد و از سمت غرب تا کناره دریاچه ارومیه امتداد دارد. ارتفاع این دشت از سطح آب‌های آزاد در حدود ۱۳۵۰ متر است و شیب دشت از شرق به غرب می‌باشد (جهانبخش و کرمی، ۱۳۸۸: ۲۰) (شکل ۱). آبخوان دشت تبریز متشکل از سه سفره آزاد (اول)، نیمه تحت فشار (سفره دوم) و تحت فشار (سوم) است. ضخامت سفره اول در پهنه دشت با ضخامت‌های متغیر کمتر از ۲۵ متر تا بیش از ۶۰ متر دیده می‌شود. سفره دوم آبخوان دشت تبریز از حوالی خیابان شریعتی به سمت غرب با ضخامت‌های متغیر در زیرسفره اول با حداکثر ضخامت اُبرفت مجموع تا بیش از ۹۵ متر در باغ گلستان و کمتر از ۳۰ متر در حواشی شهر مشاهده می‌شود و همچنین سفره سوم در انتها الیه شمال غربی حوالی میدان آذربایجان و جاده سنتو به سمت مدخل و مرکز دشت تبریز آغاز و گسترش می‌یابد (شرکت آب منطقه‌ای تبریز، ۱۳۸۸: ۶).

با اینکه مطالعه موردی پژوهش حاضر دشت تبریز است ولی با توجه به اینکه پراکندگی چاه‌های مورد مطالعه کل دشت را پوشش نمی‌دهد بنابراین قسمت‌هایی از دشت را که پراکندگی چاه‌ها در آنجا قرار دارد به‌عنوان محدوده مطالعاتی انتخاب شده و بررسی‌ها روی این قسمت‌ها انجام شده است.



شکل ۱. موقعیت جغرافیایی منطقه مورد مطالعه در ایران و استان آذربایجان شرقی

جهت انجام این پژوهش از داده‌های ۴۲ چاه بیزومتری در سطح محدوده مطالعاتی استفاده شده است (شکل ۲). بازه زمانی استفاده شده در این پژوهش، یک بازه ۱۳ ساله از سال ۱۳۸۰ تا سال ۱۳۹۲ می باشد. جهت برطرف کردن نواقص موجود در داده‌های مطالعاتی از روش بازسازی داده‌ها استفاده شد. روش بازسازی استفاده شده که صرفاً برای برطرف کردن نواقص در داده‌ها استفاده شد، روش میان‌یابی می‌باشد که توسط نرم‌افزار Neural Power (برمبنای شبکه عصبی مصنوعی)، انجام گرفت.



شکل ۲. نقشه پراکنندگی موقعیت فضایی چاه‌های بیزومتری مورد مطالعه در سطح دشت تبریز

بعد از بازسازی داده‌ها با انجام آزمون ران تست از همگن بودن داده‌ها اطمینان حاصل گردید و آماره‌های توصیفی داده‌ها شامل ضرایب پراکنندگی و پارامترهای گرایش به مرکز توسط نرم‌افزار SPSS استخراج شده و مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت (جدول ۱). در این قسمت پارامترهای آماری از قبیل حداقل و حداکثر عمق چاه‌ها، دامنه تغییرات، انحراف از معیار، میانگین، واریانس و ضریب چولگی آنها مورد محاسبه قرار گرفت. نتایج حاصل شده از تحلیل پارامترهای آماری نشان می‌دهد که میانگین داده‌های مورد

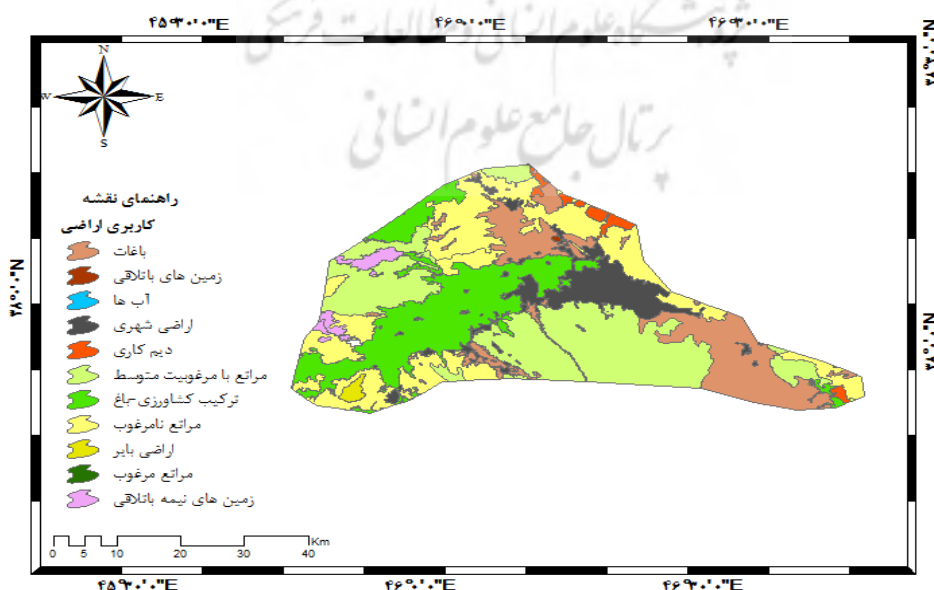
مطالعه برابر با ۲۰/۴۲ متر می‌باشد، حداقل عمق چاه‌ها ۱/۳۷ متر (چاه غرب قوریگل آرتزین) و حداکثر آن برابر با ۱۳۰/۸۸ متر (چاه دره هروی)، بوده و لذا دامنه تغییرات عمق چاه‌ها که تفاوت بین حداقل و حداکثر عمق می‌باشد برابر با ۱۲۹/۵۱ متر است. انحراف از معیار داده‌ها ۲۶/۰۱ و چولگی داده‌ها ۲/۳۱ می‌باشد که نشان از چولگی مثبت داده‌ها دارد.

جدول ۱. آماره‌های توصیفی میانگین ۱۳ ساله داده‌های عمق چاه‌های پیژومتری مورد مطالعه در دشت تبریز (به متر)

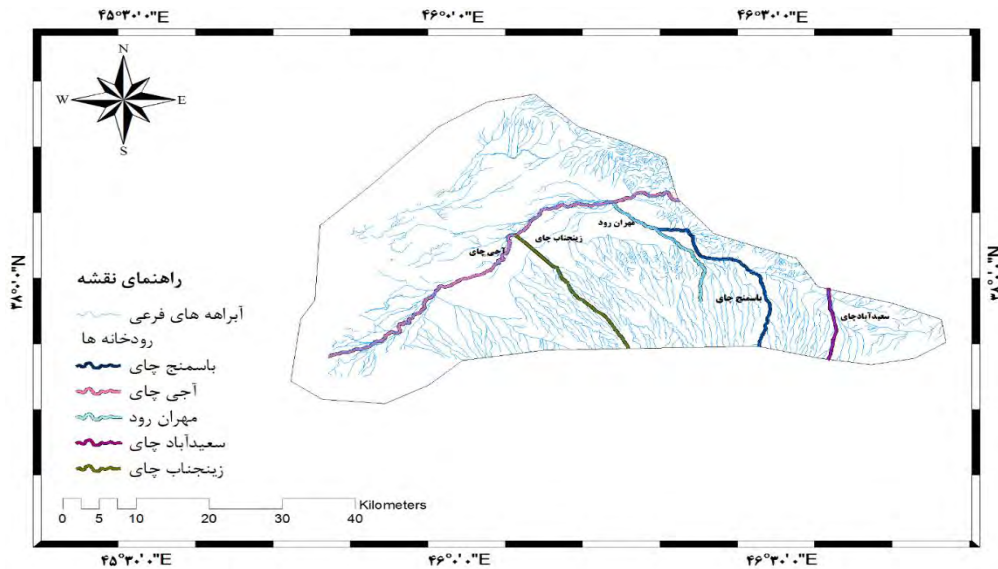
ضریب چولگی	واریانس	انحراف معیار	میانگین	حداکثر	حداقل	دامنه تغییرات	تعداد
۲/۳۱	۶۷۶/۷۲	۲۶/۰۱	۲۰/۴۲	۱۳۰/۸۸	۱/۳۷	۱۲۹/۵۱	۴۲

از آنجایی که شبکه آبراهه‌ها، زمین‌شناسی و هم‌چنین کاربری اراضی در یک منطقه در تغذیه و تخلیه آبهای زیرزمینی نقش بسیاری مهمی دارد بنابراین باید پهنه‌بندی صورت گرفته با نقشه‌های شبکه آبراهه‌ها، زمین‌شناسی و کاربری اراضی محدوده مطالعاتی مورد مقایسه قرار بگیرد تا از صحت و دقت پهنه‌بندی‌های انجام شده اطمینان حاصل کرده و به تغییرات عمق آب‌های زیرزمینی در سطح محدوده مطالعاتی پی برد.

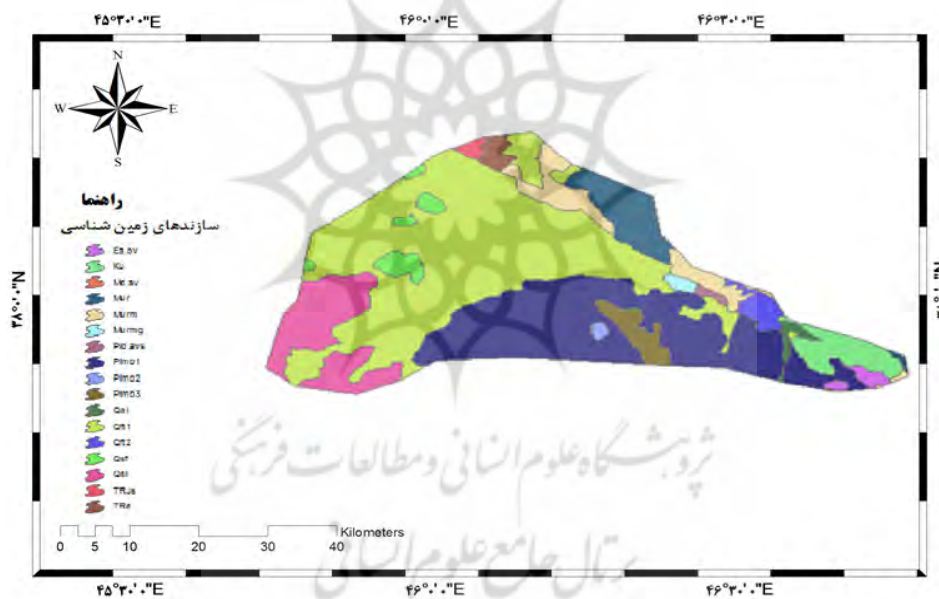
با توجه به نقشه کاربری اراضی محدوده مطالعاتی، بیش‌ترین سهم در کاربری اراضی را کشاورزی و باغات به خود اختصاص می‌دهند و بیش‌ترین تراکم حلقه چاه‌ها نیز منوط به این بخش‌ها می‌باشد و می‌تواند به عنوان یک مخاطره جدی برای منطقه محسوب گردد (شکل ۳). هم‌چنین با توجه به نقشه شبکه آبره‌ها (شکل ۴)، از آبراهه‌های اصلی موجود در محدوده مورد مطالعه می‌توان به رودخانه آجی‌چای، باسمنج‌چای، زینجناب‌چای، مهران رودچای، سعیدآبادچای اشاره کرد. محل تخلیه تمام رودها، دریاچه ارومیه است. ولی بجز رودخانه اصلی آجی‌چای که جریان آن در فصل بارانی به دریاچه می‌رسد، بقیه رودهای دشت مورد مطالعه به علت مصارف کشاورزی، نفوذ یا تبخیر و تعرق از دسترس خارج شده و به دریاچه ارومیه نمی‌رسند. با توجه به نقشه شبکه آبراهه‌ها و مقایسه آن با نقشه پهنه‌بندی مشخص می‌شود که در اطراف رودخانه آجی‌چای و زینجناب‌چای عمق آب زیرزمینی نزدیک به سطح زمین است که علت آن را می‌توان رسوبات تبخیری موجود در منطقه و هم‌چنین تغذیه سفره‌های زیرزمینی از رودخانه بیان کرد. و در نهایت از نقشه زمین‌شناسی (شکل ۵) مشخص است که در بیش‌ترین قسمت محدوده مورد مطالعه جنس سنگ‌های تشکیل دهنده از نوع مارن قرمز، مارن گچی، ماسه سنگ و کنگلومرا (Qft1) و هم‌چنین مخروط‌های کوهپایه‌ای، رسوبات تراس دره‌ای (Plmb1) می‌باشد که با توجه به جدول مقاومت سنگ‌ها، جزو سنگ‌های سست به حساب می‌آیند که البته بسترین پراکندگی چاه‌ها مطالعاتی نیز در این بخش‌ها می‌باشند.



شکل ۳. نقشه کاربری اراضی محدوده مورد مطالعه در دشت تبریز



شکل ۴. نقشه شبکه آبراهه‌های محدوده مورد مطالعه در دشت تبریز



شکل ۵. نقشه زمین شناسی محدوده مورد مطالعه در دشت تبریز

## روش پژوهش

روش‌های استفاده شده در این پژوهش به منظور درون‌یابی داده‌های عمق آب زیرزمینی شامل مدل‌های جبری و زمین آماری بوده که توضیحات آنها بشرح زیرمی‌باشد:

### روش‌های جبری میان‌یابی

در روش جبری یک یا چند رویه به مجموعه نقاط مشاهده‌ای ( $Z$ ) در مختصات معلوم برازش داده می‌شود. روش‌های درون‌یابی جبری می‌توانند، دقیق و یا تقریبی باشند به طوری که اگر مقادیر مشاهده‌ای به عنوان مقادیر دقیق (بدون خطا یا عدم قطعیت) در محل‌های نمونه‌گیری تلقی شود، استفاده از یک روش دقیق برای درون‌یابی تو صیه می‌شود. ولی اگر مقداری عدم قطعیت برای

متغیر در نظر گرفته شود، ممکن است یک روش هموار انتخاب شود لذا در این دسته توابع ریاضی مختلفی برای برازش سطوح درون‌یابی به نقاط معلوم می‌تواند استفاده شوند (اسفندیاری و همکاران، ۱۳۹۳: ۱۱). از جمله این روش‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

### روش عکس فاصله وزنی<sup>۱</sup> IDW

یکی از روش‌های میان‌یابی است که در این روش ارزش یک متغیر براساس میانگین همسایه‌ها در محدوده‌های معین محاسبه می‌شود. به این ترتیب که معکوس فواصل از نقاط مجهول وزن‌دهی می‌شوند هرچه فواصل نقطه مجهول از نقاط معلوم کاهش یابد وزن ارزش آن نقاط افزایش می‌یابد و نقاطی که ارزش آن‌ها معلوم است با استفاده از نقاط اطراف یک شعاع مشخص برآورد می‌شود (Gildes and Choline, 2004: 120). هنگامی که توان صفر است نقش فاصله افزایش یافته و فاصله‌های نزدیک‌تر وزن بالاتری می‌یابند. در روش عکس فاصله وزنی معمولاً از توان یک استفاده می‌شود (Meyers, 1994: 17-28). لایه‌های حاصل از این روش به شعاع جستجو و تعداد همسایه‌هایی که در تخمین نقاط مجهول دخالت می‌کنند وابسته است. اگر در داده‌ها روندی وجود نداشته باشد با شدت تمامی جهات وزن یکسان قرار می‌گیرد. در روش مذکور فاصله نقاط مجهول از داده‌های مشاهده‌ای اندازه‌گیری می‌شود و معکوس فواصل نقاط نسبت به نقطه مجهول محاسبه شده و به توان می‌رسد و میانگین آن برای مجهول در نظر گرفته می‌شود (قهرودی تالی، ۱۳۸۴: ۲۶۶). این وزن‌ها توسط توان وزن‌دهی کنترل می‌شود، به طوری که توان‌های بزرگ‌تر اثر نقاط دورتر از نقطه مورد تخمین را کاهش می‌دهند و توان‌های کوچک‌تر وزن‌ها را به طوری یکنواختی بین نقاط همسایه توزیع می‌کنند. معادله (۱) چگونگی محاسبه وزن‌ها در این روش را نشان می‌دهد:

$$\lambda_i = \left( \frac{D_0}{D_i} \right)^\alpha - 1 \quad (1)$$

که در آن  $\lambda_i$ : وزن نقطه نمونه  $i$ ام،  $D_i$  فاصله بین نقطه  $i$ ام و نقطه مجهول  $\alpha$ : توان وزن‌دهی و  $D_0$ : شعاع همسایگی می‌باشد. انتخاب توان در روش IDW می‌تواند توسط روش اعتبارسنجی تقاطعی صورت گیرد. نکته‌ای که در این روش وجود دارد این است که به نقاط دارای فاصله یکسان از نقطه مورد تخمین، وزن یکسان داده می‌شود و موقعیت و آرایش آنها در نظر گرفته نمی‌شود (تقیان و همکاران، ۲۰۱۰: ۸۸).

### روش توابع شعاع محور<sup>۲</sup> (RBF) و تابع Completely Regularized spline

این روش به‌عنوان یکی از روش‌های توابع شعاعی محسوب می‌شود که به دلیل داشتن مقدار خطای کمتر و دقت بالا در این پژوهش از بین روش‌های مربوطه انتخاب گردیده است. این روش در نمونه‌هایی مفید خواهد بود که رویه برازش شده بر حسب مقادیر نمونه برداری شده، به دقت سطح را نمایش نمی‌دهد (اسفندیاری و همکاران، ۱۳۹۳: ۱۳). این روش می‌تواند روی داده‌های نویزدار که به‌طور نامنظم در یک منطقه پخش شده‌اند اعمال شده و یک درون‌یابی چندمتغیره هموار روی داده‌ها انجام دهد. به عبارت دیگر روش RBF تابعی را می‌یابد که مشابه یک ورقه فلزی نازک است که به‌طور همواری خم شده است و مقید به گذشتن از تمامی داده‌ها می‌باشد. در این روش یک تابع  $f(x,y)$  را می‌یابد که این تابع نه تنها از تمامی داده‌های موجود می‌گذرد، بلکه مقدار یک تابع انحنا را که میزان هموار بودن تابع  $f(x,y)$  را می‌سنجد را نیز کمینه می‌کند. در روش RBF تابعی که میزان تابع انحنا برای آن حداقل می‌شود به شکل عمومی زیر می‌باشد و تفاوت روش‌های RBF مختلف در نحوه تعریف تابع RBF (E) در رابطه (۲) می‌باشد:

(۲)

$$f(x,y) = \sum_{j=1}^n a_j E(\|x - x_j, y - y_j\|) + b_0 + b_1 x + b_2 y$$

<sup>۱</sup>. Inverse Distance Weighting

1. Radial Basis Function

به طوریکه  $\| \cdot \|$  بیانگر طول بردار،  $x$  و  $y$  متغیرهای مکانی،  $(x_j, y_j)$  مختصات مکانی  $j$  امین نقطه مشاهده‌ای پارامتر  $j$  و  $E$  یک RBF می‌باشد.  $b_0, b_1, b_2, a_j$  ضرایبی هستند که باید تعیین شوند تا تابع  $f$  به طور صریح مشخص شود. البته ابتدا بایستی RBF ( $E$ ) نیز مشخص شود.

رابطه (۳) نحوه محاسبه روش Completely Regularized spline را نشان می‌دهد:

$$T(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y$$

$a_1$  ضریبی است که از طریق حل کردن معادله خطی سیستم بدست می‌آید هم‌چنین معادله (۴):

$$R(r) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \frac{r^2}{4} \left[ \ln\left(\frac{r}{2\tau}\right) + c - 1 \right] + \tau^2 \left[ k \left( \frac{r}{\tau} \right) + c + \ln\left(\frac{r}{2\pi}\right) \right] \right\}$$

که در آن،  $r$  فاصله بین نقطه و نمونه،  $\tau^2$  پارامتر وزن،  $k$  ضریب اصلاح شده معادله بسل و  $c$  ضریب ثابتی است که برابر با  $0.577215$  می‌باشد.

پس از انتخاب RBF،  $b_0, b_1, b_2, a_j$  به صورت زیر (معادله ۵ و ۶) محاسبه می‌گردند:

$$\bar{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} = A^{-1}(\bar{z} - B\bar{b}) \quad \bar{b} = \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (B'A^{-1}B)^{-1}B'A^{-1}\bar{z}$$

که در روابط فوق:

$$A = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & \dots & E_{1n} \\ E_{21} & E_{22} & \dots & E_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E_{n1} & E_{n2} & \dots & E_{nn} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n \end{bmatrix} \quad \bar{z} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \vdots \\ Z_n \end{bmatrix}$$

که در ماتریس  $A$ ،  $E_{ij}$  به صورت زیر (معادله ۷) تعریف می‌شود:

$$E_{ij} = E(x_i - x_j, y_i - y_j)$$

که  $E$  همان تابع RBF انتخاب شده می‌باشد.

در روابط فوق پارامتر  $\lambda$ ، ضریب همواری نامیده می‌شود. این ضریب به منظور ایجاد قابلیت همواری تابع درون یاب (f) به روابط RBF اضافه گردیده است (تقیان و همکاران، ۲۰۱۰: ۸۹).

## روش‌های زمین آماری

روش‌های درون‌یابی زمین آماری به دسته‌ای از روش‌ها گفته می‌شود که بر پایه ویژگی‌های آماری سری مکانی متغیر مورد نظر، نظیر میانگین و انحراف معیار استوار می‌باشد. در روش‌های آماری تخمین میانگین مکانی یک منطقه، به تعداد نمونه‌ها و احتمال دخالت هر نمونه وابسته است. لازم به ذکر است وزن داده‌های مشاهده‌ای در این نوع درون‌یابی‌ها بر اساس عبارات احتمالاتی ساده محاسبه می‌شوند (اسفندیاری و همکاران، ۱۳۹۳: ۱۳).



## روش کریجینگ

شرط استفاده از این تخمین‌گر این است که متغیر  $Z$  دارای توزیع نرمال باشد و میانگین و واریانس در آن مکان تغییر زیادی نداشته نداشته باشد (تدبیری و همکاران، ۱۳۹۳). در غیر این صورت یا باید از کریجینگ غیر خطی استفاده کرد و یا این که با تبدیل‌های مناسب توزیع متغیر را به نرمال تبدیل کرد. کریجینگ بهترین تخمین‌گر خطی نارایب است و عاری از خطای سیستماتیک می‌باشد. همچنین واریانس تخمین در آن نیز حداقل می‌باشد. بنابراین:

(۸)

$$E[Z(x_i) - Z^*(x_i)] = 0$$

که در آن  $Z(x_i)$ : مقدار مشاهده شده متغیر در نقطه  $x_i$  با مختصات معلوم،  $Z^*(x_i)$

(۹)

$$E\left[Z(x_i) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] = 0$$

که در آن،  $\lambda_i$  وزن داده‌های مشاهده‌ای می‌باشد. که مجموع وزن‌ها برابر یک خواهد بود (ایساک و سریواستاوا، ۱۹۸۹، ۵۶۱).

(۱۰)

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$$

بنابراین شرط نارایی کریجینگ بیانگر آن است که مجموع ضرایب وزنی تخمین باید مساوی واحد باشد. شرط دیگر در روش کریجینگ این است که واریانس تخمین باید حداقل باشد. اعمال این شرط به معادله ماتریسی (۱۱) منتهی می‌شود:

(۱۱)

$$AX = B \Rightarrow X = A^{-1}.B$$

که در آن،  $A$  ماتریس  $(\gamma_{ij})$  مقدار مدل نیم‌تغییرنا بین  $i$  و  $j$ ، ماتریس  $(\gamma_{0i})$  مقدار مدل نیم‌تغییر نما بین نقطه مجهول و نقاط نمونه  $i$ ،  $X$ : ماتریس ضرایب  $\lambda_i$  (وزن نمونه  $x_i$  برای تخمین نقطه مجهول) می‌باشد (ثقفیان و همکاران، ۲۰۱۰: ۹۰).

## معیارهای اعتبار سنجی

معیارهای مختلفی برای اعتبار سنجی روش‌های درون‌یابی وجود دارد که یکی از مهم‌ترین آنها اعتبار سنجی متقاطع می‌باشد که این پژوهش براساس این معیار انجام شده است. در این روش برای هر یک از نقاط مشاهده‌ای به‌وسیله روش‌های درون‌یابی تخمینی انجام می‌شود و سپس مقدار تخمین زده شده با مقدار مشاهده‌ای مورد مقایسه قرار می‌گیرد مدلی که کم‌ترین مقدار خطا را در تخمین داشته باشد به‌عنوان بهترین مدل شناخته می‌شود. روش‌های مختلفی برای مقایسه مقادیر مشاهده‌ای و تخمین زده شده توسط مدل وجود دارد، از مهم‌ترین آنها که پژوهش حاضر به‌وسیله آنها انجام شده می‌توان به:

۱-  $MAE$  یا میانگین قدر مطلق خطا که از طریق رابطه زیر محاسبه می‌شود:

(۱۲)

$$MAE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} |z(x_i) - \hat{z}(x_i)|$$

۲-  $MBE$  یا میانگین انحراف خطا که از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

(۱۳)

1. Mean Absolute Error(MAE)

2. Mean Bias Error(MBE)

$$MBE = \frac{1}{N_v} \sum_{i=1}^{N_v} (z(x_i) - \hat{z}(x_i))$$

۳- RMSE<sup>۱</sup> یا ریشه دوم میانگین مربع خطا، که هر چقدر کم‌تر باشد نشانگر خطای کم‌تر مدل بوده که فرمول عمومی روش فوق به صورت زیر می باشد:

(۱۴)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{N_v} (z(x_i) - \hat{z}(x_i))^2}$$

که در روابط فوق،  $\hat{z}(x_i)$  مقدار برآورد شده متغیر در  $x_i$ ، مقدار مشاهده‌ای متغیر در  $x_i$ ،  $n$ ، تعداد نقاط با متغیر مشاهده‌ای می باشد (دی پیازا و همکاران، ۲۰۱۱).

معیارهای MAE و MBE هر چقدر به صفر نزدیک تر باشد نشان دهنده دقت بیشتر روش می باشد. MAE، همواره مثبت می باشد اما MBE که اختلاف بین میانگین مقادیر مشاهده‌ای و برآوردی را نشان می دهد می تواند مثبت و یا منفی باشد که اگر برآورد بیش تر صورت گرفته باشد مثبت و بر عکس، منفی خواهد شد. اگر هر دوی این معیارها برابر صفر باشند بیانگر این است که مدل انتخاب شده پارامتر مورد نظر را دقیق برآورد کرده است (ثقفیان و همکاران، ۲۰۱۰: ۴۰).

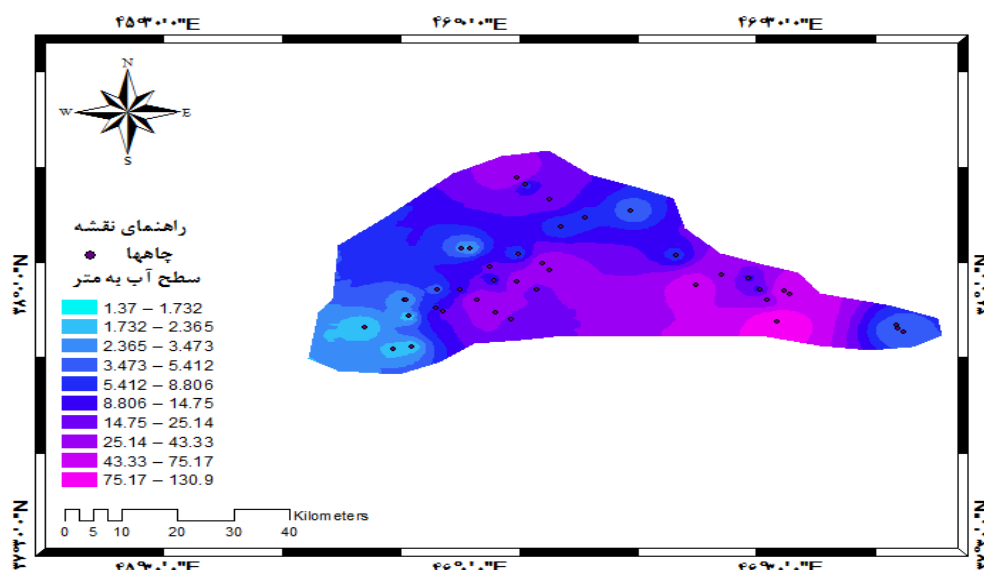
۴- نمودار پراکنده‌گی مقادیر مشاهده ای و برآوردی

در این نوع مقایسه نمودار مقادیر مشاهده‌ای در مقابل مقادیر برآوردی رسم می شود. هر چقدر پراکنش مقادیر به خط ۴۵ درجه نزدیک تر باشد، نشانگر برآورد دقیق تر روش می باشد. اگر مقادیر مشاهده‌ای کاملاً برابر مقادیر برآوردی باشد، نقاط دقیقاً روی خط ۴۵ درجه قرار می گیرند. پراکنده‌گی نقاط در اطراف این خط نشان دهنده تفاوت بیش تر مقادیر برآوردی با مشاهده‌ای می باشد. برای کمی کردن این نمودار می توان ضریب همبستگی مقادیر مشاهده‌ای با برآوردی را با هم مقایسه کرد. لیکن این ضریب به تنهایی نمی تواند روش برتر را شناسایی نماید. از طرف دیگر اگر تجمع نقاط در زیر خط ۴۵ درجه باشد و محور X ها مقادیر مشاهده‌ای باشد نشان دهنده این است که روش مقادیر را دست پایین برآورد نموده است و بالعکس (ثقفیان و همکاران، ۲۰۱۰: ۴۰).

## یافته‌ها و بحث

### روش عکس فاصله وزنی IDW

جهت کاهش دادن و به حداقل رساندن میزان خطای تخمینی توسط این روش باید مقدار توان فاصله و حداقل و حداکثر تعداد نقاط همسایگی بهینه سازی شوند. بهترین توان فاصله جهت پهنه‌بندی عمق آبهای زیرزمینی دشت تبریز ۱ انتخاب گردید که توسط اعتبارسنجی تقاطعی بهینه‌ترین توان فاصله شناخته شد. از حداقل ۵ و حداکثر ۱۵ نقاط همسایگی که براساس اعتبارسنجی تقاطعی دارای کم‌ترین خطا بین سایر نقاط بودند و توسط بیضوی ۴ قاچی متقاطع تحت پوشش قرار داشتند، جهت پهنه‌بندی عمق آب زیرزمینی بصورت سالانه استفاده گردید. مقدار خطای RMSE و MAE این روش در برآورد عمق آبهای زیرزمینی دشت تبریز به ترتیب برابر با ۲۰/۷۹ و ۰/۸۸- می باشد (شکل ۶).



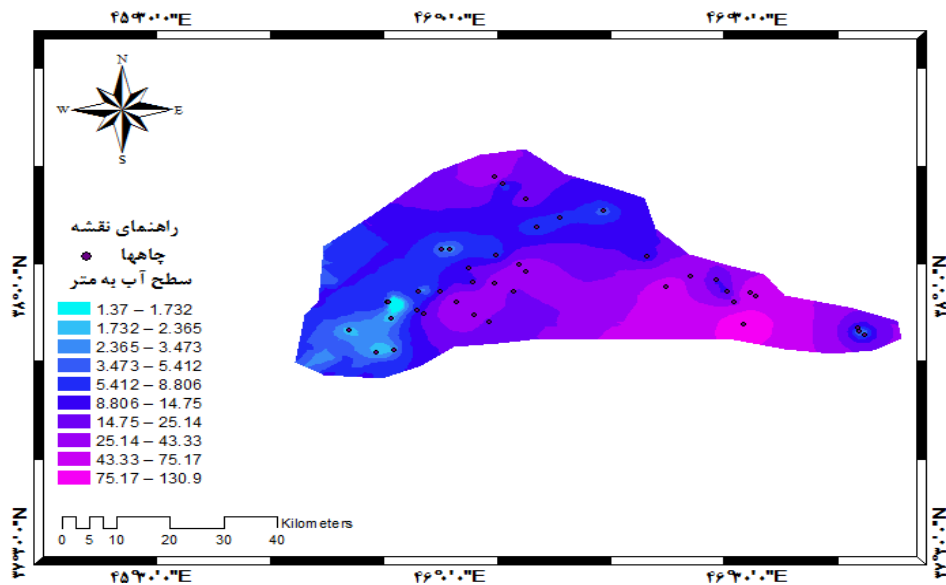
شکل ۶. نقشه پهنه‌بندی سالانه سطح آب‌های زیرزمینی منطقه مورد مطالعه با مدل IDW

### روش توابع شعاعی (RBF)

در روش توابع شعاعی از مدل‌های پنج‌گانه‌ی این روش که خانواده اسپیلاین‌ها را در بر می‌گیرد استفاده گردید و در نهایت مدلی که نسبت به سایر مدل‌ها دارای خطای برآوردی کمتری بود توسط اعتبارسنجی متقاطع انتخاب شد (جدول ۴-۳). تحلیل نتایج اعتبارسنجی تقاطعی نشان داد که مدل Completely Regularized spline در بین سایر روش‌ها دارای کم‌ترین میزان خطای تخمین می‌باشد لذا از این روش جهت پژوهش مورد نظر استفاده گردید. جهت انجام این مدل از تعداد حداقل ۵ و حداکثر ۱۰ نقاط همسایگی با بیضوی چهار قاچی که نقاط همسایگی را تحت پوشش قرار می‌دادند برای پهنه‌بندی عمق آب‌های زیرزمینی دشت تبریز در ۱۳ سال استفاده گردید. مقدار خطای تخمینی RMSE و ME این روش به ترتیب برابر با ۲۱/۲۱ و ۰/۷۶- می‌باشد (شکل ۷).

جدول ۲. خطاهای RMSE و ME روش‌های RBF بصورت سالانه

روش	ME	RMSE
Completely Regularized spline	-۰/۷۶	۲۱/۲۱
Spline with tension	-۰/۸۴	۲۱/۲۴
Multiquadric	-۱/۱۰	۲۱/۱۹
Inverse Multiquadric	-۰/۸۲	۲۱/۳۲
Thin plate Spline	-۲/۵۸	۲۳/۷۸



شکل ۷. نقشه پهنه‌بندی سالانه سطح آب‌های زیرزمینی منطقه مورد مطالعه با مدل RBF (منبع: نویسندگان، ۱۳۹۷)

### روش کریجینگ

شرط استفاده از روش کریجینگ نرمال بودن داده‌ها است، لذا به دلیل نرمال نبودن داده‌های مورد استفاده، از روش Log Normal جهت نرمال‌سازی داده‌ها استفاده شد (شکل ۸). تبدیل گر log normal در حقیقت نمونه‌ای از تبدیل گر Box-Cox زمانی که  $\lambda = a$  باشد، است. معادله این تبدیل گر به صورت زیر می‌باشد:

$$Y(s) = \ln(Z(s)) \quad (15)$$

این تبدیل گر برای  $Z(s) > 0$  معتبر است که  $Z(s)$  داده‌های مشاهده‌ای و  $\ln$  لگاریتم طبیعی می‌باشد. یکی از پارامترهای مهم جهت پهنه‌بندی توسط روش کریجینگ نیم تغییرنا و بهینه‌ترین مدل تئوریک برآزش شده به آن می‌باشد، که از نیم تغییرنا می‌دون جهت به‌عنوان نیم تغییرنا می‌استادهای مختلف و از مدل تئوریک Gaussian که بهترین برآزش را با نیم تغییرنا داشت و دارای کم‌ترین میزان خطا بین سایر مدل‌ها بود توسط آنالیز اعتبارسنجی متقاطع استفاده گردید (جدول ۳)، میزان خطاهای مدل‌های تئوریک مختلف استفاده شده در روش کریجینگ را نشان می‌دهد.



شکل ۸. هیستوگرام سطح آب‌های زیرزمینی به صورت سالانه قبل (الف) و بعد (ب) از تبدیل لگاریتمی داده‌ها

جدول ۳. مقدار خطاهای مدل‌های مختلف کریجینگ در درون‌یابی متوسط سطح آب زیرزمینی

ASE <sup>۱</sup>	RMSS <sup>۲</sup>	MSE <sup>۳</sup>	RMSE	MBE	مدل
۳۴/۸۱	۱/۲۱	-۰/۱۴	۱۹/۰۸	-۰/۳۷	Gaussian
۳۴/۰۱	-۰/۷۴	-۰/۱۶	۲۰/۷۱	۱/۳۴	Exponential
۴۰/۸۸	۰/۹۶	-۰/۰۵	۱۹/۸۶	۱/۳۷	Pentaspherical
۳۸/۲۱	۰/۸۰	-۰/۰۲	۲۰/۲۴	-۰/۸۰	Tetraspherical
۳۴/۹۸	۰/۸۶	-۰/۰۵	۲۰/۲۵	-۰/۴۱	Spherical
۳۲/۲۴	۱/۰۴	-۰/۰۸	۲۰/۶۷	-۰/۴۷	Circular
۳۹/۱۸	۱/۰۷	-۰/۰۹	۱۹/۹۶	۱/۱۷	Rational Quadratic
۴۴/۵۶	۰/۵۲	-۰/۰۵	۲۰/۱۲	۱/۳۶	Hole Effect
۳۰/۸۴	۰/۹۵	-۰/۰۴	۲۰/۵۹	-۰/۰۳	K-Besse
۲۹/۷۳	۱/۱۷	-۰/۰۸	۲۰/۷۳	-۰/۲۳	J-Bessel
۳۵/۳۳	۰/۹۵	-۰/۰۴	۱۹/۸۵	-۰/۶۸	Stable

از مقدر ۱۲ گام که از اندازه‌گیری متوسط فاصله بین تمام نقاط هم‌سایگی حاصل گردید جهت برازش به نیم تغییرنا استفاده شد. مقدرای خطای RMSE و ME این روش در پهنه‌بندی عمق آب‌های زیرزمینی دشت تبریز به ترتیب برابر با ۱۹/۰۸ و ۰/۳۷ می‌باشد (شکل ۹).

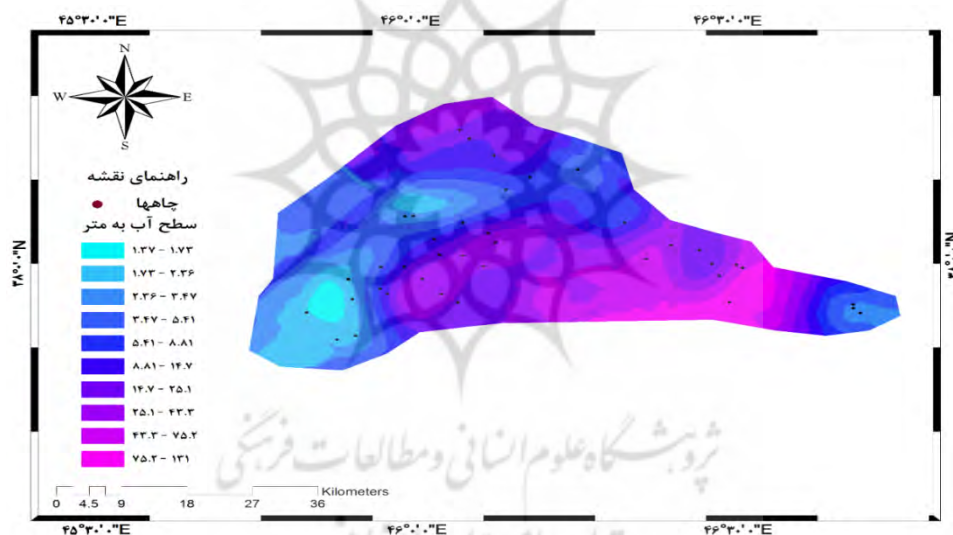
11. Average Standard Error
12. Root Mean Square Standardized
13. Mean Standardized

در جدول (۴) مقادیر خطاها و همبستگی بین مقادیر برآوردی و مشاهده ای در هر یک از روش‌های استفاده شده جهت تخمین عمق آب‌های زیرزمینی دشت تبریز نشان داده شده است.

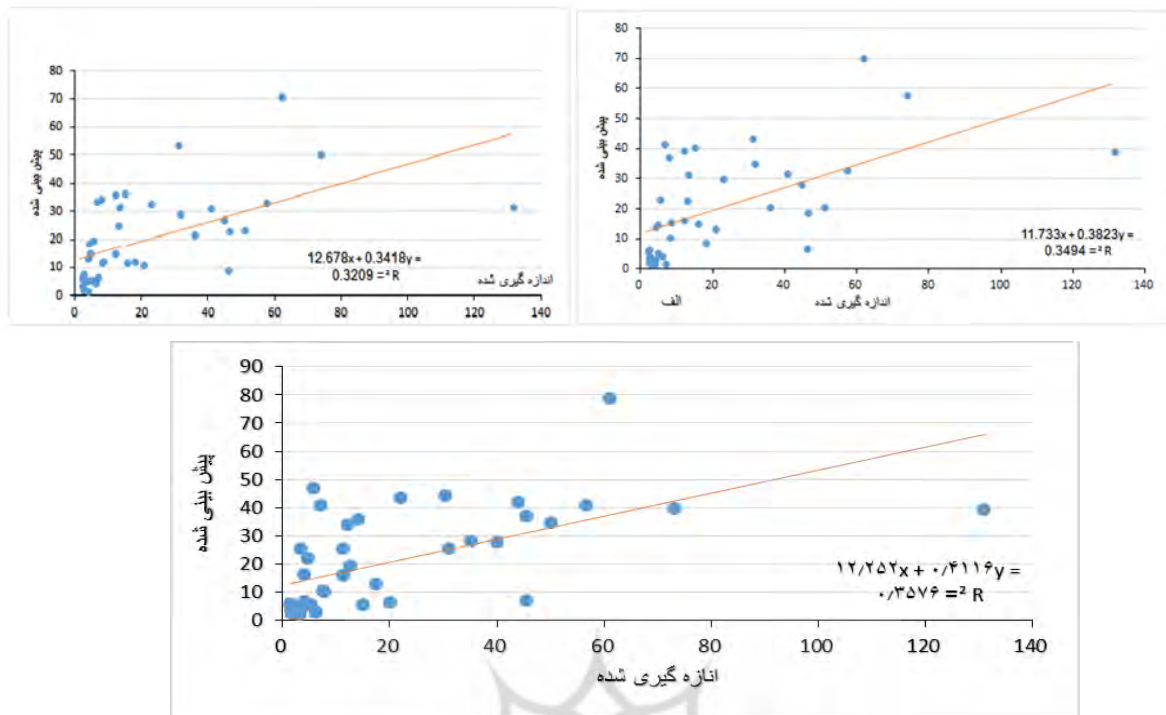
جدول ۴. میزان خطاها و همبستگی بین مقادیر برآوردی و مشاهده‌ای روش‌های استفاده شده در درون‌یابی متوسط سطح آب زیرزمینی

روش	R <sup>2</sup>	RMSE	MBE
IDW	۰/۳۴	۲۰/۷۷	-۰/۸۲
Completely Regularized spline	۰/۳۲	۲۱/۱۹	-۰/۷۹
Kriging	۰/۳۵	۱۹/۰۸	۰/۳۷

با توجه به جدول بالا می‌توان نتیجه گرفت که مقدار عددی خطاهای ME و RMS روش کریجینگ نسبت به دو روش دیگر کمتر است. بنابراین به‌عنوان مدل منتخب برگزیده شده و سطح آب زیرزمینی دشت تبریز با این مدل پهنه‌بندی شده است البته از بین مدل ۱۲ گانه روش کریجینگ، مدل Gaussian به دلیل اینکه دارای کمترین خطا در بین مدل‌های دیگر است بنابراین نقشه پهنه‌بندی سطح آب‌های زیرزمینی سالانه با این مدل تهیه گردید.



شکل ۹. نقشه پهنه‌بندی سالانه سطح آب‌های زیرزمینی منطقه مورد مطالعه با مدل کریجینگ



شکل ۱۰. نمودار پراکنندگی مقادیر برآوردی و مشاهده‌ای سه روش الف IDW، ب: Completely، ج: کریجینگ

## نتیجه‌گیری

با توجه به اینکه هدف پژوهش حاضر بررسی تغییرات عمق آب‌های زیرزمینی دشت تبریز با استفاده از روش‌های زمین‌آمار می‌باشد، بنابراین در پژوهش انجام شده از مدل‌های IDW و مجموعه روش‌های RBFها به‌عنوان نماینده مدل‌های جبری و از کریجینگ به‌عنوان نماینده مدل‌های آماری استفاده شده است. نتایج نشان داد از بین روش‌های استفاده شده، روش کریجینگ با مدل Gaussian توانست با مقدار خطای RMSE، MAE کم‌تر نسبت به بقیه روش‌ها بهترین پهنه‌بندی را انجام داده و بالاترین دقت را داشته باشد. پهنه‌بندی صورت گرفته نشان از پایین بودن عمق آب‌های زیرزمینی در بخش‌های شرقی، جنوبی و قسمتهایی از شمال محدوده مورد مطالعه داشته و بالاترین سطح آب‌های زیرزمینی هم در بخش‌های غربی، شمال‌غربی و قسمت محدودی از جنوب‌شرقی محدوده مطالعاتی متمرکز است. مقایسه پهنه‌بندی انجام شده با نقشه شبکه آبراهه‌ها، زمین‌شناسی و نقشه کاربری اراضی نشان از دقت بالای پهنه‌بندی صورت گرفته دارد، چرا که بیش‌ترین چاه‌های با عمق زیاد در بخش‌های جنوبی و شرقی محدوده مورد مطالعه بوده و کمترین تمرکز رودخانه‌های اصلی نیز منوط به این بخش‌هاست و همچنین جنس سازندها در این بخش‌ها نسبت به نیمه غربی محدوده مطالعاتی از نوع سنگ‌های با مقاومت متوسط می‌باشد. در نهایت کاربری اراضی بخش‌هایی از این مناطق نیز باغات و کشاورزی بوده که دلیل موجهی بر افت سطح آب‌های زیرزمینی و پایین بودن عمق آن به دلیل برداشت‌های بی‌رویه از آب‌های زیرزمینی در بخش‌های ذکر شده می‌باشد. نتایج بدست آمده نشان داد آب‌های زیرزمینی در بخش‌های شرقی و جنوبی محدوده مطالعاتی در وضعیت نامناسبی قرار دارند و در این مناطق با برداشت‌های بیش‌تری که از آب‌های زیرزمینی صورت گرفته است سطح آب‌های زیرزمینی افت شدیدی کرده‌اند. بنابراین ضروری است تا در این مناطق نسبت به حفر حلقه چاه‌ها و برداشت‌های بی‌رویه از آب‌های زیرزمینی اقدامات لازم صورت بگیرد تا در وضعیت آب‌های زیرزمینی این بخش‌ها بهبودی حاصل گردیده و از نشست شدید سطح آب زیرزمینی جلوگیری به عمل آید. همچنین با توجه به ضرایب تعیین پایین روش‌های ارزیابی شده در پژوهش حاضر می‌توان گفت یکی از دلایلی که می‌تواند منجر به این امر شود پیچیده بودن آبخوان ارزیابی شده باشد. لذا استفاده از روش‌های پیچیده همانند میان‌بایی با استفاده از روش‌های شبکه هوش مصنوعی، منطق فازی و سیستم ترکیبی عصبی - فازی می‌تواند در بالا بردن دقت پهنه‌بندی صورت گرفته مفید فایده باشد.

## منابع

- اسفندیاری، فریبا، عالی جهان، مهدی، و رحیمی، مسعود، (۱۳۹۳). ارزیابی مدل‌های جبری و زمین‌آماری در تخمین توزیع مکانی سطح ایستابی دشت اردبیل. *پژوهش‌های ژئومورفولوژی کمی*، ۶۲-۴۶.
- پیری، حلیمه، بامری، ابوالفضل و گنجی، فاطمه، (۱۳۹۲). بررسی تغییرات مکانی کیفیت آب زیرزمینی دشت بجمستان با استفاده از زمین‌آمار، دومین کنفرانس بین‌المللی مدلسازی گیاه، آب، خاک و هوا، ۶۹-۵۹.
- تدبیری، عطالله، شکور، صدیقه، اصغر، اصغری مقدم و ودیعی، میثم. (۱۳۹۳). ارزیابی انواع روش‌های درون‌یابی جهت تخمین آلودگی نترات در منابع آب زیرزمینی (مطالعه موردی: دشت بیلوردی، استان آذربایجان شرقی). *هیدروژئومورفولوژی*، ۱، ۷۵-۹۲.
- جهانبخش، سعید و کرمی، فریبا. (۱۳۸۸). ارتباط خشکسالی و منابع آب زیرزمینی دشت تبریز (با تأکید بر خشکسالی ۱۳۸۰-۱۳۷۹). گزارش نهایی طرح تحقیقاتی، دانشکده علوم انسانی و اجتماعی، دانشگاه تبریز، ۱۱۰-۱.
- حسینعلی زاده، محسن و یعقوبی، علی. (۱۳۸۹). تغییرات زمانی و مکانی سطح سفره آب زیرزمینی با استفاده از زمین‌آمار. *علوم مهندسی و آب‌خیزداری ایران*، ۶۷، ۶۳-۱۰.
- رضایی، مجتبی، دوانگر، ناصر، تاجداری، خسرو و ابولپور، بهروز. (۱۳۸۹). بررسی تغییرات مکانی برخی از شاخص‌های کیفی آبهای زیرزمینی استان گیلان با استفاده از زمین‌آمار، آب و خاک، ۵، ۶۷۱-۶۳۲.
- سلاجقه، سوسن، آذر، علی و خراسانی، نعمت‌الله. (۱۳۹۱). بررسی تغییرات مکانی کیفیت آب زیرزمینی شهر کرج با استفاده از روشهای زمین‌آمار، اولین همایش ملی بیابان، مرکز تحقیقات بین‌المللی بیابان دانشگاه تهران، تهران.
- سازمان آب منطقه‌ای تبریز. (۱۳۸۸). *مطالعات نیمه تفصیلی آبهای زیرزمینی شهر تبریز*، خلاصه گزارش. صص ۱۲۰-۱.
- علیزاده، امین. (۱۳۸۱). *اصول هیدروژئولوژی کاربردی*. مشهد: انتشارات آستان قدس رضوی.
- فراهانی، ابراهیم. (۱۳۷۹). *بررسی روند تغییرات کمی و کیفی آبهای زیرزمینی دشت ورامین*. پایان‌نامه منتشره نشده کارشناسی ارشد. دانشگاه تهران، مرکز تحقیقات مناطق کویری و بیابانی.
- قهرودی تالی، منیژه. (۱۳۸۴). *سیستم اطلاعات جغرافیایی در محیط سه بعدی*. تهران: انتشارات جهاد دانشگاهی، واحد تربیت معلم تهران.
- مسعودیان، ابوالفضل و کاویانی، محمدرضا. (۱۳۸۶). *اقلیم شناسی ایران*. اصفهان: انتشارات دانشگاه اصفهان.
- Baalousha, H. (2010). Assessment of a groundwater quality monitoring network using vulnerability mapping and geostatistics: a case study from Heretaunga Plains, New Zealand. *Agricultural water management*, 97(2), 240-246.
- Di Piazza, A., Conti, F. L., Noto, L. V., Viola, F., & La Loggia, G. (2011). Comparative analysis of different techniques for spatial interpolation of rainfall data to create a serially complete monthly time series of precipitation for Sicily, Italy. *International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation*, 13(3), 396-408.
- Chung, J. W., & Rogers, J. D. (2012). Interpolations of groundwater table elevation in dissected uplands. *Groundwater*, 50(4), 598-607.
- Hill, J., Hossain, F., & Bagtzoglou, A. C. (2009). Zonal management of arsenic contaminated ground water in Northwestern Bangladesh. *Journal of environmental management*, 90(12), 3721-3729.
- Isaaks, E. H., & Srivastava, R. M. 1989. An introduction to applied geostatistics. *Oxford University Press, New York*.
- Flipo, N., Jeannée, N., Poulin, M., Even, S., & Ledoux, E. (2007). Assessment of nitrate pollution in the Grand Morin aquifers (France): combined use of geostatistics and physically based modeling. *Environmental Pollution*, 146(1), 241-256.
- obertson, W.D., Russeland, B.M., Cherry, J.A. (1996). Attenuation of Nitrate in Acquitted Sediments of Southern Ontario. *Journal of Hydrology*, 180(6), 267-281
- Saghafian, B., Danesh kar arasteh, P., Rahimi Bandarabadi, S., Fattahi, E., Mohammadzadeh, M. (2010). Draft Guide climatic factors using methods of spatial distribution data point, Ministry of Energy and Water Affairs Office Bfa engineering and technical standards for water and Bfa, Bulletin No. PP, 368 – A.
- Varouchakis, E. A., & Hristopulos, D. T. (2013). Comparison of stochastic and deterministic methods for mapping groundwater level spatial variability in sparsely monitored basins. *Environmental monitoring and assessment*, 185(1), 1-19.