

برآورد ارزش در معرض خطر با در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان

رسول سجادی، مهسا گرچی*

۱. استادیار مهندسی مالی، دانشگاه علم و فرهنگ، تهران، rsajja@essex.ac.uk
۲. کارشناس ارشد مهندسی مالی، دانشگاه رجا، قزوین، ایران، m.gorji@hotmail.com

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲/۱۷، تاریخ پذیرش: ۱۳۹۳/۱۲/۱۹

چکیده

مطالعه حاضر به بررسی اثر در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان بر برآورد ارزش در معرض خطر (VaR) برای موقعیت‌های خرید و فروش با استفاده از مدل HYAPARCH و شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) می‌پردازد. نتایج نشان می‌دهد به کارگیری مدل‌ها با توزیع‌های شرطی با چولگی و درجه آزادی متغیر یا ثابت در مقایسه با توزیع نرمال توانسته است عدم تقارن داده‌ها را به گونه‌ای مناسب در نظر بگیرد. با وجود این، برآوردهای VaR این مدل‌ها محافظه کارانه و برای سرمایه‌گذاران ریسک‌گریز مناسب است.

طبقه‌بندی JEL: G32 , C13.

واژه‌های کلیدی: ارزش در معرض خطر، چولگی و کشیدگی متغیر با زمان، عدم تقارن، مدل HYAPARCH.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

مقدمه

توسعه بازارهای مالی و افزایش مقدار معاملات و افزایش مقدار بالقوه ریسک اهمیت اندازه‌گیری و مدیریت ریسک بازار را به وسیله معیار شناخته‌شده اندازه‌گیری ریسک VaR^۱ آشکار ساخته است. تحلیلگران مالی و مؤسسات به صورت متداول این معیار را برای اندازه‌گیری ریسک بازار به کار می‌برند. این معیار حداکثر کاهش ارزش (زیان) یک سبد از دارایی‌های مالی را با احتمال مشخص $(1 - \alpha)$ و در یک افق زمانی^۲ معین (h) مشخص می‌کند. در اغلب مطالعات انجام‌شده در زمینه برآورد VaR کانون تمرکز بر گشتاورهای اول و دوم (میانگین و واریانس) بوده است. این در حالی است که پیشرفت‌های اخیر در زمینه قیمت‌گذاری اختیار معامله، انتخاب پرتفو و قیمت‌گذاری دارایی اهمیت در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی را بیشتر نمایان ساخته است (کروس و لیتزنبرگر^۳، ۱۹۷۶؛ هاروی و سیدیکیو^۴، ۲۰۰۰؛ اسمیس^۵، ۲۰۰۳؛ فنگ و لای^۶، ۱۹۹۷، هستون و ناندی^۷، ۲۰۰۰؛ باتس^۸، ۱۹۹۶). از این رو، در تحقیق حاضر به مطالعه اهمیت متغیر بودن چولگی و کشیدگی در برآورد VaR برای دنباله‌های چپ و راست (مربوط به موقعیت‌های فروش) با در نظر گرفتن حافظه بلندمدت در نوسان‌پذیری و عدم تقارن برای شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران (TEPIX) پرداخته شده است. بنابراین، مطالعه حاضر از سه جنبه مهم نوآورانه برخوردار است: ۱. بررسی آثار چولگی و کشیدگی متغیر در برآورد VaR؛ ۲. در نظر گرفتن مدل تعمیم‌یافته HYAPARCH؛ ۳. برآورد VaR برای هر دو موقعیت خرید و فروش.

سازمان‌دهی بخش‌های مختلف مطالعه به شرح زیر خواهد بود: نخست به مرور اجمالی پژوهش‌های مرتبط با مدل‌های به کار گرفته‌شده در تحقیق حاضر پرداخته می‌شود. سپس، الگوی مورد استفاده برای در نظر گرفتن چولگی و درجه آزادی متغیر با

1. Value-at-Risk
2. time horizon
3. Kraus & Litzenberger
4. Harvey & Siddique
5. Smith
6. Fang & Lai
7. Heston & Nandi
8. Bates

زمان، مدل HYAPARCH و پیش‌بینی VaR خارج از نمونه معرفی می‌شود. سپس، توصیف آماری داده‌ها و ارزیابی عملکرد مدل‌ها بررسی می‌شود. در بخش پایانی نیز خلاصه نتایج این تحقیق و پیشنهادها ارائه می‌شود.

مروری بر پیشینه پژوهش

هانسن^۱ (۱۹۹۴) نخستین فردی بود که یک مدل ARCH را برای در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان گسترش داد. او چولگی و درجه آزادی شرطی توزیع t استیودنت چوله تعمیم‌یافته را با اعمال یک ضابطه حرکت درجه دوم^۲ (LOM) بر اطلاعات شرطی‌کننده مدل‌سازی کرد. پس از آن، هاروی و سیدیکیو (۱۹۹۹) و دیگران، با اعمال ضوابط حرکت جایگزین، این روند را گسترش دادند.

در دهه‌های اخیر شاهد ادبیات گسترده‌ای در زمینه اثبات حافظه بلندمدت^۳ در نوسانات بازار سهام، نرخ ارز و کالا نیز بوده‌ایم (مثل مطالعات بایلی^۴، ۱۹۹۶؛ اندرسن و بلسلو^۵، ۱۹۹۷؛ الدر و جین^۶، ۲۰۰۷). از زمانی که بایلی و همکاران (۱۹۹۶) به معرفی فرایند FIGARCH^۷ پرداختند، تعدادی از مدل‌های نوسان‌پذیری حافظه بلندمدت به منظور برطرف ساختن محدودیت‌های مدل FIGARCH پیشنهاد شده است. مدل FIAPARCH^۸ تی‌سی^۹ (۱۹۹۸) فرایند FIGARCH را به منظور در نظر گرفتن عدم تقارن^۹ و فراهم ساختن امکان مشخص‌سازی توان معادله ناهمسانی توسط داده‌ها گسترش داد. فرایند HYGARCH^{۱۰} دیویدسن (۲۰۰۴) محدودیت واریانس غیرشرطی بی‌نهایت را برطرف ساخت و فرایند HYAPARCH^{۱۱} دیونگ یو و گیوگان^{۱۲} (۲۰۰۷) این دو مدل را ترکیب

1. Hansen
2. Quadratic Law of Motion
3. long memory
4. Baillie
5. Andersen & Bollerslev
6. Elder & Jin
7. Fractionally Integrated GARCH
8. Tse
9. asymmetry
10. Davidson
11. Hyperbolic Asymmetric Power ARCH
12. Diongue & Guegan

کرد و همه این محدودیت‌ها را برطرف ساخت. دارک^۱ (۲۰۱۰) برای اولین بار ادبیات نوسان‌پذیری حافظه بلندمدت را با ادبیات گشتاورهای مراتب بالاتر متغیر با زمان ترکیب کرد. دارک مدل HYAPARCH را برای در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان در توزیع شرطی بسط داد. این فرایند توسط مدل‌سازی چولگی شرطی و درجات آزادی توزیع t استیودنت چوله لمبرت و لورنت^۲ (۲۰۰۱) به عنوان تابعی از اطلاعات شرطی کننده صورت می‌گیرد. ضوابط حرکت (LOM) پیشنهاد شده در این مطالعه شامل رویکردهای اصلی در ادبیات، از جمله GARCH (مانند هاروی و سیدیکیو، ۱۹۹۹)، درجه دوم (مانند هانسن، ۱۹۹۴) و تصریحات خودرگرسیون (جان‌دیو و راکینجر^۳، ۲۰۰۳) است. در این پژوهش، به جای تحمیل محدودیت‌ها بر پویایی، مدل HYAPARCH ارائه شده با چولگی و درجات آزادی متغیر مدل‌سازی را تسهیل می‌کند. این پژوهش با بررسی پیش‌بینی‌های خارج از نمونه VaR ^۴ با استفاده از مدل‌هایی با چولگی و درجات آزادی متغیر با زمان نشان می‌دهد با آنکه چولگی و کشیدگی در توزیع شرطی به بهبود عملکرد مدل در دوره داخل نمونه منجر شده است، تخمین‌های خارج از نمونه VaR به طور کلی کاربرد مدل‌هایی با چولگی و کشیدگی (ثابت یا متغیر با زمان) را در توزیع شرطی تأیید نمی‌کند و به هنگام برآورد VaR ، به طور کلی، چولگی و کشیدگی در توزیع بازده غیرشرطی از طریق مدل‌های واریانس شرطی نامتقارن با توزیع نرمال بهتر در نظر گرفته می‌شود.

از سوی دیگر، تحقیقات انجام شده در زمینه بررسی اهمیت در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان مختلط است؛ به گونه‌ای که برخی بیان می‌کنند در نظر گرفتن کشیدگی متغیر با استفاده از توزیع t استیودنت و بر مبنای ضابطه حرکت ED^۵ (گورمت و هریس^۶، ۲۰۰۲) و چولگی و کشیدگی متغیر با استفاده از توزیع NIG^۷ و بر مبنای ضابطه حرکت GARCH (ویلهلمسن^۸، ۲۰۰۹) ممکن است به بهبود تخمین‌های VaR منجر شود.

1. Dark
2. Lambert & Laurent
3. Jondeau & Rockinger
4. out of sample
5. Exponential decay
6. Guermat & Harris
7. Normal Inverse Gaussian
8. Wilhelmsson

با وجود این، پاره‌ای دیگر از تحقیقات از جمله مطالعه پریمرتنی و برا^۱ (۲۰۰۱) یا راکینجر و جاندیو (۲۰۰۱) نشان‌دهنده آن است که چولگی و کشیدگی متغیر نیست یا در نظر گرفتن آن بهبود ناچیزی ایجاد خواهد کرد. جاندیو و راکینجر (۲۰۰۳) به کشیدگی و چولگی متغیر در داده‌های روزانه پنج شاخص سهام در کشورهای مختلف پی برده‌اند، اما در داده‌های هفتگی این مسئله را تأیید نکرده‌اند. سایر محققان (باند و پتل^۲، ۲۰۰۳؛ هانسن، ۱۹۹۴؛ هاروی و سیدکو، ۱۹۹۹ و ۲۰۰۰) نشانه‌هایی از گشتاورهای مراتب بالاتر متغیر با زمان در داده‌های هفتگی و ماهانه یافته‌اند؛ در صورتی که راکینجر و جاندیو (۲۰۰۱) این مسئله را تأیید نکرده‌اند.

بر اساس بررسی‌های انجام‌شده در تحقیقات داخلی، تا کنون به مطالعه اثر چولگی و کشیدگی متغیر در برآورد VaR با استفاده از مدل‌های حافظه بلندمدت پرداخته نشده است. در زمینه به‌کارگیری مدل‌های حافظه بلندمدت، کشاورز و صمدی (۱۳۸۸)، در مطالعه‌ای، به برآورد تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین VaR با استفاده از مدل‌های خانواده FIGARCH پرداختند. نتایج نشان‌دهنده آن است که در سطح معناداری ۲/۵ درصد مدل FIGARCH بهترین عملکرد را در میان مدل‌های GARCH داراست. در تحقیق دیگری، اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۹۲) عملکرد روش پارامتریک در پیش‌بینی مقادیر VaR را با استفاده از برخی مدل‌های خانواده حافظه بلندمدت مانند FIGARCH، FIGARCH و FIEGARCH بر سه توزیع آماری نرمال، t استیودنت و t استیودنت چوله در قیمت سبد نفتی اوپک بررسی کردند. نتایج نشان می‌دهد پیش‌بینی مقادیر VaR یک‌روزه و ده‌روزه با استفاده از توزیع چوله از دقت و عملکرد بیشتری برخوردار است و مدل FIEGARCH در پیش‌بینی VaR بهتر از سایر مدل‌ها عمل می‌کند.

مدل‌های مورد استفاده در تحقیق و برخی از مفاهیم

حافظه بلندمدت

حافظه بلندمدت ساختار همبستگی مقادیر یک سری زمانی را در فواصل زمانی طولانی مدت

1. Premaratne & Bera
2. Bond & Patel

توضیح می‌دهد. حافظه بلندمدت در یک سری زمانی بدین مفهوم است که میان داده‌های آن با فاصله زمانی طولانی همبستگی وجود دارد. به عبارت دیگر، حافظه بلندمدت در بازده دارایی‌ها نشان‌دهنده خودهمبستگی میان مشاهدات با فاصله زمانی طولانی است. این پدیده موجب وابستگی غیرخطی در گشتاور اول توزیع بازده می‌شود و در دینامیک سری زمانی پارامتری ایجاد می‌کند که قابل پیش‌بینی است. این پارامتر با عنوان پارامتر حافظه بلندمدت شناخته می‌شود. گفتنی است وجود این اثر حاکی از رد فرضیه کارایی ضعیف بازار است.

چولگی و درجه آزادی متغیر با زمان

با وجود موفقیت مدل‌های نوسان‌پذیری نامتقارن با خطاهای نرمال شرطی، خطاهای باقی‌مانده استاندارد شده معمولاً از چولگی و کشیدگی اضافی^۱ برخوردارند. به منظور انطباق با این ویژگی، تعداد زیادی از توزیع‌های شرطی مانند توزیع t استیودنت (برلسلو^۲، ۱۹۸۷)، نمایی تعمیم‌یافته (نلسون^۳، ۱۹۹۱)، t استیودنت چوله (پیترز^۴، ۲۰۰۱) و پایدار نامتقارن (لیو و برورسن^۵، ۱۹۹۵) به کار گرفته شده است.

با پیروی از الگوی هانسن (۱۹۹۴) $\varepsilon_t = z_t \sigma_t$ ، که در آن ε_t نشان‌دهنده خطاها، σ_t واریانس و z_t خطاهای باقی‌مانده استاندارد شده است و $z_t \sim SST(0, 1, \xi_t, \nu_t)$ نشان‌دهنده توزیع t استیودنت چوله، ξ_t چولگی متغیر با زمان و ν_t درجه آزادی متغیر با زمان است. هانسن ضابطه حرکت درجه دوم را به صورت معادله‌های ۱ و ۲ پیشنهاد می‌دهد:

$$\xi_t^* = \rho_1 + \rho_2(\varepsilon_{t-1}^2) + \rho_3(\varepsilon_{t-1}) \quad (1)$$

$$\nu_t^* = \lambda_1 + \lambda_2(\varepsilon_{t-1}^2) + \lambda_3(\varepsilon_{t-1}) \quad (2)$$

که در آن تبدیل نمایی، تخمین‌های چولگی (ξ_t) و درجه آزادی (ν_t) را در حدود بالا و پایین تعریف شده مناسب محدود می‌کند. همچنین، تحقیقات اخیر ضابطه حرکت GARCH را پذیرفته است. در این راستا، هاروی و سیدیکو (۱۹۹۹) چولگی متغیر با زمان را از طریق معادله ۳ مدل‌سازی کرده‌اند.

1. excess kurtosis and skewness
2. Bollerslev
3. Nelson
4. Peters
5. Liu & Brorsen

$$\xi_t = \rho_1 + \rho_f (\varepsilon_{t-1}^f) + \rho_\delta (\xi_{t-1}) \quad (3)$$

بنابراین، بر اساس مطالعه دارک (۲۰۱۰) در تحقیق حاضر ترکیبی از ضابطه حرکت درجه دوم و ضابطه GARCH به منظور مدل سازی گشتاورهای مراتب بالاتر در نظر گرفته شده است.

مدل HYAPARCH با چولگی و کشیدگی متغیر با زمان

فرایند HYAPARCH حافظه بلندمدت را نشان می دهد و مدل HYGARCH دیویدسن (۲۰۰۴) را به منظور در نظر گرفتن عدم تقارن توسط رویکرد ARCH توان نامتقارن دینگ^۱ و همکاران (۱۹۹۳) بهبود می بخشد. بنابراین، مدل HYAPARCH حافظه بلندمدت و عدم تقارن در نوسان پذیری را نشان می دهد و همچنین واریانس های بی نهایت را به مدل تحمیل نمی کند و اجازه می دهد داده ها توان معادله ناهمسانی را مشخص کنند. مدل HYAPARCH(p,d,q) را می توان به صورت معادله ۴ تعریف کرد:

$$\sigma_t^\delta = \frac{\omega}{\beta(1)} + \left(1 - \frac{\phi(L) [1 + \zeta((1-L)^d - 1)]}{\beta(L)} \right) (|\varepsilon_t| - \gamma \varepsilon_t)^\delta \quad (4)$$

که در آن $\varepsilon_t = z_t \sigma_t$ ، z_t دارای توزیع یکنواخت مستقل (i.i.d)، $E(z_t) = 0$ ، $\text{Var}(z_t) = 1$ ، σ_t تابعی مثبت، قابل اندازه گیری و متغیر با زمان از مجموعه اطلاعات در زمان $t-1$ است و $\omega > 0$ ، $0 < d < 1$ ، $-1 < \gamma < 1$ ، $\zeta > 0$ ، $\delta > 0$ ، $\beta(L) = 1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \dots - \beta_p L^p$ ، به طوری که همه ریشه های $\phi(L)$ و $\beta(L)$ برای قرار گرفتن در خارج از دایره واحد محدود می شوند. هنگامی که $\gamma > 0$ ، شک های منفی به نوسان پذیری بیشتر نسبت به شک های مثبت منجر می شود. و اگر $\gamma < 0$ ، برعکس. فرایند HYAPARCH (1,d,1) با چولگی و درجه آزادی متغیر با زمان و معادله میانگین از نوع AR(1) به صورت معادله های ۵ و ۶ تعریف می شود:

$$r_t = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1} + \varepsilon_t \quad (5)$$

$$\sigma_t^\delta = \frac{\omega}{1-\beta} + \left(1 - \frac{(1-\phi L) \left[1 + \zeta \left((1-L)^d - 1 \right) \right]}{1-\beta L} \right) \left(|\varepsilon_t| - \gamma \varepsilon_t \right)^\delta \quad (۶)$$

$$z_t \sim \text{SST}(\cdot, \lambda, \xi_t, v_t)$$

$$\xi_t^* = f_{\xi^*, t-1}(\cdot) \quad (۷)$$

$$v_t^* = f_{v^*, t-1}(\cdot) \quad (۸)$$

که $f_{t-1}(\cdot)$ نشان‌دهنده تابعی از مجموعه اطلاعات تا زمان $t-1$ است.

جدول ۱. محدودیت‌های لازم برای تبدیل مدل HYAPARCH به سایر مدل‌ها

مدل‌ها	محدودیت‌ها
HYAPARCH	$\delta = 2, \gamma = 0$
FIAPARCH	$\zeta = 1$
FIGARCH	$\delta = 2, \gamma = 0, \zeta = 1$
APARCH	$d = 1, \zeta < 1, \zeta = 0, d = 0$
GARCH	$d = 1, \zeta < 1, \delta = 2, \gamma = 0$
	$\zeta = 0 (d = 0), \delta = 2, \gamma = 0$
IGARCH	$d = 1, \zeta = 1, \delta = 2, \gamma = 0$

در حقیقت، مدل HYAPARCH مدل‌های FIGARCH، FIAPARCH، HYGARCH، GARCH (برلسلو، ۱۹۸۶)، IGARCH (انگل و برلسلو، ۱۹۸۶) و APARCH (دینگ و همکاران، ۱۹۹۳) را در خود جای داده است. بنابراین، این مدل متدولوژی مدل‌سازی را با تعمیم‌دادن تسهیل می‌کند. جدول ۱ محدودیت‌های لازم برای تبدیل مدل مذکور به سایر مدل‌ها را نشان می‌دهد.

معادله واریانس ناهمسانی با استفاده از فرایند QMLE در تحقیق بایلی و همکاران (۱۹۹۶) با وقفه برشی ۱۰۰۰ مشاهده تخمین زده می‌شود و توزیع t استیودنت چوله، که

لامبرت و لورنت (۲۰۰۱) آن را معرفی کرده‌اند، به منظور در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی به کار گرفته شده است. در این صورت، تابع درست‌نمایی به صورت $L_t = \sum_{t=1}^T l_t$ است و

$$l_t = \ln \left(\frac{\nu}{\xi_t + \xi_t^{-1}} \right) + \ln \Gamma \left(\frac{\nu + 1}{2} \right) - \frac{1}{2} \ln [\pi(\nu - 2)] - \ln \Gamma \left(\frac{\nu}{2} \right) + \ln \left(\frac{s_t}{\sigma_t} \right) - \frac{1}{2} \ln \left[1 + \frac{(s_t z_{t+} m_t)^2 \xi_t^{-2\nu}}{\nu - 2} \right] \quad \nu_t > 2, \xi_t > 0 \quad (9)$$

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{if } z_t \geq -\frac{m_t}{s_t} \\ -1 & \text{if } z_t < -\frac{m_t}{s_t} \end{cases} \quad (10)$$

که در آن T تعداد مشاهدات است، Γ تابع گاما است و m_t و s_t به ترتیب میانگین و انحراف معیار توزیع در زمان t هستند و به صورت معادله‌های ۱۱ و ۱۲ نمایش داده می‌شوند:

$$m_t(\xi_t, \nu_t) = \frac{\Gamma \left(\frac{\nu_t - 1}{2} \right) \sqrt{\nu_t - 2}}{\sqrt{\pi} \Gamma \left(\frac{\nu_t}{2} \right)} \left(\xi_t - \frac{1}{\xi_t} \right) \quad (11)$$

$$s_t^2(\xi_t, \nu_t) = \left(\xi_t^2 + \frac{1}{\xi_t^2} - 1 \right) - m_t^2 \quad (12)$$

ξ_t^2 نسبت حجم احتمال بالا و پایین مد است، بنابراین، ξ_t^2 می‌تواند مقیاسی از چولگی در زمان t در نظر گرفته شود. $\ln \xi_t$ نشان‌دهنده اندازه چولگی تخمین زده شده است؛ به طوری که اگر $\ln \xi_t > 0$ (< 0)، چولگی توزیع به راست (چپ) است. هنگامی که $\xi_t = 1$ توزیع مورد نظر معادل توزیع t استیودنت است و هنگامی که $\nu_t \rightarrow \infty$ توزیع t استیودنت به توزیع نرمال نزدیک می‌شود و با مقادیری بیشتر از ۳۰ توزیعی تقریباً نرمال ایجاد خواهد شد (دارک، ۲۰۱۰). بایلی و همکاران (۱۹۹۶) نشان دادند تخمین QML^۱ مدل FIGARCH با فرض نرمالیتی شرطی برآوردهای نرمال مجانبی و پایدار را، حتی با وجود نقض فرض نرمالیتی، ایجاد خواهند کرد.

پیش‌بینی VaR خارج از نمونه

پیش‌بینی‌های VaR شرطی برای یک روز بعد بر اساس اطلاعات در زمان t به صورت $\text{VaR}_{t+\tau/t} = F_\alpha \sigma_{t+\tau/t}$ محاسبه شده است که در آن F_α صدک^۱ متناظر است (به منظور محاسبه VaR برای موقعیت فروش نیز همین تعریف برای دنباله راست تابع توزیع استفاده شده است، یعنی $1-\alpha$ جایگزین α شده است). برای توزیع t استیودنت چوله، لامبرت و لورنت (۲۰۰۱) نشان دادند که F_α برابر است با:

$$F_\alpha = \begin{cases} \frac{\xi^{-1} G\left(\frac{\alpha}{2}(1+\xi^\tau)\right) - m}{s} & \text{if } \alpha < \frac{1}{1+\xi^\tau} \\ \frac{-\xi G\left(\frac{1-\alpha}{2}(1+\xi^{-\tau})\right) - m}{s} & \text{if } \alpha \geq \frac{1}{1+\xi^\tau} \end{cases} \quad (13)$$

که در آن G تابع صدک توزیع t استیودنت است و m و s میانگین و انحراف معیار توزیع است (معادله‌های ۱۱ و ۱۲). در مدل‌هایی با چولگی و درجه آزادی متغیر m ، s ، ξ و ν با پیش‌بینی‌های یک روز بعدشان جایگزین می‌شود. در تحقیق حاضر، برآوردهای VaR ۹۹ و ۹۵ درصد برای موقعیت‌های خرید و فروش (صدک‌های ۱، ۵، ۹۵ و ۹۹ درصد) پیش‌بینی شده است. همچنین، با استفاده از آزمون‌های کوپیک^۲ (پوشش غیرشرطی) (۱۹۹۵) و کریستوفرسن^۳ (پوشش شرطی) (۱۹۹۸) انطباق فراوانی مشاهده شده شکست‌ها در مدل تخمین زده شده با احتمال شکست مفروض و استقلال شکست‌ها بررسی شده است. بنابراین، فرض مقابل و فرض صفر در آزمون کوپیک (۱۹۹۵) به صورت $H_0: E/N = \alpha$ ، $H_1: E/N \neq \alpha$ است؛ که در آن E تعداد روزهایی است که زیان‌ها بیشتر از برآورد VaR هستند و N تعداد روزها در دوره پیش‌بینی است. آماره این آزمون به صورت معادله ۱۴ است:

$$LR = -2 \ln \left[(1-\alpha)^{N-E} \alpha^E \right] + 2 \ln \left\{ \left[1 - (E/N) \right]^{N-E} (E/N)^E \right\} \quad (14)$$

که دارای توزیع $\chi^2_{(1)}$ است (آزمون کریستوفرسن (۱۹۹۸) نیز مشابه است، با این تفاوت که استقلال شکست‌ها را نیز می‌سنجد).

-
1. Quantile
 2. Kupiec
 3. Christoffersen

در تحقیق حاضر برای مقایسه عملکرد مدل‌ها، علاوه بر الگوی شناخته‌شده کریستوفرسن (۱۹۹۸)، از تابع زیان و معیار هزینه فرصت نیز استفاده می‌شود. تابع زیان به منظور بررسی بزرگی شکست‌ها از VaR برآوردشده به کار گرفته شده است و به صورت معادله ۱۵ تعریف می‌شود:

$$C_t = \begin{cases} (r_t - VaR_t)^+ & \text{if } r_t \leq VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t > VaR_t \end{cases} \quad (15)$$

برای مقایسه هزینه فرصت مدل‌ها نیز با استفاده از تابع زیر به مدل‌ها امتیاز داده شده است (برای موقعیت فروش علامت‌های نامساوی در معادله‌های ۱۵ و ۱۶ به صورت معکوس در نظر گرفته می‌شود):

$$E_t = \begin{cases} |r_t - VaR_t| & \text{if } r_t > VaR_t \\ 0 & \text{if } r_t \leq VaR_t \end{cases} \quad (16)$$

که در آن r_t نشان‌دهنده بازده و VaR_t پیش‌بینی VaR متناظر است. پس از محاسبه E_t و C_t برای دوره خارج از نمونه میانگین این مقادیر با یکدیگر جمع شده است و بدیهی است که هر چه مجموع این دو معیار (\bar{S}) کوچک‌تر باشد، مدل مورد نظر از هزینه فرصت کمتری برخوردار خواهد بود و اندازه شکست‌ها در آن کوچک‌تر است.

برآورد تجربی و ارزیابی عملکرد مدل‌ها در تخمین VaR

توصیف آماری داده‌ها

داده‌های تحقیق شامل ۵۰۲۹ داده روزانه از تاریخ ۱۳۷۱/۱۰/۲۰ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸ مربوط به شاخص TEPIX است. بازدهی روزانه به صورت بازده مرکب پیوسته محاسبه شده است. ۲۵۲۹ مشاهده اول (تا تاریخ ۱۳۸۲/۸/۱۱) به منظور تخمین و ۲۵۰۰ مشاهده باقی‌مانده برای پیش‌بینی خارج از نمونه استفاده شده است. جدول ۲ ویژگی‌های آماری سری زمانی شاخص مورد نظر را نمایش می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، میانگین بازده کوچک و چولگی معنادار و مثبت است. این موضوع می‌تواند نشان‌دهنده اثر اهرم مالی^۱ در داده‌ها باشد. معیار کشیدگی نیز نشان‌دهنده کشیدگی بیشتر نسبت به توزیع نرمال است و پهن

1. leverage effect

دنباله بودن^۱ تابع توزیع احتمال تجربی شاخص مورد نظر را نشان می‌دهد. این ویژگی لزوم استفاده از توزیع پهن دنباله یا چوله پهن دنباله، مانند توزیع t استیودنت یا توزیع t استیودنت چوله، را برای توصیف توزیع شرطی بازده‌ها پیشنهاد می‌دهد.

آماره آزمون جارک برا^۲ برابر ۲۳۶۴۴ است. بنابراین، فرض صفر مبنی بر نرمال بودن توزیع بازده رد می‌شود. مقدار آماره باکس-یونگ^۳ برای بازده و مربع بازده با ده و دوازده وقفه از کوآنتایل بحرانی چی دو در سطح معناداری ۵ درصد بیشتر است و فرضیه صفر مبنی بر نوفه سفید^۴ بودن بازدهی و مربع آن رد می‌شود.

جدول ۲. ویژگی‌های سری زمانی بازده TEPIX در بازه زمانی ۱۳۷۱/۱۰/۱۲ تا ۱۳۹۲/۱۲/۲۸

شاخص	نتایج آزمون‌ها	شاخص	ویژگی‌ها
۲۳۶۴۴	آماره جارک-برا	۵۰۲۹	تعداد مشاهدات
-۴۷	آماره ADF	۰/۱۰۳۱	میانگین
-۴۷	آماره PP	۵/۲۶۰۸	ماکزیمم
۳۰۴۶۴	آماره آزمون: ARCH(۱۰)	-۵/۴۵۰۳	مینیمم
مربع بازده	بازده	۰/۵۶۵۶	انحراف معیار
۵۹۳/۱۳	آماره Q-stat(۱۰) - آزمون B-L	۰/۴۳۷۰	چولگی
۶۸۳/۸۹	آماره Q-stat(۱۲) - آزمون B-L	۱۳/۵۹	کشیدگی

ADF نشان‌دهنده آماره دیکی-فولر، PP فیلیپس پرون، Q-stat(q) نشان‌دهنده آماره باکس-یونگ تعدیل شده (B-L) است.

جدول ۳. نتایج بررسی آزمون‌های حافظه بلندمدت

مربع بازده	بازده	نتایج آزمون‌ها
۳/۲۹	۲/۵۹۶	آماره آزمون (RSS)Lo(۱۰)
p-value	d	GPH آزمون
۰	۰/۱۷	۰/۲۶
p-value	d	d
۰	۰/۱۷	۰/۲۶

Lo (S) // آماره S // لو و d پارامتر حافظه بلندمدت است.

1. fat-tailed
2. Jerque-Bra Test
3. Box-Ljung
4. white noise

مقدار آماره آزمون انگل (۱۹۸۲) با ده وقفه $304/64$ از مقدار بحرانی تابع نمونه‌ای کای دو در سطح معناداری ۵ درصد بیشتر است و فرضیه صفر نبود ناهمسانی شرطی رد می‌شود. با توجه به آماره دیکی- فولر (ADF) فرضیه صفر مبنی بر وجود ریشه واحد رد می‌شود و مانایی برقرار است. آماره آزمون PP یا آزمون فیلیپس پرون^۱ (۱۹۸۸) برابر ۴۷- است. در نتیجه، فرض صفر مبنی بر وجود ریشه واحد بار دیگر رد می‌شود.

آزمون‌های حافظه بلندمدت

به منظور بررسی وجود حافظه بلندمدت از آزمون‌های متداول GPH، که گوک، پورتر و هوداک^۲ (۱۹۸۳) آن را ارائه کرده‌اند، و SSS لو^۳ (۱۹۹۱) استفاده شده است. جدول ۳ نتایج این دو آزمون را برای داده‌های مورد بررسی نمایش می‌دهد. در این آزمون‌ها فرضیه صفر نبود حافظه بلندمدت و فرضیه مقابل وجود حافظه بلندمدت در سری زمانی است. با توجه به آماره آزمون SSS و مقدار p-value آزمون GPH فرض صفر با اطمینان بالا رد و وجود حافظه بلندمدت در بازه و نوسان بازده توسط هر دو آزمون تأیید می‌شود. همچنین، مقدار مثبت و کوچک‌تر از ۰٫۵ برای پارامتر حافظه بلندمدت (d) حاکی از مانایی سری زمانی مورد بررسی است.

برازش داخل نمونه‌ای مدل‌ها

مدل‌های HYAPARCH(1,1) و GARCH(1,1) با فرض توزیع نرمال (N)، t استیودنت چوله با چولگی و درجه آزادی ثابت (CS,CD) و متغیر با زمان (TVSD) تخمین زده شده است.^۴ جدول ۴ نشان‌دهنده پارامترهای برآورد شده معادله نوسان و معادلات چولگی و کشیدگی و آماره t برای هر یک از پارامترها در مدل‌های مفروض است (به منظور خلاصه‌سازی از ارائه کلیه پارامترهای معادلات نوسان و میانگین اجتناب شده است. این مقادیر در صورت نیاز قابل ارائه خواهد بود). همچنین، این جدول مقادیر دو معیار آکائیک^۵ (AIC) و شوارتز^۶ (SIC) را به منظور شناسایی مناسب‌ترین مدل‌ها نمایش می‌دهد.

1. Philips-Perron
2. Geweke, Porter & Hudak
3. Lo

۴. کلیه تخمین‌ها با استفاده از نرم‌افزار Ox انجام شده است.

5. Akaike
6. Schwarz

جدول ۴. نتایج برآورد مدلها

مدلها	HYAPARCH			GARCH		
	N	CS,CD	TVSD	N	CS,CD	TVSD
	پارامترها و آماره t					
d/α	۰,۵۸ (۲,۵۰)	۰,۷۴ (۳,۱۷)	۰,۱۷ (۳,۳۲)	۰,۲۳ (۵,۸۲)	۰,۲۷ (۶,۶۹)	۰,۲۹ (۶,۹۳)
ζ/β	۱,۲۱ (۷,۵۲)	۱,۲۲ (۹,۷۵)	۲,۲۴ (۴,۰۸)	۰,۷۷ (۱۴,۸۵)	۰,۷۳ (۸,۴۰)	۰,۷۱ (۸,۵۷)
ν	-	۲,۲۵ (۲۴,۲۶)	-	-	۳,۲۳ (۲۳,۱۲)	-
ξ	-	۰,۹۰۷ (۵۹,۷۶)	-	-	۱,۰۲ (۲۷,۳۱)	-
ρ_1	-	-	-۰,۷۷ (-۴,۹۳)	-	-	-۰,۶۵ (-۵,۱۴)
ρ_3	-	-	۰,۳۹ (۵,۰۶)	-	-	۰,۳۵ (۴,۴۱)
ρ_5	-	-	۰,۰۰۱ (۰,۰۰۴)	-	-	۰,۰۰۱ (۰,۰۰۶)
λ_1	-	-	-۴,۷۸ (-۱۱,۰۳)	-	-	-۳,۱۲ (-۲۶,۶۸)
λ_2	-	-	۰,۶۷ (۳,۹۸)	-	-	۰,۰۵ (۱,۴۸)
λ_3	-	-	-۱ (-۳,۳۳)	-	-	-۰,۱۱ (-۱,۳۶)
AIC	۰,۶۹۱	۰,۲۹۳	۰,۲۸۷	۰,۷۲	۰,۳۶۲	۰,۳۵۴
SIC	۰,۷۱۲	۰,۳۱۹	۰,۳۲۱	۰,۷۳۲	۰,۳۷۸	۰,۳۸

علایم اختصاری برای هر یک از توزیعهای شرطی عبارتاند از: N = نرمال، CS, CD = چولگی ثابت، درجه آزادی ثابت t استیودنت چوله) و $TVSD$ = چولگی و درجه آزادی متغیر با زمان (توزیع t استیودنت چوله). معادله چولگی و کشیدگی متغیر به ترتیب به صورت $\xi_t^* = \rho_1 + \rho_3(\xi_{t-1}^*) + \rho_5(\xi_{t-1}^*)$ و $\nu_t^* = \lambda_1 + \lambda_2(\xi_{t-1}^2) + \lambda_3(\xi_{t-1}^2)$ است. آماره t در داخل پرانتز نمایش داده شده است و نمادهای AIC و SIC به ترتیب نشان دهنده معیارهای آکائیک و شوارتز هستند.

با توجه به جدول ۴، معناداری پارامترها در اغلب مدل‌ها به‌ویژه در معادلات نوسان با کلیه فروض مربوط به توزیع بازدهی برای دو مدل GARCH و HYAPARCH مشاهده می‌شود. چولگی از طریق واریانس شرطی و توزیع شرطی در مدل‌ها در نظر گرفته شده است و نتایج برتری مدل‌های HYAPARCH-CS,CD و GARCH-CS,CD را بر حالت‌های معادل با توزیع نرمال تأیید می‌کند. به طور کلی، فرض تغییرپذیری چولگی و کشیدگی نسبت به حالت ثابت بهبود شایان ملاحظه‌ای در برازش مدل‌ها ایجاد نکرده است. این نتیجه با مطالعه راکینجر و جان‌دیو (۲۰۰۱) - که نشان می‌دهند در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر بهبود ناچیزی در تخمین‌ها ایجاد خواهد کرد - مطابقت دارد.

معناداری پارامتر d در مدل‌های HYAPARCH با فرض توزیع‌های متفاوت مؤید وجود حافظه بلندمدت در نوسان است. از سوی دیگر، با توجه به معیارهای AIC و SIC به ترتیب مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD از بهترین عملکرد برخوردارند و به کارگیری مدل HYAPARCH با کلیه فروض در مورد توزیع‌ها به بهبود برازش‌ها در مقایسه با مدل‌های GARCH معادل منجر شده است.

برآورد VaR خارج از نمونه

جدول ۵ مقادیر p-value آزمون کوپیک (۱۹۹۵) به همراه تعداد شکست‌های مشاهده‌شده و مجموع دو معیار تابع زیان و کارایی (\bar{S}) برای هر یک از مدل‌ها را نمایش می‌دهد (نتایج آزمون کریستوفرسن (۱۹۹۸) نیز مشابه است و در صورت نیاز قابل ارائه خواهد بود). با توجه به جدول ۵، تفاوت‌های فراوانی میان تعداد شکست‌های مشاهده‌شده برای موقعیت‌های خرید و فروش در مدل‌های متقارن (با توزیع نرمال) مشاهده می‌شود. مقادیر شکست‌ها برای موقعیت فروش در کلیه سطوح برای این مدل‌ها از موقعیت خرید بیشتر است. این مسئله می‌تواند نشان‌دهنده فقدان تقارن در بازدهی‌ها باشد. این در حالی است که مدل‌های GARCH و HYAPARCH با در نظر گرفتن توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) به نزدیک شدن مقادیر شکست برای موقعیت‌های خرید و فروش نسبت به حالت نرمال منجر شده است. مثلاً، در یک مورد برای مدل GARCH-N (HYAPARCH-N) با توزیع نرمال در سطح احتمال ۵ و ۹۵ درصد تعداد شکست‌ها در سمت چپ ۱۲۰ (۸۵) و در سمت راست ۲۱۳ (۱۵۷) مورد

است که اختلاف زیادی است. با وجود این، به کارگیری مدل GARCH و HYAPARCH با در نظر گرفتن توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) این تفاوت را به گونه‌ای محسوس کاهش داده است. بنابراین، این مدل‌ها توانسته‌اند عدم تقارن در داده‌های مورد بررسی را به گونه‌ای مناسب در نظر بگیرند.

جدول ۵. نتایج اجرای آزمون‌های ارزیابی عملکرد برای شاخص TEPIX

VaR models	N_f	\bar{S}	p -values	N_f	\bar{S}	p -values
			P_{un}			P_{un}
			VaR 5%	VaR 95%		
HYAPARCH						
N	۸۵	۰٫۲۸۳۹	۰٫۰۰۰۱	۱۵۷	۰٫۳۳۶۱	۰٫۰۰۴۶
CS,CD	۱۳	۱٫۱۵۵۶	<۰٫۰۰۰۱	۱۰	۱٫۱۳۷۰	<۰٫۰۰۰۱
TVSD	۱۷	۰٫۹۸۱۸	<۰٫۰۰۰۱	۶	۱٫۳۱۳۱	<۰٫۰۰۰۱
GARCH						
N	۱۲۰	۰٫۲۵۰۸	۰٫۶۴۴۲	۲۱۳	۰٫۳۰۰۰	۰٫۰۰۰۰
CS,CD	۶۲	۰٫۳۵۷۷	<۰٫۰۰۰۱	۸۷	۰٫۴۵۸۱	۰٫۰۰۰۲
TVSD	۵۹	۰٫۳۶۶۹	<۰٫۰۰۰۱	۸۰	۰٫۴۷۸۱	<۰٫۰۰۰۱
			VaR 1%	VaR 99%		
HYAPARCH						
N	۴۳	۰٫۴۴۰۶	۰٫۰۰۱	۴۹	۰٫۵۳۹۳	<۰٫۰۰۰۱
CS,CD	۳	۲٫۷۶۹۵	<۰٫۰۰۰۱	۰	۲٫۷۸۸۷	<۰٫۰۰۰۱
TVSD	۴	۲٫۲۸۶۴	<۰٫۰۰۰۱	۰	۳٫۱۸۶۱	<۰٫۰۰۰۱
GARCH						
N	۵۳	۰٫۳۸۸۶	<۰٫۰۰۰۱	۷۸	۰٫۴۷۱۸	<۰٫۰۰۰۱
CS,CD	۲۰	۰٫۷۷۲۶	۰٫۲۹۷۷	۱۲	۱٫۰۴۶۰	۰٫۰۰۳۶
TVSD	۱۹	۰٫۷۹۴۰	۰٫۲۰۷۹	۹	۱٫۱۰۳۳	۰٫۰۰۰۲

p -valueها برای آزمون پوشش غیرشرطی (P_{un}) همراه با تعداد شکست‌های مشاهده شده (N_f) در جدول نمایش داده شده است. نماد \bar{S} نیز نشان‌دهندهٔ مجموع معیار بزرگی شکست‌ها و کارایی است.

با وجود این، مدل‌های HYAPARCH و GARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) در همه سطوح احتمال (به جز در سطح احتمال ۱ درصد در مدل‌های GARCH-CS,CD و GARCH-TVSD) مقدار VaR را بیش از حد برآورد کرده‌اند؛ به گونه‌ای که میزان شکست تجربی بسیار کمتر از میزان مفروض مدل است. بنابراین، با توجه به مقادیر p -value و میزان شکست تجربی، این مدل‌ها (به جز در سطح احتمال ۱ درصد برای مدل GARCH) برآورد VaR محافظه‌کارانه‌ای را ارائه می‌کنند. با توجه به ویژگی داده‌های مورد بررسی، اگرچه مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD در دوره داخل نمونه از عملکرد مناسبی در مقایسه با سایر مدل‌ها برخوردارند، از لحاظ برآورد VaR در دوره خارج از نمونه مقادیر محافظه‌کارانه‌ای ارائه می‌دهند. این نتیجه با نتایج مطالعه دارک (۲۰۱۰) نیز در زمینه استفاده از این مدل‌ها با توزیع‌های t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) مطابقت دارد. با وجود این، ویلهلمسن (۲۰۰۹) در مطالعه‌ای بر شاخص S&P500 بیان می‌کند چولگی و کشیدگی متغیر بر مبنای توزیع NIG تخمین‌های VaR را بهبود می‌بخشد. از سوی دیگر، نتایج تحقیق اسلامی بیدگلی و همکاران (۱۳۹۲) استفاده از الگوهای حافظه بلندمدت FIEGARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت) را در بازه قیمت سبد نفتی اوپک- که برخلاف شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران محدودیتی بر آن اعمال نمی‌شود و از حد مجاز نوسان برخوردار نیست- در پیش‌بینی مقادیر VaR با استفاده از آزمون‌های کوپیک و صدک پویا تأیید می‌کند.

در توزیع نرمال نیز تقریباً در همه سطوح احتمال (به جز ۵ درصد) مقدار VaR کمتر از حد برآورد شده است و مقدار شکست‌ها بسیار بیشتر از حد مجاز است. بنابراین، با توجه به نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد، مدل‌های GARCH-N و HYAPARCH-N با فرض توزیع نرمال از توانایی مطلوبی برای برآورد VaR به‌ویژه در سطوح احتمال نهایی با توجه به پهن دنباله‌بودن توزیع بازدهی‌ها برخوردار نیستند و به طور کلی دارای اعتبار آماری نیستند. در نظر گرفتن فرض توزیع t استیودنت چوله به بهبود عملکرد مدل GARCH-N در سطح احتمال ۱ و ۹۹ درصد نسبت به حالت نرمال منجر شده است.

در تحقیق حاضر مدل‌ها با استفاده از معیار \bar{S} نیز بررسی می‌شوند تا مشخص شود در صورت محاسبه سرمایه پشتیبان کدام یک از مدل‌ها اقتصادی‌تر عمل خواهند کرد. بررسی این معیار نشان‌دهنده آن است که مدل‌ها با فرض توزیع نرمال از کمترین مقدار برای این معیار در مقایسه با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) برخوردارند. بنابراین، مدل‌های مذکور در صورت محاسبه سرمایه پشتیبان، هزینه فرصت کمتری نیز برای بنگاه ایجاد خواهند کرد. با وجود این، با توجه به نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد در مدل‌های نرمال تعداد شکست‌ها بیش از حد بوده و از این لحاظ این مدل‌ها بسیار ریسکی‌اند. از سوی دیگر، در مدل‌های GARCH و HYAPARCH با توزیع t استیودنت چوله (به صورت ثابت و متغیر) مقادیر VaR محافظه‌کارانه به افزایش معیار \bar{S} و افزایش هزینه فرصت این مدل‌ها منجر شده است.

نتیجه‌گیری

در تحقیق حاضر به بررسی اثر در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی به صورت متغیر با زمان بر برآورد VaR با استفاده از مدل‌های HYAPARCH و GARCH و داده‌های شاخص TEPIX برای موقعیت‌های خرید و فروش پرداخته شد. در مطالعه حاضر، علاوه بر مدل HYAPARCH، که امکان در نظر گرفتن عدم تقارن و حافظه بلندمدت را فراهم می‌کند، از مدل GARCH نیز با توزیع‌های مختلف به منظور مقایسه نتایج استفاده شد. بررسی نتایج برآورد شش مدل مفروض در دوره داخل نمونه نشان‌دهنده عملکرد مناسب مدل‌های HYAPARCH-TVSD و HYAPARCH-CS,CD نسبت به سایر مدل‌هاست. با وجود این، فرض تغییرپذیری چولگی و کشیدگی نسبت به حالت ثابت بهبود قابل ملاحظه‌ای در برآزش مدل‌ها ایجاد نکرده است. همچنین، با توجه به نزدیک شدن تعداد شکست‌ها به گونه‌ای شایان ملاحظه در موقعیت‌های خرید و فروش نسبت به حالت نرمال، مدل‌های HYAPARCH و GARCH با چولگی و کشیدگی متغیر و ثابت از توانایی مناسبی در در نظر گرفتن عدم تقارن داده‌ها برخوردارند. از آنجا که میزان شکست تجربی در این مدل‌ها کمتر از میزان مفروض است، این مدل‌ها معیارهای محافظه‌کارانه‌ای هستند که در عین حال به در نظر گرفتن عدم تقارن در داده‌های مورد بررسی به گونه‌ای مناسب قادرند و می‌توانند

برای سرمایه‌گذاران و نهادهای ریسک‌گریز مانند بانک‌های مرکزی، صندوق‌های بازنشستگی، وقفی یا ثروت ملی مورد توجه باشند.

از سوی دیگر، اگرچه مدل‌های GARCH و HYAPARCH با توزیع نرمال به لحاظ مقادیر کمتر معیار $\bar{\sigma}$ هزینه فرصت کمتری را متوجه نهادهای مالی می‌کنند، نتایج آزمون‌های ارزیابی عملکرد نشان‌دهنده آن است که این مدل‌ها تقریباً در همه سطوح احتمال مقدار VaR را کمتر از حد برآورد کرده‌اند و مقدار شکست‌ها بسیار بیشتر از حد مفروض است و گویای ریسکی بودن و عدم اعتبار آماری آن‌هاست. مطالعه اثر در نظر گرفتن چولگی و کشیدگی متغیر با زمان و حافظه بلندمدت در نوسان‌پذیری به منظور برآورد VaR چنددوره‌ای یا بررسی اثر چولگی و کشیدگی متغیر با زمان بر قیمت‌گذاری دارایی‌ها، انتخاب پرتفو و پوشش ریسک می‌تواند موضوع‌هایی برای تحقیقات آتی باشد.

منابع

۱. اسلامی بیدگلی غلامرضا و همکاران (۱۳۹۲). محاسبه ارزش در معرض خطر قیمت سبد نفتی اوپک با استفاده از مدل‌های حافظه بلندمدت گارچ، مطالعات اقتصاد انرژی، ۳۹، ۱ - ۱۹.
۲. کشاورز حداد غلامرضا و صمدی، باقر (۱۳۸۸). برآورد و پیش‌بینی تلاطم بازدهی در بازار سهام تهران و مقایسه دقت روش‌ها در تخمین ارزش در معرض خطر: کاربردی از مدل‌های خانواده FIGARCH، تحقیقات اقتصادی، ۸۶، ۱۹۳ - ۲۳۵.
۳. شاخص بازده نقدی و قیمت بورس سهام تهران، <http://www.irbourse.com>.
4. Andersen, T. & Bollerslev, T. (1997). Intraday periodicity and volatility persistence in financial markets, *Journal of Empirical Finance*, 4, 115-158.
5. Baillie, R. (1996). Long memory processes and fractional integration in economics, *Journal of Econometrics*, 73, 5-59.

6. Baillie, R., Bollerslev, T. & Mikkelsen, H. (1996). Fractionally Integrated Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, 74, 3-30.
7. Bates, D. (1996). Jumps and Stochastic volatility: exchange rate processes implicit in Deutschemark options, *The Review of Financial Studies*, 9, 69-107.
8. Bollerslev, T. (1987). A Conditional Heteroscedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return, *The Review of Economics and Statistics*, 69, 542-547.
9. Bond, S. & Patel, K. (2003). The Conditional Distribution of Real Estate Returns: Relating time variation in higher moments to downside risk measurement, *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 26, 319-339.
10. Christoffersen, P. (1998). Evaluating Interval Forecasts, *International Economic Review*, 39, 841-862.
11. Dark, J. (2010). Estimation of Time Varying Skewness and Kurtosis with an Application to Value at Risk, *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 14(2).
12. Davidson, J. (2004). Moment and Memory Properties of Linear Conditional Heteroscedasticity Models, and a New Model, *Journal of Business and Economic Statistics*, 22, 16-29.
13. Ding, Z., Granger, C. & Engle, R. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model, *Journal of Empirical Finance*, 1, 83-106.
14. Diongue, A. & Guegan, D. (2007). The Stationary Seasonal Hyperbolic asymmetric power ARCH model, *Statistics and Probability Letters*, 77, 1158-1164.
15. Elder, J. & Jin, H. (2007). Long memory in commodity futures volatility: A wavelet perspective, *The Journal of Futures Markets*, 27, 411-437.
16. Engle, R. & Bollerslev, T. (1986). Modelling the Persistence of Conditional Variances, *Econometric Reviews*, 5, 1-50.
17. Fang, H. & Lai, T. (1997). Co-kurtosis and capital asset pricing, *The Financial Review*, 32, 293-307.

18. Geweke, J. & Porter-Hudak, S. (1983). The estimation and application of long memory time series models, *Journal of Time Series Analysis*, 4, 221-38.
19. Guermat, C. & Harris, R. (2002). Forecasting value at risk allowing for time variation in the variance and kurtosis of portfolio returns, *International Journal of Forecasting*, 18, 409-419.
20. Hansen, B. (1994). Autoregressive Conditional Density Estimation, *International Economic Review*, 35, 705-730.
21. Harvey, C. & Siddique, A. (1999). Autoregressive Conditional Skewness, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34, 465-487.
22. Harvey, C. & Siddique, A. (2000). Conditional skewness in Asset Pricing Tests, *The Journal of Finance*, 55, 1263-1295.
23. Heston, S. & Nandi, S. (2000). A closed-form GARCH option valuation model, *The Review of Financial Studies*, 13, 585-625.
24. Jondeau, E. & Rockinger, M. (2003). Conditional Volatility, Skewness, and Kurtosis: Existence, Persistence and Comovements, *Journal of Economic Dynamics and Control*, 27, 1699-1737.
25. Kraus, A. & Litzenberger, R. (1976). Skewness Preferences and the Valuation of Risk Assets, *Journal of Finance*, 31, 1085-1100.
26. Kupiec, P. (1995). Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models, *Journal of Derivatives*, 3, 73-84.
27. Lambert, P. & Laurent, S. (2001). Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models and a Skewed Student Density, Mimeo, Universite de Liege.
28. Liu, S. & Brorsen, B. (1995). Maximum Likelihood Estimation of a GARCH-STABLE Model, *Journal of Applied Econometrics*, 2, 273-285.
29. Lo, A. (1991). Long-term memory in stock market prices, *Econometrica*, 59, 1279-1313.
30. Nelson, D. (1991). Conditional heteroscedasticity in asset returns: A new approach, *Econometrica*, 59, 347-370.
31. Peters, J. (2001). Estimating and forecasting volatility of stock indices using asymmetric GARCH models and (Skewed) Student-t densities, Mimeo, University of Liege, Belgium.

32. Premaratne, G. & Bera, A. (2001). Modeling Asymmetry and Excess Kurtosis in Stock Return Data, Mimeo, University of Illinois.
33. Rockinger, M. & Jondeau, E. (2001). Entropy Densities, with an application to autoregressive conditional skewness and kurtosis, Journal of Econometrics, 106, 119-142.
34. Smith, D. (2003). Conditional Coskewness and Asset Pricing, Mimeo, Simon Fraser University.
35. Tse, Y. (1998). The Conditional Heteroscedasticity of the Yen-Dollar Exchange Rate, Journal of Applied Econometrics, 13, 49-55.
36. Wilhelmsson, A. (2009). Value at Risk with time varying variance, skewness and kurtosis – the NIG-ACD model, The Econometrics Journal, 12, 82-104.

