Journal of Research on Archaeometry, 2021; 7 (2): 197-208

Journal of Research on Archaeometry

DOI: 10.52547/jra.7.2.197

URL: https://jra-tabriziau.ir/

View point, Perspective, Opinion

# Investigation of Two-Dimensional Geometric Patterns of Knot Arangements and other Cryptographic Methods on the Surfaces of Ancient Tiles (Kashis) and its Adaptation to Three-Dimensional Arrangement of Atoms in Crystalline Solids

**Mehdi Alavi** *

*Professor, Faculty of Chemistry, University of Isfahan, Isfahan, IRAN*

**Received: 11/11/2021** **Accepted: 21/12/2021**

**Abstract**

The art and techniques of colorful tiling in domes, inscriptions, minarets of mosques, buildings and historical monuments from antiquity, is a valuable and important document about the decorations of ancient Iranian architecture [1].Ancient mathematicians, designers, and practitioners used the geometric methods of knot arrangement, Yazdi-bandi, Muqarnas,(Ahu pai) and other methods, with the help of geometric arrangement of squares, diagonals, rhombuses, and techniques such as "square-to-circle correlation" with the term "mandala. The identification and production of the primary units of geometrical "motifs" began centuries ago and includes geometric units in two dimensions. These motifs have been developed in different historical periods by geometers and designers. It is clear that mathematical-geometric laws have remained fixed in motifs throughout the past. This means that the laws of symmetry have a main origin, in a way that they have been fixed in different historical periods. On the other hand, alignment, balance and symmetry are necessary for each other. Geometry has been used since ancient times to measure the surfaces of buildings and agricultural lands. Points, line segments, angles, circles, squares and triangles have been used in the production of two-dimensional patterns in the order of regular patterns.

**Keywords:** Tile Work Patterns, Symmetrical Patterns, Patterns of Crystals Structures, Template Matching, Versatility of Pattern

*Corresponding Author: m.alavi@Sci.ui.ac.ir

*Copyright© 2021, the Authors | This open-access article is published under the terms of the Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License which permits Share (copy and redistribute the material in any medium or format) and Adapt (remix, transform, and build upon the material) under the Attribution-.NonCommercial terms*

## Introduction

In 1912, symmetry was applied to the science of crystallography using X-ray diffraction by the German Physicist "Max von Laue". The terms "symmetry elements" and "symmetry operations" are the main foundations of the science of symmetry [4], which are used and recognizable in the geometric patterns of tiles although the designers of tile motifs in the past have not mentioned it in geometric patterns and there are no reports of it available. A Symmetry element is a geometrical entity about which a symmetry operation is performed; an element can be : a point, axis, or plane, A symmetry operation is the Movement of an element such that after the movement appears the same as before.

In this study, while examining the geometric patterns of ancient tiles, using two-dimensional visual methods and adapting it to the science of symmetry used in the structure of crystalline solids, including the mapping of atoms in a three-dimensional, two-dimensional and one-dimensional lattice of atoms, it was determined that both types of arrangements follow the basic rules and science of symmetry.

While the length of the primary cell of the crystal lattice structure is about a few angstroms, the length of one side of the geometric motifs in the geometric patterns of the tiles is about 1010 times bigger; Therefore, it is concluded that the science of symmetry for very small (invisible) and very large components is established under special conditions. In this regard, the knowledge of symmetry can exist and be studied and used in other sciences.

In ancient times, geometry and mathematical knowledge were associated with mystical sciences. Plato and later Pythagoras addressed this issue in a spiritual way, because they considered the concept of geometry as a path to perfection and believed that geometry strengthens the notion to comprehend the structure of the universe. Knowledge of geometric patterns also creates unity in the spatial order. Burkhart Titus has said that every art is science and every science is art. It has been said that geometry is a science that is used in Islamic art to reflect the images of the imaginary world, which is related to the nature "well-conditioned" of geometry and mathematics.

Tiling is the knowledge of experimental sciences and original Iranian arts, examples of which are found in monuments and holy places in different cities of Iran. Tilework has been used as beautiful and attractive decorations in the buildings of Tehran [5], such as Shams al-Amara mansion and Golestan palace and older buildings in the cities of Isfahan, Tabriz, Yazd, Mashhad and other cities of Iran. [7]

## Methods

This article uses the method of comparison and similarity. The knowledge of symmetry is used to determine the atomic structure of crystalline materials (International Union of Crystallography). Symmetry knowledge was developed by European scientists in the 19th century to form symmetric groups. The methods of producing ancient geometric patterns in Iran have been implemented using experimental designs based on complex and "cryptographic" drawings. While the methods of determining the atomic structure of crystalline solids have been based on the use of x-ray diffraction. The geometry of ancient Iran with the invisible arrangement of atoms in the structure of crystals shows the existence of knowledge of symmetry in both methods in the same way.

## Results and Discussion

In the tile works, each motif has a special meaning and concept. A general overview shows that the origin of the patterns used in the tiles can be divided into three main groups:

A) Motifs of objects that are present and visible around; Such as human, animal, plant, landscape and so on.

B) Imaginary motifs engraved in the mind. Such patterns can be observed in many tiles.

C) Symmetrical geometric patterns that are produced using the science of symmetry.

D) Picture of imaginary shapes.

Geometric units in motifs can be seen in detail and specific types, and one who is familiar with the science of symmetry can observe a variety of symmetric laws in the form of specific geometric types in motifs. Because the knowledge of symmetry also governs the structure of atoms in crystals, it is concluded that symmetry also exists for components in invisible states.

In this study, it was shown that ancient designers performed geometric patterns based on experimental, complex and strenuous illustrations, along with "decoding" and were able to obtain the principles of symmetry in their work.

By observing the geometric patterns designed in the tiles, we established a relationship between the composition of the geometric units and the formation of a symmetric pattern that can be expanded in two dimensions. The two-dimensional growth and development of such designs can continue indefinitely. We adjusted the following formula based on the mixed geometric patterns and its expansion in two dimensions.

$$\sum uc + d \rightarrow gp$$

In this formula, uc (unit cell) means “geometric unit”, d means “decoding” and gp means “geometric pattern” (fig 2).

**Conclusion**

Considering the adaptation of tiling patterns with the atomic structure of the crystalline material’s network, (Tab.3) it is concluded that the origin of the knowledge of symmetry was due to the antiquity of symmetrical pattern products in Iran. Elements and operations of symmetry used by European Scientists H. Maguin and Schoenflies to establish the knowledge of symmetry to determine the atomic structure of crystals, and has also been used in geometric tile designs. In general, it was found that the knowledge of symmetry in the 19th century is harmonious with the symmetrical motifs of ancient Iranian designers and performers. On the other hand, considering the large number of designs that exist in ancient tiles, it can be claimed that most of the designed patterns in the world belong to ancient Iran It is observed that in the texture of some tileworks, from the aggregation of the primary components, a larger complex unit is produced, so that the larger unit itself can be expanded the design. Based on the knowledge and contemplation of traditional architects, such cases were known as "unity and plurality", the concept of which has been discussed in the sciences of mysticism and wisdom [4].

Considering that the tile pieces of antiquity and BC were made and polished with the characteristics of that period and in different periods of history, the design and construction of patterns has gradually expanded, it is possible to determine the age of the discovered pieces, related to different time periods by preparation and utilization of evidence and standard tables and obtain useful archaeological information from them.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

پژوهه باستان‌سنجی ۱۴۰۰؛ ۷(۲): ۱۹۷-۲۰۸

پژوهه باستان‌سنجی

DOI: 10.52547/jra.7.2.197

URL: http://jra-tabriziau.ir/

دانشگاه هنر اسلامی تبریز ۱۳۷۸

دیدگاه، نقطه نظر

# بررسی نقوش هندسی دوبُعدی از نوع گره‌چینی و روش‌های دیگر رمزدار بر روی سطوح کاشی‌کاری‌های باستانی و تطبیق آن با نقوش شبکه‌های سه‌بُعدی در آرایش‌یابی‌های اتم‌ها در مواد جامد بلورین

**مهدی علوی***

استاد دانشکده شیمی دانشگاه اصفهان، اصفهان، ایران

**تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۸/۲۰** **تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۹/۳۰**

## چکیده

هنر و فنون کاشی‌کاری رنگارنگ در گنبدها، کتیبه‌ها، مناره‌های مساجد، بناها و آثار تاریخی به‌جامانده از دوران باستان، سند ارزشمند و مهمی در تزئینات معماری قدیمی ایران است. ریاضی‌دانان، طراحان و مجریان باستان، از روش‌های هندسی گره چینی، یزدی‌بندی، مقرنس و روش های دیگر، با استفاده از چیدمان هندسی توسط اشکال مربع، مربع مورّب، لوزی و روش‌های دیگر نظیر «هم نسبتی مربع با دایره» با اصطلاح «ماندالا» استفاده کرده‌اند. شناسایی و تولید واحدهای اولیه نقوش «نقش‌مایه‌ها» از قرن‌ها پیش آغاز شده و شامل واحدهای هندسی در دو بعد است. این نقوش در دوران مختلف تاریخی، توسط هندسه‌دانان و طراحان تکامل یافته است. این موضوع، مشخص است که قوانین ریاضی – هندسی در همهٔ دوران گذشته در نقوش ثابت باقی مانده‌اند. این بدان معنی است که قوانین قرینه‌سازی، دارای یک منشأ اصلی هستند، به‌طوری‌که در دوران مختلف تاریخی هم شکلی ثابت داشته‌اند. از طرفی هم‌ترازی، تعادل و تقارن، لازم و ملزوم یکدیگر هستند. هندسه در دوران باستان برای اندازه‌گیری سطوح ساختمان‌ها و زمین‌های کشاورزی مورداستفاده قرار گرفته است. در ترتیب نقش‌های منظم، از نقطه، پاره‌خط، زاویه، دایره، مربع و مثلث در تولید نقوش دوبعدی استفاده شده است. در این پژوهش، ضمن بررسی نقوش هندسی کاشی کاری‌های باستانی، با استفاده از روش‌های تصویری دوبعدی و تطبیق آن با دانش تقارنی مورداستفاده در ساختار مواد جامد کریستالین شامل نقش‌بندی اتم‌ها در شبکه سه‌بعدی و دوبعدی و تک‌بعدی اتم‌ها، مشخص شد که هر دو نوع آرایش‌یابی‌ها، از قوانین و دانش اصلی تقارنی پیروی می‌کنند. درحالی‌که اندازهٔ طول سلول اولیهٔ ساختار شبکه‌ای بلورها حدود چند انگسترم است، طول یک ضلع نقش‌مایه‌های هندسی در نقوش هندسی کاشی‌کاری، حدود ۱۰۱۰ برابر آن است؛ بنابراین، نتیجه‌گیری می‌شود که دانش تقارن برای اجزای بسیار ریز (نامرئی) و بسیار بزرگ، تحت شرایط ویژه برقرار است. در این راستا، علم تقارن می‌تواند در علوم دیگر نیز وجود داشته باشد و موردبررسی و استفاده قرار بگیرد.

**واژگان کلیدی:** نقوش کاشی‌کاری، نقوش ساختارهای اتمی بلورها، تقارن، تطبیق نقوش تقارنی.

* نویسنده مسئول مکاتبات: اصفهان، میدان آزادی، دانشگاه اصفهان کدپستی: ۸۱۷۴۶۷۳۴۴۱

پست الکترونیکی: m.alavi@Sci.ui.ac.ir

حق نشر متعلق به نویسنده(گان) است و نویسنده تحت مجوز Creative Commons Attribution License به مجله اجازه می‌دهد مقاله چاپ شده را با دیگران به اشتراک بگذارد منوط بر اینکه حقوق مؤلف اثر حفظ و به انتشار اولیه مقاله در این مجله اشاره شود.

## ۱. مقدمه

به‌طورکلی، هر نقش در کاشی‌کاری‌ها، دارای ویژگی‌های جالب است و در اصل، گروه نقوش را می‌توان به چهار نوع تقسیم‌بندی کرد:

الف- تصویرسازی گونه‌هایی که در اطراف ما وجود دارند؛ نظیر یک منظره، گل و گیاه، تصویر انسان و حیوان و غیره.

ب- نقش یک پدیده یا قانون.

ج- تصویر اشکال تخیلی.

د- تصویر نقوش هندسی تقارنی.

نقوش می‌توانند به‌صورت هندسی خالص و یا مخلوط با اشکال نامتقارن باشند. نقوش بررسی شده در این پژوهش، نقوش تقارنی هستند که با استفاده از روش‌های ویژه، ترسیم شده‌اند و بنابراین، به تطبیق نقوش هندسه با آرایش‌یابی‌های تقارنی توجه ویژه شده است.

در دوران باستان، هندسه و دانش ریاضی را با علوم عرفانی مرتبط می‌دانستند. «افلاطون» و بعداً «فیثاغورث»، به‌گونه‌ای رمزدار و عارفانه به این موضوع پرداختند، چراکه مفهوم هندسه را مسیری برای رسیدن به کمال می‌دانستند و عقیده داشتند هندسه، موجب تقویت فکر برای رسیدن به ساختار عالم است. همچنین دانش نقوش هندسی، وحدت را در نظم فضایی به وجود می‌آورد. بورکهارت تیتوس [1] گفته است که هر هنری، علم است و هر علمی، هنر. گفته شده است که هندسه علمی است که در هنر اسلامی، در بازتاب صور عالم خیال کاربرد دارد که با ماهیت تجویدی علوم هندسه و ریاضیات در ارتباط است.

کاشی‌کاری، دانش علوم تجربی و از هنرهای اصیل ایرانی است که نمونه‌های آن در بناها و اماکن مقدس شهرهای مختلف ایران وجود دارد. کاشی‌کاری به‌عنوان تزئینات زیبا و جذاب در عمارات شهر تهران، همچون عمارت شمس‌العماره و کاخ گلستان و بناهای قدیمی‌تر در شهرهای اصفهان، تبریز، یزد، مشهد و دیگر شهرهای ایران، به کار رفته است [2].

به نظر می‌رسد همسانی، تقارن، نظم و آرایش کاشی‌کاری، موردتوجه بینندگان است. همراهی رنگ-دانه‌های لعاب و کاشی‌کاری‌ها، موجب زیبایی سطوح ابنیه شده است [3].

ملاحظه می‌شود که در بافت برخی کارشی‌کاری‌ها، از تجمع اجزای اولیه، یک واحد کمپلکس بزرگ‌تر تولید می‌شود، به‌طوری‌که واحد بزرگ‌تر، خود می‌تواند به‌گونه‌ای در نقش گسترش یابد. بر اساس شناخت و اندیشه معماران سنتی، چنین مواردی را به‌عنوان رسیدن «وحدت به کثرت» و برعکس آن، «کثرت به وحدت» می‌دانستند که مفهوم آن در علوم عرفان و حکمت مورد بحث قرار گرفته است.

در سال ۱۹۱۲ م.، با استفاده از پراش‌سنجی پرتو ایکس (XRD) توسط ماکس فن لاوه (Max von Laue) فیزیک‌دان آلمانی، تقارن در دانش بلورشناسی مورداستفاده قرار گرفت [4]. واژه‌های " عناصر تقارنی (Symmetry Elements) و عوامل تقارنی (Symmetry Operation) ، از اصلی‌ترین پایه‌های علم تقارن هستند که در نقوش هندسی کاشی‌کاری‌ها قابل تشخیص هستند. درحالی‌که طراحان نقوش کاشی‌کاری‌ها در دوران گذشته بر اساس دانش تقارنی نقوش هندسی را ترسیم کردند ولی در نقوش هندسی از آن‌ها نام نبرده‌اند و گزارشی در این مورد در دست نیست.

## ۲. تاریخچه

از هزارهٔ دوم پیش از میلاد، خشت و آجرهای لعاب‌دار محتوی نقوش انسانی و حیوانی یافت شده است. در بررسی‌های باستان‌شناسی کاخ‌های تخت‌جمشید و شوش مربوط به زمان هخامنشیان، نیز نمونه‌هایی از هنر کاشی‌کاری و آجرهای لعاب‌دار مشاهده شده است. در دوران سلجوقی، کاشی‌کاری بسیار گسترش یافت. قطعات کاشی متعلق به آن زمان شاهد این موضوع است. دورهٔ ایلخانی را می‌توان فعال‌ترین دورهٔ کاشی‌کاری دانست. ابوالقاسم عبدالله‌بن‌محمد، مورّخ دربار ایلخانی و یکی از نوادگان خانواده مشهور سفالگر

کاشان به نام «ابوطاهر»، توضیحاتی در مورد برخی روش‌های تولید کاشی نگاشته است [5].

در دوران اسلامی، از کاشی‌کاری‌ها اکثراً در مساجد و مدارس استفاده می‌شد. در سده‌های اول دوران اسلامی، تزئینات کاشی‌کاری با رنگ فیروزه‌ای و لاجوردی، در کنار آجرهای بدون لعاب قرار گرفت و از آن، برای تزئین بخش‌هایی از قسمت فوقانی مناره‌ها استفاده شد. در آن زمان، تزئینات شامل گل‌وبوته به‌صورت متقارن در بستر نیز متداول شد. روند پیشرفت کاشی‌کاری موجب شد که سبک‌های متفاوتی در تکنیک کاشی به وجود آید. کاشی معرق، استفاده از رنگ‌های متفاوت گونه‌ها به سبک موزاییک‌سازی بود. کاشی‌کاری تا دوران قاجار ادامه داشت و از آن دوره به بعد تنزل یافت [6].

با استفاده از خشت‌های کاشی‌های تک‌رنگ دوران پیش از اسلام و آمیختن رنگ‌های متنوع، کاشی هفت‌رنگ به دست آمد. ازآنجایی‌که زیبایی و استحکام تزئینات کاشی‌کاری موردتوجه عموم قرار گرفت، کاشی‌کاری به میزان قابل‌توجهی افزایش یافت، به‌طوری‌که شاه‌عباس شخصاً بر ساخت‌وساز کاشی‌کاری‌ها نظارت می‌کرد. الگوی کاشی‌کاری‌های هفت‌رنگ، به‌واسطهٔ سادگی ساخت‌وساز تقویت شد. در آن دوره، خاورمیانه مرکز تولید نقوش بود و کاشی‌کاری به‌عنوان یک دانش، موردتوجه قرار گرفت و در نتیجه، ساخت‌وساز کاشی و کاشی‌کاری توسعه یافت؛ به‌گونه‌ای که فنون کاشی‌کاری به کشورهای دیگر از جمله اسپانیا نیز راه پیدا کرد [7].

در دوران مختلف تاریخی، تولیدات کاشی و کاشی‌کاری شامل تهیه مواد اولیه و بستر بدنه کاشی نقوش و رنگ‌آمیزی، نیازمند استفاده از علوم تجربی، فنی و هنری بوده است. پیشرفت علوم، تاحدی مربوط به دوران مختلف تاریخی می‌شود، بنابراین، این علوم نشان‌دهندهٔ کیفیت و سیستم کاشی‌کاری هستند. شکل ۱، علوم تجربی، فنی و هنری مورداستفاده در کاشی و کاشی‌کاری را نشان می‌دهد.

## ۳. سن‌شناسی

تاریخچه و سبک‌های کاشی‌کاری دوران گذشته، از جمله انواع الگوها، نقش‌مایه‌ها، ویژگی‌های دوران در ساخت‌وساز، دانش هندسه ترسیمی، مقایسه و تطبیق شکل‌ها در مکان‌های مختلف، نام‌گذاری زمینه قاب، شکل‌گیری، ساخت‌وساز بدنه و غیره، امکان تشخیص تاریخ و سن‌شناسی کاشی‌کاری‌ها به‌ویژه قطعات کشف‌شده در حفاری‌های باستانی را ممکن می‌سازد. سن‌شناسی، با استفاده از جدول‌های شاهد و استانداردهای تهیه‌شده و تطبیق با دورهٔ تاریخی انجام می‌شود. با کاوش‌های باستان‌شناسی از نمونه‌های کاشی در شهر سامرا پایتخت حکومت عباسیان، بخشی از تاریخچه کاشی‌های لعاب‌دار مربعی‌شکل و چندرنگی مربوط به دوران ۸۸۶-۸۳۳ ه. ق. تخمین زده شده است. در یک حفاری در شوش، کاشی‌هایی مربوط به دورهٔ هخامنشیان متعلق به ۴۰۰ سال قبل از میلاد به دست آمده است. نمونه‌هایی از کاشی‌های پیداشده در حفاری‌ها، در موزه‌های جهان در معرض دید عموم قرار دارند. آثاری از هنر کاشی‌کاری، نشان‌دهندهٔ دوران خاصی از تاریخ هستند.

تزئینات در قرن هشتم هجری توسعه یافت. تا اوایل قرن دوازدهم هجری، روش‌های تولید به طریق باستانی ادامه داشت و نقوش گل و گیاه و بوته و کاشی هفت‌رنگ ویژه مساجد و اشکال هندسی در این دوره موردتوجه قرار گرفت و در اکثر بناها به کار گرفته شد. در شوش و تخت جمشید، آجرهای منقوش و ترکیبی از آن‌ها، متعلق به زمان هخامنشیان یافت شده‌اند. نمونه‌هایی در شوش با نام‌های «تیران و شیران» کشف شده است. بر روی بدنه‌های ساخته‌شده از گِل و گَچ پخته‌شده در کوره، نقوش تزئینی مشاهده شده‌اند. بر روی کاشی‌کاری‌های دوره هخامنشیان، رنگ‌های زرد، سبز و قهوه‌ای دیده می‌شوند.

در دوران اسلامی، عنصر اصلی تزئینات کاشی‌کاری بر مبنای هندسه و نقوش انتزاعی بوده است. نقوش تزئینی در چند گروه اصلی شامل: نقوش هندسی (گره)، کتیبه‌ها با خطوط تزئینی، نقوش گیاهی، نقوش حیوانی

و نقوش انسانی تقسیم‌بندی می‌شوند. با تحقیق در درون نقوش کاشی‌کاری‌های موجود در بناهای مزیّن به کاشی‌کاری، می‌توان سن‌شناسی انجام داد [8].

**۱. تاریخ، فرهنگ و هنر:**
انتخاب الگوها در ارتباط با فرهنگ و هنر تاریخی، انتخاب با استفاده از مشاهده فیزیکی قطعات.

**۲. علم مواد:**
کانی شناسی و خاک شناسی مواد در تولید کاشی، دانش رنگ‌دانه‌ها، تغییر رنگ رنگ‌دانه‌ها قبل و بعد از پخت، ترمودینامیک تشکیل فازها، شرایط پخت و دمادهی.

**۳. دانش فنی تولید:**
پروسه‌های تهیه مواد اولیه بدنه و لعاب، آماده‌سازی مواد، دانه‌بندی، ورزدهی، تشکیل لایه‌های زیری و رویی لعاب، فن حرارت‌دهی، آنالیز مواد، درجه خلوص و مرغوبیت.

**٤. طراحی، الگوهای تقارنی:**
آفرینش و طراحی الگوها، دانش تقارن و انتخاب اشکال هندسی معنی‌دار، نقص ها و ز بان گو یای طرح‌ها در قطعات.

شکل ۱: علومی که در ساخت‌وساز کاشی‌کاری‌ها مورداستفاده قرار می‌گیرند
Fig. 1: The sciences used in the construction of tiles
1.History, Culture and Art: Selection of Patterns in Relation to Historical Culture and Art, Selection Using Physical Observation of Parts
2. Materials Science: Mineralogy and soil science in tile production, knowledge of pigments, discoloration of pigments before and after curing, thermodynamics of phase formation, curing conditions and firing.
3. Production technical knowledge: Processes of preparation of raw materials for the body and glaze, preparation of materials, granulation, training, formation of the lower and upper layers of the glaze, heating technique, analysis of materials, purity and quality.
4. Design, symmetric patterns: Creation and design of patterns, knowledge of symmetry and selection of meaningful geometric shapes, defects and expressive language of designs in parts

## ٤. رنگ‌دانه و لعاب

در دوران باستان، استفاده از رنگ‌دانه‌ها در کاشی‌کاری‌ها به‌منظور درخشش و تزئین، از اهمیت ویژه‌ای برخوردار بوده است. در آن زمان، از اکسیدهای معدنی به علت پایداری در مقابل عوامل طبیعی نظیر برف، باران و باد استفاده شده است [9]. شناسایی معادن رنگ‌دانه‌های طبیعی و پایدار، خالص‌سازی و فرآوری شامل میکرونیزه کردن به‌گونه‌ای ماهرانه با استفاده از روش‌های ساده و امکانات اندک آن زمان، شگفت‌انگیز است. کارهای فنی و عملی انجام‌گرفته در آن زمان برای تولید، درحال حاضر امکان‌پذیر نیست. روش‌ها به‌گونه‌ای تجربی، نسل‌به‌نسل آموزش داده می‌شدند. متأسفانه نوشته‌هایی در مورد تکنیک لعاب‌سازی و لعاب‌دهی و رمز کار تهیه و خالص‌سازی و پخت‌وپز در کوره‌های بدون دماسنج آن زمان، وجود ندارد.

جدول ۱ شامل لیست تعدادی از لعاب‌های پایدار، با مقدار درصد لعاب قلیایی سرب و قلع آن‌ها است.

جدول ۱: مقادیر قلیائی سرب و قلع
Table 1: Alkaline amounts of lead and tin

| | |
|---|---|
| Leadoxide سرب اکسید | 30-25% |
| سلیس Smooth | 55-40% |
| سودا Soda | 14-8% |
| قلع سفید Tin oxide | 7-4% |

## ۵. تجمع تک‌واحدهای هندسی و تشکیل نقش هندسی

در دوران باستان، طراحی و تولید نقوش هندسی که اهل‌فن، مهم‌ترین انواع آن را «گره» می‌نامیدند، با استفاده از خطوط راست پایه‌ریزی شد. توسط «نقش‌مایه‌های» گره، نقش موردنظر را ترسیم می‌کردند. از گره، به‌ویژه در دوران سلجوقیان استفاده می‌شده است. با استفاده از تکرار و گسترش نقش‌مایه‌ها، نقش موردنظر را تولید می‌کردند. عناصر اصلی ترسیم شامل نقطه، خطوط شکسته و منحنی، پاره‌خط و زاویه و نقوش اصلی هندسی شامل مربع، مثلث و دایره بود. در مورد وفور و چگونگی نقوش هندسی، نوشتارهایی در دست نیست. معمولاً از اصطلاح «رمزشناسی» در طراحی و تولید صحبت شده است. در آن زمان، اکثراً نقوش هندسی در داخل یک مربع و یا شش ضلعی محدود می‌شدند و به‌گونه‌ای ماهرانه تزئین و سپس در دو بعد تکرار می‌شدند تا اینکه الگوی اصلی به دست می‌آمد. در آن زمان، الگوهای هندسی از نظر زیبایی‌شناسی، امتیاز داشت و به‌دست‌آوردن نقوش هندسی را حاصل استفاده از پیچیده‌ترین فرمول‌های ریاضی توسط هنرمندان بی‌نام می‌دانستند.

جدول ۲: آثار پنداشت معماران در مورد سه نقش اصلی در طراحی
Table 2: The effects of architects' perception of the three main roles in design

| | |
|---|---|
| △ | ساده‌ترین شکل، مثلث است که نشانگر سه عالم است<br>The simplest shape is a triangle that represents three worlds |
| □ | از مهم‌ترین اشکال و نشان‌دهنده استحکام، استقرار و کمال است<br>One of the most important forms and indicators of strength, establishment, and perfection |
| ○ | از مهم‌ترین شکل‌ها و نمایان‌گر حجم‌های کروی و حرکت اجرام آسمانی است<br>It is one of the most important shapes and represents the spherical volumes and motion of celestial bodies |

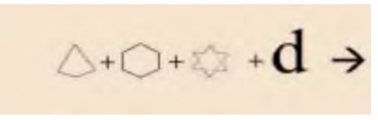
در اماکن مقدس و بناهای مزین به کاشی‌کاری در شهرها و دوران مختلف، مجریان متفاوت، نقوش یکسان تولید کرده‌اند. این موضوع نشان‌دهندهٔ آن است که در طراحی نقوش هندسی، دانش ریاضی و تقارن حاکم است و در نتیجه الگوهای یکسان، دارای یک نوع فرمول تقارنی هستند.

با توجه به مطالب ذکرشده در بالا، ما رابطهٔ زیر را در چیدمان نقش‌مایه‌های هندسی تنظیم کردیم. اعتبار فرمول، در به اشتراک‌گذاری کلیهٔ اضلاع در گسترش دوبعدی و تشکیل یک الگو با به‌کارگیری رموز شکل‌گیری و تشکیل الگوی هندسی گسترده‌تر و قابل توسعه در دو بعد است. در این فرمول، صرفاً نقش‌مایه‌های ظاهرشده در الگوهای هندسیِ تصویرشده توسط طراحان ملاحظه شده است.

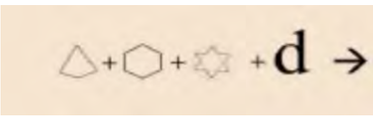
$$\sum uc + d \rightarrow gp$$

در این فرمول uc به معنای واحد هندسی (unit cell) d، به معنای رمزگشایی (decoding) و gp به معنای الگوی هندسی (geometrical pattern) در نظر گرفته شده است.

با استفاده از فرمول رمزدار ترکیب نقش‌مایه‌های هندسی و تولید یک نقش ترکیبی هندسی، نقوش شکل ۲ ترسیم شده‌اند.



۱. مسجد گوهرشاد دوران تیموری



۲. مسجد تبریزی‌ها در کاشان

شکل ۲: مجموع واحدهای هندسی همراه با رمزگشایی (d) و نقش کلی

Fig. 2: Total geometric units with decoding (d) and the main figure.

1. Goharshad Mosque of the Timurid period
2. Tabrizi Mosque in Kashan

## ٦. شکل‌گیری تقارنی در نقوش هندسی کاشی و بلورها

در زمان‌های باستان، بشر با شکل‌گیری بلورها، گُل‌ها، کندوهای عسل و دیگر اشکال منظم در طبیعت آشنا بود و این الگوها را در آثار هنری مورداستفاده قرار می‌داد. دانشمند معروف، جیمز نیومن (James Newman) تقارن را در بسیاری از پدیده‌ها، نظریه‌ها، ساختار فضا، فیزیک کوانتم و دانه‌های برف و غیره تشخیص داد. ارسطو تقارن را حدّ نهایی تناسب دانسته و فیثاغورث تقارن را به عرفان ربط داده و گفته است که تقارن موجب وحدت با خداوند می‌شود. گفته‌اند خداوند مظهر وحدت؛ و جهان، مظهر کثرت است. بنا بر نظر ارسطو، فلسفه و عقیدهٔ فیثاغورثیان این بود که اصل کلیه اشیا و ساختار عالم هستی، حاصل اعداد و روابط بین اعداد است.

در سال ۱۷۸۳م.، دانشمند فرانسوی Rome de lisle، تساوی زوایای بلورهای طبیعی (قانون ثابت‌بودن زوایا) را کشف کرد. بعداً آقای هوی (Hoy) گفــت بلورها از مولکول‌های چندوجهی شکل‌گرفته‌اند [10]. در ۱۸۱۹ میلادی، میچرلیش (Mitscherlich) پدیده هم‌شکلی بلورها (isomorphism) را کشف کرد [11].

در جدول ۳ نمونه‌های کاشی‌کاری مناطق مختلف، موردبررسی تقارنی قرار گرفته‌اند. در این جدول از روش تصویری، نقش‌های زمینه‌ای مربع، مربع مورب و لوزی استفاده شده است [12]. نام نقش‌مایه‌های موردنظر در کاشی‌کاری، در جدول آورده شده و با بررسی عناصر و عوامل تقارنی، نوع محورهای تقارنی و صفحات تقارنی به‌وجودآورندهٔ نقش، تعیین شده و در نتیجه فرمول تخمینی تقارنی برای هر نقش آورده شده است.

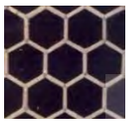
در جدول ۳، محورهای دورانی $C_1$، $C_2$ و $C_6$ و صفحات تقارنی v بر اساس شوین فلیس (Schoenflies ) تنظیم شده است. v، صفحه عمود بر سطح کاغذ در نظر گرفته شده است [13].

در قرن ۱۹ میلادی، دانش تقارن به‌عنوان اساس سنجش‌های تعیین ساختارهای اتمی در مواد جامد کریستالین مورداستفاده قرار گرفت. با کشف پرتو ایکس، آقای ماکس فن لاوه ( Max van Laue) فیزیکدان با تابش باریکهٔ پرتو X بر کریستال و استفاده از قواعد پراش‌سنجی پرتو ایکس (XRD)، تعیین ساختار مواد جامد بلوری متشکل از اتم، یون و مولکول‌ها را پایه‌ریزی کرد. در نتیجه، تحول شگرفی در علم شیمی پدیدار شد [14]. از آنجا که طراحان نقوش کاشی‌کاری‌ها از قرن‌ها پیش با استفاده از طراحی‌های نقوش هندسی و قرینه‌سازی، به‌نوعی با آثار تقارنی نقوش و قوانین آن آشنا بودند و از طرفی در اروپا به منظور کاربرد تقارن در تعیین ساختار اتمی مواد در بلورها، دانش تقارن را گسترش دادند. در ابتدا واژه‌های «عناصر و عوامل تقارنی» مورداستفاده قرار گرفت. سپس هفت سیستم تقارنی برحسب زوایا و ۳۲ گروه تقارنی پایه‌ریزی شدند.

در این پژوهش، پس از بررسی‌های مقایسه‌ای متوجه شدیم که دانش تقارنی سه‌بعدی آرایش‌یابی‌های اتمی،

قابل‌تطبیق با نقوش هندسی کاشی‌کاری‌ها هستند. در این مقاله، به‌منظور تطبیق دانش تقارن و روش‌های هندسی نقوش کاشی‌کاری، یافته‌های مقایسه‌ای بررسی شدند. در دانش تقارن، عمل تقارن، یک عملی است که توسط عنصر تقارنی رخ می‌دهد. عنصر تقارنی، یک عنصر فرضی است که یک عضو و یا حالت توسط این عنصر قرینه‌سازی می‌شود. جدول ۴ عناصر تقارنی ساده با زوایای ۱۸۰ درجه ($C_2$)، ۱۲۰ درجه ($C_3$)، ۹۰ درجه ($C_4$) و بالاخره ۶۰ درجه ($C_6$)، محورهای دورانی را نشان می‌دهد.

جدول ۳: نقوش کاشی‌کاری‌های هندسی
Table 3: Patterns of geometric tiles

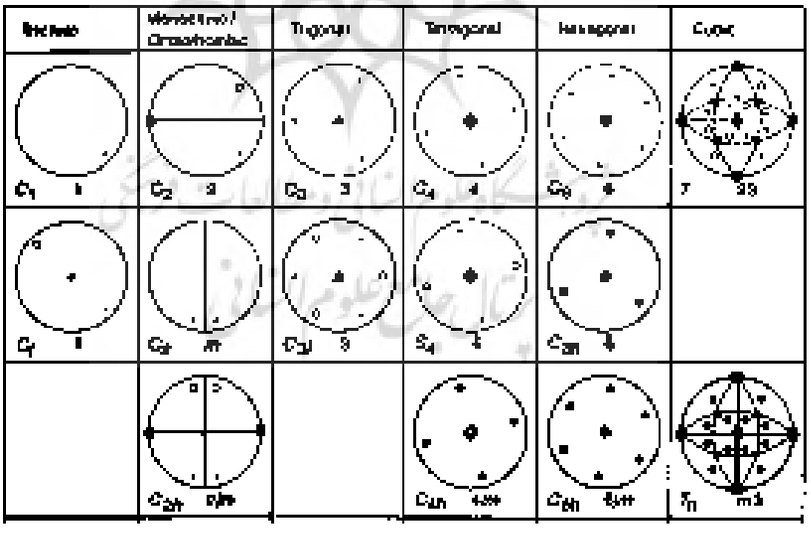
| نقش زمینه با استفاده از شطرنج مربع<br>Role play using square chess | | | نقش با استفاده از زمینه مربع مورب<br>Role using diagonal square background | | | نقش بر اساس طراحی زمینه‌ای لوزی<br>Role based on rhombus background design | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| نقوش<br>Sample designs | | | | | |  | |
| محل<br>Location | بارگاه امام رضا (ع)؛ مشهد مقدس<br>Imam Reza (AS) Court; holy Mashhad | دیوار خارجی مقبره آقا؛ تهران<br>The outer wall of the tomb of the gentleman; Tehran | مدرسه چهارباغ اصفهان<br>Isfahan Chaharbagh School | مسجد جامع یزد<br>Yazd Grand Mosque | مسجد شاه؛ مشهد؛ سده ۹ ه.ق.<br>Shah Mosque; Mashhad; | مسجد جامع یزد؛ قدمت ۸۰۰ ساله<br>Yazd Grand Mosque; 800 years old | مقبره زین‌الدین تابادی<br>Tomb of Zainuddin Tabadi |
| نام نقش<br>Role name | طبل در طبل<br>Drum in drum | موج و سُلی<br>Wave and wave | پیلی و مربع<br>Pili and square | طبل پیلی<br>Drum Pili | موج<br>Wave | شش<br>six | شش و تکه<br>six and piece |
| نوع عناصر تقارنی<br>Type of symmetric elements | دو نوع عمود بر هم؛ یک نوع درجه ۲<br>Two types perpendicular to each other; A type of grade 2 | دو نوع درجه چهار؛ یک نوع درجه ۲؛ دو سطح عمودی<br>Two types of fourth degree; A type of grade 2; Two vertical levels | دو نوع محور درجه ۴<br>Two types of 4th degree axes | دو نوع درجه ۲؛ دو نوع سطح عمودی<br>Two types of grade 2; Two types of vertical surfaces | دو نوع درجه ۲؛ یک سطح تقارنی<br>Two types of grade 2; A symmetric level | یک نوع درجه ۶؛ سطح تقارنی<br>A type of grade 6; Symmetric level | یک نوع درجه ۶؛ یک نوع درجه سه<br>A type of grade 6; A kind of third degree |
| فرم تقارنی<br>Symmetric form | C2v | C2v | C4 | C2v | C2v | C6 | C6C3 |

جدول ۴: عنصرهای تقارنی هرمن موگان، Schoenflies
Table 4: Symmetric Elements Herman Mogan, Schoenflies

| عنصر تقارنی Symmetric element | سطح بازتاب Reflection level | | درجه دو دووجهی grade two Two-sided | درجه سه سه وجهی Grade three Three-faced | درجه چهار چهاروجهی Grade four Tetrahedron | درجه شش شش‌وجهی Grade six Hexagonal |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | افقی Horizontal | عمود Vertical | | | | |
| علامت ترسیمی Drawing mark | — | \| | () | ▲ | ■ | ⬢ |
| علامت گروه Group mark | δh | δv | C2 | C3 | C4 | C6 |

تصاویر استروگرام (Stereogram) به‌منظور نشان دادن ساختار صفحات تقارنی بلور، به کار گرفته شد. در این تصاویر، از مرکز یک کرهٔ مفروض که با مرکز سلول بلور منطبق است، عمودهایی بر سطوح جانبی سلول ترسیم می‌شود. خطوط عمود بر سطوح سلول، ادامه داده می‌شود تا کُره مفروض را قطع کند. محل برخورد عمودها بر سطح کُره، به صورت نقطه نمایان می‌شود. سپس کلیهٔ نقاط به‌دست‌آمده بر روی سطح کُره را به قطب جنوب کُره متصل می‌کنند. خطوط وصل‌شده به قطب جنوب، سطح استوای کُره را در نقاطی قطع می‌کنند. نقاط به‌دست‌آمده، نمایانگر سطوح سلول بلور در صفحهٔ استوایی کُره است. بدین‌ترتیب صفحات جانبی بلور، به‌صورت نقطه در سطح استوایی دوبعدی ظاهر می‌شود [15]. توسط تصاویر استروگرام و مقایسهٔ آن با نقوش هندسی کاشی‌کاری، وجود دانش تقارن در هر دو روش تصویر نقوش بر کاشی‌کاری‌ها و تعیین ساختار اتم‌ها در بلورها مشخص می‌شود. شکل ۵ تصاویر استروگرام را نشان می‌دهد.

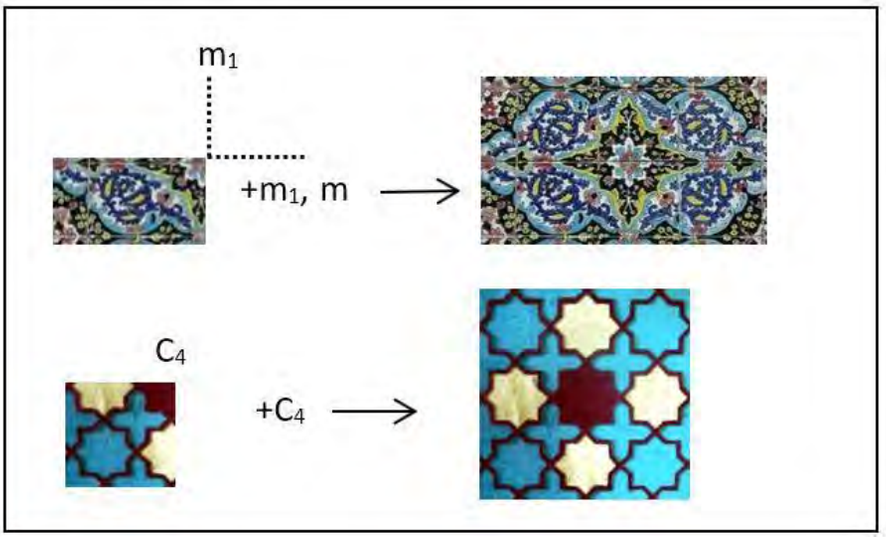
جدول ۵: استروگرام صفحات و محورهای تقارنی [15]
Table 5: Estrogram of symmetric plates and axes [15]



این تصویر به منظور استفاده در تطبیق با نقوش کاشی‌کاری با ساختار اتم‌های یک بلور می‌تواند به کار گرفته شود.

عناصر و عوامل تقارنی را می‌توان در کلیهٔ نقوش هندسی ملاحظه کرد و مورد استفاده قرار داد.

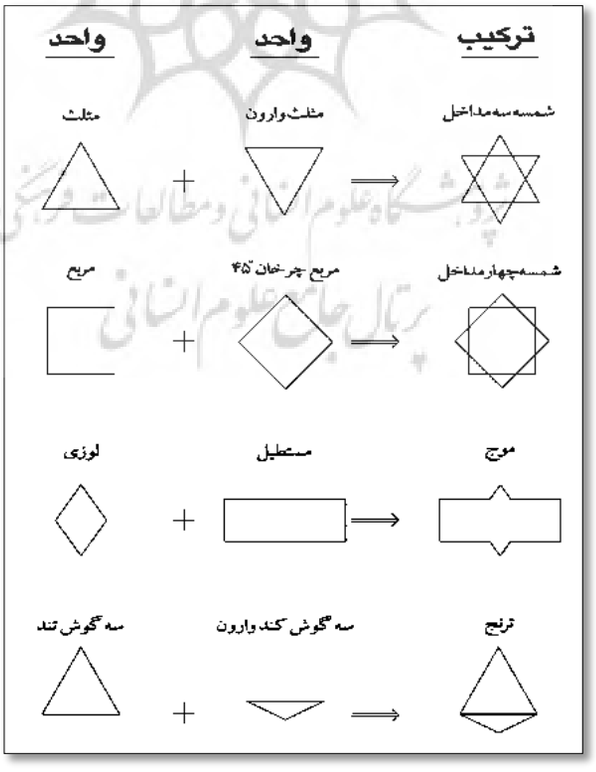
شکل ۳، تکثیر یک‌چهارم نقش توسط دو عنصر تقارنی عمود بر هم و تکثیر یک‌چهارم نقش توسط محور چرخشی درجه چهار ($C_4$) را در کاشی‌کاری ایرانی نشان می‌دهد.




شکل ۳: کاربرد عناصر و عوامل تقارنی در دو نوع نقش کاشی‌کاری همسان متقارن
Fig. 3: Application of symmetrical elements and factors in two types of identical symmetrical tiling roles

جدول ۶، ترکیب نقوش هندسی توسط ادغام نقش‌مایه‌های هندسی ساده را نشان می‌دهد. در این جدول، ترکیب مثلث با یک مثلث وارونه با اندازه ۱۸۰ درجه دوران و تولید «شمسه سه مداخل»، ترکیب مربع با مربع مورب و تولید «شمسه چهار مداخل»، ترکیب لوزی با مستطیل و تولید «موج» و ترکیب مثلث با یک مثلث وارونه کُند و تولید «ترنج» نشان داده شده است.

جدول ۶: ترکیب واحدهای هندسی ساده و تولید واحدهای هندسی ترکیبی
Table 6: Combination of simple geometric units and production of combined geometric units



جدول ۷، نشان‌دهندهٔ واحدهای هندسی طراحان باستانی در دو بُعد بر روی کاشی‌کاری‌های باستانی با استفاده از روش‌های هندسی ترسیمی است. چیدمان‌های منظم و بدیع، به‌گونه‌ای تنظیم شده‌اند که واحدها در دو بُعد بتوانند گسترش بیابند. طراحان باستانی، موفق به چیدمان‌های منظم اصول دانش تقارن شدند و بیش از ۵۰ واحد هندسی در دو بُعد قابل‌گسترش تنظیم کردند.

«عناصر و عوامل تقارنی» مورد استفاده در ساختارهای اتمی در بلورها را می‌توان در نقوش هندسی کاشی‌کاری‌ها جستجو کرد. در جدول ۷ عناصر و عوامل تقارنی در نقوش، قابل شناسائی هستند و با استفاده از علامت‌گذاری‌های محورها و سطوح تقارنی می‌توان نوع گروه تقارنی را شناسائی کرد، در جدول شماره ۷ سطوح تقارنی به‌گونه‌ای عمود بر سطح کاغذ در نظر گرفته شده‌اند، در نتیجه علامت‌های گروه تقارنی کاشی‌کاری‌های مورد بررسی در جدول تدوین شده است، این مورد نیز نشان‌دهندهٔ تطبیق دانش تقارن در نقوش کاشی‌کاری‌ها با نقوش ساختار اتم‌ها در بلورها است.

از تطبیق اجمالی اشکال هندسی در کاشی‌کاری‌ها [16] و اشکال ساختار اتمی در بلورها، نتیجه‌گیری می‌شود که دانش تقارن در هر دو مورد و احتمالاً در موارد دیگر، به‌عنوان یک اصل هندسه ریاضی به‌طور مستقل به کار رفته است. اشکال جدول ۷، به‌کارگیری عناصر و عوامل تقارنی که با استفاده از علامت‌گذاری هرمن موگان (Herman Mauguin) و شوین فلیس (Schonflies) در قرن ۱۹ میلادی به‌عنوان پایه‌ریزی دانش تقارن در تعیین ساختار اتمی مواد در جامدات کریستالین تدوین شده‌اند را نشان می‌دهد [17,18].

جدول ۷: واحدهای هندسی جمع‌آوری‌شده در نقوش کاشی‌کاری‌های باستانی [19]

Table 7: The Elementary Units of Geometrical Design of Iranian Ancient Ceramic and Kashi

| No | The Name of Unit | Shape of Geometrical Unit | Symmetrical Symbol |
|---|---|---|---|
| 1 | Triangle | | $C_3$ |
| 2 | Square | | $C_4$ |
| 3 | (Sabunak) Diagonal Square | | $C_4$ |
| 4 | Lozenge (Tokhmeh) | | $C_2$ |
| 5 | Narrow tail Bergamot | | $\delta_v$ |
| 6 | Wide tail Bergamot | | $\delta_v$ |
| 7 | Butterfly | | $\delta_v$ |
| 8 | Pentagon | | $C_5$ |
| 9 | Wide Pentane star | | $C_{5v}$ |
| 10 | Narrow Pentane star | | $C_{5v}$ |
| 11 | Wide seat Pentane patulous | | $\delta_v$ |
| 12 | Pannier | | $\delta_v$ |
| 13 | Hexagon | | $C_6$ |
| 14 | Wide tail Hexagonal | | $\delta_v$ |
| 15 | Narrow tail Hexagonal | | $\delta_v$ |
| 16 | Jug (Barsni) | | $C_{2v}$ |
| 17 | Pinnacle | | $\delta_v$ |
| 18 | Espadrille | | $\delta_v$ |
| 19 | Concave tow-bale | | $C_{2v}$ |
| 20 | Convex two-bale | | $\delta_v$ |
| 21 | Firecracker | | $\delta_v$ |
| 22.a | Raven | | $\delta_v$ |
| 22.b | Coach | | $\delta_v$ |
| 23 | (Pili) | | $C_4$ |
| 24 | Wave | | $C_{2v}$ |
| 25 | Asian Wave | | $C_v$ |
| 26 | Doll | | $\delta_v$ |
| 27 | Octagon | | $C_{4v}$ |
| 28 | Tetra bale | | $C_{4v}$ |
| 29 | Drum | | $C_{2v}$ |
| 30 | Wing Tetra bale | | $C_4$ |
| 31 | Narrow Grain | | $\delta_v$ |
| 32 | Shuttle | | $C_{2v}$ |
| 33 | Collyrium | | $C_{2v}$ |
| 34 | Cross | | $C_{4v}$ |
| 35 | Four Headed pannier (Four Armlet) | | $C_{4v}$ |
| 36 | Plane tree-leat nery | | $\delta_v$ |
| 37 | Venus | | $\delta_v$ |
| 38 | Intervention | | $\delta_v$ |
| | *Sunshine Group* | | |
| 39 | (Liliaceous Ornamental) Intervention Ornamental triangle | | $C_{3v}$ |
| 40 | Intervention Square Ornamental | | $C_{4v}$ |
| 41 | Half Square Ornamental | | $\delta_v$ |
| 42 | Quarter Square Ornamental | | $\delta_d$ |
| 43 | Narrow Hexapetalous | | $C_{6v}$ |
| 44 | Wide Hexapetalous | | $C_{6v}$ |
| 45 | Wide Octapetalous | | $C_{4d}$ |
| 46 | Wide ninepetalous | | $C_{3d}$ |
| 47 | Wide decapetalous | | $C_{5v}$ |
| 48 | Wide Seat decapetalous | | $\delta_v$ |
| 49 | Wide dodecapetalous | | $C_{4\delta d}$ |
| 50 | Narrow dodecapetalous | | $C_{4\delta d}$ |

## ۷. نتیجه‌گیری

۱) با در نظر گرفتن آنکه قطعات کاشی دوران باستانی و قبل از میلاد، با ویژگی‌های آن دوران ساخته و پرداخته شده‌اند و در دوران مختلف تاریخ، طراحی و ساخت نقوش به‌تدریج گسترش یافته، می‌توان با تهیه و استفاده از جدول‌های شاهد و استاندارد، قطعات کشف‌شده مربوط به دوران مختلف را سن‌شناسی تاریخی کرد و از آن‌ها اطلاعات مفید باستان‌شناسی به دست آورد.

۲) در کاشی‌کاری، هر نقش معنا و مفهوم ویژه‌ای دارد. با یک بررسی اجمالی می‌توان منشأ نقوش به‌کاررفته در کاشی‌ها را به سه گروه اصلی تقسیم‌بندی کرد:

الف) نقوش از اشیا و اجسام که در اطراف، موجود و قابل‌رؤیت هستند؛ مانند انسان، حیوان، گیاه، منظره و غیره.

ب) نقوش تخیلی که در ذهن نقش‌بندی شده‌اند. چنین نقوشی را می‌توان در بسیاری از کاشی‌کاری‌ها مشاهده کرد.

ج) نقوش هندسی تقارنی که با استفاده از دانش تقارن تولید می‌شوند.

واحدهای هندسی در نقوش، به‌صورت جزئی و گونه‌های اختصاصی قابل‌مشاهده هستند و کسی که با دانش تقارن آشنایی داشته باشد می‌تواند انواع قوانین تقارنی را به‌شکل گونه‌های مشخص هندسی در نقوش مشاهده کند. دانش تقارن چون در تعیین ساختار اتم‌ها در بلورها نیز حاکم است، بنابراین نتیجه می‌شود که تقارن در حالت‌های نامرئی نیز برای اجزاء بسیار ریز نظیر اتم‌ها در ساختار شبکه‌ای، برقرار است.

۳) در این پژوهش نشان داده شد که طراحان باستانی، نقوش هندسی را بر اساس ترسیم‌های تجربی، پیچیده و دشوار، همراه با «رمزگشایی» اجرا می‌کردند و توانسته بودند اصول تقارن را در تلاش‌های ترسیمی و تفکری کارهای خود به دست آورند. با توجه به تطبیق نقوش کاشی‌کاری با ساختار اتمی شبکه مواد بلوری، نتیجه‌گیری می‌شود که منشأ دانش تقارن به علت قدمت تولیدات نقوش تقارنی در ایران بوده است. عناصر و عوامل تقارنی که توسط دانشمندان اروپائی از جمله هرمن موگان و شوین فلیس به منظور پایه‌ریزی دانش تقارن جهت تعیین ساختار اتمی بلورها، مورد استفاده قرار گرفته است، در نقوش هندسی کاشی‌کاری نیز می‌تواند مورداستفاده قرار بگیرد. به‌طورکلی، مشخص شد که تناسب دانش تقارن قرن ۱۹ میلادی با نقوش تقارنی طراحان و مجریان ایرانی دوره باستان، برقرار است. از طرفی با درنظرگرفتن تعداد زیاد نقوشی که در کاشی‌کاری‌های باستانی وجود دارد، می‌توان ادعا کرد که بیشترین الگوهای نقوش طراحی‌شده در جهان، متعلق به ایران باستان است.

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی

**References**


[1] Bookhart Titus. Traditional cosmology. Returned by Hassan Azarkar. Tehran. Wisdom. Published 2010. [in Persian]
[بورکهات تیتوس. جهان‌شناسی سنتی. برگردان حسن آذرکار. تهران: حکمت؛ چاپ اول ۱۳۸۹.]

[2] Rajabnia Massoud. Islamic Art. Tehran. Radio and Television of the Islamic Republic of Iran. Second Edition 2015. [in Persian]
[رجب‌نیا مسعود. هنر اسلامی. تهران: صدا و سیمای جمهوری اسلامی ایران: چاپ دوم ۱۳۹۳.]

[3] Pope A. Mastepieces of Persian Art. Eric Schroeder. Dryden Press; 1945.

[4] Laue, Max von Ann. phys. (Berlin) 524, No.5.A83-A85.2012.

[5] Sackler. Arthur, M. A New Look at ancient Iranian Ceramics Mc Clung Museum, http: ww. Sakler. Org 1984.

[6] Andrew J. Safavied Iran: Rebirth of a Persian Empire. Tauris; 2006.

[7] Wit and wine: A New Look at Ancient Iranian Ceramics from the Arthur M. Sackler Fundation, Org. by: Berkshire Museum 39 Pittsfiel 2005.

[8] Mollers D. Der Islamische Einfluss auf Glass und keramik in Asia. No.4. London; 1992. [in Germany]

[9] Rhodes, Daniel,Clay and Glazes for pottery. Radnor. Pa: Chlton Book company 1973.

[10] Rome'de l'lsle: Crystallographie, Seconde Edition. 4 vols; 1983.

[11] Wells A. F. Structure Inorganic Chemistry 5th ed. Oxford University press; 1984.

[12] Ghodsi Yazdi Faezeh. Geometry of designs 2. Tehran: Office of Educational Publishing supervision:2006. [in Persian]

[قدسی یزدی فایزه. هندسه نقوش ۲. تهران: اداره نظارت بر نشر آموزشی، ۱۳۸۵]

[13] Soller, W. Logical Symbols for Point Symmetry Groups. American Mineralogist 19(a)412. 1934.

[14] Ewald, Ann. Phys. Berlin 44.257-282 1914.

[15] Holt, R. and Winston. Crystallography and Crystalchemistry. Stereorgraphic Projection. F.D. 1971.

[16] Maher al Naqsh Mahmoud. Design and execution of roles in Iranian tiles. Abbasi Museum, fifth period; 1993. [in Persian]

[ماهر النقش محمود. طرح و اجرا نقش در کاشی‌کاری های ایران. موزه عباسی، دوره پنجم؛ ۱۳۶۲]

[17] Schoenflies, A. Krystalsystem and kristalstrukture verlag B.C. Leipsig; 1891. [in Germany]

[18] Sands D E. Crystal System and Geometry. Introduction to Crystallography- Min. Newyork: Dover, publication Inc.54. 1993.

[19] Alavi M. Kashis Serching for Attent with the Research to the Ancient Iran. Sience and Tech. Iran: Jahad Daneshgahi. 98. 2011. [in Persian]

[علوی. مهدی. کا شی: در ج ستجوی د ستیابی به علوم و فنون گم‌شده و هنرهای فراموش‌شده ایران باستان. جهاد دانشگاهی واحد اصفهان. ۱۳۹۲.]

پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات فرهنگی
پرتال جامع علوم انسانی