

## تأثیر عامل کنترل از دیدگاه شونفیلد بر کاهش بدفهمی‌های عبارت‌های جبری درس ریاضی دانش -

### آموزان پایه نهم شهرستان کمیجان

ملوک حبیبی<sup>۱</sup>، محمدرضا اترآکی<sup>۲</sup>، وحید عالمیان<sup>۳</sup>

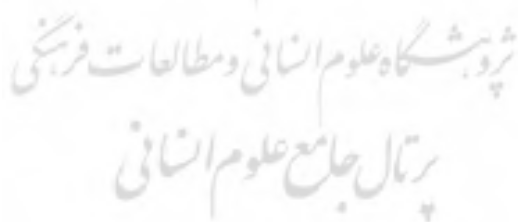
پذیرش: ۱۴۰۰/۱۱/۱۸

دریافت: ۱۴۰۰/۸/۲۰

### چکیده

هدف این پژوهش مطالعه تاثیر عامل کنترل از دیدگاه شونفیلد بر بدفهمی‌های دانش آموزان پایه نهم در عبارت‌های جبری درس ریاضی شهرستان کمیجان می‌باشد. کنترل از نظر شونفیلد به معنای چگونگی انتخاب و به کارگیری منابع و استراتژی‌های مناسبی است که به حل مسئله کمک می‌کند. این پژوهش از نظر هدف کاربردی و از نظر روش اجرا، شبه‌تجربی است. جامعه آماری این پژوهش ۲۴۰ نفر بود که از این جامعه یک نمونه ۵۰ نفری در دسترس بطور تصادفی در دو کلاس ۲۵ نفره به عنوان گروه آزمایش و گواه تقسیم گردید. ابزار پژوهش آزمون محقق ساخته طبق جدول بدفهمی‌ها بود و روایی آزمون با روش نسبت روایی محتوا<sup>۴</sup> ۰/۷۳ تایید گردید و پایایی سؤالات با ضریب آلفای کرونباخ مقدار قابل قبول ۰/۷۵۶ بدست آمد. بعد از پیش آزمون، برای هر گروه ۷ جلسه آموزش فوق برنامه در مورد عبارت‌های جبری اجرا شد، سپس پس آزمون برای دو گروه انجام گرفت؛ تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده با استفاده از آزمون  $t$ ، با سطح معنی داری  $p < 0.05$  انجام شد، نتایج به دست آمده نشان داد که تقویت مهارت کنترل از دیدگاه شونفیلد در کاهش بدفهمی‌های دانش آموزان در حل مسائل مربوط به عبارت‌های جبری تأثیر دارد و باعث کاهش بدفهمی‌ها شده است.

**واژه‌های کلیدی:** کنترل از دیدگاه شونفیلد - عبارت‌های جبری - بدفهمی - شهرستان کمیجان - پایه نهم.



۱. استادیار گروه علوم پایه دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، نویسنده مسئول، ایران، moloukhabibi@yahoo.com

۲. کارشناسی ارشد آموزش ریاضی، دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران.

۳. استادیار گروه علوم پایه دانشگاه فرهنگیان، تهران، ایران، Vahid\_Alamian@yahoo.com

۴. CVR (content validity Ratio)

**مقدمه:**

ریاضیات یکی از دستاوردهای ارزشمند فکری و فرهنگی نوع بشر است و به عنوان یکی از مؤلفه‌های اساسی برنامه درسی مدرسه‌ای به شمار می‌آید (حسام، ۱۳۸۹). مشکل افت کمی و کیفی آموزش ریاضی در دنیا و به خصوص در کشور ما آفتی است که به زودی اثرات آن در کمبود نیروهای مورد نیاز جامعه محسوس می‌شود و از این رو مطالعه در این زمینه و به طور کلی آموزش ریاضی امری ضروری می‌باشد. شاید یکی از دلایل این افت غیر از مسائل اجتماعی اقتصادی، این باشد که ما نمی‌دانیم «چرا و چگونه ریاضی بخوانیم» (رجائی، ۱۳۶۶).

هر جا آموزش و یادگیری در میان باشد، امکان فراگیری ناقص و نارسایی برخی مطالب و مفاهیم مورد آموزش بسیار امکان پذیر است. دانش‌آموزان هم بیشتر و هم کمتر از آن چیزی که به آنها تدریس می‌شود، می‌آموزند. همچنین آن معانی و مفاهیمی که توسط دانش‌آموزان خلق می‌شوند، تنها تابعی از چیزهایی که معلمان در نظر دارند به آنها بیاموزند، نیست (آیزنر<sup>۱</sup>، ۲۰۰۰). بنابراین بدفهمی‌ها و ناتوانی‌های ناشی از آنها اتفاق می‌افتد. پنداشت‌های غلط و بدفهمی در ریاضیات بنا بر دلایل مختلف و با شیوه‌های متفاوت توسط معلمان و شاگردان بروز می‌نماید و گستره آن از اشکالات و ابهامات جزئی تا ناتوانی‌های گسترده و مهم تغییر می‌کند (علم‌الهدایی، ۱۳۸۷). بدفهمی‌ها بر اثر یاددهی نامناسب، تفکر غیر رسمی، یا یادآوری ضعیف گذشته ایجاد می‌شوند. شناخت بدفهمی‌ها و ریشه‌های ایجاد آنها در حوزه‌های مفهومی و در سطوح مختلف تحصیلی، می‌تواند موجب ارتقای یادگیری گردد. از دیدگاه سازنده‌گرایان خطاها و بدفهمی‌ها در یاددهی و یادگیری بسیار حیاتی هستند، زیرا بدفهمی‌ها بخشی از ساختار مفهومی دانش‌آموز را تشکیل می‌دهند که با مفهوم جدید در تعامل هستند و بر یادگیری مفاهیم جدید تاثیر می‌گذارند (بخشعلی زاده، ۱۳۹۲).

تحقیقات نشان داده است که با وجود تلاش‌های بسیار زیادی که برای پایین آوردن میزان اشتباهات دانش‌آموزان در درس ریاضی انجام شده است، آموزش و یادگیری ریاضیات همچنان با اشتباه مفهومی همراه بوده است (کانسیز<sup>۲</sup>، به نقل از امیری، ۱۳۹۲).

مبحث عبارت‌های جبری یکی شاخه‌های مهم و پرکاربرد ریاضی است که در کتب ریاضی مقطع متوسطه اول در پایه‌های هفتم، هشتم و نهم گنجانده شده است، مطالعه‌ی تاریخی جبر اشاره دارد که جبر به عنوان شاخه‌ای از ریاضی درک می‌شود که با نمادگذاری کلی روابط عددی و ساختارهای ریاضی و با عمل روی آن ساختارها سروکار دارد. به جبر مدرسه گاهی به عنوان حساب تعمیم یافته اشاره می‌شود. یعنی نوشتن حالت‌های کلی ارائه‌ی قوانین و عملیات حسابی ارائه شده است (بوث<sup>۳</sup>، ۱۹۸۴، به نقل از کاظمی، ۱۳۹۶). اهمیت موضوع عبارت‌های جبری این است که این موضوع پایه‌ای برای بسیاری از مفاهیم در ریاضیات مقطع متوسطه در رشته‌های ریاضی و تجربی مانند توابع، حد و پیوستگی، مشتق و انتگرال‌گیری و غیره است. در طی تدریس چند ساله و همچنین مشورت با سایر دبیران باتجربه، این نتیجه حاصل شد که بسیاری از دانش‌آموزان در مبحث عبارت‌های جبری با خطاها، مشکلات، چالش‌ها و بدفهمی‌های متعددی روبرو هستند، لذا عبارت‌های جبری و رفع بدفهمی‌های آن هدف پژوهش بوده است.

یکی از مهمترین علل بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مباحث مربوط به عبارت‌های جبری نداشتن مهارت کنترل است. مقوله‌ی کنترل یکی از چهار مقوله‌ی است که (شونفیلد<sup>۴</sup>، ۱۹۸۵) برای چگونگی حل مسئله ارائه کرده است، شونفیلد متأثر از الگوی چهار مرحله‌ای حل مسئله (پولیا<sup>۵</sup>، ۱۹۴۵) به بررسی عوامل تأثیرگذار بر حل مسئله ریاضی پرداخت. از دیدگاه او، این عوامل شامل منابع دانشی، رهیافت‌های حل مسئله ریاضی، کنترل و نظام باوری مسئله حل‌کن هستند. بررسی نتایج مقدماتی، نقش این عوامل و به خصوص، نقش کنترل را به عنوان یک عامل تعیین‌کننده، بر جسته کرد. معمولاً دانش‌آموزان بعد از هر آزمون متوجه می‌شوند که چه اشتباهاتی داشته‌اند، در بسیاری از مواقع دیده می‌شود که دانش‌آموز همه‌ی اطلاعات لازم برای

<sup>۱</sup> Aisner

<sup>۲</sup> Kansyz

<sup>۳</sup> Booth

<sup>۴</sup> Schoenfeld

<sup>۵</sup> polya

حل را داشته و همه را در بر گزیده خود آورده است، اما روش چینش آن‌ها را نمی‌دانسته و نهایتاً به جواب نرسیده، و یا اینکه از راهی بسیار طولانی که نیازی به آن نبوده، مسئله را حل کرده است. بر این اساس، منشاء اصلی این مشکلات نداشتن مهارتی است که شونفیلد آن را "کنترل" نامیده است (کریمیان، ۱۳۹۴).

دانش آموز با کسب توانایی در استفاده از مؤلفه کنترل، در حین جواب دادن به سؤال در میان راه حل‌های گوناگون، دچار سردرگمی نمی‌شود و می‌تواند از زمان خود به خوبی استفاده کند. در واقع، «کنترل» با روشی که افراد از اطلاعات در دسترس خود استفاده می‌کنند، مرتبط است. مثل اینکه در حل یک مسئله از چه روشی استفاده کنیم، چه طرح و برنامه‌ای را دنبال کنیم، چه موقع از ادامه‌ی راه حل منصرف شویم و در آن زمان، کدام راه حل را شروع کنیم. این نوع تصمیم‌گیری‌ها در طی حل مسئله، عملی سلسله‌مراتبی و از پیش تعیین شده نیست، بلکه بیشتر تصمیم‌گیری‌ها «سرصحنه» اتفاق می‌افتد و بستگی به موقعیت پیش آمده دارد. در واقع در هنگام حل مسئله ممکن است بتوان کارهای موازی زیادی انجام داد، اما به هر حال باید تصمیم گرفت که کدام کار بهتر است انجام شود. مثال‌های بسیاری وجود دارند که نشان می‌دهند کنترل بد، چگونه باعث شکست شده و کنترل خوب، چه طور می‌تواند از انحراف‌های اساسی در حل مسئله جلوگیری کند و یا حتی به صورت یک عامل مثبت، در به دست آوردن حل مسئله راه‌گشا باشد (غفاری، ۱۳۹۰).

هدف اصلی این تحقیق بررسی تأثیر تقویت مهارت کنترل از دیدگاه شونفیلد در دانش‌آموزان، بر کاهش بدفهمی‌های آنها در حل مسائل مربوط به عبارات‌های جبری می‌باشد.

آیا عامل کنترل از دیدگاه شونفیلد بر کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان در عبارات‌های جبری مؤثر است؟

محورهای اصلی پژوهش:

۱) بدفهمی‌ها در عبارات‌های جبری و نظریه‌های مهم مربوط به آن

۲) مفهوم کنترل از دیدگاه شونفیلد

۳) مبحث عبارات‌های جبری و چالش‌های دانش‌آموزان در فهم و یادگیری آن

### مفهوم بدفهمی<sup>۱</sup>

بدفهمی، به معنای تصور غلط یا ایده اشتباه، به معنای بدفهمیدن، درست نفهمیدن و به اشتباه تصور کردن (غلط تصور کردن) است. بدفهمی به معنای یک ایده یا نظر اشتباه است که از درک نادرست چیزی نتیجه‌گیری شده باشد. بدفهمی‌ها معمولاً زمانی رخ می‌دهند که در حالت خاص، ایده‌هایی در ذهن دانش‌آموز ایجاد می‌شود و سپس دانش‌آموزان در حالت کلی این ایده را

به طور نادرست تعمیم می‌دهند (ابراهیمی، ۱۳۹۵). پژوهش‌ها روشن ساخته‌اند که اشتباهات، عمدتاً به این دلیل رخ می‌دهند که دانش‌آموزان در درک استراتژی‌های آموزشی به کار گرفته توسط معلم، دچار مشکل می‌شوند. بر اساس گفته‌های (درو<sup>۲</sup>، ۲۰۰۵) بدفهمی می‌تواند نتیجه‌ی اعمال نادرست یک قاعده یا تعمیم دادن بیش از اندازه، یا درک دیگری از موقعیت ریاضی باشد.

خطاهایی که دانش‌آموزان به صورت اشتباهات از خود بروز می‌دهند، نتیجه عواملی مانند بی‌توجهی، تعبیرهای نادرست از نمادها و متن‌ها، نداشتن تجربیات و دانش کافی مرتبط به موضوع، عدم یادگیری مفهومی و ملموس، عدم توانایی در بررسی درستی جواب‌ها می‌باشند (روهما<sup>۳</sup> و ساتیارسو<sup>۴</sup>، ۲۰۱۷). دانش‌آموزان دقت به خرج نمی‌دهند و در پردازش مهارت‌هایشان دقیق نیستند، یا در زمان نوشتن فرمول یا محاسبه دقت ندارند. در این پژوهش، دانش‌آموزان می‌خواهند به سرعت با استفاده از فرایند کار و بدون مرور اولیه و درست مفاهیم جهت حل مسئله، آن را حل کنند و پاسخ‌های نوشته شده را بررسی نمی‌کنند (هانسن<sup>۵</sup>، ۲۰۱۱).

1 misconception

2. Drew

3. Mushihihah Rohmah

4. Sugeng Sutiarsa

5- Honsen

### بدفهمی‌ها در عبارات‌های جبری

اشتباهات رایج در جبر، بیشتر به دو دلیل زیر اتفاق می‌افتند (ماتز، ۱۹۸۰):

۱) کاربرد نامتناسب یک قانون مشخص در موقعیت جدید (جایگزینی نادرست)

۲) اقتباس ناصحیح از یک قانون مشخص برای حل یک مسئله جدید (خطا در استقرا) مانند مثال زیر که بیشتر ناشی از خطا

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2$$

در استقرا است. یکی از مواردی که دانش‌آموزان را در درک مفهوم عبارات‌های جبری و نمادها به گمراهی می‌کشد، استفاده از اشیای

واقعی است. مثلاً، ممکن است که استفاده از اشیای واقعی برای عبارات‌های جبری  $8a$  و  $2a + 3b$  کارآمد باشد، اما دانش

آموزان چگونه می‌توانند آن را تعمیم دهند تا تعبیر مناسبی برای  $5a + 3b$  بدست آورند؟

سومین مطالعه بین‌المللی ریاضیات و علوم (تیمز، ۱۹۹۸) نشان داده است که دانش‌آموزان نه تنها در درک حروف به

عنوان متغیر، بلکه در حل معادلات جبری و تبدیل مسائل کلامی به جبری مشکل دارند و این یک نگرانی ویژه است چرا که جبر

نقش محوری در ریاضیات مدرسه‌ای دارد (شورای ملی معلمان آمریکا، ۲۰۰۰، نقل شده در وارن، ۲۰۰۳).

### بدفهمی‌های شناسایی شده مربوط به عبارات‌های جبری پایه نهم

بسیاری از بدفهمی‌های مشاهده شده در جبر، ریشه در بدفهمی‌ها در حساب دارند. برای مثال اشتباه دانش‌آموزی که  $\frac{ab+c}{b}$

را مساوی  $a + c$  می‌نویسد، در ساده کردن کسرها ریشه دارد. (بخشعلی زاده، ۱۳۹۲)

در حوزه عبارات‌های جبری تفکرات نادرست و بدفهمی‌هایی که وجود دارند به طور مختصر بیان می‌شود:

جدول ۱. **Error! No text of specified style in document.** جدول عنوان بدفهمی‌های شناسایی شده در پژوهش

موضوع بدفهمی‌ها	بدفهمی‌ها
بدفهمی مربوط به یک جمله‌ای‌ها و تعیین درجه آنها	بدفهمی نوع اول
ساده کردن عبارت جبری	بدفهمی نوع دوم
اتحادها	بدفهمی نوع سوم
تجزیه عبارت جبری	بدفهمی نوع چهارم
حل نامعادله	بدفهمی نوع پنجم

### کنترل از دیدگاه شونفیلد

از دیدگاه شونفیلد (۱۹۸۵) عوامل تأثیرگذار بر حل مسئله ریاضی و در واقع چارچوب کلی برای تجزیه و تحلیل رفتار

مسئله‌حل‌کن از چهار بخش اصلی تشکیل شده است که عبارتند از: منابع<sup>۴</sup>، رهیافت‌ها<sup>۵</sup> (راهبردها)، کنترل<sup>۶</sup> و نظام باورها<sup>۷</sup>. کنترل

به معنی تصمیم‌گیری‌های کلی در زمینه انتخاب و به کار بستن منابع و راهبردها است.

شونفیلد با مطالعه توسعه حل مسئله در دانش‌آموزان از عوامل حساس و مؤثری در مهارت آن‌ها، که او آن را

«استراتژی کنترل» نامیده است آگاه شد. در تجزیه و تحلیل شونفیلد، استراتژی‌های کنترل با تصمیمات اجرایی ارتباط دارد، مانند

تولید فعالیت‌های متناوب، ارزیابی راه‌حل، ارزیابی آنچه احتمالاً قادر به انجام آن هستید، بررسی رهیافت‌هایی که به کار می‌برید،

ارزیابی آنچه برای توسعه راه حل می‌سازید و نظایر آن (کریمیان، ۱۳۹۴). شونفیلد (۱۹۸۵) متأثر از الگوی چهار مرحله‌ای حل

مسئله پولیا (۱۹۴۵)، به بررسی عوامل تأثیرگذار بر حل مسئله ریاضی پرداخت. از دیدگاه او، این عوامل شامل منابع دانشی،

1. Matz
2. TIMSS
3. Warren
4. Resources
5. Heuristics
6. Control
7. Belief Systems

رهیافت‌های حل مسئله ریاضی، کنترل و نظام باوری مسئله حل کن هستند. بررسی نتایج مقدماتی، نقش این عوامل و به خصوص، نقش کنترل را به عنوان یک عامل تعیین کننده، برجسته کرد. از جمله توانایی‌های کنترلی، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

الف) طرح کلی حل مسئله، ب) بازنگری و تصمیم‌گیری، ج) دانش فراشناختی هوشیارانه

تحقیقات انجام شده در زمینه حل مسئله ریاضی، نشان می‌دهد که آگاهی فرد از دانسته‌های خود در زمینه ریاضی و نحوه استفاده از آن‌ها در موقعیت مناسب، همچنین بازبینی فرد از عملکرد خود در ضمن حل مسئله و بعد از آن (توانایی‌های فراشناختی)، بر میزان موفقیت او در حل مسئله ریاضی تأثیر مستقیمی دارد (صمدی، ۱۳۷۹، ص ۸۰).

کنترل به چگونگی به کارگیری دانسته‌های در دسترس فرد، مربوط می‌شود. رفتارهای انتخابی شامل طرح نقشه، انتخاب هدف‌ها و زیر هدفها، نظارت و ارزیابی راه‌حل‌ها در خلال پیشروی در آن‌ها و تجدیدنظر در نقشه‌ها یا رها کردن آنها در لحظه ای که ارزیابی‌ها بر چنان تصمیم‌گیری دلالت می‌کنند. کنترل در فرایند حل مسئله را با عبارت «تصمیمات عمومی، راجع به گزینش و به کارگیری منابع و رهیافت‌ها» تعریف می‌کند و معتقد است کنترل، شامل تحلیل (فهمیدن عبارات، ساده کردن و فرمول‌بندی مسئله)، طراحی (طرح نقشه، استدلال کردن، تجزیه سلسله مراتبی مسئله)، اجرا (اجرای راه حل به صورت گام به گام همراه با بازبینی محدود) و بازنگری و ارزیابی راه‌حل (آزمون‌های خاص، آزمون‌های کلی) است که همگی باهم در تعامل هستند و از آن به عنوان الگوی کلی استراتژی حل مسئله نام می‌برد (شونفیلد، ۱۹۸۵).

از بین موارد مطرح شده، طراحی، اصل و اساس کنترل است و آن را قلب استراتژی می‌دانند، زیرا با کنترل کلی بر روند حل مسئله، مسئله حل کن را مطمئن می‌سازد که بهترین راه را در پیش گرفته است و گام اکتشاف در حل مسئله نیز در این مرحله اتفاق می‌افتد و بخش عمده آن متوجه فرا شناخت است که مبتنی و متکی بر شناخت می‌باشد.

## روش پژوهش

طرح پژوهش حاضر از نوع شبه تجربی با در نظر گرفتن گروه آزمایش و گروه گواه<sup>۱</sup> (کنترل) و استفاده از پیش آزمون و پس آزمون در هر دو گروه می‌باشد. جامعه آماری این پژوهش شامل کلیه دانش آموزان پسر سال نهم شهرستان کمijan از استان مرکزی در سال تحصیلی ۹۸-۹۷ می‌باشد که تعداد آنها ۲۴۰ نفر است.

در این پژوهش دو کلاس با جمعیت‌های ۲۵ نفر مربوط به دبیرستان به عنوان نمونه در دسترس در نظر گرفته شد و لذا حجم نمونه برابر ۵۰ نفر شد. چون دو کلاس انتخاب شده در آغاز سال تحصیلی تقریباً به‌طور همگن تقسیم بندی شده بودند، به صورت تصادفی به عنوان گروه آزمایش و گروه گواه در نظر گرفته شدند.

در مرحله اول تعداد ۲۰ سؤال مطابق جدول بدفهمی‌های شناسایی شده طرح گردید، روایی آنها با روش CVR<sup>۲</sup> و نظر ۱۱ نفر از دبیران ریاضی تعیین شد، در نهایت ۷ سؤال به عنوان پیش آزمون انتخاب شد و برای تعیین پایایی پیش آزمون ۲۰ نفر به صورت تصادفی از دانش آموزان سال نهم غیر از نمونه، انتخاب و پس از اجرای آزمون روی آن‌ها، تصحیح اوراق به صورت نمره گذاری توصیفی در پنج رده عالی، خوب، متوسط، ضعیف و خیلی ضعیف انجام شد و با اختصاص اعداد ۱ تا ۵، پاسخ‌ها به صورت لیکرتی دسته بندی و کمی شد سپس با استفاده از نرم افزار SPSS مقدار آلفای کرونباخ محاسبه شد. برای پس آزمون نیز به روش مشابه عمل شد و در نهایت مقدار آلفا در پیش آزمون ۰/۷۵۶ و در پس آزمون ۰/۷۸۴ محاسبه شد که با توجه به این که آلفا در هر دو مرحله بیشتر از مقدار ۰/۷ می‌باشد، پایایی مورد تایید است.

در اجرای پیش آزمون شامل ۷ سؤال استاندارد شده از مبحث عبارات‌های جبری که بر اساس بدفهمی‌های شناسایی شده تنظیم شده بود، روی هر دو گروه اجرا شد، سپس تصحیح اوراق امتحانی پیش آزمون با تاکید بر بدفهمی‌ها نمره گذاری شد، یعنی بجای نمره برای پاسخ درست برای هر سوال، نمره بدفهمی برای پاسخ غلط لحاظ گردید و جمع نمره بدفهمی دانش آموزان استخراج گردید و دانش آموزانی که دارای بیشترین بدفهمی بودند شناسایی شدند، از هر دو گروه آزمایش و گواه هر کدام حدود ۱۱ نفر دارای بدفهمی بودند، بعد از شناسایی دانش آموزان اجرای مهارت‌های کنترلی جهت تقویت گروه آزمایش به مدت ۷ جلسه ۵۰ دقیقه‌ای با کلاس فوق برنامه روی ۱۱ نفر این گروه انجام شد، پس از اتمام کلاس فوق برنامه از هر دو گروه

1. Control Group

پس آزمون‌نی شامل ۷ سؤال گرفته شد و مجدداً اوراق امتحانی پس از آزمون بر اساس پاسخ غلط که نتیجه بدفهمی بود، تصحیح شد. برای تحلیل داده‌های حاصل از پژوهش، از دو سطح آمار توصیفی و استنباطی استفاده شد. در سطح توصیفی، از جدول و نمودار فراوانی و درصد فراوانی، محاسبه میانگین و انحراف معیار همراه با واریانس و در سطح استنباطی از آزمون  $t$  برای تحلیل نتایج پیش‌آزمون و پس‌آزمون گروه آزمایش و گواه، آزمون اسمیرنوف-کولموگوروف<sup>۱</sup> برای تعیین نرمال بودن داده‌ها و آزمون لوین برای تعیین همسانی واریانس‌ها با استفاده از نرم افزار SPSS استفاده شده است.

در کلاس گروه آزمایش از دانش‌آموزان خواسته شد تا در حین انجام تمرینها و فعالیت‌های کلاسی بر مهارت‌های کنترلی توجه داشته باشند. برخی از توصیه‌های کنترلی تاکید شده در اجرای این مرحله از تحقیق، در کلاس‌های فوق برنامه سؤالاتی برای گروه آزمایش به قرار زیر است:

الف) برای کشف اطلاعات اصلی سؤال تلاش کنند. ب) اطلاعات و خواسته‌های سؤال را تعیین و استخراج کنند. پ) قبل از پرداختن به پاسخ در درک و فهم آن دقت کنند. ت) اگر لازم است سؤال را دوباره بخوانند. ث) اگر بین سؤال و اطلاعات قبلی آنها رابطه‌ای وجود دارد آن را کشف کنند. ج) اگر لازم است دوباره سؤال را حل کنند. چ) برای خود مثال دیگری مشابه سؤال بنویسند و حل کنند. ح) در باره اینکه چه باید کرد و چگونه باید سؤال را حل کرد فکر کنند. خ) زمان حل کردن سؤالاتی که به آنها داده می‌شود را مدیریت کنند. د) در حل سؤالات آنهایی که ساده‌ترند را اول حل کنند و بعد به سؤالات دشوار بپردازند.

افزایش مهارت کنترل در دانش‌آموزان فقط با ارائه توصیه‌ها و تمرینات مقطعی، در حد قابل قبولی انجام نمی‌شود، بلکه این توصیه‌ها باید همراه با تمرین و تکرار و حل مسائل هدفمندی که شامل مراحل کنترل از دیدگاه شونفیلد، یعنی تحلیل، طراحی، اکتشاف، اجرا، و بازبینی باشد، انجام شود و دانش‌آموزان در عمل با موقعیت‌ها روبرو شوند و تصمیمات استراتژیک اتخاذ کنند. در کلاسهای جبرانی سؤالات به صورت فعالیتهای گروهی بررسی و حل می‌شد و معلم نقش راهنما و هدایت کننده داشت و در جریان حل سؤالات به طور مستمر بر توصیه‌های کنترلی تاکید می‌شد.

### نمونه‌ای از فرایند اجرای کنترل در مبحث ساده کردن عبارت‌های جبری

مراحل زیر را که شونفیلد الگوی کلی استراتژی حل مسئله نامید، در تدریس مباحث عبارت‌های جبری به کار بسته شد: تحلیل، طراحی، اجرا و بازبینی.

ابتدا برای دانش‌آموزان توضیحات مختصری در مورد درس داده شد و مباحث آن برای دانش‌آموزان مرور شد، سپس مراحلی که شونفیلد برای کنترل بیان کرده اجرا شد،

مثال: حاصل عبارت  $[(y - x) - (y - 1)]$  -  $x$  به صورت زیر تدریس شد:

۱) تحلیل (فهمیدن عبارات، ساده کردن و فرمول بندی مسئله)

ذکر چند مثال ساده برای شروع، یادآوری برخی قوانین جمع و تفریق و ...، یادآوری ساده کردن عبارت‌های جبری پایه هفتم و هشتم، بیان پیش‌زمینه در مورد ساده کردن عبارت‌های جبری:

$$-(y - x) = -y + x = x - y \quad -(-x) = +x$$

۲) طراحی (استدلال کردن، تجزیه سلسله مراتبی مسئله)

ارتباط با موضوعات قبلی، مرحله به مرحله یافتن قرینه عبارت‌ها:

$$-(y - x) = -y + x = x - y, \quad -(y - 1) = -y + 1 = 1 - y$$

۳) اجرا (اجرای راه حل به صورت گام به گام همراه با بازبینی محدود)

الف) مرحله به مرحله پیش رفتن:

$$[(y - x) - (y - 1)] = y - x - y + 1 = -x + 1$$

در نتیجه:

$$-[(y - x) - (y - 1)] = -(-x + 1) = +x - 1$$

<sup>1</sup>.Kolomogorov - Smimov

ب) نوشتن حاصل:

$$x - [(y - x) - (y - 1)] = x + x - 1 = 2x - 1$$

(۴) بازیابی (آزمون‌های خاص، آزمون‌های کلی)

از دانش‌آموزان خواسته شد برای خود مثال‌های متنوعی بزنند و آن‌ها را حل کنند.

### یافته‌های پژوهش

#### بررسی توصیفی یافته‌ها:

جدول ۲. درصد بدفهمی‌های در پیش‌آزمون (گروه گواه و گروه آزمایش)

بدفهمی نوع (۵)		بدفهمی نوع (۴)		بدفهمی نوع (۳)		بدفهمی نوع (۲)		بدفهمی نوع (۱)		نوع بدفهمی
آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	گروه
۶	۸	۵	۴	۴	۴	۳	۳	۳	۴	فراوانی
%۵۴	%۷۲	%۴۵	%۳۶	%۳۶	%۳۶	%۲۷	%۲۷	%۲۷	%۳۶	درصد

جدول ۲ فراوانی و درصد فراوانی بدفهمی‌های دانش‌آموزان را در پیش‌آزمون از بین ۱۱ دانش‌آموزی که بیشترین بدفهمی

را داشته‌اند، نشان می‌دهد و همانگونه که از این جداول مشخص است در هر دو گروه بیشترین بدفهمی مربوط به بدفهمی نوع ۵

و کمترین بدفهمی مربوط به نوع دوم است.

جدول ۳. درصد بدفهمی‌های گروه گواه و آزمایش در پس‌آزمون

بدفهمی نوع (۵)		بدفهمی نوع (۴)		بدفهمی نوع (۳)		بدفهمی نوع (۲)		بدفهمی نوع (۱)		نوع بدفهمی
آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	آزمایش	گواه	گروه
۵	۹	۴	۸	۲	۸	۲	۶	۱	۸	فراوانی
%۴۵	%۸۱	%۳۶	%۷۲	%۱۸	%۷۲	%۱۸	%۵۴	%۹	%۷۲	درصد

جدول ۳ فراوانی و درصد فراوانی بدفهمی‌ها در پس‌آزمون گروه آزمایش را بین ۱۱ دانش‌آموز دارای بدفهمی نشان

می‌دهد. مقایسه نتایج جداول ۲ و ۳ نشان می‌دهد، درصد بدفهمی‌های نوع ۱ تا نوع ۵ در گروه آزمایش بطور قابل ملاحظه‌ای کاهش

پیدا کرده است و این در حالی است که در گروه گواه درصد بدفهمی‌ها افزایش را نشان می‌دهد، یعنی اینکه بکارگیری عامل

کنترل در کاهش ۵ نوع بدفهمی تأثیرگذار بوده است.

جدول ۴. مقایسه میانگین و انحراف معیار نمرات بدفهمی‌ها در دو گروه

گروه گواه			گروه آزمایش			شاخص
انحراف معیار	واریانس	میانگین	انحراف معیار	واریانس	میانگین	آماری
۲.۴۹	۱.۵۷	۱۰.۰۹	۲.۲۲	۴.۴۵	۱۰.۶۳	پیش‌آزمون
۱.۰۷	۱.۱۶	۷.۸۱	۰.۷۸	۰.۶۸	۲.۷۲	پس‌آزمون

جدول ۴ نشان می‌دهد میانگین نمره بدفهمی در گروه آزمایش از ۱۰/۶۳ به ۲/۷۲ کاهش پیدا کرده و نشان دهنده تأثیر

عامل کنترل در کاهش بدفهمی‌های ۵ گانه است ولی در گروه گواه میانگین بدفهمی‌ها از ۱۰.۰۹ به ۷.۸۱ کاهش یافته که نسبت

به گروه آزمایش تغییر کم می‌باشد.

### بررسی استنباطی یافته‌ها

به منظور استفاده از آزمون‌های پارامتریک برای بررسی تساوی واریانس نمرات بدفهمی‌ها از آزمون لوین استفاده شد که نتایج در جدول زیر آمده است.

جدول ۵. آزمون لوین در مورد همسانی واریانس بدفهمی‌ها در پیش آزمون و پس آزمون بین دو گروه آزمایش و گواه

سطح معناداری	F	پیش آزمون (آزمایش و گواه)
۰.۶۳۶	۰.۲۳۱	
۰.۳۰۹	۱.۰۹	پس آزمون (آزمایش و گواه)

داده‌های جدول ۵ نشان می‌دهد که سطح معناداری آزمون F در پیش آزمون ۰.۶۳۶ که بزرگتر از ۰.۰۵ است یعنی واریانسهای نمره بدفهمی دو گروه آزمایش و گواه در پیش آزمون برابری و همچنین در پس آزمون سطح معناداری ۰.۳۰۹ که از ۰.۰۵ بیشتر است و واریانس نمره بدفهمی بین گروه آزمایش و گواه برابر است. فرضیه  $H_0$  برابری واریانس‌ها در پیش آزمون و پس آزمون تایید می‌گردد.

جهت بررسی نرمال بودن داده‌ها از آزمون کلموگروف اسمیرنوف استفاده شده و نتایج آن در جدول زیر آمده است.

جدول ۶. آزمون کلموگروف اسمیرنوف بدفهمی‌ها

متغیر	گروه	آماره کلموگروف - اسمیرنوف	درجه آزادی	سطح معناداری
بدفهمی	پیش آزمون	۰.۲۰۴	۱۱	۰.۲۰۴
	آزمون	۰.۱۱۴	۱۱	۰.۲۰
	پس آزمون	۰.۲۵۱	۱۱	۰.۰۵۱
	آزمون	۰.۲۷۷	۱۱	۰.۱۰۵

طبق نتایج جدول ۶ که آزمون کلموگروف اسمیرنوف بدفهمی‌ها را نشان می‌دهد. با توجه به اینکه سطح معناداری در پیش آزمون و پس آزمون بیشتر از ۰.۰۵ است، فرض صفر یعنی نرمال بودن نمره‌های بدفهمی تایید می‌گردد.

جدول ۷. نتایج آزمون t مستقل برای دو گروه گواه و آزمایش در پیش آزمون و پس آزمون

فاصله اطمینان ۹۵٪	خطای استاندارد	تفاوت میانگین‌ها	سطح معنی داری	درجه آزادی	T	پیش آزمون	پس آزمون
۲.۲۱	۰.۷۹۴۶۱	۰.۵۴۵۴۵	۰.۵۰۰	۲۰	۰.۶۸۶		
-۴.۲۵۱۳	۰.۴۰۲۴۷	-۵.۹۰۹۱	۰.۰۰۰	۲۰	-۱۲.۶۴۹		

در اعداد سطر دوم جدول ۷ مشاهده می‌شود، در پیش آزمون چون سطح معناداری ۰.۵ است و از ۰.۰۵ بیشتر می‌باشد، بنابراین تفاوت معناداری بین میانگین نمره بدفهمی گروه آزمایش و گواه وجود ندارد. اعداد سطر سوم جدول تی تست تفاوت میانگین نمرات بدفهمی برای گروه آزمایش و گواه در پس آزمون را نشان می‌دهد و سطح معناداری ۰.۰۰۰ کوچکتر از ۰.۰۵ است، بنابراین با اطمینان ۹۵٪ می‌توان گفت بین دو گروه تفاوت معنادار است و عامل کنترل در کاهش بدفهمی گروه آزمایش تأثیر داشته است.

سوال اصلی تحقیق: دانش آموزان در مبحث عبارات‌های جبری چه نوع بدفهمی‌هایی دارند؟

با توجه به پاسخ دانش آموزان به سؤالات پیش آزمون که در ادامه می‌آید به این سؤال پاسخ داده شده، دانش آموزان در بحث عبارات‌های جبری با پنج نوع بدفهمی مواجه‌اند که به شرح ذیل است:



بدفهمی نوع اول: بدفهمی مربوط به یک جمله ای ها و تعیین درجه آنها

۱) کدام عبارت زیر یک جمله ای است؟

$\sqrt{x^2-1}$     $3ab^2x^3$     $\sqrt{3xy^2}$     $-yx^2y^{-2}$     $\frac{x^2+y}{x}$

طبق جواب برخی از دانش آموزان به سؤال اول پیش‌آزمون مشخص می‌شود که دانش‌آموزان نسبت به تعریف و مفهوم یک جمله‌ای‌ها، بدفهمی دارند، دانش‌آموزان عبارت‌هایی مانند عدد ثابت و عبارت‌هایی مانند  $\sqrt{3xy^2}$  و  $\frac{2a^4b}{3}$  را جزء یک-جمله‌ای‌ها به حساب نمی‌آورند.

بدفهمی نوع دوم: ساده کردن عبارت جبری (حاصل جمع جبری دو عبارت متشابه که قسمت حرفی آن تواندار باشد).

۲) عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$3a^2 + 4xy - 7xy + 5a^2 = 8a^4 - 3xy$

$(5m^2)(2m)^2 - (7m^2)(2m)^2 = 5m^2 \times 4m^2 - 7m^2 \times 4m^2 = 20m^4 - 28m^4 = -8m^4$

با جواب دادن به سؤال ۲ از پیش‌آزمون در ساده کردن عبارت‌های جبری مانند جمع و تفریق عبارت‌های متشابه دچار بدفهمی‌های زیر هستند، در این سؤال همان‌گونه که مشاهده می‌شود، دانش‌آموز حاصل جمع دو عبارت  $3a^2$  را  $5a^2$  و  $8a^4$  بدست آورده است، همچنین در قسمت دوم همین سؤال حاصل ضرب دو عبارت و به توان رساندن آن را درست به دست آورده ولی حاصل جمع جبری دو عبارت  $45m^4$  و  $-16m^4$  را به صورت  $29m^8$  نوشته است.

بدفهمی نوع سوم: اتحادها

۵) حاصل عبارت زیر را بنویسید.

$(a+3)^2 = a^2 + 9 + 6a$

برخی از دانش‌آموزان با جواب دادن به سؤال پنجم از پیش‌آزمون بدفهمی‌های زیر را در مورد بحث اتحادها داشته‌اند، در این سؤال دانش‌آموز حاصل عبارت  $(a+3)^2$  را به صورت  $a^2 + 9 = a^2 + 3^2$  نوشته است.

بدفهمی نوع چهارم: تجزیه عبارت جبری

۶) عبارت‌های زیر را تجزیه کنید.

$3a - 6ax = 3a(0 - 2x)$

در تجزیه عبارت‌های جبری به کمک فاکتورگیری یا اتحادهای آموخته شده دانش‌آموزان با جواب دادن به سؤال ششم از پیش‌آزمون بدفهمی‌های زیر را داشته‌اند، ملاحظه می‌شود که در تجزیه عبارت‌هایی که لازم است به وسیله فاکتورگیری تجزیه شود، مانند  $3a - 6ax$  حاصل را به صورت  $3a(0 - 2x)$  نوشته است، یعنی اینکه دانش‌آموز با تقسیم عبارت  $3a$  بر  $3a$  که برابر عدد یک است، عدد صفر قرار داده است، این بدفهمی بدلیل آن است که دانش‌آموز نمی‌داند که فاکتورگیری همان تقسیم کردن است و با فاکتورگیری عامل‌ها را حذف می‌کند و به جای آن صفر قرار می‌دهد.

بدفهمی نوع پنجم: حل نامعادله

$-2x + 5 \geq -1$

$-2x + 5 \geq -1$

$-2x \geq -1 - 5$

$-2x \geq -6$

$x \geq +3$

در بحث حل نامعادلات و قوانین مربوط به نابرابری‌ها اکثر دانش‌آموزان در رابطه با قانون زیر دچار بدفهمی هستند:

\* اگر دو طرف نابرابری  $a < b$  را در عدد منفی  $c$  ( $c < 0$ ) ضرب کنیم، در این صورت داریم،  $ac > bc$

ولی دانش‌آموزان با پاسخ به سؤال ۵ از پیش‌آزمون مشخص کرده‌اند که در قانون مزبور بدفهمی دارند و این بدفهمی

بدلیل بی‌دقتی و توجه نکردن به قانون بالا در مورد نابرابری‌هاست.

### تحلیل سوالات فرعی تحقیق

سوال فرعی اول: آیا عامل کنترل بر کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان در عبارت‌های جبری مؤثر است؟  
بر اساس جدول آمار توصیفی فراوانی بدفهمی‌ها در پس‌آزمون در گروه آزمایش در اثر تقویت مهارت‌های کنترلی دانش‌آموزان کاهش چشمگیری داشته و همچنین بر اساس آمار استنباطی نتیجه آزمون تی تست نشان دهنده تفاوت معنا دار بین گروه آزمایش و گواه در پس‌آزمون است و کنترل باعث کاهش بدفهمی در عبارت‌های جبری شده است.

### بحث و نتیجه‌گیری:

آنچه اهمیت دارد این است که با وجود اینکه درصد بدفهمی‌های گروه گواه در پس‌آزمون تا حدودی بیشتر از پیش‌آزمون است، اما در مورد گروه آزمایش که تحت مداخله آزمایشی قرار گرفته‌اند، درصد بدفهمی‌ها در پس‌آزمون نسبت به پیش‌آزمون کاهش چشمگیری داشته است که تأکیدی بر تاثیر عامل کنترل از دیدگاه شونفیلد در کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان در مبحث عبارت‌های جبری است، اما این که چگونه افزایش مهارت‌های کنترلی چنین تأثیری را ایجاد می‌کند، به بیان توضیحات بیشتری در رابطه با مهارت کنترل از دیدگاه شونفیلد دارد. همان‌طور که در مقاله بیان شد کنترل شامل تحلیل، طراحی، اکتشاف، اجرا و بازبینی‌های مقطعی و کلی می‌باشد. در مداخله‌های آزمایشی با طراحی سوالات هدفمند و چالش برانگیز که در برگیرنده مراحل فوق باشند و هم‌چنین توصیه‌های کنترلی از دیدگاه شونفیلد و توجه به کار در گروه‌های کوچک و تأکید بر توصیه‌هایی مثل چه کاری می‌خواهید بکنید، چرا این کار را انجام می‌دهید و این کار چگونه شما را در رسیدن به جواب کمک می‌کند، و توصیه‌های دیگر برای درک دقیق‌تر موضوع، مناسب‌ترین راه حل، دقت و بازبینی پاسخ، سعی شد قدرت تحلیل، بازبینی و اکتشاف را در دانش‌آموزان تقویت شده و با تکرار و تمرین سعی شد توصیه‌های کنترلی ملکه ذهن دانش‌آموزان و یک عادت برای آنها شود.

با توجه به یافته‌ها می‌توان نتیجه گرفت که تقویت مهارت‌های کنترلی از دیدگاه شونفیلد می‌تواند تاثیر زیادی در کاهش بدفهمی‌های دانش‌آموزان داشته باشد، به خصوص اگر توصیه‌ها و روش‌های تقویت این مهارت‌ها در متن کتاب درسی، فعالیت و تمرین‌های کتاب و روش تدریس معلمین وجود داشته باشد. بدفهمی‌های رایج در ریاضی و اشتباهات مفهومی، به میزان قابل توجهی در میان دانش‌آموزان، کم و بیش فراگیر است که از دلایل مهم این بدفهمی‌ها می‌توان به ضعف اطلاعاتی یا پایه‌ای دانش‌آموزان، روش‌های سنتی تدریس، تغییر مداوم کتب درسی، کتب کمک آموزشی و ضعف تدریس بعضی از دبیران ریاضی اشاره نمود. بنابراین توجه به عواملی مانند تجدیدنظر در روش‌های تدریس ریاضی و توجه به یادگیری هوشمندانه و توجه به درک و فهم رابطه‌ای به جای فهم ابزاری و فراهم کردن فضای کارگروهی در کلاس و ایجاد بحث و تبادل نظر می‌تواند در کاهش دادن بدفهمی‌های ریاضی دانش‌آموزان مؤثر باشد. آگاهی از فرآیندهای ذهنی دانش‌آموزان به معلمان ریاضی کمک خواهد کرد تا درصدد ایجاد تغییرات مناسب در روش یادگیری و کشف روش‌های بهتر باشند و دانش‌آموزان را با هدف‌های عالی تر درس ریاضی و ارتباط تنگاتنگ آن‌ها با دنیای واقعی آشنا سازند.

پژوهش حاضر میزان تاثیر عامل کنترل در کاهش بدفهمی و تصورات غلط دانش‌آموزان تا چه حدی است که با توجه به این که کاهش خطا منجر به بهبود عملکرد در حل مسئله ریاضی می‌شود، نتایج این تحقیق به نوعی همسو با تحقیقات انجام شده نظیر عبدالله حسام ۱۳۸۴ و حسین غفاری ۱۳۹۰ و محسن کاظمی مقدم ۱۳۹۶ و سایر تحقیقات در این زمینه دانست که مولفه‌های حل مسئله شونفیلد بر بهبود یادگیری و حل مسئله ریاضی تاثیر گذار است.

### منابع:

- بخشعلی زاده، شهرناز. (۱۳۹۲). شناسایی بدفهمی‌های رایج دانش‌آموزان پایه چهارم ابتدایی در حوزه محتوایی ریاضی. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی. پژوهشگاه مطالعات آموزش و پرورش.
- پولیا، جورج. (۱۹۴۵). چگونه مسئله را حل کنیم. ترجمه احمد آرام. تهران: نشر کیهان.
- حسام، عبدالله. (۱۳۸۴). بررسی بدفهمی ریاضی دانش‌آموزان و نقش طرح‌واره‌های ذهنی در ایجاد آن‌ها. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه شهید بهشتی.
- راستی‌زاده، عنایت‌الله. (۱۳۹۲). بررسی تأثیر آموزش حل مسائل کلامی ریاضی بر کاهش خطاهای دانش‌آموزان پسر سال اول دبیرستان شهر شیراز بر اساس مدل نیومن. پایان‌نامه منتشر نشده کارشناسی ارشد. دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات تهران.
- رجایی، مهدی (۱۳۶۶). چگونه ریاضی بخوانیم، مجله رشد، شماره ۱۵، ص ۱۲-۱۰
- صمدی، معصومه (۱۳۷۹). نقش دانش فراشناخت در حل مسئله ریاضی دانش‌آموزان چهارم ابتدایی، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۶۱، ص ۱۶.
- علم‌الهدایی، حسن (۱۳۷۸). روان‌شناسی یادگیری ریاضی، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۵۵
- غفاری، حسین (۱۳۹۰). تقویت رفتارهای کنترلی دانش‌آموزان در ساختن اثبات‌های هندسی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد. گروه ریاضی. دانشگاه شهید بهشتی
- فرامرزیور، نوشین؛ فدایی، محمدرضا (۱۳۹۵). کنترل مؤلفه‌ای مؤثر در آموزش حل مسئله از دیدگاه شونفیلد. چهاردهمین کنفرانس آموزش ریاضی ایران، شیراز، دوره ۱- شماره ۱۰۰۲ (مقالات پوستری).
- کاظمی‌مقدم، محسن (۱۳۹۶). بررسی علل بدفهمی‌های دانش‌آموزان پایه هشتم در حل معادله وارائه آموزش جهت رفع بدفهمی‌ها با استفاده از نظریه برونر. پایان‌نامه کارشناسی ارشد. دانشگاه فرهنگیان. تهران
- کریمیان، آذر. (۱۳۹۴). کنترل از دیدگاه شونفیلد. مجله رشد آموزش ریاضی، دوره سی‌ودوم، شماره ۴، ص ۴۴.
- یزدانفر، محسن (۱۳۹۲). بررسی توانایی و معناداری مدل حل مسئله شونفیلد در تحلیل ناتوانی‌های دانشجویان دختر در حل مسئله ریاضی. اولین همایش منطقه‌ای رویکردهای ارزیابی در علوم پایه، آموزش‌شکده فنی و حرفه‌ای سما. دانشگاه آزاد اسلامی. واحد اهواز. ایران.

Drew, D. (2005). *Children's mathematical errors and misconceptions: Perspectives on the teacher's role*. In A. Hansen (Ed.), *Children's errors in mathematics: Understanding common misconceptions* (pp. 14-21).

Eisner, E. W. (2000). *Those who Inquire the past. . : 12 Easy Lessons for the Next Millinnium. Journal of curriculum studies*, vol. 32, No. 2, 343-357.

Matz, M. (1980). Towards a computational theory of algebraic competence. *The Journal of Mathematical Behavior*, 3(1), 93-166.

Ozsoy, Gokhan & Aysegul, Ataman. (2009). The effect of metacognitive strategy training on mathematical problem solving achievement, *International Electronic Journal of Elementary Education*, Vol.1, Issue 2, March, 2009.

Schoenfeld. A. H, (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press. Inc

Rohmah, Mushlihah & Sutiarso, Sugeng. (2017). *Analysis Problem Solving in Mathematical Using Theory Newman*, Lampung University (Peoples' Friendship University of Lampung), Lampung, INDONESIA.

Warren, E. (2003) The Role of Arithmetic Structure in the Transition from Arithmetic to Algebra, *Mathematics Education Research Journal*, Vol. 15, No. 2, 122-137