



## Developing Prospect Theory with Multiple Reference Points in Decision Making

### Zahra Nemati

Ph.D Candidate, Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: nemati.zahra@ut.ac.ir

### Mohammad Reza Mehregan

\*Corresponding Author, Prof., Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: mehregan@ut.ac.ir

### Mahnaz Hosseinzadeh

Assistant Prof., Department of Industrial Management, Faculty of Management, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: mhosseinzadeh@ut.ac.ir

### Abstract

**Objective:** Multi-attribute utility theory is one of the approaches in multi-attribute decision-making. It is developed based on the logic of the expected utility theory. The main difference between the methods derived from the expected utility theory and multi-attribute decision-making methods is defining the role of the value function. The prospect theory was emerged to criticize the expected utility theory. An issue open to controversy in the field of decision-making is how to apply the prospect theory in developing multi-attribute decision-making methods. Some research has attempted to address the issue in recent years, yet there are shortcomings in applying this theory in multi-attribute decision-making methods, including determining the reference point. The prospect theory calculations permit any reference point to be involved but do not allow multiple reference points to be considered simultaneously. In this area, theories capable of providing interaction of several references points simultaneously are needed.

**Methods:** In this paper, three reference points were used and considered simultaneously to develop a multi-attribute utility theory model.

**Results:** The developed model was presented in the form of definitions and mathematical relations and its applicability was shown using an example and based upon the data related to the selection of aircraft suppliers.

**Conclusion:** The proposed model is able to solve the problem of not paying attention to multiple reference points simultaneously and can cover the research gap in the field of decision-making literature.

**Keywords:** Multi-Attribute Decision Making (MADM), Prospect theory, Multi-attribute utility theory, Value function

**Citation:** Nemati, Zahra, Mehregan, Mohammad Reza and Hosseinzadeh, Mahnaz (2021). Developing Prospect Theory with Multiple Reference Points in Decision Making. *Industrial Management Journal*, 13(4), 580-605. (in Persian)



## توسعه تئوری چشم‌انداز با نقاط مرجع چندگانه در تصمیم‌گیری

زهرا نعمتی

دانشجوی دکتری، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: nemati.zahra@ut.ac.ir

محمد رضا مهرگان

\* نویسنده مسئول، استاد، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: mehregan@ut.ac.ir

مهناز حسین زاده

استادیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده مدیریت، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: mhosseinzadeh@ut.ac.ir

### چکیده

**هدف:** یکی از رویکردهای مطرح در حوزه تصمیم‌گیری چندمعیاره، نظریه مطلوبیت چندشاخصه است که بر اساس تئوری مطلوبیت مورد انتظار مدل‌سازی شده است. نقطه تمایز اساسی میان روش‌های برگرفته از نظریه مطلوبیت با سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه، در تعریف نقش تابع ارزش است. یکی از نظریه‌هایی که در انتقاد به تئوری مطلوبیت مورد انتظار شکل گرفته، تئوری چشم‌انداز است. یکی از سؤال‌های پژوهشی مهم در حوزه تصمیم‌گیری آن است که چگونه می‌توان از تئوری چشم‌انداز در روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه استفاده کرد. پژوهشگرانی در سال‌های اخیر، به بررسی این موضوع پرداخته‌اند؛ اما با وجود این، کاستی‌هایی در به‌کارگیری این تئوری در روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه، از جمله در تعیین نقطه مرجع وجود دارد. محاسبات تئوری چشم‌انداز به هر نقطه مرجعی این اجازه را می‌دهد که به‌کار گرفته شود؛ اما به نقاط مرجع چندگانه اجازه نمی‌دهد که به‌طور هم‌زمان در نظر گرفته شوند، بنابراین، در این حوزه به تئوری‌هایی نیازمندیم که بتواند امکان تعامل چندین نقطه مرجع را فراهم آورد.

**روش:** در این پژوهش از سه نقطه مرجع برای توسعه مدل تئوری مطلوبیت چندشاخصه بهره گرفته شده است. این سه نقطه مرجع به‌طور هم‌زمان مدنظر قرار می‌گیرند.

**یافته‌ها:** مدل توسعه‌یافته در قالب تعاریف و روابط ریاضی ارائه شده و قابلیت کاربرد آن با به‌کارگیری یک مثال و بر پایه داده‌های مربوط به برگزیدن تأمین‌کنندگان قطعات هواپیما نشان داده شده است.

**نتیجه‌گیری:** مدل پیشنهادی مشکل بی‌توجهی به نقاط مرجع چندگانه به‌طور هم‌زمان را برطرف می‌کند و شکاف پژوهشی موجود در حوزه ادبیات تصمیم‌گیری را پوشش می‌دهد.

**کلیدواژه‌ها:** تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)، تئوری چشم‌انداز، تئوری مطلوبیت چندشاخصه، تابع ارزش

**استناد:** نعمتی، زهرا، مهرگان، محمد رضا و حسین‌زاده، مهناز (۱۴۰۰). توسعه تئوری چشم‌انداز با نقاط مرجع چندگانه در تصمیم‌گیری. مدیریت صنعتی، ۱۳(۴)، ۵۸۰-۶۰۵.

## مقدمه

تصمیم‌گیری در علم مدیریت از نقش و جایگاهی ویژه برخوردار است، به‌گونه‌ای که دو واژه تصمیم‌گیری و مدیریت را مترادف یکدیگر می‌دانند. اصولاً اهمیت تصمیم‌گیری مدیران از نقش تصمیمات در موفقیت و شکست سازمان‌ها ناشی می‌شود. بسیاری از پژوهشگران سعی در ارائه چارچوب‌های نظری و علمی برای مسائل تصمیم‌گیری داشته‌اند. تصمیم‌گیری چندمعیاره به‌عنوان یکی از حوزه‌های دانش تحقیق در عملیات از جمله این چارچوب‌های ارائه شده است (رضوی، هاشمی و عموزاد مهدیرجی، ۱۳۹۳).

یکی از روش‌های مطرح در حوزه تصمیم‌گیری چندمعیاره به‌عنوان یکی از حوزه‌های دانش تحقیق در عملیات، نظریه مطلوبیت چندشاخصه است. در نظریه مطلوبیت چندشاخصه مدل سازی ترجیحات تصمیم‌گیرنده نقشی کلیدی دارد. در طول پنجاه سال گذشته تصمیم‌گیری تحت شرایط عدم اطمینان با به‌کارگیری تئوری مطلوبیت مورد انتظار مدل سازی ریاضی شده است. با این حال شواهد تجربی تئوری مطلوبیت مورد انتظار را به چالش کشانده است؛ بنابراین تئوری‌های جدید بر مبنای این شواهد گسترش یافته‌اند. تئوری مطلوبیت مورد انتظار (EUT)<sup>۱</sup> در پاسخ به پارادوکس سنت پترزبورگ برای نخستین بار در سال ۱۷۳۸ توسط دانیل برنولی مورد بحث و بررسی قرار گرفت (برنولی<sup>۲</sup>، ۱۷۳۸).

طرز کار نظریه رسمی تصمیم‌گیری در شرایط ریسک که «نظریه مطلوبیت مورد انتظار» نامیده می‌شود در سال ۱۹۴۴ توسط جان ون نیومن و اسکار مورگن اشترن منتشر شد. طریقه نظریه‌سازی فون نیومن و مورگن اشترن نوشتن سلسله‌ای از آزمون‌های انتخاب عقلایی بود. آن‌ها به طرز خارق‌العاده‌ای اثبات کردند اگر می‌خواهید این آزمون‌ها و (منافع خودتان) را رعایت کنید پس باید تصمیم‌ها را بر پایه نظریه‌ی آن‌ها بپذیرید (شهائی، ۱۳۹۶). از اوایل ۱۹۵۰ انتقاداتی بر تئوری مطلوبیت مورد انتظار وارد شد که انگیزه اغلب آن‌ها به دلیل مشاهدات آزمایشگاهی بوده است جایی که تصمیمات تصمیم‌گیرندگان به‌طور سیستماتیکی آزمون‌های عقلانیت را زیر پا می‌گذارند. در سال ۱۹۷۹ و ۱۹۹۲ دنیل کانمن و آمورس تورسکی تئوری چشم‌انداز یا تئوری چشم‌انداز تجمعی را در پاسخ به پارادوکس‌های مطرح شده در تئوری مطلوبیت مورد انتظار ارائه کردند (کانمن و تورسکی<sup>۳</sup>، ۱۹۹۲، ۱۹۷۹) آن‌ها به بررسی تصمیم‌گیری در شرایط ریسک و عدم اطمینان با به‌کارگیری علوم رفتاری پرداختند.

تابع چشم‌انداز از تابع ارزش و تابع احتمال وزنی تشکیل شده است. تابع ارزش تابعی است که دو بخش را در نظر می‌گیرد؛ دارایی فعلی که به‌عنوان نقطه مرجع در نظر گرفته می‌شود و تغییرات (مثبت و منفی) از نقطه مرجع. تابع ارزش تابع مطلوبیتی است که بر پایه مفاهیم عایدی و زیان تعریف شده است (کانمن و تورسکی، ۱۹۹۲).

ایده اصلی در نظریه چشم‌انداز این است که افراد سود و زیان را براساس یک نقطه مرجع درک می‌کنند اما نحوه محاسبه نقطه مرجع مشکل است. کانمن و تورسکی نیز اشاره اندکی به نحوه محاسبه این نقطه مرجع می‌نمایند (باربریس<sup>۴</sup>، ۲۰۱۳).

1. Expected Utility Theory
2. Bernoulli
3. Kahneman & Tversky
4. Barberis

تا سال ۲۰۱۱ مدل‌ها و روش‌های معرفی شده در تصمیم‌گیری چندشاخصه با به‌کارگیری تئوری مطلوبیت مورد انتظار مدل‌سازی ریاضی شده‌اند. تئوری مطلوبیت مورد انتظار از دیدگاه عقلایی تشریح می‌کند که افراد چگونه باید تصمیم بگیرند؛ ولی در دنیای واقعی تصمیم‌گیرندگان کاملاً به‌طور عقلایی رفتار نمی‌کنند. بدیهی است که تصمیم‌گیری بر مبنای تئوری چشم‌انداز بیشتر با رفتار واقعی تصمیم‌گیری افراد مطابقت دارد و یکی از موضوعات پژوهشی مهم این است که چگونه می‌توان از تئوری چشم‌انداز در تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده کرد. چرا که مدل‌ها و روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه بر پایه تئوری مطلوبیت مورد انتظار مدل‌سازی شده‌اند و پژوهش‌های اندکی در این خصوص وجود دارد (لیو، ژانگ، سو و وانگ<sup>۱</sup>، ۲۰۱۱).

در سال‌های اخیر به توسعه روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه مبتنی بر تئوری چشم‌انداز توجه نشان داده شده است. اما بررسی تلاش‌های اولیه در به‌کارگیری تئوری چشم‌انداز در روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه نشان می‌دهد توجه کافی در برگزیدن نقطه مرجع صورت نگرفته است. آنچه در تئوری چشم‌انداز حائز اهمیت بسیار است و به عبارتی نقطه کور تئوری محسوب می‌شود نحوه برگزیدن نقطه مرجع است؛ چرا که می‌تواند مستقیماً بر نتایج تصمیم‌گیری تأثیر بگذارد. با توجه به نقش مهم و اهمیت کلیدی نقطه مرجع اما تاکنون مطالعات اندکی در این زمینه وجود داشته و اکثر روش‌های تصمیم‌گیری نقطه مرجع را تنها یک نقطه در نظر می‌گیرند در حالی که وضعیت موجود تصمیم‌گیرنده تحت تأثیر عوامل زیادی است و تحت شرایط یکسان، تصمیم‌گیرندگان گوناگون نقاط مرجع متفاوتی دارند. هم‌چنین برای یک تصمیم‌گیرنده تحت شرایط متنوع ممکن است نقاط مرجع متفاوتی وجود داشته باشد.

روش‌های موجود برای برگزیدن نقطه مرجع عموماً در برگزیدن نقاط میانی، نقاط ایده‌آل مثبت و نقاط ایده‌آل منفی است (لیو، ژانگ، سو و وانگ، ۲۰۱۱). برخی پژوهشگران انتظارات تصمیم‌گیرندگان را نیز به‌عنوان یک نقطه مرجع تعریف کرده‌اند (ویلتون<sup>۲</sup> و همکاران، ۲۰۱۴). انتظارات نوعی استاندارد است که افراد به‌طور پیشرفته‌ای طرح می‌کنند و انتظار دارند که به آن دست یابند. برخی دیگر از نویسندگان (ژو<sup>۳</sup> و همکاران، ۲۰۱۷) به ایرادات وارد بر بهره‌مندی از تنها یک نقطه به‌عنوان نقطه مرجع پرداخته و استفاده از سه نقطه مرجع را پیشنهاد داده‌اند. به اذعان نویسندگان روش‌های موجود برای تعیین نقاط مرجع عموماً تنها بر مبنای یک دیدگاه هستند و بنابراین نمی‌توانند پیچیدگی تصمیم‌گیری در موارد قطعی و مشخص را توضیح دهند. از دیدگاه تصمیم‌گیری رفتاری، نقاط مرجع اهمیت کلیدی و نقشی مهم در طول فرایند تصمیم‌گیری بازی می‌کند. به خصوص برای مسائل تصمیم‌گیری پیچیده که اغلب تحت تأثیر دو یا بیشتر از دو نقطه مرجع هستند. شایان ذکر است سوگیری‌های شناختی نیز مانند سوگیری لنگراندختن می‌تواند استفاده از یک نقطه مرجع را تحت تأثیر قرار دهد.

سه نقطه مرجعی که تاکنون برای مسائل تصمیم‌گیری پیشنهاد شده است عبارت‌اند از: مقدار مورد انتظار (نقطه مرجع درونی)، نقاط مثبت ایده‌آل (نقطه مرجع بیرونی) و سرعت پیشرفت (نقطه مرجع زمانی). نقاط مرجع درونی توانایی‌های درونی یک گزینه را در نظر می‌گیرد که تحت تأثیر عواملی همچون تجربه، دانش، سرمایه و محدودیت‌های

1. Liu, Jin, Zhang, Su & Wang

2. Wilton

3. Zhu

بیرونی مانند تقاضا و... است. مقدار مورد انتظار که نشان‌دهنده نقطه مرجع درونی است عموماً در تئوری چشم‌انداز استفاده می‌شود. تعیین این نقطه مرجع مستلزم مشارکت تصمیم‌گیرنده می‌باشد. به عبارتی مقدار مورد انتظار به‌عنوان راهنمایی عمل می‌کند که فرد برای رسیدن به آن تلاش می‌کند. مقداری که برای تصمیم‌گیرنده هم بسیار مهم می‌باشد. اگر تنها نقاط مرجع درونی وجود داشته باشد و یک گزینه با دیگر گزینه‌ها مقایسه نشود آن‌گاه تصمیم‌گیرنده نمی‌تواند آن موقعیت را به‌طور کامل درک کند و بنابراین مزایای نسبی این گزینه در سیستم ارزیابی نامشخص است. بنابراین ضروری است که نقاط مرجع بیرونی نیز در نظر گرفته شود. نقاط مرجع بیرونی اساساً شکاف بین یک گزینه و رقبای بیرونی‌اش را بدون در نظر گرفتن توانایی‌های آن در نظر می‌گیرد و مقایسه‌ای انجام می‌دهد. در واقع ما اغلب یک شرکت یا یک فرد عالی را به‌عنوان یک مدل در نظر می‌گیریم و هر چه یک شرکت یا فردی به مدل نزدیکتر باشد به این معنی است که بهتر عمل می‌کند. بنابراین نقاط مثبت ایده‌آل نشان‌دهنده همان مدل هستند. نقاط مرجع درونی ظرفیت درونی گزینه‌ها که عموماً در گام‌های گوناگون می‌تواند تغییر کند را نشان می‌دهد. نقاط مرجع بیرونی بر مبنای رقابت با دیگران که با پیشرفت در طول زمان می‌تواند تغییر کند تنظیم می‌شود. برخی از مسائل تصمیم‌گیری در موقعیت‌های پیچیده‌ای مانند برگزیدن محصول high-tech تصمیمی پویا به حساب می‌آیند. بنابراین ضرورت دارد برای اتخاذ تصمیمی جامع پیشرفت پویا در ابعاد گام‌های تصمیم‌گیری را در نظر داشته باشیم. در تصمیم‌گیری پویا هم نقاط مرجع درونی و هم نقاط مرجع بیرونی با پیشرفت پویا تغییر می‌کنند. سرعت پیشرفت مفهوم خوبی برای اندازه‌گیری درجه پیشرفت است و در زندگی روزانه هم مفاهیمی مانند GDP، نرخ رشد، نرخ رشد جمعیت و... معمول است (ژو و همکاران، ۲۰۱۷).

بهره‌مندی از یک نقطه مرجع در روش‌های تصمیم‌گیری نمی‌تواند پاسخ‌گوی پیچیدگی‌های تصمیم‌گیری باشد، بهره‌مندی از سه نقطه مرجع نیز هر چند در ادبیات موضوع مطرح شده است اما از آن‌جاییکه هر نقطه مرجع به‌صورت جداگانه در تابع ارزش در نظر گرفته می‌شود و گویا هر بار یک نقطه مرجع وجود دارد بنابراین این روش نیز نمی‌تواند پاسخ‌گوی پیچیدگی‌های تصمیم‌گیری باشد. محاسبات تئوری چشم‌انداز این اجازه را به هر نقطه مرجعی می‌دهد که مورد استفاده قرار بگیرد اما به نقاط مرجع چندگانه این اجازه را نمی‌دهد تا به‌صورت هم‌زمان در نظر گرفته شوند. بنابراین در این حوزه نیازمند تئوری‌هایی هستیم که بتواند امکان تعامل چندین نقطه مرجع را فراهم آورد. در سال‌های اخیر مطالعات روانشناسی صورت گرفته در حوزه تئوری چشم‌انداز و به خصوص شیوه تعیین نقطه مرجع؛ نشان می‌دهد بهره‌مندی از سه نقطه مرجع باید هم‌زمان با هم در نظر گرفته شود (کوپ و جانسون<sup>۱</sup>، ۲۰۱۲). اما ادبیات موضوع چگونگی بهره‌مندی هم‌زمان از سه نقطه مرجع را مورد بحث و بررسی قرار نداده است. از این‌رو این پژوهش قصد دارد این شکاف پژوهشی در حوزه ادبیات تصمیم‌گیری را با پشتوانه مطالعات تجربی که تاکنون بر روی نقطه مرجع انجام شده است پر کند و شیوه تعیین نقطه مرجع در روش‌های تصمیم‌گیری را توسعه دهد تا مدل‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه مبتنی بر تئوری چشم‌انداز به ویژگی‌های دنیای واقعی نزدیک‌تر شوند.

ساختار مقاله در بخش‌های بعد به‌گونه‌ای زیر است. در بخش دوم به بیان ریشه شکل‌گیری و آگزیم‌های نظریه مطلوبیت مورد انتظار پرداخته می‌شود. در بخش سوم تئوری چشم‌انداز ارائه می‌شود. از آنجایی که تئوری چشم‌انداز نقطه

ابهامی در نقطه مرجع دارد در بخش چهارم به تئوری‌هایی پرداخته می‌شود که به چند نقطه مرجع اشاره دارند. در بخش پنجم به تئوری مطلوبیت چند شاخصه و کاربرد تئوری چشم‌انداز در آن پرداخته می‌شود. در بخش ششم مدل پیشنهادی مطرح شده و در بخش هفتم مثالی عددی برای برگزیدن تأمین‌کننده سیستم‌های هواپیمایی حل می‌شود تا قابلیت کاربرد آن در عمل نشان داده شود. نتیجه‌گیری و پیشنهادهای حاصل از پژوهش در بخش هشتم ارائه می‌شود.

## پیشینه پژوهش

### پارادوکس سن پترزبورگ

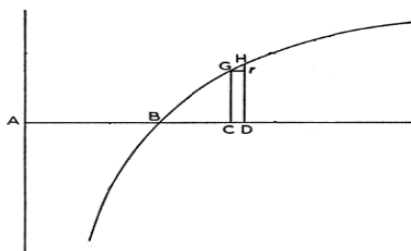
تئوری مطلوبیت مورد انتظار (EUT) در پاسخ به پارادوکس سنت پترزبورگ برای نخستین بار توسط دانیل برنولی (۱۷۳۸) ارائه شد. این پارادوکس بر پایه یک بازی ساده با پرتاب یک سکه سالم شکل می‌گیرد. فرض کنید یک بازیکن پرتاب سکه را شروع می‌کند. اگر سکه خط آمد بازی تمام می‌شود. اما اگر سکه شیر بیاید بازی ادامه می‌یابد. در هر پرتاب که سکه شیر بیاید مقداری پول به فرد داده می‌شود که در هر پرتاب دو برابر مقدار قبلی است. حال پرسش اینجاست که هر فرد چقدر برای ورود به این بازی پرداخت می‌کند؟ به عبارتی مبلغ ورودی برای این بازی چه مقدار باید باشد تا بازی برای فرد منصفانه باشد؟ احتمال شیر آمدن سکه در پرتاب یکم  $\frac{1}{2}$  است. اگر در پرتاب دوم نیز شیر حاصل شود یعنی پرتاب یکم شیر آمده است که بازی ادامه یافته است. بنابراین احتمال شیر آمدن در پرتاب دوم  $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$  است. به همین ترتیب امید ریاضی این بازی برابر است با:

$$E = \left(\frac{1}{2} \times 1\right) + \left(\frac{1}{4} \times 2\right) + \left(\frac{1}{8} \times 4\right) + \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2} = \infty \quad (\text{رابطه ۱})$$

مفهوم رایج این بود که قماربازان ارزش پولی مورد انتظار قماربازی و نه چیزی بیشتر را می‌پردازند. بنابراین با توجه به این مفهوم برای بازی بالا هر فرد باید با هر مبلغ ورودی در این بازی شرکت کند؛ چرا که ارزش پولی مورد انتظار این بازی برابر با بی‌نهایت است. اما در عمل برخی از افراد حاضر به پرداخت مثلاً ۲۵ دلار هم نیستند چرا که با خود فکر می‌کنند ممکن است در پرتاب دوم خط بیاید و من بازی را بایزم. بنابراین تفاوت بین آنچه تئوری ارزش مورد انتظار به دست می‌دهد با آنچه مردم حاضر به پرداخت برای آن هستند پارادوکس سنت پترزبورگ را شکل می‌دهد.

### تئوری مطلوبیت برنولی

برنولی این‌طور نتیجه گرفت که با توجه به اینکه افراد تنها حاضر به پرداخت مبلغ کمی برای این نوع از قماربازی‌ها هستند، بنابراین برای افراد هر پرداختی یک مطلوبیتی دارد و آن‌ها بر پایه مطلوبیت مورد انتظار تصمیم‌گیری می‌کنند. برنولی بین مقدار واقعی پول و ارزش روان‌شناسی یا مطلوبیت پول ارتباط ایجاد کرد. راه‌حل وی برای پاسخ به این پارادوکس کاهشی بودن مطلوبیت نهایی پول است. او این قانون را بر پایه تجربه و نه بر پایه استدلال و انتزاعات ذهنی به دست آورد که بر پایه آن با افزایش کوچک میزان دارایی میزان مطلوبیت هر واحد کاهش می‌یابد. برنولی این موضوع را به شکل ریاضی به‌گونه‌ی شکل ۱ توضیح داد (برنولی، ۱۷۳۸):



شکل ۱. نمودار مطلوبیت برنولی

مقدار کالایی که فرد از قبل مالک بوده است با  $AC$  نشان داده شده و  $CD$  نشان دهنده عایدی کوچکی در دارایی است که افزایش مطلوبیتی متناظر با  $Hr$  دارد.  $b$  مقداری ثابت است که با توجه به مفهوم مشتق میزان تغییرات در مطلوبیت از معادله زیر به دست می آید:

$$dy = \frac{bdx}{x} \quad \text{رابطه ۲}$$

$$y = b \log \frac{x}{\alpha} \quad \text{رابطه ۳}$$

برای درک بهتر معادله به روابط زیر دقت کنید، اگر

$$AC = x \quad CD = dx \quad CG = y \quad rH = dy \quad AB = \alpha$$

آنگاه  $\frac{dx}{x}$  میزان تغییرات را می سنجد.  $y$  از انتگرال گیری رابطه ۲ به دست می آید.  $b$  نیز مقداری ثابت است.

### تئوری مطلوبیت مورد انتظار

طرز کار نظریه رسمی تصمیم گیری در شرایط ریسک که «نظریه مطلوبیت مورد انتظار» نامیده می شود در سال ۱۹۴۴ توسط جان ون نیومن ریاضی دان و اسکار مورگن اشترن اقتصاددان منتشر شد. طریقه نظریه سازی نوشتن سلسله ای از آگزیوم های انتخاب عقلایی بود. در ادامه آنها استنتاج کردند که متابعین این آگزیوم ها (اصول متعارف) چطور رفتار می کنند. جنبه های اصلی EUT ترجیحات و آگزیوم ها ۱ است که تصمیمات در شرایط ریسک و عدم اطمینان را مشخص می کند (نیومن و مورگن اشترن<sup>۲</sup>، ۱۹۴۵). اکثر این آگزیوم ها بر این پیش فرض استوار هستند که افراد عقلایی بوده و ترجیحاتی مشخص و تعریف شده دارند. در ادامه به تشریح این آگزیوم ها پرداخته می شود.

### آگزیوم های تئوری مطلوبیت مورد انتظار

تئوری مطلوبیت مورد انتظار از سه آگزیوم جداگانه می تواند منتج شود: ترتیب، پیوستگی و استقلال.

- ترتیب، آگزیوم ترتیب شامل اصل کامل بودن<sup>۳</sup> و اصل انتقال پذیری<sup>۴</sup> است. اصل کامل بودن به معنای آن است که فرد همواره بتواند بین دو گزینه انتخاب کند. برای هر دو پیامد  $q$  و  $r$ ، یکی از این موارد درست است: یا  $(q$  را به  $r$ )

1. Axioms  
2. Von Neumann & Morgenstern  
3. Completeness  
4. Transitivity

یا ( $r$  را به  $q$ ) ترجیح داده و یا نسبت به این دو بی تفاوت است. به عبارتی برای همه پیامدهای  $q$  و  $r$ ،  $q > r$  یا  $r > q$  که معرف رابطه «ترجیح دارد بر» می‌باشد. به همین ترتیب اصل انتقال‌پذیری مستلزم آن است که برای هر چشم‌انداز  $q$  و  $r$  و  $s$  اگر  $q > r$  و  $r > s$  سپس  $q > s$ . به عبارت دیگر انتقال‌پذیری ترتیب عقلایی ترجیحات را بیان می‌کند.

- **پیوستگی.** پیوستگی به این معناست که هیچ جهشی در ترجیحات افراد وجود ندارد. به عبارت دیگر تغییرات کوچک در احتمالات، در طبیعت رتبه‌بندی بین لاتاری‌ها تغییری ایجاد نمی‌کند. به بیان ریاضی در صورتی که سه لاتاری  $q$  و  $r$  و  $s$  به گونه‌ی  $q > r > s$  داشته باشیم، یک احتمال  $p$  به صورتی که  $r$  به طور مساوی به اندازه  $pq + (1 - p)s$  خوب باشد وجود دارد. به عبارتی پیوستگی مستلزم آن است که برای هر چشم‌انداز  $q$  و  $r$  و  $s$  که  $q > r$  و  $q > s$  و  $r > s$  آنگاه باید  $p$  وجود داشته باشد به طوریکه  $r \sim [(q; p); (s; 1 - p)]$  در اینجا  $\sim$  نشان‌دهنده بی‌تفاوتی است.

- **استقلال.** استقلال به این معناست که در صورتی که من قورمه سبزی را به قیمه برای شام ترجیح می‌دهم در صورتی که یک سالاد شیرازی هم به عنوان دسر علاوه بر غذای اصلی به من پیشنهاد شود ترجیحات من بین قورمه سبزی و قیمه تغییری نمی‌کند. به بیان ریاضی استقلال نیازمند این است که برای چشم‌اندازهای  $q$  و  $r$  و  $s$  اگر

$$q > r \text{ آنگاه برای هر } p \text{ داریم: } [(q; p); (s; 1 - p)] > [(r; p); (s; 1 - p)]$$

در صورتی که تمام این اصول برقرار باشد، یک تابع مطلوبیت وجود دارد که فرد یک لاتاری را به لاتاری دیگر ترجیح می‌دهد اگر و تنها اگر مقدار انتظاری مطلوبیت آن از دیگری بیشتر باشد. مطلوبیت انتظاری هر لاتاری را می‌توان به صورت ترکیب خطی از مطلوبیت نتایج گوناگون نشان داد که در آن وزن مطلوبیت هر نتیجه با احتمال رخداد آن برابر است. ترجیحات نسبت به چشم‌اندازها می‌تواند به وسیله تابع  $u(0)$  نشان داده شود که به هر چشم‌انداز یک مقدار حقیقی نسبت می‌دهد. تابع  $u(0)$  این گونه بین چشم‌اندازها عمل می‌کند که یک فرد چشم‌انداز  $q$  را نسبت به چشم‌انداز  $r$  انتخاب می‌کند اگر و تنها اگر مقادیر شاخص  $q$  کمتر از مقادیر شاخص  $r$  نباشد. همچنین ما فرض می‌کنیم که افراد این تابع را بیشینه می‌نمایند (سوهنن، ۲۰۰۷).

$$u(q) \geq u(r) \leftrightarrow q \geq r \quad \text{رابطه ۴}$$

### تئوری چشم‌انداز

تئوری چشم‌انداز یا تئوری چشم‌انداز تجمعی توسط دنیل کانمن و آمورس تورسکی مدل‌سازی شد (۱۹۷۹، ۱۹۹۲). آن‌ها به بررسی تصمیم‌گیری در شرایط ریسک و عدم اطمینان با به کارگیری علوم رفتاری پرداختند. کانمن (۱۹۹۲) حتی استدلال کرد افراد لزوماً به دنبال بیشینه‌سازی مطلوبیت شان نیستند. آن‌ها به پارادوکس‌ها و مسائل مطرح شده در تئوری مطلوبیت مورد انتظار پاسخ دادند.

در تئوری مطلوبیت انتظاری، مطلوبیت هر انتخاب بر پایه احتمال تحقق آن  $p$  (احتمال عینی) سنجیده می‌شود در



حالی که تئوری چشم‌انداز ترجیح هر انتخاب را بر پایه وزن تصمیم  $\pi(p)$  (احتمال یا اهمیت ذهنی) می‌سنجد که با احتمال تحقق آن متفاوت است. وزن تصمیم به احتمالات کوچک بیشتر وزن می‌دهد و آن را بیشتر تخمین می‌زند در حالی که به احتمالات متوسط و بزرگ کمتر وزن می‌دهد و آن را کمتر تخمین می‌زند. تئوری چشم‌انداز به جای مطلوبیت  $u$  به ارزش  $v$  می‌پردازد و به جای تمرکز بر مطلوبیتی که بر پایه ثروت خالص تعریف شده، ارزش بر پایه تغییر در سود و زیان (تغییر از نقطه مرجع) معرفی می‌کند.

بر پایه نظریه چشم‌انداز، ترجیحات افراد در تصمیم‌گیری به‌طور توأم به تابع ارزش  $v(x_i)$  و احتمالات وزنی  $\pi_i$  هر تصمیم بستگی دارد. تابع ارزش تعیین کننده میزان عایدی و تابع احتمال وزنی نیز نشان‌دهنده اهمیت هر تصمیم است (کانمن و تورسکی، ۱۹۷۹).

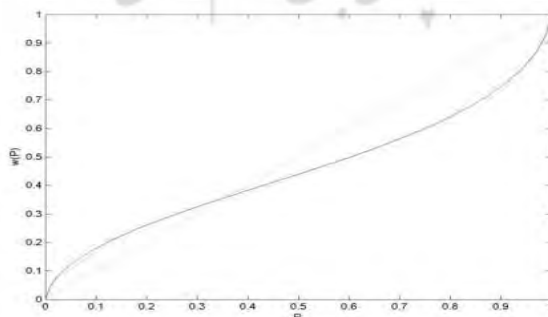
$$\sum_{i=-m}^n \pi_i v(x_i) \quad \text{رابطه ۵}$$

بنابراین تابع چشم‌انداز از تابع ارزش و تابع احتمال وزنی تشکیل شده است و با تعیین پارامترهای این توابع می‌توان شکل نظریه چشم‌انداز را تعیین کرد. برای ارزیابی میزان ارزش و تابع احتمال وزنی در نظریه چشم‌انداز، توابع گوناگونی ارائه شده است و تقریباً همه پژوهش‌ها شکل پیشنهادی تابع چشم‌انداز کانمن و تورسکی را تایید می‌کنند (پیچر، ۲۰۰۸).

کانمن و تورسکی در تئوری چشم‌انداز تجمعی تابع احتمال وزنی را به‌صورت زیر پیشنهاد دادند.

$$\pi(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{1/\delta}} \quad \text{رابطه ۶}$$

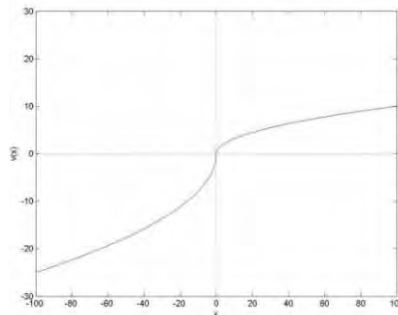
در این تابع،  $\pi(p)$  نشان‌دهنده تابع احتمال وزنی،  $\delta$  نشان‌دهنده کشیدگی تابع احتمال وزنی و  $p$  نشان‌دهنده احتمالات گوناگون است. در شکل ۲ خط پیوسته بر پایه  $\delta = 0.65$  و خط چین بر پایه  $\delta = 1$  رسم شده است (کانمن و تورسکی، ۱۹۹۲).



شکل ۲. تابع احتمالات وزنی در تئوری چشم‌انداز تجمعی

منبع: کانمن و تورسکی (۱۹۹۲)

تابع ارزش تابع مطلوبیتی است که بر پایه مفاهیم عایدی و زیان تعریف شده است. تابع در دامنه عایدی که منعکس کننده ریسک‌گریزی است مقعر بوده و در دامنه زیان که بازتابی از ریسک‌پذیری است محدب می‌باشد. تابع در منطقه زیان نسبت به منطقه سود شیب بیشتری دارد. شکل ۳ تابع ارزش را نشان می‌دهد (کانمن و تورسکی، ۱۹۹۲).



شکل ۳. تابع ارزش نظریه چشم‌انداز

منبع: کانمن و تورسکی (۱۹۹۲)

کانمن و تورسکی پیشنهاد دادند که اگر در وضعیت سود قرار داشته باشیم یعنی  $x > 0$  آنگاه تابع ارزش:

$$v(x) = x^{\alpha G} \quad \text{رابطه ۷}$$

و اگر در وضعیت زیان قرار داشته باشیم یعنی  $x < 0$  آنگاه:

$$v(x) = -\gamma_L(-x)^{\alpha L} \quad \text{رابطه ۸}$$

$\alpha G$  و  $\alpha L$  به ترتیب توان  $x$  در فاصله عایدی ( $G$  به‌عنوان نمادی از *Gain*) و زیان ( $L$  به‌عنوان نمادی از *Loss*) است. بر پایه محاسبات کانمن و تورسکی مقدار  $\alpha$  حدود  $0/88$  به‌دست آمده است.  $\gamma$  نیز ضریب زیان‌گریزی است که نشان می‌دهد به لحاظ روان‌شناسی تحمل یک زیان (درد) مشخص با روبرو شدن با همان مقدار درآمد چه رابطه‌ای دارد. عموماً مقدار  $\gamma$   $2/5$  در نظر گرفته می‌شود البته براساس محاسبات تورسکی این مقدار  $2/25$  به‌دست آمده است. ساختاری که کانمن و تورسکی در گام ارزیابی و محاسبه مطلوبیت پیشنهاد می‌دهند در شکل ۳ نشان داده شده است. در این گام نتایج بالقوه و احتمالات مربوطه در قالب تابع ارزش  $VF$  نشان داده می‌شود، که برای هر نتیجه یک ارزش را متناظر می‌کند.

نقطه مرجع تابع در وسط تابع قرار دارد. عدم تقارن شکل تابع بر آن دلالت می‌کند که با تغییر معین و یکسان در مقدار مطلق ارزش، تأثیر متفاوتی بر ناحیه زیان نسبت به ناحیه سود به وجود می‌آید. فشار وارده بر زیان بزرگتر از سود بوده که این نتیجه پدیده زیان‌گریزی است.

برای تمامی ترکیب‌ها ارزش  $VF$  محاسبه می‌شود سپس ترکیبی که بالاترین ارزش را ایجاد می‌کند انتخاب

می‌شود:

$$VF = \sum_{i=-m}^n v(X_i)\pi(p_i) \quad \text{رابطه ۹}$$

یا به عبارت دیگر:

$$V = \pi(p_1)v(x_1) + \pi(p_2)v(x_2) + \dots + \pi(p_n)v(x_n) \quad \text{رابطه ۱۰}$$

مطلوبیت از مجموع حاصلضرب‌های تابع احتمالات وزنی در نتایج یا پیامدهای تصمیم به دست می‌آید.  $x_i$ ها نتایج یا پیامدهای تصمیمات نسبت به نقطه مرجع  $Z$  هستند ( $X_i = X - Z$ ).  $p_i$ ها احتمالات مربوط به هر نتیجه است. تابع  $W$  تابع احتمالات وزنی تصمیم‌گیری است که نشان می‌دهد افراد وزن بیشتری را برای واکنش به رخدادهای با احتمال وقوع کم در نظر می‌گیرند اما نسبت به رخدادهای دارای احتمالات وقوع متوسط و بالا واکنش کمتری نشان می‌دهند (سعیدی و فرهانیان، ۱۳۹۴: ۱۷۵-۱۸۰).

### تئوری‌های نقطه مرجع چندگانه

نظریه چشم‌انداز نیز خطاهای خود را دارد. فرض نظریه چشم‌انداز را در نظر بگیرید که در آن نقطه بازگشت که معمولاً همان وضعیت موجود است، ارزشی برابر با صفر دارد. این فرضیه که به نظر معقول می‌آید ممکن است منجر به نتایج ناخوشایندی شود. مثال زیر را در نظر بگیرید؛ کدام گزینه مطلوب‌تر است؟

الف) امکان یک در میلیون بردن یک میلیون دلار

ب) ۹۰ درصد احتمال بردن ۱۲ دلار و ۱۰ درصد احتمال بردن هیچ چیز

ج) ۹۰ درصد احتمال بردن یک میلیون دلار و ۱۰ درصد احتمال بردن هیچ چیز

بردن هیچ چیز در دو مورد اول رویدادی عادی است و داشتن ارزش صفر برای آن معنی‌دار به نظر می‌رسد. در مقابل برنده نشدن در سومی بی‌اندازه ناامید کننده است. مانند افزایش حقوقی که به گونه غیررسمی وعده داده شده باشد احتمال بالای بردن مقدار زیادی پول نقطه مرجع جدید ایجاد می‌کند. بسته به توقع شما هیچ چیز ممکن است باختی بزرگ تلقی شود. نظریه چشم‌انداز نمی‌تواند با این واقعیت کنار بیاید؛ زیرا اجازه نمی‌دهد وقتی وقوع یک نتیجه بسیار بعید هست (در اینجا بردن هیچ چیز) ارزش آن نتیجه تغییر کند. به عبارتی نظریه چشم‌انداز نمی‌تواند «نارضایتی<sup>۱</sup>» را در نظر بگیرد. البته بسیاری از اقتصاددانان و روان‌شناسان مدل‌های تصمیم‌گیری ارائه داده‌اند که بر پایه احساسات مانند تاسف<sup>۲</sup> و نارضایتی هستند اما مسئله این است که نظریه تاسف پیش‌بینی‌های اندکی ارائه می‌دهد (کانمن، ۲۰۱۱). علاوه بر این، ایده اصلی در نظریه چشم‌انداز این است که افراد سود و زیان را براساس یک نقطه مرجع درک می‌کنند اما نحوه محاسبه نقطه مرجع مشکل است. کانمن و تورسکی نیز اشاره اندکی به نحوه محاسبه این نقطه مرجع می‌نمایند (باربریس، ۲۰۱۳).

فرض اساسی در تئوری چشم‌انداز این است که یک نقطه مرجع ثابت و تک وجود دارد که اغلب توسط وضعیت موجود یا سطح جاری ثروت تعریف می‌شود. البته کانمن و تورسکی (۱۹۷۹: ۲۸۶) اذعان دارند که «موقعیت‌هایی وجود

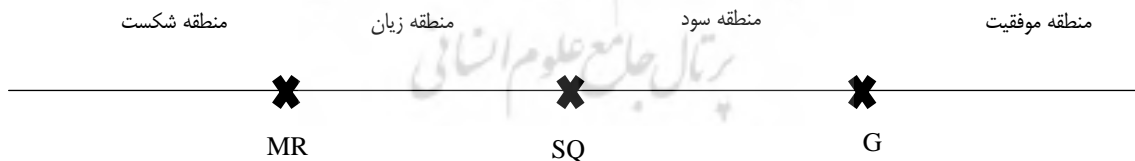
دارد که سودها و ضررها در ارتباط با یک سطح انتظارات و آروزها کدگذاری می‌شوند که از وضعیت موجود متفاوت است». با این حال پژوهش‌های اندکی این موقعیت‌ها را بررسی کرده است که در این بخش به مطالعاتی که در این زمینه انجام شده است پرداخته می‌شود.

### تئوری اثر تصمیم

تئوری اثر تصمیم (ملرز، اسکارتز، هو و رایتو<sup>۱</sup>، ۱۹۹۷) بیان می‌کند که فرایند تصمیم‌گیری یک فرایند شناختی و صرفاً عقلایی نیست بلکه احساسات، عواطف و هیجانات فرد بر آن تأثیر می‌گذارد. آنها اذعان می‌کنند که نتایج تنها در ارتباط با وضع موجود طبق تئوری چشم‌انداز ارزیابی نمی‌شود بلکه انتظارات را شامل می‌شود و بر پایه احساسات موردانتظار منجر به انتخاب می‌شود. ملرز و همکاران (۱۹۹۷: ۴۲۷) اشاره می‌کنند که احساسات ناشی شده از مقایسه‌ها برای تصمیم‌گیری حیاتی هستند. برای مثال، حتی زمانی که یک فرد یک نتیجه مثبت دریافت می‌کند، این پیامد ممکن است احساسات منفی را برانگیزاند اگر پیامد جایگزین بهتری وجود داشت. به عبارت دیگر، «سودها می‌تواند ناامید کننده و ضررها می‌تواند خوشحال کننده باشد». بنابراین احساسات مورد انتظار منجر به برگزیدن می‌شود. با این حال این تئوری صراحتاً نقطه مرجعی مانند اهداف را در نظر نمی‌گیرد و ارزیابی‌ها را بر پایه گزینه‌های جایگزین هم زمان متمرکز می‌کند.

### تئوری سه نقطه مرجع

وانگ و جانسون<sup>۲</sup> (۲۰۱۲) تئوری سه نقطه مرجع (TRP)<sup>۳</sup> برای تصمیم‌گیری تحت شرایط ریسک را معرفی کردند که سه نقطه حداقل الزامات (MR)<sup>۴</sup> وضعیت موجود (SQ)<sup>۵</sup> و اهداف (G)<sup>۶</sup> را در نظر می‌گیرد. تئوری TRP چندین فرض خاص درباره وابستگی نقاط مرجع دارد. اول اینکه تصمیم‌گیرندگان به‌طور هم‌زمان میل دارند که به هدف G دست یابند، بالاتر از MR بمانند و وضعیت موجود خود SQ را بهبود دهند. این نقاط مرجع فضای پیامدها را به نواحی مشخص شکست<sup>۷</sup> (پایین‌تر از MR)، زیان (بالاتر از MR اما پایین‌تر از SQ)، سود (بین SQ و G) و موفقیت<sup>۸</sup> (بالاتر از G) تقسیم می‌کند.



شکل ۴. تقسیم‌بندی نواحی گوناگون تابع ارزش در تئوری سه نقطه مرجع

1. Mellers, Schwartz, Ho & Ritov
2. Wang & Johnson
3. Tri-reference point
4. Minimum requirements
5. Status Quo
6. Goals
7. Failure
8. Success

اثر روانی دستیابی یا شکست در دستیابی به این نقاط مرجع، به ترتیب این گونه رتبه‌بندی می‌شود.  $MR > G > SQ$ . افراد در نقطه  $MR$  ریسک‌گریز هستند. رفتارهایی که افراد در اطراف نقاط مرجع از خود بروز میدهند با مدل‌های مبتنی بر یک نقطه مرجع مانند تئوری چشم‌انداز قابل توضیح نیست.

تئوری TRP پیش‌بینی می‌کند که افراد تمایل قوی به ریسک‌پذیری نشان می‌دهند وقتی که گزینه ریسکی به آن‌ها فرصت بالارفتن از یک نقطه مرجع را بدهد. به‌طور یکسان، افراد ریسک‌گریز می‌شوند وقتی که گزینه ایمن‌تر فرصت ماندن بالای نقطه مرجع را تضمین می‌کند. برگزیدن بین قمار  $A = \{450.0.5; 550.0.5\}$  و قمار  $B = \{400.0.5; 600.0.5\}$  با این مفروضات که  $MR$  صفر است،  $SQ$  برابر با ۳۰۰ و  $G$  برابر با ۶۰۰ است؛ را در نظر بگیرید. از آنجایی که  $A$  و  $B$  بالاتر از وضعیت موجود  $SQ$  است، تئوری چشم‌انداز انتخاب  $A$  را پیش‌بینی می‌کند چرا که گزینه با ریسک کمتر است. در مقابل تئوری TRP انتخاب  $B$  را پیش‌بینی می‌کند؛ چرا که به افراد اجازه می‌دهد که به هدف ۶۰۰ خود دست یابند.

از آنجایی که  $MR$  مهمترین است، باید مطابق با تئوری TRP بیشترین وابستگی رفتار به این نقطه مرجع باشد و سپس توسط  $G$  و  $SQ$  (وانگ و جانسون، ۲۰۱۲).

### تئوری مطلوبیت چند شاخصه

در نظریه مطلوبیت چندشاخصه مدل‌سازی ترجیحات تصمیم‌گیرنده نقشی کلیدی دارد. تابع مطلوبیت تصمیم‌گیرنده صراحتاً با به‌کارگیری اطلاعات ترجیحی که از فرد پرسیده می‌شود استخراج می‌شود (سالمن و والنس، ۱۹۹۳). نظریه مطلوبیت چندشاخصه اغلب زمانی استفاده می‌شود که ریسک و عدم قطعیت نقشی اساسی در تعریف و ارزیابی گزینه‌ها داشته باشد. تمرکز این روش بر ساختار گزینه‌های چندمعیاره یا چندشاخصه در شرایط ریسک و عدم اطمینان و بر مبنای شیوه‌هایی برای ارزیابی ارزش‌های فردی و احتمالات ذهنی است. نقطه تمایز اساسی میان روش‌های برگرفته از نظریه مطلوبیت با سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه در نقش تابع ارزش است. به‌طور کلی در نظریه مطلوبیت چندشاخصه، تابع ارزش تصمیم‌گیرنده عینی و آشکار در نظر گرفته می‌شود در حالی که سایر روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه نیازی به این تابع ندارند. تئوری مطلوبیت چندشاخصه بر پایه تئوری مطلوبیت مورد انتظار مدل‌سازی شده است. این نظریه مجموعه‌ای از قضاوت‌های ذهنی و روش‌های امتیازدهی را به منظور ارزیابی گزینه‌ها بر حسب چندین شاخص با یکدیگر ترکیب می‌کند. دلیل و انگیزه اصلی از کاربرد مفهوم مطلوبیت در نظریه تصمیم‌گیری آن است که همانند روش تئوری مطلوبیت مورد انتظار اگر مطلوبیت مناسبی به هر یک از نتایج ممکن اختصاص و مطلوبیت مورد انتظار هر گزینه محاسبه شود، آنگاه گزینه‌ای با بالاترین مطلوبیت به‌عنوان بهترین گزینه انتخاب می‌شود. گزینه انتخابی بر این اساس بیشترین هم‌خوانی را با خواسته‌های تصمیم‌گیرنده خواهد داشت (رضوی و همکاران، ۱۳۹۳).

نظریه مطلوبیت چندشاخصه به‌عنوان یک روش تصمیم‌گیری کاربردهای فراوانی در ایالات متحده آمریکا و به‌ویژه در مسائل اقتصادی و مالی داشته است. نخستین تلاش‌ها در زمینه کاربرد رسمی روش‌های مبتنی بر مطلوبیت در مسائل

تصمیم‌گیری به کارهای پژوهشگرانی نظیر رایفا در دهه ۱۹۶۰ و ادوارد در سال ۱۹۷۷ بازمی‌گردد که ترجیحات تصمیم‌گیرنده درباره تمامی گزینه‌های ممکن را با به‌کارگیری یک تابع عددی تحت عنوان تابع مطلوبیت نشان دادند (کینی و رایفا، ۱۹۹۳). ایده اساسی و زیربنایی نظریه مطلوبیت در استخراج تابع مطلوبیت نهفته است. در واقع پس از استخراج (تشکیل) تابع مطلوبیت در چارچوب تصمیم‌گیری، می‌توان از این تابع برای تعیین امتیاز یا مطلوبیت تمام گزینه‌های پیش روی تصمیم‌گیرنده استفاده کرد. این امتیازات برای رتبه‌بندی اقدامات نیز قابل بهره‌مندی می‌باشند.

تابع مطلوبیت در واقع ابزاری برای بیان ترجیحات به زبان ریاضی است. یک مسئله تصمیم‌گیری درباره ارزیابی مجموعه‌ای از گزینه‌ها، بر حسب مجموعه شاخص‌های  $\{j_1; j_2; \dots; j_n\}$  را در نظر بگیرید. تابع مطلوبیت که ترجیحات تصمیم‌گیرنده را نشان می‌دهد تابعی بر حسب شاخص‌های تصمیم‌گیری به صورت زیر است.

$$U = U(j_1; j_2; \dots; j_n) \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

این تابع در واقع ترجیحات تصمیم‌گیرنده را به گونه‌ای تابعی از شاخص‌های تصمیم‌گیری نشان می‌دهد. به عبارت دیگر، چنانچه ترجیحات تصمیم‌گیرنده را جویا شویم، پاسخ او بر پایه تابع مشخص و نامعلومی مانند  $U$  خواهد بود. در این میان نقش تحلیلگر آن است که با طرح سؤالات مناسب از تصمیم‌گیرنده، نسبت به ارائه برآوردی از این تابع اقدام کند. روش کار در رویکرد تئوری مطلوبیت چندشاخصه (MAUT) به طور خلاصه به این شرح است: ارزیابی از طریق تئوری مطلوبیت چندشاخصه معمولاً با تجزیه این تابع به  $m$  تابع مطلوبیت تک شاخصه انجام می‌شود. هر کدام از این توابع مطلوبیت تک شاخصه که به گونه‌ای  $U_j(y_j); j = 1; 2; \dots; n$  تعریف می‌شوند، درجه مطلوبیت و تمایل را از دید تصمیم‌گیرنده برای مقادیر ممکن شاخص  $j$  نشان می‌دهند. در این میان دو مقدار  $U_L$  و  $U_H$  از اهمیت ویژه‌ای برخوردارند. به طور کلی  $U_L$  معرف مقداری است که درجه مطلوبیت به کمترین حد خود یا صفر می‌رسد، در حالیکه  $U_H$  نشان‌دهنده مقداری است که در آن درجه مطلوبیت به بیشترین حد خود یعنی یک یا ۱۰۰ درصد می‌رسد؛

$$U_i(U_L) = 0 \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$U_i(U_H) = 1$$

این دو مقدار در دو سر یک طیف قرار می‌گیرند که مطلوبترین و نامطلوبترین میزان از یک موضوع (مثلاً شاخص تصمیم‌گیری) را از نظر تصمیم‌گیرنده مشخص می‌نمایند. در واقع مقادیر مطلوبیت بدست آمده در مسائل تصمیم‌گیری نیز مابین دو مقدار  $U_L$  و  $U_H$  (۰ و ۱) تغییر می‌کنند. تابع مطلوبیت را می‌توان به عنوان مبنایی برای تشریح نظرات یک تصمیم‌گیرنده نسبت به ریسک به کار برد، تغییرات مذکور برای درجه تمایل به نوع دیدگاه ریسک تصمیم‌گیرنده برمی‌گردد که تابع خط مستقیم برای دیدگاه ریسک خنثی می‌باشد. این تابع به گونه‌ای رابطه ۱۳ است که در آن  $c_j$  و  $d_j$  اعداد ثابت‌اند

$$U_j(y_j) = c_j y_j + d_j \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

بر این اساس، در نهایت تابع مطلوبیت چندشاخصه به شکل رابطه ۱۴ نوشته می‌شود که در آن  $u_j(y_j)$  یک تابع مطلوبیت تک شاخصه برای شاخص  $j$  بوده و مقدار آن از صفر تا یک تغییر می‌کند.  $y_j$  دامنه‌ای از مقادیر است که شاخص  $j$  اختیار می‌کند و  $w_j$  وزن (اهمیت نسبی) شاخص را نشان می‌دهد. وزن‌ها مقادیر مثبتی هستند که مجموع آن‌ها عدد یک را حاصل می‌کنند، یعنی  $\sum_{j=1}^m w_j = 1$ .

$$(y_1; y_2; \dots; y_n) = w_1 u_1(y_1) + w_2 u_2(y_2) + \dots + w_n u_n(y_n) \quad \text{رابطه ۱۴}$$

### استفاده از تئوری چشم‌انداز در تئوری مطلوبیت چندشاخصه

در تئوری مطلوبیت چندشاخصه ترجیحات تصمیم‌گیرنده با به‌کارگیری تابع مطلوبیتی که مستقل از هر گونه نقطه مرجعی است مدل‌سازی شده است. در سال‌های اخیر تئوری چشم‌انداز به‌عنوان جایگزینی برای تئوری مطلوبیت مورد انتظار مورد توجه قرار گرفته است و روش‌های تصمیم‌گیری نیز بر مبنای این تئوری توسعه یافته‌اند. در تئوری چشم‌انداز نقطه مرجع نقشی بسیار مهم و کلیدی دارد. مشکل اصلی در به‌کارگیری تئوری چشم‌انداز از یافتن نقطه مرجع نشات می‌گیرد. ادبیات تئوری چشم‌انداز اشاره اندکی به تعیین نقطه مرجع می‌کند. با این حال با مرور مطالعاتی که برای به‌کارگیری تئوری چشم‌انداز در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره تلاش کرده‌اند، نشان می‌دهد این مطالعات از نخست تنها از یک نقطه مرجع مانند وضعیت موجود، اهداف و گزینه ایدئال استفاده کرده‌اند (سالمن و والس، ۱۹۹۳). برخی از این مطالعات نقطه مرجع را به‌گونه‌ای (جون هوآ و یی ون، ۲۰۰۹؛ هو و چن، ۲۰۰۹) و برخی دیگر سه نقطه‌ای (ژو، وانگ و چن، ۲۰۱۷) به‌کار گرفته‌اند. بهره‌مندی از نقاط مرجع تک نقطه‌ای به‌گونه‌ای اعداد قطعی، فازی و بازه‌ای و بهره‌مندی از سه نقطه مرجع نیز به‌گونه‌ای اعداد بازه‌ای بوده است. جدول ۱ اطلاعات بالا را به‌گونه‌ای خلاصه نشان می‌دهد.

جدول ۱. خلاصه پژوهش‌های انجام شده در استفاده از تئوری چشم‌انداز در تئوری مطلوبیت چندشاخصه

بازه‌ای	فازی		قطعی	نشیوه نمایش اعداد نقطه مرجع
	شهودی	ذوزنقه‌ای		
			جون هوآ و یی ون (۲۰۰۹)	یک نقطه
		وانگ، سون و چن (۲۰۰۹)		
		لیو، ژانگ و وانگ (۲۰۱۱)		
	هو، چن و چن (۲۰۱۴)			سه نقطه
	هو، چن و لیو (۲۰۰۹)			
	ژو و همکاران (۲۰۱۷)			

در ادامه گام‌های به‌کارگیری تئوری چشم‌انداز در روش‌های تصمیم‌گیری، زمانی که مقادیر ارزیابی گزینه‌ها نسبت به شاخص‌ها و نیز احتمالات به‌صورت اعداد بازه‌ای بیان شده باشند تشریح می‌شود:

فرض کنید  $A = (a_1; a_2; \dots; a_m)$  مجموعه‌ای از گزینه‌ها و  $C = (c_1; c_2; \dots; c_n)$  مجموعه‌ای از شاخص‌ها باشد.  $\omega_j$  نشان‌دهنده وزن شاخص  $c_j$  است که  $0 \leq \omega_j \leq 1$ ،  $\sum_{j=1}^n \omega_j = 1$  و  $\omega = (\omega_1; \omega_2; \dots; \omega_m)$  بردار وزن‌هاست. وضعیت محتمل هر شاخص  $c_j$  را با  $\theta_j = (\theta_{1j}; \theta_{2j}; \dots; \theta_{lj})$  نشان می‌دهیم.  $p_j^t = [p_j^{lt}; p_j^{ut}]$  احتمالات بازه‌ای وضعیت  $\theta_t$  ( $1 \leq t \leq lj$ ) متعلق به شاخص  $c_j$  است.  $0 \leq p_j^{lt} \leq p_j^{ut} \leq 1$ ؛  $\sum_{t=1}^{lj} p_j^{lt} \leq 1$  و  $\sum_{t=1}^{lj} p_j^{ut} \geq 1$ . بازه  $[x_{ij}^{lt}; x_{ij}^{ut}]$  مقدار ارزیابی شده گزینه  $a_i$  با توجه به وضعیت  $\theta_t$  شاخص  $c_j$  است. نقاط مرجع شاخص‌های گوناگون نیز با  $[x_j^{l0}; x_j^{u0}]$  نشان داده می‌شود. بر مبنای این شرایط گزینه‌ها مطابق با گام‌های زیر رتبه‌بندی می‌شوند.

**گام ۱:** احتمالات بازه‌ای ابتدا به اعداد قطعی تبدیل شده سپس با توجه به فرمول‌های زیر به وزن احتمالات بازه‌ای تبدیل می‌شوند.

$$w^+(p) = \frac{p^\gamma}{(p^\gamma + (1-p^\gamma)^\gamma)^{1/\gamma}} \quad \text{رابطه ۱۵}$$

$$w^-(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p^\delta)^\delta)^{1/\delta}} \quad \text{رابطه ۱۶}$$

وزن احتمالات بازه‌ای ای برای شاخص  $\lambda$ ام برای وضعیت  $\lambda$ ام به‌صورت زیر است:

$$[w(\bar{p}_j^{L1}); w(\bar{p}_j^{U1})][w(\bar{p}_j^{L2}); w(\bar{p}_j^{U2})] \dots [w(\bar{p}_j^{Llj}); w(\bar{p}_j^{Ulj})] \quad \text{رابطه ۱۷}$$

$$(j = 1; 2; \dots; n)$$

**گام ۲:** نقطه مرجع را مشخص کنید. نقطه مرجع بر پایه ترجیحات و وضعیت ذهنی تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود. نقطه مرجع به‌صورت  $[x_j^{l0}; x_j^{u0}]$  نشان داده می‌شود که می‌تواند به یک عدد فازی ذوزنقه‌ای  $[a_j^{l0}; a_j^{ml0}; a_j^{mu0}; a_j^{u0}]$  تبدیل شود. در MADM سنتی از نقطه مرجع استفاده نمی‌شود. اما در روش‌های مبتنی بر تئوری چشم‌انداز نیازمند نقطه مرجع هستیم. از روش‌های زیر برای تعیین نقطه مرجع می‌توانیم استفاده کنیم: ۱. نقطه صفر؛ ۲. مقدار میانگین؛ ۳. مقدار میانی (وسط) شاخص‌های گوناگون گزینه‌ها که مرتب شده‌اند؛ ۴. بدترین نقطه؛ ۵. بهترین نقطه (لو، جین، ژانگ و وانگ، ۲۰۱۱)

**گام ۳:** تابع ارزش اعداد فازی ذوزنقه‌ای  $k$ امین وضعیت شاخص  $\lambda$ ام برای گزینه  $\lambda$ ام که به‌گونه‌ای اعداد فازی ذوزنقه‌ای نشان داده می‌شود  $[a_{ij}^{lk0}; a_{ij}^{Mlk0}; a_{ij}^{Muk0}; a_{ij}^{uk0}]$  به‌گونه‌ای زیر محاسبه می‌شود:

$$z_{ij}^k = [v(a_{ij}^{Lk} - a_j^{U0}); v(a_{ij}^{MLk} - a_j^{MU0}); v(a_{ij}^{Muk} - a_j^{MLO}); v(a_{ij}^{Uk} - a_j^{LO})] \quad \text{رابطه ۱۸}$$

$v(x)$  نشان‌دهنده تابع ارزش مطابق با فرمول زیر است:



$$v(x) = \begin{cases} x^\alpha & x \geq 0 \\ -\theta(-x)^\beta & x < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۱۹}$$

گام ۴: مقدار تابع چشم‌انداز شاخص زام برای گزینه نام با توجه به فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$z_{ij} = \sum_{k=1}^{l_i} (w_j^k z_{ij}^k) = [z_{ij}^L; z_{ij}^{ML}; z_{ij}^{MU}; z_{ij}^U] \quad \text{رابطه ۲۰}$$

$$= \left[ \sum_{k=1}^{l_i} (w(\bar{p}_j^{LK})v(a_{ij}^{Lk} - a_j^{UO})); \sum_{k=1}^{l_i} (w(\bar{p}_j^{LK})v(a_{ij}^{MLk} - a_j^{MUO})); \right.$$

$$\left. \sum_{k=1}^{l_i} (w(\bar{p}_j^{UK})v(a_{ij}^{MUK} - a_j^{MLO})); \sum_{k=1}^{l_i} (w(\bar{p}_j^{UK})v(a_{ij}^{UK} - a_j^{LO})) \right]$$

گام ۱: مقدار تابع چشم‌انداز وزنی گزینه نام مطابق فرمول زیر محاسبه می‌شود.

$$z_i = \sum_{j=1}^n (\omega_j \times z_{ij}) = [z_i^L; z_i^{ML}; z_i^{MU}; z_i^U] \quad \text{رابطه ۲۱}$$

$$= \left[ \sum_{j=1}^n \left( \omega_j \times \sum_{k=1}^{l_j} (w(\bar{p}_j^{LK})v(a_{ij}^{Lk} - a_j^{UO})) \right); \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^n \left( \omega_j \times \sum_{k=1}^{l_j} (w(\bar{p}_j^{LK})v(a_{ij}^{MLk} - a_j^{MUO})) \right); \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^n \left( \omega_j \times \sum_{k=1}^{l_j} (w(\bar{p}_j^{UK})v(a_{ij}^{MUK} - a_j^{MLO})) \right); \right.$$

$$\left. \sum_{j=1}^n \left( \omega_j \times \sum_{k=1}^{l_j} (w(\bar{p}_j^{UK})v(a_{ij}^{UK} - a_j^{LO})) \right) \right]$$

گام ۶: در نهایت گزینه‌ها براساس مقدار مورد انتظار  $E_i$  اعداد فازی ذوزنقه‌ای رتبه‌بندی می‌شوند.

$$E_i = \frac{z_i^L + z_i^{ML} + z_i^{MU} + z_i^U}{4} \quad \text{رابطه ۲۲}$$

### نقد پژوهش‌های پیشین و شکاف پژوهشی

همان‌طور که در بخش‌های قبلی گفته شد، مطالعاتی که سعی داشته‌اند تئوری چشم‌انداز را در مطلوبیت چندشاخصه به کار گیرند، همگی فرض کرده‌اند که تنها یک نقطه مرجع وجود دارد که توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود. بدیهی است نقطه مرجع منحصر به فردی برای همه افراد یا حتی یک فرد خاص وجود ندارد. افراد ممکن است مقایسات خود را با توجه به چندین نقطه مرجع انجام دهند. ثبات نقطه مرجع هم‌بستگی به مسئله مورد نظر دارد. گاهی اوقات نقطه مرجع

ایستا و ثابت است و گاهی اوقات نه. علاوه بر این آگاهی تصمیم‌گیرنده از مسئله نیز در طول زمان ممکن است بر نقطه مرجع تأثیر بگذارد. مطالعات بسیار دیگری نیز وجود دارد که نشان می‌دهد در تعیین نقطه مرجع در تئوری چشم‌انداز از یک نقطه استفاده کرده‌اند (وو، یو و ژانگ<sup>۱</sup>، ۲۰۱۸؛ لیو، لیو و لیو<sup>۲</sup>، ۲۰۱۷). فرض اساس در تئوری چشم‌انداز وجود یک نقطه مرجع ثابت است که اغلب با به‌کارگیری وضعیت موجود تعریف می‌شود. کانمن و تورسکی (۱۹۷۹) اذعان دارند که «موقعیت‌هایی وجود دارد که سود و زیان‌ها در ارتباط با سطح انتظارات و آرزوها کدگذاری می‌شود که این سطح انتظارات از وضعیت موجود متمایز است». در کنار وضعیت موجود، نقاط دیگری هم می‌تواند بر روی رفتار تأثیر بگذارد. مثلاً اثر اهداف و تمایلات<sup>۳</sup> به‌عنوان نقطه مرجع توسط پژوهشگران بررسی شده است (سالیوان و کیدا<sup>۴</sup>، ۱۹۹۵؛ مارچ و شاپیرا<sup>۵</sup>، ۱۹۹۲؛ لوپس و اودن<sup>۶</sup>، ۱۹۹۹؛ هیث، لاریک و وو<sup>۷</sup>، ۱۹۹۹). مشابه وضعیت موجود در تئوری چشم‌انداز، اهداف می‌تواند نتایج حاصل را به مناطق موفقیت و شکست، سود و زیان تقسیم کند (هیث و همکاران، ۱۹۹۹). علاوه بر این موارد، الزامات اولیه برای بقا نیز تأثیر مهمی بر رفتار دارند (لوپس و اودن، ۱۹۹۹؛ مارچ، ۱۹۸۸). برای مثال الزامات اولیه برای بقا به کمترین درآمدی که یک کارگر نیاز دارد تا اجاره ماهیانه‌اش را بپردازد یا مقداری که افراد و شرکتهای نیاز دارند تا بتوانند مسائل مالی خود را حل کنند، اشاره دارد.

وانگ و جانسون (۲۰۱۲) تئوری سه نقطه مرجع (TRP)<sup>۸</sup> برای تصمیم‌گیری ریسکی را معرفی کردند که تأثیرات سه نقطه مرجع وضعیت موجود (SQ)<sup>۹</sup>، اهداف (G)<sup>۱۰</sup> و حداقل الزامات (MR)<sup>۱۱</sup> را مورد بررسی قرار می‌دهد. تئوری TRP با تئوری چشم‌انداز تفاوت‌هایی دارد. برخلاف تئوری چشم‌انداز که پیش‌بینی می‌کند عموماً در مناطق سود ریسک‌گریز و در مناطق زیان ریسک‌پذیر هستیم، تئوری TRP پیش‌بینی می‌کند که افراد تمایل قوی به ریسک‌پذیری نشان می‌دهند وقتی که گزینه ریسکی به آن‌ها فرصت بالارفتن از یک نقطه مرجع را بدهد. به‌طور یکسان، افراد ریسک‌گریز می‌شوند وقتی که گزینه ایمن‌تر فرصت ماندن بالای نقطه مرجع را تضمین می‌کند.

مطالعه‌ای که در سال ۲۰۱۷ انجام شده است اگرچه از سه نقطه مرجع در روش‌های تصمیم‌گیری استفاده کرده است (ژو و همکاران، ۲۰۱۷) و در نتیجه باعث شده است نتایج رضایت بخشی نسبت به زمانی که از یک نقطه مرجع استفاده می‌شود حاصل گردد اما این روش نیز هر سه نقطه مرجع را به‌صورت جداگانه در تابع ارزش تئوری چشم‌انداز در نظر می‌گیرد و با تفکیک ناحیه تابع ارزش به دو ناحیه سود و زیان همانند یک نقطه مرجع با آن برخورد می‌کند و در نهایت سه نقطه مرجع را به یک نقطه مرجع تبدیل می‌کند. جدول ۲ شکاف پژوهش را نشان می‌دهد.

1. Wu, Xu, & Zhang
2. Liu, Liu & Liu
3. Aspiration
4. Sullivan & Kida
5. March & Shapira
6. Lopes, & Oden.
7. Heath, Larrick, & Wu
8. Tri-reference point
9. Status quo
10. Goals
11. Minimum requirements

جدول ۲. شکاف پژوهش

پژوهش	موارد مقایسه	تعداد نقاط مرجع	تابع ارزش تئوری چشم انداز (ناحیه سود، زیان، شکست و موفقیت)	تابع ارزش تئوری چشم انداز (ناحیه سود و زیان)
وانگ جیانگ و همکاران (۲۰۰۹)	یک نقطه	*		
هو و ژو (۲۰۰۹)	یک نقطه	*		
هو و همکاران (۲۰۰۹)	یک نقطه	*		
لیاو و همکاران (۲۰۱۱)	یک نقطه	*		
هو و همکاران (۲۰۱۴)	یک نقطه	*		
ژو و همکاران (۲۰۱۷)	سه نقطه	*		
پژوهش حاضر	نقاط مرجع چندگانه	*		

### روش‌شناسی پژوهش: مدل توسعه یافته پیشنهادی

برای توسعه مدل پیشنهادی نخست اعداد بازه‌ای، فاصله بین آنها و احتمال بزرگتر بودن یک عدد در مقایسه با دیگری در ادامه تعریف می‌شود.

**تعریف یک:** اگر  $a = [a^l; a^u] = \{x / 0 \leq a^l \leq x \leq a^u\}$ ، تنها زمانی که  $a^l$  با  $a^u$  برابر باشد آنگاه  $a$  یک عدد قطعی<sup>۱</sup> خواهد بود.

**تعریف دو:** اگر  $a = [a^l; a^u]$  و  $b = [b^l; b^u]$  دو عدد بازه‌ای باشند، فاصله اقلیدسی بین  $a$  و  $b$  به گونه‌ای زیر تعریف می‌شود:

$$d = \left[ \left[ (a^l - b^l)^2 + (a^u - b^u)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right] / 2^{\frac{1}{2}} \quad \text{رابطه ۲۳}$$

**تعریف سه:** اگر  $a$  و  $b$  هر دو اعداد بازه‌ای باشند، یعنی  $a = [a^l; a^u]$  و  $b = [b^l; b^u]$  احتمال آنکه  $a \geq b$  باشد به گونه‌ای زیر تعریف می‌شود (ژو و همکاران، ۲۰۱۷):

$$p(a \geq b) = \max \left\{ 1 - \max \left\{ \frac{b^u - a^l}{(a^u - a^l) + (b^u - b^l)}; 0 \right\}; 0 \right\} \quad \text{رابطه ۲۴}$$

مسئله تصمیم‌گیری به گونه‌ای زیر تعریف می‌شود:

	$C_1$	...	$C_n$	
	$\theta_1^1$	...	$\theta_1^{l_1}$	...
	$\theta_n^1$	...	$\theta_n^{l_n}$	...
$a_1$	$[x_{11}^{L1}; x_{11}^{U1}]$	...	$[x_{11}^{Ll_1}; x_{11}^{Ul_1}]$	...
...	...	...	...	...
$a_m$	$[x_{m1}^{L1}; x_{m1}^{U1}]$	...	$[x_{m1}^{Ll_1}; x_{m1}^{Ul_1}]$	...
	$x_{mn}^{L1}; x_{mn}^{U1}]$	...	$[x_{mn}^{Ll_n}; x_{mn}^{Ul_n}]$	...

در این مسئله تصمیم‌گیری،  $A = (a_1; a_2; \dots; a_m)$  نشان‌دهنده مجموعه گزینه‌های تصمیم‌گیری است.  $C = (c_1; c_2; \dots; c_n)$  مجموعه شاخص‌هاست که وزن آنها به گونه‌ی  $W = (w_1; w_2; \dots; w_n)$  نمایش داده می‌شود. وزن‌ها بین صفر و یک می‌باشند.  $w_j \in [0; 1]$  و  $\sum_{j=1}^n w_j = 1$ . وضعیت احتمالی هر شاخص با نماد  $\theta_j$  نشان داده می‌شود  $\Theta_j = (\theta_{j1}; \theta_{j2}; \dots; \theta_{jl_j})$  که احتمالات به شرح  $p_j^t(t = 1; 2; \dots; l_j)$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  است. در اینجا  $\sum_{t=1}^{l_j} p_j^t = 1, 0 \leq p_j^t \leq 1$  بنابراین  $x_{ij}^t = [x_{ij}^{Lt}; x_{ij}^{Ut}]$  نشان‌دهنده مقدار تصمیم بازه‌ای گزینه  $a_i$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است. که در اینجا،  $i = 1; 2; \dots; m; j = 1; 2; \dots; n; t = 1; 2; \dots; l_j$  است.

مهمترین موضوع در استفاده از تئوری چشم‌انداز در تصمیم‌گیری چندشاخصه، شیوه برگزیدن نقاط مرجع است. پژوهش‌های موجود درباره انتخاب این نقاط مرجع عموماً در برگیرنده نقاطی مانند نقاط میانی، نقاط ایدئال مثبت و نقاط ایدئال منفی است. برخی پژوهشگران انتظارات تصمیم‌گیرندگان را نیز به‌عنوان یک نقطه مرجع تعریف کرده‌اند. سرعت پیشرفت گزینه‌ها در طول زمان نیز یکی دیگر از نقاط مرجعی است که پیشنهاد شده است. با توجه به اینکه پژوهش‌های قبلی سه نقطه مرجع را به‌طور هم‌زمان در نظر نگرفته‌اند در این مقاله به این موضوع توجه شده و سه نقطه مرجع به‌گونه‌ی حداقل مقدار مورد انتظار، مقدار میانگین و بهترین مقدار مورد انتظار هر شاخص توسط تصمیم‌گیرنده مشخص می‌شود. البته باید توجه داشت نقطه مرجع بهترین مقدار مورد انتظار باید شرایطی مانند قابلیت دسترسی داشته باشد. برای توسعه مدل پیشنهادی به ادامه تعاریف و مفاهیم زیر توجه کنید:

**تعریف چهارم:** بازه  $x_{ij}^t = [x_{ij}^{Lt}; x_{ij}^{Ut}]$  نشان‌دهنده عدد بازه‌ای گزینه  $a_i$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است و  $q_j^t = [q_j^{Lt}; q_j^{Ut}]$  نشان‌دهنده حداقل مقدار مورد انتظار در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است.

**تعریف پنجم:** بازه  $x_{ij}^t = [x_{ij}^{Lt}; x_{ij}^{Ut}]$  نشان‌دهنده عدد بازه‌ای گزینه  $a_i$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است و  $\bar{x}_j^t = [\bar{x}_j^{Lt}; \bar{x}_j^{Ut}]$  نشان‌دهنده میانگین مقدار مورد انتظار در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است.

**تعریف ششم:** بازه  $x_{ij}^t = [x_{ij}^{Lt}; x_{ij}^{Ut}]$  نشان‌دهنده عدد بازه‌ای گزینه  $a_i$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است و  $B_j^t = [B_j^{Lt}; B_j^{Ut}]$  نشان‌دهنده بهترین مقدار مورد انتظار در ارتباط با شاخص  $c_j$  در وضعیت  $\theta_j^t$  است.

در تئوری چشم‌انداز ماتریس تصمیم، سود و زیان مقادیر شاخص‌ها در ارتباط با نقاط مرجع است. عناصر این ماتریس در واقع فاصله‌های مثبت و منفی در ارتباط با نقاط مرجع هر شاخص است. در مقایسه با اعداد قطعی محاسبه این فواصل در اعداد بازه‌ای دشوار است که برای حل این مشکل از مقایسه احتمالات که روش پیشنهادی (ژو و همکاران، ۲۰۱۷) است استفاده شده است. زمانی که  $p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) > 0.5$  مقدار شاخص بزرگتر از نقطه مرجع است و فاصله بین آن دو مقداری مثبت است. اگر  $p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) = 0.5$  مقدار شاخص در ارتباط با نقطه مرجع خنثی است و فاصله بین آنها صفر است. زمانی که  $p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) < 0.5$  مقدار شاخص کمتر از نقطه مرجع است و فاصله بین آنها مقداری منفی است. مقدار فاصله بین مقدار هر شاخص با نقطه مرجع میانگین مورد انتظار، بر پایه رابطه ۲۷ محاسبه می‌شود و ماتریس سود و زیان به‌گونه‌ی زیر بیان می‌شود:

$$f_{ij}^{t1} = \begin{cases} d(x_{ij}^t; \bar{x}_j^t) & p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) > 0.5 \\ 0 & p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) = 0.5 \\ -d(x_{ij}^t; \bar{x}_j^t) & p(x_{ij}^t \geq \bar{x}_j^t) < 0.5 \end{cases} \quad \text{رابطه ۲۵}$$

پس از محاسبه ماتریس سود و زیان در ارتباط با نقطه مرجع میانگین مورد انتظار، اکنون باید مشخص کرد فاصله مثبت در دامنه ناحیه موفقیت قرار دارد یا در ناحیه سود. برای این منظور باید فاصله مقادیر شاخصی را که فاصله آنها در ارتباط با نقطه مرجع میانگین مورد انتظار مثبت شده است، با نقطه مرجع بهترین مقدار مورد انتظار محاسبه کرد. مطابق با رابطه ۲۷ فاصله بین مقدار هر شاخص با نقطه مرجع بهترین مقدار مورد انتظار به دست می‌آید و ماتریس موفقیت و سود به گونه زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{ij}^{t2} = \begin{cases} d(x_{ij}^t; B_j^t) & p(x_{ij}^t \geq B_j^t) \geq 0.5 \\ -d(x_{ij}^t; B_j^t) & p(x_{ij}^t \geq B_j^t) < 0.5 \end{cases} \quad \text{رابطه ۲۶}$$

این محاسبات برای شاخص‌هایی که در گام اول و در مقایسه با نقطه مرجع میانگین مورد انتظار فاصله آنها مقداری منفی به دست آمد انجام می‌شود. به این ترتیب که فاصله مقادیر شاخص با نقطه مرجع حداقل مقدار مورد انتظار با توجه به رابطه ۲۷ محاسبه شده و ماتریس شکست یا زیان به گونه زیر محاسبه می‌شود:

$$f_{ij}^{t3} = \begin{cases} d(x_{ij}^t; q_j^t) & p(x_{ij}^t \geq q_j^t) \geq 0.5 \\ -d(x_{ij}^t; q_j^t) & p(x_{ij}^t \geq q_j^t) < 0.5 \end{cases} \quad \text{رابطه ۲۷}$$

اکنون با توجه به اینکه مقدار فاصله هر گزینه در ارتباط با شاخص مورد نظر با نقاط مرجع سه گانه در کدام ناحیه تابع ارزش قرار گرفته است می‌توان مقدار ارزش چشم‌انداز هر گزینه متناسب با هر شاخص را به گونه زیر محاسبه کرد:

$$v_{ij}^t = \begin{cases} \beta_S \times B_j^t & f_{ij}^{t2} \geq 0 \\ \beta_+ \times x_{ij}^t & f_{ij}^{t2} < 0 \\ \beta_- \times x_{ij}^t & f_{ij}^{t3} \geq 0 \\ \beta_F \times q_j^t & f_{ij}^{t3} < 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۲۸}$$

در معادله بالا،  $\beta_S$ ،  $\beta_+$ ،  $\beta_-$  و  $\beta_F$  پارامترهایی هستند که تأثیر روان‌شناختی شکست، موفقیت و زیان (نسبت به سود) تفسیر می‌شود (وانگ و جانسون، ۲۰۱۲). مطلوبیت مورد انتظار یک تابع جمع پذیر از مطلوبیت‌های خطی تکه‌ای است که از نتایج ارزیابی شده به‌عنوان تغییرات از سه نقطه مرجع به دست می‌آید. شرایط استفاده از توابع مطلوبیت جمع پذیر استقلال مطلوبیت معیارها از یکدیگر است. به این معنا که نگرش ریسک نسبت به این شاخص مستقل از امتیاز سایر شاخص‌هاست. این مفروضات امکان تعریف توابع مطلوبیت را بدون قید و شرط برای هر یک از شاخص‌ها بدون اطلاع از امتیاز سایر شاخص‌ها را فراهم می‌کند. این شاخص در ارتباط با سایر شاخص‌ها باید ترجیحات مستقلی داشته باشد. به این معنی که ارتباط بین جفت شاخص‌ها مستقل از امتیاز سایر شاخص‌هاست.

برای از بین بردن اثر مقیاس‌های گوناگون بر تصمیمات، مقدار چشم‌انداز  $v_{ij}^t$  با یک روش نرمالسازی به مقدار  $\overline{v_{ij}^t}$  تبدیل می‌شود.

$$\overline{v_{ij}^t} = \frac{v_{ij}^t}{\max_{1 \leq i \leq m} |v_{ij}^t|} \quad \text{رابطه (۲۹)}$$

با توجه به وزن هر وضعیت  $\theta_j^t$  می‌توان مقدار چشم‌انداز  $z_{ij}$  هر گزینه  $a_i$  در ارتباط با شاخص  $c_j$  را به‌گونه‌ی زیر محاسبه کرد:

$$z_{ij} = \sum_{t=1}^{l_j} p_j^t \overline{v_{ij}^t} \quad \text{رابطه (۳۰)}$$

با توجه به اهمیت متفاوت هر شاخص، وزن هر شاخص در فرایند تصمیم‌گیری در نظر گرفته شده است و در مقدار چشم‌انداز هر گزینه نسبت به آن شاخص ضرب می‌شود:

$$\hat{z}_i = \sum_{j=1}^n w_j z_{ij} \quad \text{رابطه (۳۱)}$$

### یافته‌های پژوهش: مثال عددی

در این بخش برای نشان دادن قابلیت کاربردی مدل ارائه شده، کاربرد آن را در یک نمونه بررسی می‌کنیم. این نمونه، مثال کاربردی ارائه شده توسط ژاو و همکاران است (ژو و همکاران، ۲۰۱۷). آنها برای نشان دادن اعتبار و امکان سنجی روش پیشنهادی خود از یک نمونه در برگزیدن تأمین‌کنندگان هواپیما استفاده کردند. برای آنکه قابلیت مقایسه ایجاد شود، پژوهشگران مقاله حاضر از اطلاعات نمونه ارائه شده استفاده کرده‌اند.

زمانی که یک تولیدکننده هواپیما قصد دارد تأمین‌کننده سیستم هوانوردی را برگزیند، به دلیل ماهیت پیچیده تولید سیستم هوانوردی هواپیما و نیز مسائل مربوط به صلاحیت تعداد کمی از تأمین‌کنندگان برای فرایند انتخاب وجود دارد. در این مثال، پس از بررسی اولیه، سه تأمین‌کننده برگزیده شده‌اند. از آنجایی که به دلیل پیچیده و حرفه‌ای بودن فرایند تولید، تولیدکننده نمی‌تواند به اطلاعات کامل دسترسی داشته باشد و بنابراین وضعیت از عدم قطعیتی برخوردار است که از ریسک بالایی برخوردار است. بنابراین از اعداد بازه‌ای در اینجا استفاده می‌شود. شاخص‌های انتخاب عمدتاً شامل سه جنبه می‌شود: طراحی و قابلیت تولید، توانایی مالی و توانایی خدمات‌مشارکتی. قابلیت طراحی و ساخت به مفهوم سطح کیفیت، توانایی مالی نشان‌دهنده توانایی تأمین‌کننده در مباحث مالی است که به‌طور غیرمستقیم بر سطح ریسک تولیدکننده اصلی تأثیر می‌گذارد و بر هزینه‌های تولید نیز اثرگذار است. توانایی خدمات‌مشارکتی به مفهوم توانایی در خدمات پس از فروش و پشتیبانی است. وزن شاخص‌ها به ترتیب برابر با ۴۰، ۴۰ و ۲۰ درصد در نظر گرفته شده است. طبق برنامه‌های ملی و سیاست‌های مربوطه، پیش‌بینی دو حالت برای وضعیت شاخص‌ها وجود دارد. احتمال وجود یک بازار پایدار، ۶۰ درصد و یک بازار نسبتاً ناپایدار ۴۰ درصد است. داده‌های چهار سال گذشته به‌عنوان مبنایی برای تصمیم‌گیری

برگزیده شده است. شاخص‌های ارزیابی تأمین کنندگان در محدوده ۰ تا ۱۰ و به‌گونه‌ی اعداد بازه‌ای است. ماتریس ارزیابی به‌گونه‌ی جدول ۳ ارائه شده است.

جدول ۳. ماتریس ارزیابی تأمین کنندگان سیستم هوانوردی

$C_3$		$C_2$				$C_1$		Evaluation matrix					
$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$								
۶/۹	۶/۵	۷/۹	۷/۶	۶/۶	۶/۴	۷/۱	۷/۰	۵/۷	۵/۳	۶/۵	۶/۴	$a_1$	$t_1$
۶/۴	۶/۰	۷/۸	۷/۴	۶/۸	۶/۱	۷/۲	۷/۱	۵/۸	۵/۵	۶/۷	۶/۳	$a_2$	
۶/۶	۶/۴	۷/۲	۷/۰	۶/۳	۶/۱	۷/۲	۶/۸	۶/۰	۵/۳	۶/۵	۶/۰	$a_3$	

در هر شاخص حداقل استاندارد مورد نیاز تولیدکننده، میانگین مورد انتظار برای هر شاخص با توجه به قیمت پیشنهادی تأمین کنندگان و نیز بهترین مقدار هر شاخص توسط تولید کننده اصلی باید مشخص شود. در اینجا از میانگین مقادیر ارزیابی در هر شاخص به‌عنوان میانگین مورد انتظار، از بهترین مقدار هر شاخص به‌عنوان بهترین مقدار مورد انتظار و از انتظاراتی که تصمیم گیرنده مشخص کرده است به‌عنوان نقطه مرجع حداقل مقدار مورد انتظار استفاده شده است. جداول ۴ تا ۶ این مقادیر را با توجه به تعاریف چهار، پنج و شش نشان می‌دهد:

جدول ۴. نقطه مرجع حداقل مقدار مورد انتظار

$\theta_2$		$\theta_1$				$C_1$		minimum reference point					
$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$								
۶/۹	۶/۷	۷/۵	۷/۳	۶/۸	۶/۶	۷/۴	۷/۲	۵/۹	۵/۷	۶/۹	۶/۷	$a_1$	$t_1$
۶/۷	۶/۵	۷/۳	۷/۱	۶/۶	۶/۴	۷/۲	۷/۰	۵/۷	۵/۵	۶/۷	۶/۵	$a_2$	
۶/۶	۶/۴	۷/۲	۷/۰	۶/۵	۶/۳	۷/۳	۷/۱	۵/۶	۵/۴	۶/۶	۶/۴	$a_3$	

جدول ۵. نقطه مرجع بهترین مقدار مورد انتظار

$C_3$		$C_2$				$C_1$		ideal reference point				
$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_1$							
۶/۹	۶/۵	۷/۹	۷/۶	۶/۶	۶/۴	۷/۲	۷/۱	۶/۰	۵/۳	۶/۷	۶/۳	$t_1$

جدول ۶. نقطه مرجع میانگین مقدار مورد انتظار

$C_3$		$C_2$				$C_1$		$C_3$				
$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$	$\theta_2$	$\theta_1$	$\theta_2$							
۶/۶	۶/۳	۷/۶	۷/۳	۶/۶	۶/۲	۷/۲	۷/۰	۵/۸	۵/۴	۶/۶	۶/۲	$t_1$

نخست فاصله هر مقدار ارزیابی با نقطه مرجع مقدار میانگین مورد انتظار محاسبه می‌شود، سپس در گام بعد اگر این فاصله در دامنه مثبت قرار گرفته بود فاصله هر مقدار ارزیابی با نقطه مرجع بهترین مقدار مورد انتظار محاسبه و گرنه فاصله با نقطه مرجع حداقل مقدار مورد انتظار محاسبه می‌شود. سپس مقدار چشم‌انداز با توجه به رابطه ۳۲ تا رابطه ۳۵ با فرض  $\beta_+ = 1, \beta_S = 3, \beta_- = 2, \beta_F = 5$  محاسبه می‌شود. مقادیر چشم‌انداز در جدول هفت نشان داده شده است. رتبه‌بندی نهایی نیز در جدول هشت نشان داده شده است.

جدول ۷. مقدار چشم‌انداز هر گزینه در هر شاخص

$C_3$	$C_2$	$C_1$	supplier	
۰/۸۴	۰/۸۴	۰/۵۲	$a_1$	$t_1$
۰/۵۹	۰/۴۳	۰/۵۸	$a_2$	
۰/۶۸	۰/۹۹	۰/۸۲	$a_3$	

جدول ۸. نتیجه رتبه‌بندی

	supplier	
۰/۷۱	$a_1$	$t_1$
۰/۵۲	$a_2$	
۰/۸۶	$a_3$	
$a_3 > a_1 > a_2$	رتبه‌بندی	

از جدول ۹ می‌توان دریافت که نتایج ارزیابی از طریق دو روش متفاوت است و بنابراین در نظر گرفتن نقاط مرجع سه گانه به‌طور هم‌زمان می‌تواند نتایج را متفاوت کند. این روش بهتر از روشی که عمل می‌کند که نقاط مرجع را تکی در نظر می‌گیرد؛ چرا که برای برگزیدن تأمین‌کننده سیستم هواپیما بهتر است هم‌زمان به چند نقطه مرجع توجه شود. اینکه تأمین‌کننده علاوه بر برآورده کردن حداقل استانداردهای مورد انتظار، از میانگین سایر رقبا نیز بهتر باشد به‌طور مؤثرتری می‌تواند وضعیت تأمین‌کنندگان را ارزیابی کند.

جدول ۹. مقایسه روش‌های پیشنهادی

$t_1$	رتبه‌بندی
$a_3 > a_1 > a_2$	روش پیشنهادی مقاله
$a_2 > a_1 > a_3$	روش پیشنهادی ژاو و همکاران (۲۰۱۷)



## نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از فعالیت‌هایی که همواره انسان‌ها در زندگی عادی خود انجام می‌دهند می‌توان به تصمیم‌گیری اشاره کرد. این فعالیت را دانشمندان مخترعان فلاسفه و مردم عادی در زندگی خود انجام می‌دهند. این فعالیت در سازمانها نیز توسط مدیران به وفور انجام می‌شود. همان‌طور که هربرت سایمون معتقد است مدیریت همان تصمیم‌گیری است. آنچه این فعالیت را حائز اهمیت می‌کند تبعات تصمیم‌گیری است که می‌تواند پیامدهای مطلوب یا نامطلوبی با خود به همراه داشته باشد. با افزایش نرخ رشد و توسعه علوم و دانش بشری، تصمیم‌گیری نیز به‌عنوان یک حوزه علمی دچار تغییرات فراوانی شده است. از جمله این تغییرات توجه به علوم رفتاری در حوزه تصمیم‌گیری است. توسعه روش‌هایی که بتوان در شرایط عدم اطمینان و با اطلاعات ناکافی مسائل تصمیم‌گیری را حل کرد. یکی از وظایف پژوهشگران در حوزه علم تصمیم‌گیری و پژوهش در عملیات نزدیک کردن مدل‌ها با الزامات دنیای واقعی است و در این پژوهش نیز در همین راستا تلاش شد موانع موجود در راه نزدیک شدن مدل‌های تصمیم‌گیری با دنیای واقعی از میان برداشته شود. یکی از این موانع شیوه تعیین نقطه مرجع در تئوری مطلوبیت چندشاخصه بر پایه تئوری چشم‌انداز است. پژوهش‌های پیشین تنها از یک نقطه به‌عنوان نقطه مرجع استفاده کرده‌اند در صورتی که وضعیت موجود تصمیم‌گیرنده تحت تأثیر عوامل زیادی است و تحت شرایط یکسان، تصمیم‌گیرندگان گوناگون نقاط مرجع متفاوتی دارند. هم‌چنین برای یک تصمیم‌گیرنده تحت شرایط متنوع ممکن است نقاط مرجع متفاوتی وجود داشته باشد. بنابراین استفاده از یک نقطه مرجع نمی‌تواند پاسخ‌گوی پیچیدگی‌های یک مسئله باشد. استفاده از سه نقطه مرجع نیز هر چند مورد استفاده قرار گرفته است اما با هر سه نقطه مانند یک نقطه برخورد و به‌طور هم‌زمان از سه نقطه استفاده نشده است. این در حالی است که پژوهش‌های اخیر در حوزه روانشناسی نشان می‌دهد تصمیم‌گیرندگان به‌طور هم‌زمان از چند نقطه مرجع استفاده می‌کنند. محاسبات تئوری چشم‌انداز به نقاط مرجع چندگانه اجازه نمی‌دهد که به‌طور هم‌زمان مورد استفاده قرار بگیرند بنابراین مدل پیشنهادی این پژوهش می‌تواند این خلا را برطرف کند. نتایج کاربرد مدل در یک مثال عددی نشان از قابلیت کاربرد و اعتبار مدل پیشنهادی دارد که در زمینه‌های گوناگونی می‌توان از آن استفاده کرد. بنابراین با توجه به نتایج حاصل از پژوهش به مدیران پیشنهاد می‌شود که در هنگام تصمیم‌گیری به این موضوع دقت نظر داشته باشند که تمام افراد به‌طور کلی ریسک‌گریز یا ریسک‌پذیر نبوده و هر فرد با توجه به شرایط مختص خود مانند شرایط حداقلی برای ادامه زندگی، وضعیت موجود و نیز اهداف و ایدئال‌های خود تصمیم‌گیری می‌کند. این موضوع باعث می‌شود افراد در مواجهه با یک وضعیت یکسان، تصمیمات مختلفی اخذ کنند. بنابراین می‌توان در تعیین اهداف سازمانی به اهداف افراد نیز توجه کرده و این موضوع را مورد پژوهش قرار داد که کدام هدف‌گذاری برای فرد اهمیت بیشتری داشته و این اولویت‌بندی چگونه در تصمیم‌گیری افراد تأثیرگذار است. علاوه بر این، پژوهش‌های آتی می‌تواند بر رفع محدودیت‌های این پژوهش مانند تعیین شیب نواحی گوناگون تابع ارزش، بررسی بیشتر کارایی روش در نمونه‌های واقعی و اعتبارسنجی روش‌های موجود و نیز گسترش نقاط مرجع تئوری چشم‌انداز و توسعه مدل مطلوبیت چندشاخصه بر پایه آن تمرکز کند. علاوه بر این می‌توان مدل‌هایی را توسعه داد که در فضای اعداد فازی به کار برده می‌شوند.

## منابع

- تیلر، ریچارد (۱۳۹۶). *کج رفتاری، شکل‌گیری اقتصاد رفتاری* (به‌نام شهائی، مترجم)، تهران: مؤسسه کتاب مهربان نشر.
- رضوی، سید حسین، هاشمی، شیده سادات، عموزاد مهدیرجی، خان (۱۳۹۳). *تصمیم‌گیری چندشاخصه در شرایط اطمینان و عدم اطمینان*. تهران: انتشارات ترمه.
- سعیدی، علی و فرهانیان، سید محمدجواد (۱۳۹۴). *مبانی اقتصاد و مالی رفتاری*. تهران: انتشارات بورس.

## References

- Barberis, N. C. (2013). Thirty years of prospect theory in economics: A review and assessment. *Journal of Economic Perspectives*, 27(1), 173-96.
- Bernoulli, D. (1873). Exposition of a new theory on the measurement of risk. *Econometrica*, 22(1), 23-36.
- Heath, C., Larrick, R. P., & Wu, G. (1999). Goals as reference points. *Cognitive psychology*, 38(1), 79-109.
- Hu, J., Chen, P., & Chen, X. (2014). Intuitionistic random multi-criteria decision-making approach based on prospect theory with multiple reference intervals. *Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering*, 21(6), 2347.
- Hu, J.H., Chen, X.H. & Liu, L.M. (2009). Multi-criteria decision making method based on linguistic evaluation and prospect theory, *Control and Decision*, 24, 1477-1482.
- Jun-Hua, H., & Yi-Wen, Z. (2009, June). Prospect theory based multi-criteria decision making method. In *2009 Chinese Control and Decision Conference* (pp. 2930-2934). IEEE.
- Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47(2), 263-292.
- Kahneman, D. (2011). *Thinking, fast and slow*. Macmillan.
- Keeney, R. L., & Raiffa, H. (1993). *Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs*. Cambridge university press.
- Koop, G. J., & Johnson, J. G. (2012). The use of multiple reference points in risky decision making. *Journal of Behavioral Decision Making*, 25(1), 49-62.
- Liu, P., Jin, F., Zhang, X., Su, Y., & Wang, M. (2011). Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables. *Knowledge-based systems*, 24(4), 554-561.
- Liu, P., Jin, F., Zhang, X., Su, Y., & Wang, M. (2011). Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables. *Knowledge-based systems*, 24(4), 554-561.
- Liu, P., Jin, F., Zhang, X., Su, Y., & Wang, M. (2011). Research on the multi-attribute decision-making under risk with interval probability based on prospect theory and the uncertain linguistic variables. *Knowledge-based systems*, 24(4), 554-561.

- Liu, S., Liu, X., & Liu, D. (2017). A prospect theory based MADM method for solar water heater selection problems. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 32(3), 1855-1865.
- Lopes, L. L., & Oden, G. C. (1999). The role of aspiration level in risky choice: A comparison of cumulative prospect theory and SP/A theory. *Journal of Mathematical Psychology*, 43, 286-313.
- March, J. G. (1988). Variable risk preferences and adaptive aspirations. *Journal of Economic Behavior and Organization*, 9, 5-24.
- March, J. G., & Shapira, Z. (1992). Variable risk preferences and the focus of attention. *Psychological Review*, 99, 172-183.
- Mellers, B. A., Schwartz, A., Ho, K., & Ritov, I. (1997). Decision affect theory: Emotional reactions to the outcomes of risky options. *Psychological Science*, 8(6), 423-429.
- Pitcher, C. (2008). Investigation of a behavioural model for financial decision making.
- Razavi, S.H., Hashemi, Sh., Amozadmahdirji, H. (2014). *Multi- criteria decision making in terms of certainty and uncertainty*, Tehran: Terme Press. (in Persian)
- Saeedi, A., Farahanian, S.M.J. (2015). *Fundamentals of Behavioral Economics and Finance*, Tehran, Exchange Press. (in Persian)
- Salminen, P., & Wallenius, J. (1993). Testing prospect theory in a deterministic multiple criteria decision- making environment. *Decision Sciences*, 24(2), 279- 294.
- Thaler, R. (2017). *Misbehaving: The Making of Behavioral Economics*. (Shahaei, B., Trans.). Tehran. Ketab Mehrban Press Institute. (in Persian)
- Suhonen, N. (2007). Normative and descriptive theories of decision making under risk: A short review. *Discussion Papers*, (49).
- Sullivan, K., & Kida, T. (1995). The effect of multiple reference points and prior gains and losses on managers' risky decision making. *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 64, 76-83.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and uncertainty*, 5(4), 297-323.
- Von Neumann, J., & Morgenstern, O. (1953). *Theory of games and economic behavior*. Princeton university press.
- Wang, X. T., & Johnson, J. G. (2012). A tri-reference point theory of decision making under risk. *Journal of experimental psychology: general*, 141(4), 743-756.
- Wilton, E., Delarue, E., D'haeseleer, W., & van Sark, W. (2014). Reconsidering the capacity credit of wind power: Application of cumulative prospect theory. *Renewable energy*, 68, 752-760.
- Wu, Y., Xu, C., & Zhang, T. (2018). Evaluation of renewable power sources using a fuzzy MCDM based on cumulative prospect theory: A case in China. *Energy*, 147, 1227-1239.
- Zhu, J., Ma, Z., Wang, H., & Chen, Y. (2017). Risk decision-making method using interval numbers and its application based on the prospect value with multiple reference points. *Information Sciences*, 385, 415-437.