



## Proposing DEA-GZBWM Method with Fuzzy Uncertainty

**Tooraj Karimi** 

\*Corresponding Author, Associate Prof., Department of Industrial Management, College of Farabi, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: tkarimi@ut.ac.ir

**Mohammad Javad Pahlevan Zadeh** 

MSc., Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Tehran, Tehran, Iran. E-mail: j.pahlevanzadeh@ut.ac.ir

**Abbas Alwardi** 

MSc., Department of Industrial Engineering,, Shahabdanesh University, Qom, Iran. E-mail: abbasalwardi91@gmail.com

**Mohsen Amra** 

MSc., Department of Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran. E-mail: st\_m\_amra@azad.ac.ir

### Abstract

**Objective:** Considering that in most specialized fields, decisions are made in groups, in this study, a method to select the desired option in conditions of uncertainty is presented, which also considers the group decisions to increase the effectiveness.

**Methods:** In this study, the ZICWAA method and data envelopment analysis, which are responsible for the averaging of Z numbers and assigning weight to specialists, were used to create the Z number extension of the best-worst method. This method is innovative in decision-making and, in this study, we used the Z number extension of the best-worst group method.

**Results:** For better decision-making, the information should be more valid, accurate, and reliable. So we compared the FBWM, ZBWM, and DEA-GZBWM methods with each other, based on the case study and data collection from the perspective of each expert on the most important indicators of optimal stock portfolio selection. This comparison showed that the proposed method of DEA-GZBWM has a lower rate of incompatibility than the others. Therefore, the information obtained in this method can be more reliable for us.

**Conclusion:** To prove the effectiveness of the DEA-GZBWM method, a case study was conducted to show how to use this method in optimal stock portfolio selection; In which the investor, with the help of financial experts (experts in

financial markets), invests and selects the optimal stock portfolio from the companies in the stock exchange and securities organization. Then, based on weight, rank, and incompatibility rate, the results of the proposed method, FBWM, and ZBWM methods were compared. This comparison showed that the proposed method is more functional than the others due to its lower incompatibility rate (0.108).

**Keywords:** Best-worst Z method, ZICWAA, Data envelopment analysis, Portfolio selection

**Citation:** Karimi, Tooraj, Pahlevan Zadeh, Mohammad Javad, Alwardi, Abbas, Amra, Mohsen (2021). Proposing DEA-GZBWM Method with Fuzzy Uncertainty. *Industrial Management Journal*, 13(3), 415- 434. (in Persian)

---

Industrial Management Journal, 2021, Vol. 13, No.3, pp. 415-434

doi: <https://doi.org/10.22059/IMJ.2021.327407.1007856>

© Authors

Published by University of Tehran, Faculty of Management

Article Type: Research Paper

Received: May 03, 2021

Accepted: August 09, 2021



## ارائه روش پیشنهادی DEA – GZBWM همراه با عدم قطعیت فازی

تورج کریمی

\* نویسنده مسئول، دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشکده‌گان فارابی دانشگاه تهران، قم، ایران. رایانامه: tkarimi@ut.ac.ir

محمدجواد پهلوانزاده

کارشناس ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تهران، تهران، ایران. رایانامه: j.pahlevanzadeh@ut.ac.ir

عباس الوردی

کارشناس ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شهاب دانش، قم، ایران. رایانامه: abbasalwardi91@gmail.com

محسن امرا

کارشناس ارشد، گروه مهندسی صنایع، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران. رایانامه: st\_m\_amra@azad.ac.ir

### چکیده

**هدف:** با توجه به اینکه در اغلب حوزه‌های تخصصی، تصمیم‌گیری‌ها به صورت گروهی انجام می‌شود، در این پژوهش، روشی برای انتخاب گزینه مطلوب در شرایط عدم قطعیت و افزایش اثربخشی تصمیم‌گیری گروهی ارائه شده است.

**روش:** در این پژوهش برای ایجاد روش بهترین - بدترین اعداد Z از روش‌های ZICWAA و تحلیل پوششی داده‌ها که به ترتیب وظایف میانگین‌گیری از اعداد Z و تخصیص وزن به متخصصان را برعهده دارند، استفاده شد. روش بهترین - بدترین اعداد Z یکی از روش‌های ابداعی در حوزه تصمیم‌گیری است که در این پژوهش از روش گروهی بهترین - بدترین اعداد Z استفاده شده است.

**یافته‌ها:** برای تصمیم‌گیری بهتر، به اطلاعات صحیح، معتبر، دقیق‌تر و با اطمینان بیشتری نیاز است. با توجه به مطالعه موردی و داده‌های گردآوری شده از دیدگاه هر کارشناس در خصوص مهم‌ترین شاخص‌های انتخاب سبد بهینه سهام، مقایسه‌ای بین روش‌های FBWM، ZBWM و DEA-GZBWM انجام گرفت و مشخص شد که روش پیشنهادی DEA-GZBWM، نرخ ناسازگاری کمتری دارد و ابهام‌های کلام پاسخ‌دهنده در این روش کاهش یافته است، از این رو، می‌توان به اطلاعات به‌دست‌آمده از این روش اطمینان بیشتری کرد.

**نتیجه‌گیری:** به منظور اثبات عملکرد روش DEA-GZBWM، یک مطالعه موردی انجام شد تا چگونگی استفاده از این روش در انتخاب سبد بهینه سهام نشان داده شود. در این مطالعه موردی، سرمایه‌گذار با کمک متخصصان حوزه مالی (افراد خبره) به سرمایه‌گذاری و انتخاب سبد سهام بهینه از میان شرکت‌های موجود در سازمان بورس و اوراق بهادار اقدام می‌کند. در نهایت، مقایسه‌ای میان نتایج روش پیشنهادی با روش‌های FBWM و ZBWM بر اساس وزن، رتبه و نرخ ناسازگاری انجام گرفت. نتایج نشان داد که روش پیشنهادی با کسب نرخ ناسازگاری کمتر ۰/۱۰۸ نسبت به روش‌های دیگر، عملکرد بهتری دارد.

**کلیدواژه‌ها:** روش بهترین - بدترین اعداد Z، ZICWAA، تحلیل پوششی داده‌ها، سبد بهینه سهام

**استناد:** کریمی، تورج، پهلوانزاده، محمدجواد، الوردی، عباس و امرا، محسن (۱۴۰۰). ارائه روش پیشنهادی DEA-GZBWM همراه با عدم قطعیت فازی. مدیریت صنعتی، ۱۳(۳)، ۴۱۵-۴۳۴.

## مقدمه

وقتی صحبت از تصمیم‌گیری به میان می‌آید یعنی قصد انتخاب داریم؛ که این فرایند تصمیم‌گیری می‌تواند شامل هر چیزی شود. در دنیای واقعی نیز بسیار با مسئله تصمیم‌گیری سروکار داریم. در بسیاری از مواقع تصمیم‌گیری آسان می‌باشد به عنوان مثال اگر قصد خرید یک یا چند سهام را در بازارهای مالی داشته باشیم، بر اساس ذهن خود می‌توانیم تحلیل کنیم و یک یا چند سهم از شرکت‌های مختلف با قیمت‌های متفاوت انتخاب و خریداری نماییم. اما در بسیاری از مواقع، تصمیم‌گیری و انتخاب دشوار می‌شود؛ به خصوص هنگامی که معیارهای مختلف و متضادی پیش‌رو داشته باشیم. حال اگر قصد انتخاب یک سهم از بین چند گزینه را داشته باشیم، قطعاً ذهنمان درگیر می‌شود و در بسیاری از مواقع شاید نتوانیم تمام معیارها را مدنظر قرار دهیم و تنها بر اساس چند معیار مهم تصمیم‌گیری می‌کنیم. در چنین مواقعی تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)<sup>۱</sup> ناجی ما خواهد بود. حال سوالی که مطرح می‌شود این است که چگونه از این ناجی ارزشمند استفاده کنیم؟ در واقع می‌توان گفت که خیلی از تصمیم‌گیری‌ها به قدری پیچیده هستند که فردی که تجزیه و تحلیل آن را بر عهده دارد با کسی که باید تصمیم نهایی را بگیرد متفاوت هستند. در دنیای واقعی با وجود وسعت دامنه برای کاربرد تصمیم‌گیری‌های چندمعیاره، محدودیت‌ها و چالش‌هایی برای آن وجود دارد. اما این تحلیلگر است که می‌تواند تشخیص دهد که برای تعیین وزن و یا ارزیابی گزینه‌ها بهتر است از کدام روش استفاده شود و یا با توجه به موضوع، کدام یک از روش‌ها را بکار بگیرد (همایونفر، دانشور، نهاوندی و فلاح، ۱۳۹۸). یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند معیاره، روش بهترین بدترین (BWM)<sup>۲</sup> است (رضایی<sup>۳</sup>، ۲۰۱۵). این روش بر اساس یک مدل بهینه‌سازی، وزن معیارها را به دست می‌آورد. رضایی در مقاله ۲۰۱۵ خود، یک مدل بهینه‌سازی غیرخطی برای مدل BWM ارائه داد و در مقاله‌ای دیگر در سال ۲۰۱۶ یک مدل بهینه‌سازی خطی برای این تکنیک پیشنهاد نمود. بر اساس این روش، بهترین و بدترین شاخص توسط تصمیم‌گیرنده مشخص شده و مقایسه زوجی بین هر یک از این دو شاخص (بهترین و بدترین) و دیگر شاخص‌ها صورت می‌گیرد. سپس یک مسئله حداکثر حداقل برای مشخص کردن وزن شاخص‌های مختلف فرموله و حل می‌گردد. همچنین در این روش یک فرمول برای محاسبه نرخ ناسازگاری جهت بررسی اعتبار مقایسات در نظر گرفته شده است (رضایی، ۲۰۱۶).

با توجه به حوزه‌های مختلف تصمیم‌گیری و تفاوت‌های موجود، ترکیب روش BWM با سایر تکنیک‌های تصمیم‌گیری چند معیاره و تکنیک‌های ریاضی، همواره از موضوعات جذاب برای پژوهشگران بوده که سبب شده عملکرد بهتری در حوزه‌های مختلف ایجاد گردد. روش BWM به دلیل مقایسات زوجی کمتر و همچنین نرخ ناسازگاری کمتر نسبت به روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP)<sup>۴</sup> از زمان طرح تا کنون، مورد استقبال پژوهشگران در مسائل مختلف قرار گرفته است (گاپتا و باروا<sup>۵</sup>، ۲۰۱۸). اگر چه روش BWM یکی از روش‌های خوب در حوزه تصمیم‌گیری می‌باشد، اما

1. Multi Criteria Decision Making
2. Best Worst Method
3. Rezaei
4. Analytic Hierarchy Process
5. Gupta & Barwa

در چند سال اخیر، نوآوری‌های زیادی در رابطه با این روش ارائه شده است که به عنوان نمونه محمدی و رضایی<sup>۱</sup> (۲۰۲۰)، روشی جهت یافتن وزن نهایی معیارهای مشخص و برای یک گروه از DMها به طور هم‌زمان به نام روش بهترین - بدترین بیزین<sup>۲</sup> معرفی کردند. همچنین آن‌ها یک روش جدید رتبه‌بندی معیارها، به نام رتبه‌بندی معتبر<sup>۳</sup>، ارائه دادند که می‌تواند درجه برتری یک معیار را از سایر معیارها بیان کند. توسعه روش BWM با استفاده از تئوری فازی در پژوهش‌های بسیاری صورت گرفته و باعث ایجاد نتایج بهتری گردیده است (امیری، هاشمی طباطبایی، قهرمانلو و کشاورز قربائی<sup>۴</sup>، ۲۰۲۱).

با توجه به آنچه گفته شد و همچنین در نظر گرفتن اینکه در اکثر حوزه‌های تخصصی، تصمیم‌گیری‌ها به صورت گروهی انجام می‌شود، لذا در این مطالعه، روشی جهت انتخاب گزینه مطلوب در شرایط عدم قطعیت و برای افزایش اثر بخشی تصمیم‌گیری گروهی ارائه شده است.

### پیشینه پژوهش

روش تصمیم‌گیری بهترین - بدترین (BWM) یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه است که رضایی در سال ۲۰۱۵ در مقاله‌ای آن را ابداع و ارائه کرد و در مقاله دیگری در سال ۲۰۱۶ آن را بسط داد. مدل این مقاله در محیط قطعی بود. در پژوهشی دیگر، ژو و ژائو<sup>۵</sup> (۲۰۱۷) به بررسی مدل BWM در محیط فازی پرداختند و با ارائه چندین مثال، این مدل را در محیط فازی حل کردند. استفاده از اعداد فازی باعث می‌شود که ابهام‌های کلام پاسخ‌دهنده از بین برود. BWM یک تکنیک بسیار قوی MCDM است و به طور گسترده‌ای توسط محققان در سراسر جهان به کار برده شده است. تاکنون، در مقاله‌های مختلف و در زمینه‌های متفاوت از روش بهترین - بدترین استفاده شده است، برای مثال رتبه‌بندی نوآوران فناوری (گاپتا و باروا، ۲۰۱۶)، انتخاب منبع سبز (رضایی، نیسپلینگ، سارکیس و تاواسزی<sup>۶</sup>، ۲۰۱۶)، انتخاب تأمین‌کننده سبز (گاپتا و باروا، ۲۰۱۷)، ارزیابی فرودگاه بر اساس کیفیت خدمات (گاپتا، ۲۰۱۷)، ارزیابی عملکرد تحقیق و توسعه شرکت‌ها (سلیمی و رضایی<sup>۷</sup>، ۲۰۱۸)، انتخاب فناوری زیست توده (دی‌کا، شولتن، رضایی و میلچرام<sup>۸</sup>، ۲۰۱۷)، انتخاب وسیله نقلیه الکتریکی (وان‌دی‌کا، کمپ و رضایی<sup>۹</sup>، ۲۰۱۷)، ارزیابی استراتژی گردشگری پزشکی (آبادی، صاحبی، عرب، علوی و کراچی<sup>۱۰</sup>، ۲۰۱۸)، ارزیابی و انتخاب طرح‌های صندوق توسعه فناوری با استفاده از روش بهترین - بدترین (شاوردی، یعقوبی و سلطانی، ۱۳۹۸).

مقصودی، مساوات و حافظ‌الکتب<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۹) با در نظر گرفتن ساختار تصمیم‌گیری گروهی سلسله مراتبی، رویکرد

1. Mohammadi & Rezaei
2. Bayesian best-worst method
3. Credible ranking
4. Amiri, Hashemi-Tabatabaei, Ghahremanloo & Keshavarz-Ghorabae
5. Zhou & Zhao
6. Rezaei, Nispeling, Sarkis & Tavasszy
7. Salimi & Rezaei
8. De Kaa, Scholten, Rezaei & Milchram
9. Van de Kaa, Kamp & Rezaei
10. Abadi, Sahebi, Arab, Alavi & Karachi
11. Maghsoodi, Mosavat & Hafezalkotob

جدید MCDM به نام HBWFAD<sup>۱</sup> را بر اساس ادغام روش FAD<sup>۲</sup> و FBWM<sup>۳</sup> ارائه دادند. همچنین آن‌ها مفاهیم SWARA<sup>۴</sup> و شانون انتروپی<sup>۵</sup> را برای وزن دهی معیارهایی که با رویکرد FAD برای یافتن رتبه بندی ادغام می شدند را استفاده کردند. سپس یک مطالعه موردی عملی در مورد انتخاب نمونه اولیه بهینه برای طراحی مفهومی سیستم های صوتی با استفاده از روش پیشنهادی ارائه کردند. شناسایی و اولویت بندی شاخص های اصلی پایداری محیط زیست در معماری معاصر ایران با ارائه رویکرد ترکیبی حاصل از ادغام روش BWM و COPRAS<sup>۶</sup> توسط عموزاد مهدیراجی، ارزاقی، استاوسکیس و زوادسکاس<sup>۷</sup> (۲۰۱۸) انجام گرفت. به طور کلی آن‌ها در سه مرحله این کار را انجام دادند. در ابتدا، شناسایی عوامل اصلی پایداری محیط زیست با توجه به دیدگاه متخصصان و تبدیل داده های جمع آوری شده به اعداد فازی مثلثی انجام شد. سپس آن‌ها با استفاده از روش BWM در محیط خاکستری<sup>۸</sup> اوزان و اولویت معیارهای مشخص شده را تعیین کردند و در نهایت، عوامل اصلی شناسایی شده را با استفاده از روش COPRAS در شرایط عدم قطعیت فازی اولویت بندی نمودند. علی و رشید<sup>۹</sup> (۲۰۲۰) با گسترش روش BWM و ارائه مدل (GITrFBWM)<sup>۱۰</sup> توانستند با استفاده از اعداد فازی ذوزنقه ای با ارزش فاصله کلی (GITrFNs)<sup>۱۱</sup> برای اجرای مقایسه ها در روش BWM، به نتایج قانع کننده تر و واقعی تری دست پیدا کنند. روش پیشنهادی آن‌ها وجود وزن های بهینه چندگانه<sup>۱۲</sup> و سازگارتر (که ممکن بود باهم تداخل داشته باشند را برطرف کرده) بود. مدل های FBWM<sup>۱۳</sup> ارائه شده، دارای محدودیت های زیادی نظیر افزایش پیچیدگی مدل با افزایش تعداد معیارها و همچنین نیاز به زمان زیاد برای تجدید نظر در نظرات تصمیم گیرنده در صورت عدم تطابق نتایج بودند. بدین ترتیب برای غلبه بر چالش های بیان شده، حسین، چان و خان<sup>۱۴</sup> (۲۰۲۱) یک رویکرد جدید (FTBWA)<sup>۱۵</sup> ارائه نمودند. FTBWA بدین صورت عمل می کند که یک تصمیم گیرنده (DM)، اولین مجموعه ای از معیارها را انتخاب می کند و سپس بهترین - بدترین معیارها را تعیین می کند. سپس DM مقایسات فازی بین معیارهای بهترین به دیگران (BtO)<sup>۱۶</sup> و معیارهای دیگران به بدترین (OtW)<sup>۱۷</sup> را با استفاده از قیود زمانی انجام می دهد. این فرایند به بردارهای فازی BtO و OtW فازی منجر می شود. پس از آن، یک مسئله حداکثرسازی ساخته می شود که از حل آن برای به دست آوردن وزن معیارها و گزینه ها استفاده می شود. در این روش، بهترین گزینه را می توان بر اساس نمره نهایی به دست آمده از جمع شدن وزن مجموعه های مختلف معیارها و گزینه ها، انتخاب کرد. علاوه بر این، آن‌ها برای بررسی قابلیت اطمینان نتایج روش FTBWA، بررسی نرخ سازگاری را در این روش پیشنهاد

1. Hierarchical Best-Worst Fuzzy Axiomatic Design
2. Fuzzy Axiomatic Design (FAD) method
3. Fuzzy Best Worst Method
4. Step. Wise Weight Assessment Ratio Analysis
5. Shannon Entropy
6. Complex proportional assessment method
7. Amoozad Mahdiraji, Arzaghi, Stauskis & Zavadskas
8. Under grey system
9. Ali & Rashid
10. Generalized interval-valued trapezoidal fuzzy bestworst method
11. Generalized interval-valued trape. zoidal fuzzy numbers
12. Multi-optimal weights
13. Fuzzy Best Worst Method
14. Hussain, Chun & Khan
15. Fuzzy technique for best-worst analysis
16. The best-to-other
17. The others-to-worst

کردند. از آنجایی که فرایند تصمیم‌گیری نیازمند وجود اطلاعات می‌باشد، موضوع مهم در مورد اطلاعات این است که معتبر و قابل اطمینان باشند. در دنیای واقعی، بیشتر اطلاعات از عدم قطعیت برخوردار است و ما باید در فرایند تصمیم‌گیری، این عدم قطعیت را لحاظ نماییم ( تیموری، امیری، الفت و زندیه، ۱۳۹۴). از طرفی، نظریه‌های فازی تا حدودی می‌تواند نمایانگر این عدم قطعیت باشد. اما از سوی دیگر، نکته مهم آن است که نظریه‌های فازی به تنهایی نمی‌توانند این عدم قطعیت را به طور کامل در محاسبات برطرف کنند. برای مثال، برآورد پارامترهای فازی عموماً از طریق دانش خبرگان صورت می‌گیرد؛ اما میزان اطمینان از نظر هر کارشناس می‌تواند متفاوت باشد و نمی‌توان عدم قطعیت و تفاوت نظر کارشناسان را نادیده گرفت. در این رابطه، لطفی‌زاده<sup>۱</sup> (۲۰۱۱)، مفهومی به نام اعداد  $Z$  را مطرح نمود. اعداد  $Z$  درصدد انجام محاسبات بر اساس اعدادی می‌باشد که به طور کامل قابل اطمینان نمی‌باشند. بر این اساس، هر عدد  $Z$  بر اساس یک جفت عدد فازی  $(A, B)$  بیان می‌گردد. عامل اول  $(A)$ ، یک محدودیت برای مقدار حقیقی متغیر مدنظر می‌باشد. عامل دوم  $(B)$  نیز میزان اعتبار عامل اول را نشان می‌دهد. برای مثال فرض کنید یک کارشناس بازار سرمایه معتقد است که بازده یک سهام خاص در یک سال آینده از عدد فازی  $(A)$  پیروی می‌کند اما میزان اعتبار این پیش‌بینی را می‌توان به وسیله یک عدد فازی دیگر نظیر  $(B)$  نشان داد. بنابراین می‌توان بازده این سهم را از طریق یک عدد  $Z = (A, B)$  نشان داد. البته مفهوم اعداد  $Z$ ، اولین اقدام برای نشان دادن عدم قطعیت در اعداد فازی نبود. بلکه نظریه مجموعه‌های فازی نوع دوم نیز که در آن درجه عضویت یک مجموعه فازی هم فازی می‌باشد، قبل از نظریه اعداد  $Z$  بیان شد. اما با وجود این، این نظریه برخلاف نظریه اعداد  $Z$  قادر نیست میزان اعتبار را در جمله‌ها نشان دهد. همچنین با درنظر گرفتن مطالبی که بیان شد، در مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM) در زندگی واقعی، ابهام و عدم اطمینان در بیان اطلاعات، اغلب به دلیل نداشتن دانش کامل و کافی اتفاق می‌افتد و مبهم بودن اطلاعات تصمیم‌گیرندگان در قضاوت کیفی، کاملاً رایج است. در همین راستا ابوتراب، صابری، اسدآبادی، حسین و چانگ<sup>۲</sup> (۲۰۱۸)، به این مشکل پرداختند و برای یکپارچه سازی BWM و اعداد  $Z$ ، روشی به نام ZBWM را ارائه دادند. ارائه BWM با استفاده از اعداد  $Z$ ، روش BWM را قادر می‌سازد تا اطلاعات دارای عدم اطمینان در تصمیم‌گیری چند معیاره را کنترل کند. همچنین قوشچی، درستی، خزائیلی و مردانی<sup>۳</sup> (۲۰۲۱) با در نظر گرفتن مفهوم اهمیت - ضرورت (G-NUMBER) و ارائه روش جدید GBWM<sup>۴</sup> به کاهش ابهام در تعیین وزن معیارها اقدام کردند.

چگونگی حل مدل (GITrF)<sup>۵</sup> در پژوهش علی و رشید (۲۰۲۰) بیان نشده است. همچنین مدل ارائه شده توسط آن‌ها نرمال‌سازی بردار وزن GITrF را در نظر نمی‌گیرد. برای غلبه بر نقص‌های گفته شده، وان، دونگ و چن<sup>۶</sup> (۲۰۲۱) یک مدل جدید GITrF BWM ارائه کردند. تفاوت اصلی مدل آن‌ها نسبت به مدل ارائه شده در پژوهش علی و رشید (۲۰۲۰) عبارت است از:

1. Lotfi Zadeh
2. Abutorab, Saberi, Asadabadi, Hussain & Chang
3. Ghoushchi, Dorosti, Khazaeili & Mardani
4. G-number Best Worst Method
5. Generalized interval-valued trape. zoidal fuzzy
6. Wan, Dong & Chen

۱. ارائه GITrFBWM شده در پژوهش آن‌ها برای به‌دست آوردن وزن بهینه GITrF از معیارها، یک مدل برنامه‌نویسی ارائه کرده بود؛ درحالی که GITrFBWM جدید یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی<sup>۱</sup> ارائه داده است.
۲. بردار بهینه وزن GITrF در پژوهش علی و رشید (۲۰۲۰) نرمال نیست، در حالی که در پژوهش وان، دونگ و چن (۲۰۲۱) این بردار نرمال است. نرمال بودن از این جهت حائز اهمیت است که ویژگی یا متغیرهای خاص با واحد اندازه‌گیری بزرگ، باعث آریبی در مقدار فاصله بین گزینه‌ها نشوند، در غیر این صورت ممکن است نتایج نهایی وابستگی زیادی به متغیری داشته باشد که دارای مقادیرهای بزرگ‌تر و در نتیجه واریانس بزرگ‌تری است. همچنین در وزن‌دهی مشخص می‌شود که اهمیت معیارهای پژوهش از دید پاسخ دهندگان به چه میزان است و اگر بردار بهینه وزن، نرمال نشده باشد، اهمیت معیارهای پژوهش در تصمیم پاسخ دهندگان تاثیر منفی گذاشته و نتایج نهایی قابل اطمینان نخواهند بود.

تاکنون در مورد اهمیت مدل BWM و ترکیب آن با روش‌های دیگر صحبت شد؛ اما یکی از موضوعات دیگر در حوزه تصمیم‌گیری، بحث گروهی بودن تصمیم می‌باشد. یکی از چالش‌های اساسی در زمینه تصمیم‌گیری گروهی، مربوط به زمانی است که تعداد متخصصان بیشتر از یک نفر باشد (دونگ و کوپر<sup>۲</sup>، ۲۰۱۶). در این حالت اجماع (اتفاق نظر) بین متخصصان، یکی از چالش‌هایی است که اکثر پژوهش‌ها به صورت دقیق به آن نپرداخته و آن را به شکل محاسبات نرم<sup>۳</sup> در نظر گرفته‌اند (وو، ژو و ژانگ<sup>۴</sup>، ۲۰۱۸). تانگ، یو، لیو، چن و هوانگ<sup>۵</sup> (۲۰۱۹)، برای حل مسئله (LSGDM)<sup>۶</sup>، از الگوریتم خوشه‌بندی C-means فازی<sup>۷</sup> برای طبقه‌بندی متخصصان در پنج خوشه استفاده کردند. سپس، یک روش تعیین وزن برای خوشه‌ها پیشنهاد کردند و پس از آن، اقدامات مربوط به اجماع درون خوشه‌ها و بین آن‌ها را مشخص کردند. ژانگ، ژائو و لی<sup>۸</sup> (۲۰۲۰)، نیز مسئله تصمیم‌گیری گروهی در شبکه‌های اجتماعی (SNGDM)<sup>۹</sup> را با در نظر گرفتن روابط ترجیحی بازه‌ای فازی (IFPR)<sup>۱۰</sup> ارائه دادند. همچنین آن‌ها با در نظر گرفتن سطح رهبری و سطح اطمینان متخصصان، رویکرد جدیدی را برای متخصصانی که نیاز به اصلاح نظرات خود داشتند، ارائه کردند و سرانجام باعث شد به بهبود چشمگیری در تصمیم‌گیری نهایی دست پیدا کنند. همچنین حافظ‌الکتاب و حافظ‌الکتاب<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۷)، یک رویکرد تصمیم‌گیری گروهی جدید بر اساس روش FBWM برای ادغام نظر تصمیم‌گیرنده ارشد و نظرات کارشناسان ارائه کردند. در واقع، مدل آن‌ها به تصمیم‌گیرنده ارشد کمک می‌کرد تا تعادل قابل توجه و چشمگیری بین سبک‌های تصمیم‌گیری دموکراتیک و استبدادی ایجاد کند. لذا با بررسی پژوهش‌های صورت گرفته و جمع بندی مطالب گفته شده در این مطالعه، روش جدیدی از مدل ZBWM ارائه می‌شود که علاوه بر این که تصمیم‌گیری به صورت گروهی انجام

1. Goal Programming Model
2. Dong & Cooper
3. Soft computing
4. Wu, Xu & Zhang
5. Tang, Yu, Liu, Chen & Huang
6. Large-scale group decision making
7. Fuzzy c-means clustering algorithm
8. Zhang, Gao & Li
9. Social network Group decision making
10. Interval fuzzy preference relations
11. Hafezalkotob & Hafezalkotob



می‌شود، برای هر یک از تصمیم‌گیرندگان نیز بر اساس روش تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) وزنی در نظر گرفته می‌شود. همچنین با توجه به پژوهش‌های انجام شده از آنجایی که معمولاً اکثر تصمیم‌گیری‌ها به صورت گروهی ارائه می‌شوند و معمولاً اکثر تصمیم‌گیرنده‌ها (متخصصان) دارای کارایی یکسانی نیستند، لذا در این مطالعه برای تصمیم‌گیری گروهی، به هر یک از متخصصان و با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها وزنی اختصاص می‌دهیم؛ سپس از روش‌های ZLCWAA<sup>۱</sup> و DEA که به ترتیب وظایف میانگین‌گیری از اعداد Z و تخصیص وزن به متخصصان را بر عهده دارند، استفاده می‌کنیم و از ترکیب نتایج آن‌ها با مدل ZBWM، مدل گروهی آن را ارائه می‌دهیم.

### روش‌شناسی پژوهش

در این قسمت، سه روش اصلی BWM فازی، ZBWM و DEA توضیح داده می‌شود و سپس به روش پیشنهادی DEA-GZBWM می‌پردازیم. از آنجا که در مدل پیشنهادی، باید روش بهترین - بدترین اعداد Z را با روش BWM ادغام کنیم، بنابراین ابتدا گام‌های روش‌های BWM فازی را بیان می‌کنیم و بعد روش ZBWM را توضیح می‌دهیم و در ادامه به DEA و DEA-GZBWM می‌پردازیم.

### روش BWM فازی

بررسی مدل BWM در محیط فازی باعث می‌شود که ابهامات کلام پاسخ‌دهنده از بین برود که در ادامه گام‌های این روش را بیان می‌کنیم.

۱. تعیین بهترین (Best) و بدترین (Worst) معیار: با اهمیت‌ترین و کم‌اهمیت‌ترین معیار این گام را می‌توان با استفاده از نظرات خبرگان و یا روش دلفی فازی تعیین نمود که در این پژوهش با استفاده از نظرات خبرگان تعیین گردید.

۲. مقایسه زوجی بهترین معیار با دیگر معیارها و دیگر معیارها با بدترین معیار: در این گام می‌توان از هر طیف فازی، مقایسات زوجی را انجام داد؛ اما متداول‌ترین طیف برای روش بهترین - بدترین فازی (FBWM) طیف فازی ۵ تایی مندرج در جدول ۱ است. این طیف بر اساس عبارات کلامی اهمیت برابر (EI)، اهمیت ضعیف (WI)، نسبتاً مهم (FI)، خیلی مهم (VI)، کاملاً مهم (AI) است.

۳. ایجاد مدل BWM فازی: در این گام با استفاده از مدل برنامه‌ریزی غیرخطی می‌توان وزن معیارها را محاسبه کرد. البته در مقاله ژو و همکاران (۲۰۱۷) قید شده است که برای تعداد معیار بیشتر از سه بهتر است این مدل به برنامه‌ریزی خطی تبدیل شود تا نتایج بهتری حاصل شود.

۴. حل مدل توسط یکی از نرم افزارهای بهینه‌سازی نظیر لینگو یا گمز: با حل این مدل، اوزان معیارها حاصل می‌شود.

گفتنی است که در روش BWM می‌توان بهترین و بدترین را از نظر هر کارشناس خبره به صورت جداگانه به دست آورد و سپس برای هر خبره یک مدل BWM فازی تشکیل داد و بعد از حل و محاسبه وزن معیارها، وزن‌های به دست

1. Z-number linguistic combined weighted averaging aggregation operator

آمده از هر خبره را با یکدیگر ادغام کرد. در ضمن با توجه به اینکه روش BWM خبره محور می‌باشد، تعداد خبره‌ها اصولاً بین ۵ تا ۱۰ نفر کفایت می‌کند.

### روش ZBWM

ZBWM توسعه داده شده روش بهترین - بدترین است که اولین بار توسط ابوتراب، صابری، اسدآبادی، حسین و چانگ (۲۰۱۸)، معرفی شد. هدف اصلی این متد، ارائه روشی یکپارچه با استفاده از BWM و اعداد Z است. به طوری که ZBWM با استفاده از اعداد Z و روش BWM، تصمیم‌گیرنده نهایی را قادر می‌سازد تا علاوه بر دریافت اطلاعات متغیرهای زبانی، عدم اطمینان اطلاعات تصمیم‌گیرنده را با در نظر گرفتن چند معیار بررسی کند. به زبان ساده‌تر، تصمیم‌گیرنده علاوه بر دریافت قیود زبانی (نظریات مندرج در جدول ۱)، اطلاعات مربوط به اطمینان هر یک از تصمیم‌گیرندگان را نیز نسبت به نظری که در مرحله قبل اظهار داشته‌اند را دریافت می‌کند (جدول ۲) و بر اساس این اطلاعات (قیود زبانی + قیود زبانی برای اطمینان) اقدام به تصمیم‌گیری می‌نماید. در ادامه مراحل روش ZBWM شرح داده می‌شود:

گام ۱: تشکیل مجموعه‌ای از معیارهای تصمیم‌گیری به شکل  $(C_1, C_2, C_3, \dots, C_n)$ .

گام ۲: تعیین بهترین معیارها (CB) و بدترین معیارها (CW) توسط افراد خبره.

گام ۳: تعیین ترجیحات و اطمینان بهترین معیارها نسبت به معیارهای دیگر توسط افراد خبره با استفاده از مجموعه اعداد  $Z, \bar{K}_B = \{\bar{k}_{B1}, \bar{k}_{B2}, \dots, \bar{k}_{Bn}\}$  بر اساس اطلاعات جدول‌های ۱ و ۲.

گام ۴: تعیین اولویت سایر معیارها بر اساس بدترین معیارها توسط خبره‌ها با استفاده از مجموعه اعداد  $Z, \bar{H}_B = \{\bar{h}_{w1}, \bar{h}_{w2}, \dots, \bar{h}_{Bwn}\}$  بر اساس اطلاعات جدول‌های ۱ و ۲.

جدول ۱. قیود زبانی برای نظرات

درجه عضویت	قیود زبانی
(۱,۱,۱)	به میزان برابر اهمیت داشتن
(۲/۳, ۱, ۳/۲)	ضعیف مهم
(۳/۲, ۲, ۵/۲)	نسبتاً مهم
(۵/۲, ۳, ۷/۲)	خیلی مهم
(۷/۲, ۴, ۹/۲)	کاملاً مهم

جدول ۲. قیود زبانی برای اطمینان

درجه عضویت	قیود زبانی
(۰, ۰, ۰/۳)	خیلی کم
(۰/۱, ۰/۳, ۰/۵)	کم
(۰/۳, ۰/۵, ۰/۷)	متوسط
(۰/۵, ۰/۷, ۰/۹)	بالا
(۰/۷, ۱, ۱)	خیلی بالا

وزن‌های فازی مطلوب با حل رابطه ۱ به دست می‌آید.

$$\text{رابطه ۱)} \quad \begin{cases} \left| \frac{(l_B^W, m_B^W, u_B^W)}{(l_j^W, m_j^W, u_j^W)} - (l_{Bj}, m_{Bj}, u_{Bj}) \right| \leq (k, k, k) \\ \left| \frac{(l_B^W, m_B^W, u_B^W)}{(l_j^W, m_j^W, u_j^W)} - (l_{Wj}, m_{Wj}, u_{Wj}) \right| \leq (k, k, k) \\ \sum_{j=1}^n R(\bar{w}_j) = 1 \\ l_j^W \leq m_j^W \leq u_j^W \\ l_j^W \geq 0 \\ j = 1, 2, 3, \dots, n \\ W_j = \left( \frac{l_j^W + 4m_j^W + u_j^W}{6} \right) \end{cases} \quad \text{Min } \bar{\varepsilon} \quad \text{s. t.}$$

با حل رابطه ۱، وزن بهینه  $(W_1, W_2, W_3, \dots, W_n)$  به دست می‌آید (ژانگ و همکاران، ۲۰۱۹).

جهت ساخت مدل در حالت گروهی ZBWM، هر یک از نظرات متخصصان در قالب اعداد Z باید به یک نتیجه واحد برسد، لذا برای رسیدن به یک نتیجه واحد در قالب اعداد Z، از روش ZLCWAA که اولین بار توسط سیدونگ ژیان (۲۰۱۹) ارائه شد، استفاده می‌شود. با استفاده از روش ZLCWAA می‌توان از چندین عدد Z میانگین‌گیری نمود. از دیگر ویژگی‌های قابل قبول این روش این است که هنگامی که می‌خواهیم از نظر چندین نفر میانگین‌گیری نماییم، می‌توان وزنی را به هر نفر اختصاص داد که در ادامه به شرح این روش می‌پردازیم.

$$\text{رابطه ۲)} \quad \begin{aligned} \Phi_{ZLCWAA}(Z_1, Z_2, \dots, Z_n) &= \sum_{i=1}^n w_i \cdot Z_i \\ &= \left( \left[ \sum_{i=1}^n w_i a_i, \sum_{i=1}^n w_i b_i, \sum_{i=1}^n w_i c_i, \sum_{i=1}^n w_i d_i \right]; \right. \\ &\quad \left. \left\langle \left[ \frac{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\| \mu_a^i}{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\|}, \frac{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\| \mu_b^i}{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\|}, \frac{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\| \mu_c^i}{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\|}, \frac{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\| \mu_d^i}{\sum_{i=1}^n w_i \|\alpha_i\|} \right] \right\rangle \right) \\ &\quad \left( \frac{\sum_{i=1}^n e_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n f_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n g_i}{n}, \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n}; \min_{i=1,2,\dots,n} [w_{B_i}] \right) \end{aligned}$$

در جایی که داریم:

$$Z_i = \left( \langle [a_i, b_i, c_i, d_i]; [\mu_a^i, \mu_b^i, \mu_c^i, \mu_d^i] \rangle, (e_i, f_i, g_i, h_i) \right), \quad \|\alpha_i\| = (a_i, b_i, c_i, d_i)/4$$

و  $w_i$  نشان‌دهنده وزن مرتبط معیارهاست، به طوری که داریم:

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T, \quad w_i \in [0, 1]$$

از آنجایی که در این مطالعه متخصصان نظر خود را در قالب یک عدد Z بیان می‌کنند، علاوه بر ارائه نظر خود، اطمینان نظر خود را هم بیان می‌کنند. در این بخش با استفاده از روش ZLCWAA، از نظرات متخصصان میانگین‌گیری می‌شود. از سوی دیگر با توجه به اینکه در پروسه استفاده از روش ZLCWAA، می‌توان وزنی را برای هر

متخصص در نظر گرفت، در این پژوهش به بخشی از نوآوری مسئله که موضوع تعیین وزن برای هر متخصص است، می‌پردازیم. بر این اساس، همواره در هر حوزه، شاخص‌هایی مطرح هستند که می‌توان بر اساس آن‌ها میزان کارایی و رتبه‌بندی هر متخصص را تعیین نمود. همچنین شایان ذکر است که به‌منظور درک بهتر مدل و آشنایی کامل با مدل استفاده شده در این بخش می‌توانید به پژوهش ژانگ و همکاران (۲۰۱۹) مراجعه کنید.

## روش DEA

به طور کلی روش تحلیل پوششی داده‌ها می‌تواند برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری (DMU) مورد استفاده قرار گیرد (چارنز، کوپر و وی<sup>۱</sup>، ۱۹۸۷). تحلیل پوششی داده‌ها ابزاری مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی و توانمند است که امروزه به صورت چشمگیری در اغلب حوزه‌ها برای مقایسه کارایی سیستم‌هایی که وظایف یکسانی را انجام می‌دهند، استفاده می‌شود. روش تحلیل پوششی در فعالیت‌های مختلف نظیر تعمیرات و نگهداری در پایگاه‌های هواپیمایی، عملکرد نیروهای پلیس، عملکرد شعب بانک‌ها، کارایی دانشگاه‌ها و... استفاده می‌شود (کوپر، سیفورد و تون<sup>۲</sup>، ۲۰۰۷). مدل DEA در رابطه ۳ ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \text{رابطه ۳)} \quad \text{Max } z &= \sum_{r=1}^s U_r y_{r0} \\ \text{S. t. } \quad \sum_{r=1}^s U_r y_{ri} - \sum_{r=1}^s V_i x_{ij} &\leq 0 \quad j = 1, \dots, n \\ \sum_{r=1}^s V_i x_{i0} &= 1 \\ U_r, V_i &\geq 0 \end{aligned}$$

که در این مدل، شمارنده شاخص‌های متخصصان با  $i$ ، شاخص‌های ورودی با  $j$  و شاخص‌های خروجی با  $r$  نشان داده شده است. تعداد متخصصان با  $m$ ، تعداد شاخص‌های ورودی با  $n$  و تعداد شاخص‌های خروجی با  $s$  نمایش داده شده است.  $DMU_i$  نشان‌دهنده  $i$  امین واحد تصمیم‌گیرنده است و  $DMU_0$  نشان‌دهنده واحد تصمیم‌گیرنده نهایی به ازای  $(i = 0)$  می‌باشد. پارامتر  $y_{ri}$  بیانگر مقدار خروجی  $r$  است که مربوط به متخصص  $i$  می‌باشد. و پارامتر  $x_{ij}$  بیانگر مقدار ورودی  $j$  است که مربوط به متخصص  $i$  می‌باشد. متغیرهای وزن در مدل پیشنهادی برای به‌دست‌آوردن کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، با  $U_r$  نشان داده شده است. در این رابطه،  $DMU$ ‌های مدل، متخصصان می‌باشند و ورودی‌ها و خروجی‌های مدل نیز شاخص‌های مطرح در حوزه مدنظر جهت تعیین کارایی برای هر متخصص هستند. پس از اینکه وزن متخصصان مشخص شد و نظرات در قالب اعداد  $Z$  دریافت شدند، با استفاده از روش ZLCWAA، میانگین اعداد  $Z$  را به دست می‌آوریم و در نهایت روش ZBWM را داریم که وزن شاخص‌ها را تعیین می‌نماید.

## روش پیشنهادی (DEA – GZBWM)

در این بخش ابتدا به معرفی و شرح مراحل روش پیشنهادی DEA-GZBWM می‌پردازیم و در ادامه، روش مذکور را پیاده سازی کرده و سپس تجزیه و تحلیل نتایج را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم.

گام ۱: در این گام شاخص‌هایی که قرار است بر اساس آن‌ها، وزنی را برای هر متخصص در نظر بگیریم، لیست می‌شوند. این شاخص‌ها عضو مجموعه  $C$  می‌باشند،  $C = \{c_1, c_2, \dots, c_m\}$

گام ۲: بر اساس شاخص‌های مجموعه  $C$  و هریک از متخصصان (DMUهای مدل DEA، متخصصان می‌باشند) وزنی را برای هریک از متخصصان به دست می‌آوریم که آن را  $w_j$  می‌نامیم. از مدل DEA<sup>۱</sup> برای وزن‌دهی به متخصصان استفاده شده است؛ زیرا این مدل بر اساس یک شاخص ارزیابی به نام کارایی، برای مقایسه عملکرد واحدهای مختلف با وظیفه یکسان استفاده می‌شود.

گام ۳:  $w_j$ های به دست آمده در گام ۲ را مطابق رابطه ۴ نرمال‌سازی می‌کنیم تا جمع آن‌ها برابر یک شود.

$$w_j^* = \frac{w_j}{\sum_{j=1}^k w_j} \quad \text{رابطه ۴}$$

جایی که

$j = 1, 2, 3, \dots, k, k =$  تعداد متخصصان

گام ۴: در این گام مجموعه شاخص‌های تصمیم‌گیری خبرگان (متخصصان) که قرار است رتبه‌بندی شوند، فهرست می‌شوند. این شاخص‌ها عضو مجموعه  $\hat{C}$  هستند.

$$\hat{C} = \{\hat{c}_1, \hat{c}_2, \dots, \hat{c}_n\}$$

گام ۵: هر متخصص بهترین شاخص را از  $\hat{C}$ ، انتخاب می‌کند. در ادامه متغیری باینری تعریف می‌شود که آن را  $B_{ij}$  می‌نامیم و مقدار آن طبق رابطه ۵ حاصل می‌شود.

$$B_{ij} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \quad \text{رابطه ۵}$$

اگر معیار  $i$  توسط تصمیم‌گیرنده  $j$  انتخاب شود  
در غیر این صورت

با توجه به توضیحات ارائه شده، وزنی برای هر شاخص جهت انتخاب بهترین شاخص به دست می‌آید که آن را  $w_{\hat{c}_i}$  می‌نامیم. مقدار  $w_{\hat{c}_i}$  (وزن شاخص  $\hat{c}_i$  جهت انتخاب بهترین شاخص) طبق رابطه ۶ به دست می‌آید.

$$w_{\hat{c}_i} = \sum_{j=1}^k B_{nj} * w_j^* \quad \text{رابطه ۶}$$

در نهایت در این گام، شاخصی که بیشترین وزن را با توجه به رابطه ۵ داشته باشد، به عنوان بهترین شاخص (B)، انتخاب می‌شود.

گام ۶: مانند گام ۵ بدترین شاخص (W) را به دست آوریم.

گام ۷: در این گام، هر متخصص نظر خود را در قالب قیدهایی بیانی جدول ۱ و اطمینان نظر خود را در قالب قیدهایی بیانی جدول ۲ بیان می‌کند که این نظردهی درباره اهمیت نسبی بهترین شاخص (B) نسبت به هریک از شاخص‌های دیگر است. قیدهایی بیانی پس از دریافت عدد فازی متقابل، به یک عدد Z تبدیل می‌شوند که آن را  $Z_{Bi}^j$  می‌نامیم. بیانگر یک عدد Z می‌باشد که اهمیت نسبی B را نسبت به شاخص  $\lambda_m$ ، طبق نظر متخصص  $\lambda_m$  بیان می‌کند.

گام ۸: در این گام، هر متخصص نظر خود را در قالب قیدهایی بیانی جدول ۱ و اطمینان نظر خود را در قالب قیدهایی بیانی جدول ۲ بیان می‌کند که این نظردهی درباره اهمیت نسبی هر شاخص نسبت به بدترین شاخص (W) است. قیدهایی بیانی پس از دریافت عدد فازی متقابل، به یک عدد Z تبدیل می‌شوند که آن را  $Z_{iW}^j$  می‌نامیم. بیانگر یک عدد Z می‌باشد که اهمیت نسبی شاخص  $\lambda_m$  را نسبت به W طبق نظر متخصص  $\lambda_m$  بیان می‌کند.

گام ۹: در این گام با استفاده از روش ZLCWAA، از  $Z_{Bi}^j$ ها میانگین‌گیری می‌نماییم. از آنجایی که در این مطالعه هر  $Z_{Bi}^j$  دارای دو بخش محدودیت و اطمینان بر اساس عدد فازی مثلثی می‌باشد  $Z_{Bi}^j = (\tilde{A}_{Bi}, \tilde{B}_{Bi})$ ، لذا میانگین‌گیری از  $Z_{Bi}^j$ ها طبق روش ZLCWAA در رابطه ۷ انجام می‌گیرد.

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{Bi} &= ((a_{Bi}^j, b_{Bi}^j, c_{Bi}^j), (e_{Bi}^j, f_{Bi}^j, g_{Bi}^j)) = ZLCWAA_{(z_{Bi}^1, z_{Bi}^2, \dots, z_{Bi}^k)} \\ &= \left( \left( \sum_{j=1}^k a_{Bi}^j * w_j^*, \sum_{j=1}^k b_{Bi}^j * w_j^*, \sum_{j=1}^k c_{Bi}^j * w_j^* \right), \left( \frac{\sum_{j=1}^k e_{Bi}^j}{k}, \frac{\sum_{j=1}^k f_{Bi}^j}{k}, \frac{\sum_{j=1}^k g_{Bi}^j}{k} \right) \right) \end{aligned} \quad \text{رابطه ۷}$$

گام ۱۰: در این گام، مشابه گام ۹، از  $Z_{iW}^j$ ها میانگین‌گیری می‌نماییم. نتیجه میانگین‌گیری از  $Z_{iW}^j$ ها بر اساس روش ZLCWAA، طبق رابطه ۸ صورت می‌گیرد.

$$\begin{aligned} \bar{Z}_{iW} &= ((a_{iW}^j, b_{iW}^j, c_{iW}^j), (e_{iW}^j, f_{iW}^j, g_{iW}^j)) = ZLCWAA_{(z_{iW}^1, z_{iW}^2, \dots, z_{iW}^k)} \\ &= \left( \left( \sum_{j=1}^k a_{iW}^j * w_j^*, \sum_{j=1}^k b_{iW}^j * w_j^*, \sum_{j=1}^k c_{iW}^j * w_j^* \right), \left( \frac{\sum_{j=1}^k e_{iW}^j}{k}, \frac{\sum_{j=1}^k f_{iW}^j}{k}, \frac{\sum_{j=1}^k g_{iW}^j}{k} \right) \right) \end{aligned} \quad \text{رابطه ۸}$$

گام ۱۱: با توجه به اینکه در مدل ZBWM، قسمت اطمینان به قسمت محدودیت اضافه می‌شود، لذا در این گام، قسمت اطمینان هریک از  $\bar{Z}_{Bi}$  و  $\bar{Z}_{iC}$ ها طبق رابطه‌های ۹ و ۱۰ به قسمت محدودیت اضافه می‌شوند و اعداد فازی  $\bar{Z}_{iC}$  و  $\bar{Z}_{Bi}$  نیز حاصل می‌شوند.

$$\begin{aligned} \bar{\bar{Z}}_{Bi} &= \left( \sqrt{S} * \sum_{j=1}^k a_{Bi}^j * w_j^*, \sqrt{S} * \sum_{j=1}^k b_{Bi}^j * w_j^*, \sqrt{S} * \sum_{j=1}^k c_{Bi}^j * w_j^* \right) \\ &= (l_{GBi}, m_{GBi}, u_{GBi}) \end{aligned} \quad \text{رابطه ۹}$$

$$S = \frac{\sum_{j=1}^k e_{Bi}^j}{k} + \frac{\sum_{j=1}^k f_{Bi}^j}{k} + \frac{\sum_{j=1}^k g_{Bi}^j}{k} \quad \text{جایی که}$$

$$\bar{Z}_{Bi} = \left( \sqrt{\hat{S}} * \sum_{j=1}^k a_{iW}^j * w_j^*, \sqrt{\hat{S}} * \sum_{j=1}^k b_{iW}^j * w_j^*, \sqrt{\hat{S}} * \sum_{j=1}^k c_{iW}^j * w_j^* \right) \tag{۱۰}$$

$$= (l_{GiW}, m_{GiW}, u_{GiW})$$

$$\hat{S} = \frac{\sum_{j=1}^k e_{iW}^j}{k} + \frac{\sum_{j=1}^k f_{iW}^j}{k} + \frac{\sum_{j=1}^k g_{iW}^j}{k} \tag{جایی که}$$

گام ۱۲: در نهایت طبق رابطه ۱۱، وزن هریک از شاخص‌ها ( $w_i^c$ ) حاصل می‌شود.

$$Min \bar{\varepsilon}_G \tag{رابطه ۱۱}$$

$$s. t. \begin{cases} \left| \frac{(l_B^W, m_B^W, u_B^W)}{(l_i^W, m_i^W, u_i^W)} - (l_{GBi}, m_{GBi}, u_{GBi}) \right| \leq (\bar{\varepsilon}_G, \bar{\varepsilon}_G, \bar{\varepsilon}_G) \\ \left| \frac{(l_B^W, m_B^W, u_B^W)}{(l_i^W, m_i^W, u_i^W)} - (l_{GiW}, m_{GiW}, u_{GiW}) \right| \leq (\bar{\varepsilon}_G, \bar{\varepsilon}_G, \bar{\varepsilon}_G) \\ \sum_{j=1}^n R(\bar{w}_i) = 1 \\ l_i^W \leq m_i^W \leq u_i^W \\ l_i^W \geq 0 \\ i = 1, 2, 3, \dots, n \\ w_i^c = \left( \frac{l_i^W + 4m_i^W + u_i^W}{6} \right) \end{cases}$$

### یافته‌های پژوهش

امروزه بازار سرمایه به عنوان منبع مهم تامین مالی شرکت‌ها محسوب می‌شود و در صورت انتخاب سبد سهام مناسب، می‌توان سرمایه‌های موجود را به سمت این بازار و در نتیجه حمایت از تولیدات داخلی کشور سوق داد (فهمی و شاه‌بندرزاده، ۱۴۰۰). در این بخش برای نشان دادن روند استفاده از روش ارائه شده برای انتخاب سبد بهینه سهام، یک مطالعه موردی انجام شده است. در این مطالعه، سرمایه‌گذار قصد دارد با کمک متخصصان حوزه مالی (افراد خبره) اقدام به سرمایه‌گذاری و انتخاب سبد سهام بهینه‌ای از میان شرکت‌های موجود در سازمان بورس و اوراق بهادار نماید. در بازارهای مالی، همواره نقش وجود اطلاعات صحیح و معتبر، نقشی انکارناپذیر در فرایند تصمیم‌گیری دارد. اما سوال اساسی در رابطه با این مسئله آن است که تا چه حد می‌توان به اعداد موجود در این اطلاعات اتکا کرد؟ با توجه به ماهیت بازارهای مالی و عدم وجود اطمینان در اطلاعات موجود در این بازارها، ما از اعداد Z برای توصیف بازده آتی در مسئله انتخاب سبد سرمایه‌گذاری استفاده می‌کنیم. در ادامه، ۷ شاخص از مهم‌ترین شاخص‌های انتخاب سبد بهینه سهام که از طریق مصاحبه با افراد خبره در بازارهای مالی انتخاب شده‌اند را بر اساس روش ارائه شده، رتبه‌بندی می‌کنیم، که در ادامه به تعریف هریک از آن‌ها می‌پردازیم.

**بازده سهام:** معنا و مفهوم بازده سهام (Stock returns) به‌طور کلی عبارت است از سود یا پاداش حاصل از هر نوع سرمایه‌گذاری.

**سود نقدی هر سهم (DPS):** سود نقدی سهام که آن را با DPS نشان می‌دهند، بیان‌گر مبلغی است که شرکت از محل سود محقق شده به سرمایه‌گذاران خود در پایان هر سال مالی پرداخت می‌کند.

**نسبت سود هر سهم:** EPS نشان‌دهنده سودی است که شرکت در یک دوره مشخص به ازای یک سهم عادی به دست آورده است.

**نسبت قیمت به سود:** نسبت P/E در واقع انتظارات سرمایه‌گذاران از بازدهی آینده یک دارایی است.

**مهرت و پرداخت سود سهام:** سود سهام از طریق تحویل کالاهای تولید شده شرکت به سهام داران پرداخت شده و یا بخشی از آن به صورت نقد بین صاحبان سهام توزیع می‌شود.

**اندازه شرکت:** ارزش کل همه سهام منتشر شده یک شرکت در بازار بورس، اندازه شرکت گفته می‌شود. اندازه شرکت از طریق ضرب تعداد سهام یک شرکت در قیمت روز هر سهم محاسبه می‌شود.

**نوسانات قیمت:** این محدودیتی است در بازارهای سرمایه که باعث کاهش ریسک و جلوگیری از نوسان هیجانی قیمت در بازار می‌شود.

### اجرای مدل پیشنهادی

#### تخصیص وزن به هر یک از متخصصان

در این پژوهش و در بخش مورد مطالعه، شاخص‌هایی مطرح شده‌اند که بر اساس آن‌ها، وزنی برای هر متخصص در نظر گرفته شده است تا نظر هر متخصص بر اساس این وزن به مدل راه پیدا نماید. تعداد متخصصانی که از نظرات آنها استفاده شد، پنج نفر می‌باشند. همانطور که پیشتر ذکر شد، متخصصان در حوزه مدنظر دارای کارایی یکسانی نیستند و شاخص‌هایی مطرح هستند که می‌توان بر اساس آن‌ها، کارایی متخصصان را با هم مقایسه نمود. شاخص‌های مدنظر جهت کسب کارایی متخصصان بدین صورت است: ۱. دانش علمی و تحصیلات؛ ۲. تجربه کار در بازارهای مالی؛ ۳. توانایی تجزیه و تحلیل بازارهای مالی. هریک از معیارهای ذکر شده با قیدهای بیانی که برای هر کدام یک عدد کمی در نظر گرفته شده است، طبق جدول ۳ در نظر گرفته شدند.

جدول ۳. قیدهای بیانی ارائه شده برای معیارها جهت تعیین کارایی متخصصان

عدد کمی مد نظر	قید بیانی
۱	خیلی کم
۳	کم
۵	متوسط
۷	زیاد
۹	خیلی زیاد



پس از اینکه اطلاعات مدنظر در رابطه با هر سه معیار از هر متخصص دریافت شد، با استفاده از مدل DEA، کارایی هر متخصص محاسبه شد و در نهایت کارایی‌های به دست آمده طبق رابطه ۳ نرمال‌سازی شده و وزن هر متخصص مشخص شد. وزن‌های به دست آمده برای متخصصان در جدول ۴ ارائه شده‌اند.

جدول ۴. وزن به دست آمده برای متخصص

متخصص	وزن
۱	۰/۱۸۹۴
۲	۰/۱۴۷۳
۳	۰/۲۶۳۱
۴	۰/۱۷۸۹
۵	۰/۲۲۱۰

## تعیین بهترین و بدترین شاخص

نتایج انتخاب بهترین و بدترین شاخص توسط متخصصان به ترتیب در جدول‌های ۵ و ۶ ارائه شده است.

جدول ۵. تعیین بهترین شاخص توسط هر یک از متخصصان

شاخص متخصص	اندازه شرکت	سود نقدی هر سهم	نسبت سود هر سهم	نسبت قیمت به سود	مهلت و پرداخت سود سهم	نوسانات قیمت	بازده سهام
۱		*					
۲							*
۳							*
۴						*	
۵					*		

جدول ۶. تعیین بدترین شاخص توسط هر یک از متخصصان

شاخص متخصص	اندازه شرکت	سود نقدی هر سهم	نسبت سود هر سهم	نسبت قیمت به سود	مهلت و پرداخت سود سهم	نوسانات قیمت	بازده سهام
۱	*						
۲					*		
۳	*						
۴					*		
۵	*						

پس از اینکه نتایج انتخاب بهترین و بدترین شاخص از متخصصان دریافت شد، وزن هر شاخص جهت انتخاب بهترین و بدترین شاخص طبق رابطه‌های ۴ و ۵ مشخص شد. نتایج به دست آمده در جدول ۷ ارائه شده است. همان گونه که مشاهده می‌شود، بازده سهام به عنوان بهترین شاخص و اندازه شرکت بدترین شاخص انتخاب شده است.

جدول ۷. وزن هر شاخص جهت انتخاب بهترین و بدترین شاخص

شاخص	وزن برای انتخاب بهترین شاخص	وزن برای انتخاب بدترین شاخص
اندازه شرکت	۰	۰/۶۷۳۶۸۴
سود نقدی هر سهم	۰/۱۸۹۴۷۴	۰
نسبت سود هر سهم	۰	۰
نسبت قیمت به سود	۰	۰
مهلت و پرداخت سود سهام	۰	۰/۳۲۶۳۱۶
نوسانات قیمت	۰/۱۷۸۹۴۷	۰
بازده سهام	۰/۴۱۰۵۲۶	۰

## تعیین اهمیت‌های نسبی

پس از دریافت وزن متخصصان و همچنین تعیین بهترین و بدترین شاخص، در این مرحله متخصصان، نظرات و اطمینان نظرات خود را در قالب قیدهایی بیانی طبق جدول ۱ ارائه دادند. سپس قیدهایی بیانی به اعداد فازی متقابل و در نهایت اعداد Z تبدیل شدند. در نهایت بر اساس وزن متخصصان، اعداد Z مرتبط با هریک از اهمیت‌های نسبی و طبق رابطه (۳)، میانگین‌گیری شدند و نتایج به دست آمده به ترتیب در جدول‌های ۸ و ۹ ارائه شده‌اند.

جدول ۸. نتیجه میانگین‌گیری نظر متخصصان در رابطه با اهمیت نسبی بهترین شاخص نسبت به شاخص‌های دیگر

شاخص	$\bar{Z}_{Bi}$		
	$\bar{R}_{Bi}$	$\bar{A}_{Bi}$	$\bar{Z}_{Bi}$
اندازه شرکت	۰/۹۶	۰/۸۸	۰/۶۲
سود نقدی هر سهم	۰/۹۶	۰/۸۸	۰/۶۲
نسبت سود هر سهم	۰/۹۶	۰/۸۸	۰/۶۲
نسبت قیمت به سود	۰/۹۸	۰/۹۴	۰/۶۶
مهلت و پرداخت سود	۰/۹۴	۰/۸۲	۰/۵۸
نوسانات قیمت	۰/۹۲	۰/۷۶	۰/۵۴

جدول ۹. نتیجه میانگین‌گیری نظر متخصصان در رابطه با اهمیت نسبی هر شاخص نسبت به بدترین شاخص

شاخص	$\bar{Z}_{wi}$		
	$\bar{R}_{iw}$	$\bar{A}_{iw}$	$\bar{Z}_{wi}$
سود نقدی هر سهم	۰/۹۴	۰/۸۲	۰/۵۸
نسبت سود هر سهم	۰/۹۴	۰/۸۲	۰/۵۸
نسبت قیمت به سود	۰/۹۴	۰/۸۲	۰/۵۸
مهلت و پرداخت سود	۰/۹۶	۰/۸۸	۰/۶۲
نوسانات قیمت	۰/۹۶	۰/۸۸	۰/۶۲

### تعیین وزن هر شاخص

پس از اینکه اهمیت‌های نسبی در قالب اعداد Z مشخص شدند، سپس قسمت اطمینان اعداد Z طبق رابطه‌های ۹ و ۱۰ به قسمت محدودیت اضافه شدند و در نهایت طبق رابطه ۱۱، وزن هر شاخص مشخص شد. نتیجه وزن هر شاخص در جدول ۱۰ مشاهده می‌شود.

جدول ۱۰. وزن هر شاخص طبق روش DEA-GZBWM

شاخص	وزن شاخص
اندازه شرکت	۰/۰۶۱
سود نقدی هر سهم	۰/۱۲۱۵
نسبت سود هر سهم	۰/۱۳۰۶
نسبت قیمت به سود	۰/۱۳۵۰
مهلت و پرداخت سود سهام	۰/۱۳۸۰
نوسانات قیمت	۰/۱۳۷۸
بازده سهام	۰/۲۷۷۱

پس از به‌دست‌آوردن نتایج روش معرفی‌شده، نتایج آن با نتایج روش‌های FBWM و ZBWM بر اساس وزن، رتبه و همچنین نرخ ناسازگاری با یکدیگر مقایسه شدند که نتایج آن در جدول ۱۱ ارائه شده است.

جدول ۱۱. مقایسه نتایج DEA-GZBWM، ZBWM و FBWM

شاخص	DEA-GZBWM		ZBWM		FBWM	
	رتبه	وزن	رتبه	وزن	رتبه	وزن
اندازه شرکت	۷	۰/۰۶۱	۷	۰/۰۷۹	۷	۰/۰۶۳
سود نقدی هر سهم	۲	۰/۱۲۱۵	۳	۰/۱۲۷	۴	۰/۱۱۹
نسبت سود هر سهم	۵	۰/۱۳۰۶	۴	۰/۱۲۹	۳	۰/۱۲۸
نسبت قیمت به سود	۴	۰/۱۳۵۰	۵	۰/۱۲۱	۵	۰/۹۸
مهلت و پرداخت سود سهام	۶	۰/۱۳۸۰	۶	۰/۱۰۴	۶	۰/۷۵۵
نوسانات قیمت	۳	۰/۱۳۷۸	۲	۰/۱۳۶	۲	۰/۱۴۱
بازده سهام	۱	۰/۲۷۷۱	۱	۰/۳۰۴	۱	۰/۳۲۴
نرخ ناسازگاری	۰/۱۰۸		۰/۱۲۴		۰/۱۷۵	

نرخ ناسازگاری نشان می‌دهد تا چه اندازه می‌توان به داده‌های گردآوری شده از دیدگاه هر کارشناس اعتماد کرد. با توجه به نتایج به‌دست آمده، شاهد برتری روش پیشنهادی DEA-GZBWM نسبت به دو روش ZBWM و FBWM هستیم که این برتری به سبب داشتن نرخ ناسازگاری کمتر است.

### نتیجه‌گیری

در این مطالعه، مدل گروهی ZBWM ارائه شده است. از آنجایی که به‌طور معمول اکثر تصمیم‌گیری‌ها به صورت گروهی ارائه می‌شوند و معمولاً اکثر تصمیم‌گیرنده‌ها (متخصصان) دارای کارایی یکسانی نیستند، لذا در این مطالعه برای

تصمیم‌گیری گروهی به هریک از متخصصان، وزنی اختصاص یافت. برای رسیدن به این هدف، از روش‌های ZLCWAA و DEA که به ترتیب وظایف میانگین‌گیری از اعداد Z و تخصیص وزن به متخصصان را بر عهده دارند، استفاده شد تا از ترکیب نتایج آن‌ها با مدل ZBWM، مدل گروهی آن ارائه شود. در نهایت مطالعه موردی برای نشان دادن چگونگی استفاده از روش ارائه شده برای انتخاب سبد بهینه سهام انجام شد. که در آن سرمایه‌گذار با روش ارائه شده و با کمک متخصصان حوزه مالی (افراد خبره)، اقدام به سرمایه‌گذاری و انتخاب سبد سهام بهینه‌ای از میان شرکت‌های موجود در سازمان بورس و اوراق بهادار نمود. نرخ ناسازگاری نشان‌دهنده این است که آیا مقایسات کارشناسان درست بوده است یا خیر. نتیجه مقایسات کارشناسان در روش‌های مورد بررسی در این پژوهش، در جدول ۱۱ قابل مشاهده می‌باشد. به طوری که روش پیشنهادی DEA-GZBWM با دارا بودن نرخ ناسازگاری کمتر (۰/۱۰۸) نسبت به روش‌های دیگر (۰/۱۲۴ و ۰/۱۷۵)، نرخ ناسازگاری کمتری دارد. پس می‌توان نتیجه گرفت که این روش، از عملکرد بهتری برخوردار است.

## منابع

- تیموری، احسان، امیری، مقصود، الفت، لعیا، زندیه، مصطفی (۱۳۹۹). مدل انتخاب تأمین‌کننده، تخصیص سفارش و قیمت‌گذاری در مدیریت زنجیره تأمین چند کالایی تک‌دوره‌ای و چند تأمین‌کننده با رویکرد روش‌های سطح پاسخ و الگوریتم ژنتیک. *مدیریت صنعتی*، ۱۲(۱)، ۲۳-۱.
- شاوردی، مرضیه، یعقوبی، سعید، سلطانی، بهزاد (۱۳۹۸). ارزیابی و انتخاب طرح‌های صندوق توسعه فناوری با استفاده از روش بهترین - بدترین (مورد مطالعه: صندوق نوآوری و شکوفایی). *مدیریت صنعتی*، ۱۱(۳)، ۴۶۱-۴۸۶.
- فهیمی، افشین، شاه‌بندرزاده، حمید (۱۴۰۰). توسعه مدل بهینه‌سازی سبد سهام مارکوییتز با توجه به ملاحظات غیرمالی سرمایه‌گذار و حمایت از تولیدات داخلی. *مدیریت صنعتی*، ۱۳(۱)، ۷۹-۵۳.
- همايونفر، مهدی، دانشور، امیر، نهاوندی، بیژن، فلاح، فریا (۱۳۹۸). ارائه روش طبقه‌بندی جدید با استفاده از رویکرد ترکیبی یادگیری ماشین و تصمیم‌گیری چندمعیاره. *مدیریت صنعتی*، ۱۱(۴)، ۶۷۵-۶۹۲.

## References

- Abadi, F., Sahebi, I., Arab, A., Alavi, A., & Karachi, H. (2018). Application of best-worst method in evaluation of medical tourism development strategy. *Decision Science Letters*, 7(1), 77-86.
- Aboutorab, H., Saberi, M., Asadabadi, M. R., Hussain, O., & Chang, E. (2018). ZBWM: The Z-number extension of Best Worst Method and its application for supplier development. *Expert Systems with Applications*, 107, 115-125.
- Ali, A., & Rashid, T. (2020). Generalized interval-valued trapezoidal fuzzy best-worst multiple criteria decision-making method with applications. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems*, 38(2), 1705-1719.
- Amiri, M., Hashemi-Tabatabaei, M., Ghahremanloo, M., Keshavarz-Ghorabae, M., Zavadskas, E. K., & Banaitis, A. (2021). A new fuzzy BWM approach for evaluating and selecting a

- sustainable supplier in supply chain management. *International Journal of Sustainable Development & World Ecology*, 28(2), 125–142.
- Amoozad Mahdiraji, H., Arzaghi, S., Stauskis, G., & Zavadskas, E. K. (2018). A hybrid fuzzy BWM-COPRAS method for analyzing key factors of sustainable architecture. *Sustainability*, 10(5), 1626.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Wei, Q. L. (1987). *A Semi-Infinite Multicriteria Programming Approach to Data Envelopment Analysis With Infinitely Many Decision-Making Units*.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-solver software* (۲ ج). Springer.
- de Kaa, G., Scholten, D., Rezaei, J., & Milchram, C. (2017). The battle between battery and fuel cell powered electric vehicles: A BWM approach. *Energies*, 10(11), 1707.
- Dong, Q., & Cooper, O. (2016). A peer-to-peer dynamic adaptive consensus reaching model for the group AHP decision making. *European Journal of Operational Research*, 250(2), 521–530.
- Fahimi, Afshin & Shahbandarzadeh, Hamid (2021). Developing the Markowitz Portfolio Optimization Model Concerning Investor Non - financial Considerations and Supporting Domestic Products. *Industrial Management Journal*, 13(1), 53-79. (in Persian)
- Ghoushchi, S. J., Dorosti, S., Khazaeili, M., & Mardani, A. (2021). Extended approach by using best--worst method on the basis of importance--necessity concept and its application. *Applied Intelligence*, 1–15.
- Guo, S., & Zhao, H. (2017). Fuzzy best-worst multi-criteria decision-making method and its applications. *Knowledge-Based Systems*, 121, 23–31.
- Gupta, H., & Barua, M. K. (2016). Identifying enablers of technological innovation for Indian MSMEs using best--worst multi criteria decision making method. *Technological Forecasting and Social Change*, 107, 69–79.
- Gupta, H., & Barua, M. K. (2017). Supplier selection among SMEs on the basis of their green innovation ability using BWM and fuzzy TOPSIS. *Journal of Cleaner Production*, 152, 242–258.
- Gupta, H., & Barua, M. K. (2018). Modelling cause and effect relationship among enablers of innovation in SMEs. *Benchmarking: An International Journal*.
- Gupta, R. P. (2017). *Remote sensing geology*. Springer.
- Hafezalkotob, A., & Hafezalkotob, A. (2017). A novel approach for combination of individual and group decisions based on fuzzy best-worst method. *Applied Soft Computing*, 59, 316–325.
- Homayounfar, M., Daneshvar, A., Nahavandi, B., & Fallah, F. (2019). Developing a New Classification Method Base d on a Hybrid Machine Learning and Multi Criteria Decision Making Approach. *Industrial Management Journal*, 11(4), 675-692. (in Persian)
- Hussain, A., Chun, J., & Khan, M. (2021). A novel multicriteria decision making (MCDM) approach for precise decision making under a fuzzy environment. *Soft Computing*, 25(7), 5645–5661.

- Maghsoodi, A. I., Mosavat, M., Hafezalkotob, A., & Hafezalkotob, A. (2019). Hybrid hierarchical fuzzy group decision-making based on information axioms and BWM: Prototype design selection. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 788–804.
- Mohammadi, M., & Rezaei, J. (2020). Bayesian best-worst method: A probabilistic group decision making model. *Omega*, 96, 102075.
- Rezaei, J. (2015). Best-worst multi-criteria decision-making method. *Omega*, 53, 49–57.
- Rezaei, J. (2016). Best-worst multi-criteria decision-making method: Some properties and a linear model. *Omega*, 64, 126–130.
- Rezaei, J., Nispeling, T., Sarkis, J., & Tavasszy, L. (2016). A supplier selection life cycle approach integrating traditional and environmental criteria using the best worst method. *Journal of Cleaner Production*, 135, 577–588.
- Salimi, N., & Rezaei, J. (2018). Evaluating firms' R&D performance using best worst method. *Evaluation and program planning*, 66, 147–155.
- Shaverdi, M., Yaghoubi, S., & Soltani, B. (2019). Project Evaluation and Selection in Technology Development Funds with Best-Worst Method (Case Study: Innovation and Prosperity Fund). *Industrial Management Journal*, 11(3), 461-486. (in Persian)
- Tang, J., Yu, S., Liu, F., Chen, X., & Huang, H. (2019). A hierarchical prediction model for lane-changes based on combination of fuzzy C-means and adaptive neural network. *Expert systems with applications*, 130, 265–275.
- Teymouri, E., Amiri, M., Olfat, L., & Zandieh, M. (2020). Presenting a Supplier Selection, Order Allocation, and Pricing Model in Multi-item, Single-Period, and Multi-Supplier Supply Chain Management with Surface Response Methodology and Genetic Algorithm Approach. *Industrial Management Journal*, 12(1), 1-23. (in Persian)
- van de Kaa, G., Kamp, L., & Rezaei, J. (2017). Selection of biomass thermochemical conversion technology in the Netherlands: A best worst method approach. *Journal of Cleaner Production*, 166, 32–39.
- Wan, S., Dong, J., & Chen, S.-M. (2021). Fuzzy best-worst method based on generalized interval-valued trapezoidal fuzzy numbers for multi-criteria decision-making. *Information Sciences*.
- Wu, Y., Xu, C., & Zhang, T. (2018). Evaluation of renewable power sources using a fuzzy MCDM based on cumulative prospect theory: A case in China. *Energy*, 147, 1227–1239.
- Xian, S., Chai, J., & Guo, H. (2019). Linguistic-induced ordered weighted averaging operator for multiple attribute group decision-making. *International Journal of Intelligent Systems*, 34(2), 271–296.
- Zadeh, L. A. (2011). The concept of a Z-number-A new direction in uncertain computation. *2011 IEEE International Conference on Information Reuse & Integration*, xxii--xxiii.
- Zhang, Z., Gao, Y., & Li, Z. (2020). Consensus reaching for social network group decision making by considering leadership and bounded confidence. *Knowledge-Based Systems*, 204, 106240.