تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۳/۰۳/۱۷
تاریخ پذیرش نهایی: ۱۳۹۳/۰۷/۲۶

احمد امین‌پور،[۱] محمدرضا اولیا،[۲] رضا ابوئی،[۳] بیتا حاجبی[۴]

پیشنهاد مدلی برای ترسیم گره در تزئینات وابسته به معماری اسلامی[۴]

چکیده

یکی از مصداق‌های تزئینات، گره است. ترسیم گره‌ها معمولاً در نزد پژوهشگران هنر اسلامی امری مورد توجه بوده است. در این پژوهش به معرفی مهم‌ترین روش‌های موجود رسم گره مثل روش شبکه‌های زیرساختی شعاعی و شبکه‌های زیرساختی «هانکین» و تحلیل مقایسه‌ای هر یک در جهت بیان مزایا و معایب و سپس تبیین روشی جدید برای ترسیم گره پرداخته می‌شود. روش پیشنهادی این پژوهش بر حسب تعریف پارامترهای مستقیم مثل تعداد اضلاع شمسهٔ گره و طول دهانه مورد نظر بیان می‌گردد. در این روش، مشکلات و سختی روش هانکین مثل محاسبات شبکه‌های چندضلعی، نوع آنها و زاویه برخورد و در بعضی موارد نامنتظم شدن، مرتفع خواهد شد. با توجه به آنکه احتمال آسیب به اطراف یک نقش هندسی نسبت به مرکزش بیشتر است، در زمان مرمت با رسم نقوش از مرکز و تعریف خطوط نقش به گونهٔ پارامتریک بر اساس طول دهانهٔ مرکزی، می‌توان از مرکز، سایر قسمت‌های نقش را نیز ترسیم نمود که این امر در روش پیشنهادی ارائه شده در این پژوهش با تعیین تعداد اضلاع و طول دهانهٔ مورد نظر امکان‌پذیر می‌شود. در واقع سعی خواهد شد با امکانات رایانه‌ای (برنامه‌نویسی)، روش‌های ترسیم نقوش هندسی معماری اسلامی ارتقا داده شوند، بدین معنا که با دانستن دو پارامتر تعداد اضلاع نقش مرکزی (مثلاً شمسه) و طول دهانهٔ گره مورد نظر به‌راحتی بتوان آن را ترسیم کرد.

کلیدواژه‌ها: پارامتریک، ترسیم گره، شبکه زیرساختی، مرمت، امکانات رایانه‌ای.

[۱] استادیار دانشکده معماری و شهرسازی، دانشگاه هنر اصفهان، استان اصفهان، شهر اصفهان
E-mail: aminpoor@aui.ac.ir

[۲] استادیار دانشکده معماری، دانشگاه یزد، استان یزد، شهر یزد
E-mail: m.r.owlia@yazd.ac.ir

[۳] استادیار دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، اصفهان
E-mail: r.abouei@aui.ac.ir

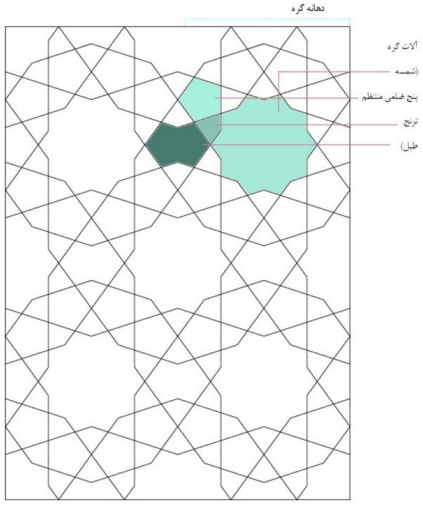
[۴] دانشجوی دکتری مرمت و احیاء بناها و بافت‌های تاریخی، دانشکده حفاظت و مرمت، دانشگاه هنر اصفهان، استان اصفهان، شهر اصفهان (نویسنده مسئول مکاتبات)
E-mail: b.hajebi@aui.ac.ir

[۵] این مقاله برگرفته از رسالهٔ دکتری بیتا حاجبی در رشتهٔ مرمت و احیاء بناها و بافت‌های تاریخی در دانشگاه هنر اصفهان، با عنوان «تبیین ویژگی‌های ریاضی نقوش هندسی زایای شکسته» به راهنمایی دکتر احمد امین‌پور و دکتر محمدرضا اولیا و مشاوره دکتر رضا ابوئی است.

مقدمه

گره در دایرةالمعارف هنر، گره‌چینی روش سازماندهی نقوش هندسی به‌نحوی که طرحی درهم‌بافته و موزون حاصل آید، تعریف شده است (پاکباز، ۱۳۸۳، ٤٥٢). چارچوب رسم گره را زمینه گویند. هر گره در زمینهٔ مخصوص به‌خود محدود می‌شود، در واقع کادر گره مرکب از تعدادی زمینه گره است که در داخل کادر تکرار شده است. آلت گره اشکال هندسی است که نام خود را از شباهتی که به اشیاء طبیعی یا مصنوع دارد گرفته است. مثل آلت پابزی، گیوه، سرمه‌دان (شکل ۱). ذکر این نکته لازم است که مرحلهٔ ترسیم و تئوری کار را گره‌چینی می‌گویند و مرحلهٔ عملی کار را گره‌سازی می‌گویند (زمرشیدی، ۱۳٦٥، ٥٥).

لرزاده در کتاب احیای هنرهای از یاد رفته اشاره می‌کند که آنچه در گره باید مورد توجه قرار گیرد آن است که اولاً آلت خارج نداشته باشد یعنی در طراحی گره، آلت‌ها منحصر به آلات گره باشند. دیگر آنکه چنانچه طرح گره را در کنار آن تکرار کنیم، آلت‌های گره یکدیگر را کامل کنند (رئیس‌زاده و مفید، ۱۳۷٤، ۱٤۱). حسین زمرشیدی تعریف را محدود نمی‌کند و مفهوم گسترده‌تری برای گره، در نظر می‌گیرد، هر زمینهٔ گره مجموعه‌ای از اشکال هندسی است که به هر یک از آنها آلت گره می‌گویند. بنابراین در گره‌چینی یا گره‌سازی واحد کار آلت گره است (زمرشیدی، ۱۳٦٥، ٥٥).

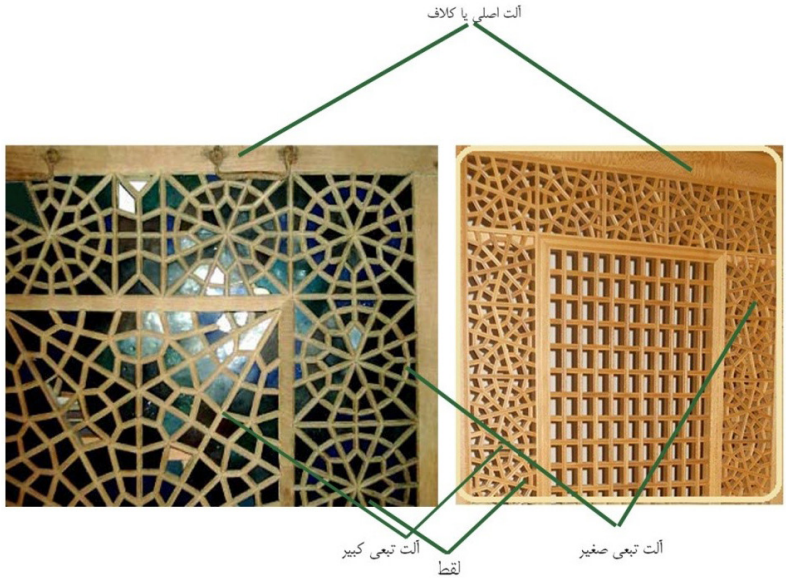


شکل ۱. تعریف آلات و دهانه گره

منبع: نگارندگان

گیتی آذر مهر به روایت استادکاران این رشته، مثل استاد غلامرضا ابراهیمیان و استاد حاج حسن عشاقی، تعریف دیگری برای آلت گره می‌آورد و واحد کار گره را به جای آلت، لقط می‌داند. وی گره را چنین تعریف می‌کند: اگر دو یا چند جسم با یک وسیله به یکدیگر اتصال یابند، قطعهٔ پدید آمده دارای گره خواهد بود، در صنعت گره‌سازی به ترکیب حاصل از لقطها (واحد کار گره‌سازی) به‌واسطه آلات (واسطه)، گره گفته می‌شود. عناصر دوگانه گره عبارتند از: آلت (وسیله یا واسطه که عامل ایستایی گره بوده و نقش استحکام بخشی و کاربردی گره را بر عهده دارد) و به دو دسته آلات اصلی و آلات تبعی تقسیم می‌شود.

آلات اصلی می‌تواند به‌صورت محیطی (خارج از گره) یا محاطی (داخل گره) واقع شود. آلات تبعی که می‌تواند آلت صغیر[۱] یا کبیر[۲] باشد). و لقط که واحد کار گره‌سازی است. از ترکیب لقاط نقش گره به‌وجود می‌آید و کاربرد جمعی و حجمی آن در ترکیب با آلات، گره را می‌سازد. لقط می‌تواند توپر یا توخالی باشد (آذر مهر، ۱۳۸۰، ۸٤).



شکل ۲. تعریف آلت و لقط در گره از دیدگاه استادکاران سنتی مثل استاد غلامرضا ابراهیمیان و استاد حاج حسن عشاقی

منبع: نگارندگان

برخی از آلات، آلاتی است که به‌طور کلی در گره‌چینی سنتی ایران کمتر به‌کار رفته است مگر در برخی بناهای قدیمی و بیشتر در هنرهای کشورهای دیگر اسلامی معمول است، ولی چون بسیاری از آن کشورها زمانی جزء ایران قدیم محسوب می‌شده‌اند، چه‌بسا دست‌های هنرمند ایرانی آنها را به‌وجود آورده باشد. گره‌چینی در این زمینه‌ها با شمسه‌های تند و ترنج‌های بسیار کشیده و سایر آلات از نظر اندازه متفاوت‌اند، یعنی برخی آلات کشیده و برخی ریز است. این کیفیات به زمینه گره ویژگی خاصی می‌دهد. به هر حال استادان هنر گره‌چینی این‌گونه آلات را به نام آلات غیرایرانی می‌شناسند.

بعضی نگارندگان، گره را منحصراً در گره‌های ایرانی می‌دانند که این تحقیق، همهٔ گره‌های ایرانی و غیرایرانی را شامل می‌شود چراکه با تغییر متغیر در الگوی پیشنهادی الگوهای متنوعی را می‌توان به‌دست آورد که همهٔ آنها ایرانی نیستند. در واقع در تبدیل الگوها به یکدیگر الگوهای متنوعی فراهم می‌شود که لزوماً همگی دارای آلات خاص ایرانی نیستند.

لازم به ذکر است که یکی از خصوصیات بارز گره که موجب شده است در طول تاریخ هزار ساله خود، زنده و پویا بماند خاصیت زایندگی و تنوع‌پذیری آن است، به‌طوری که درون برخی گره‌ها گرهٔ دیگری را می‌توان بیرون آورد (رئیس‌زاده و مفید، ۱۳۷٤).

با توجه به آن‌که احتمال آسیب‌پذیری حاشیه‌ها و اطراف یک نقش هندسی نسبت به مرکزش بیشتر است، در زمان مرمت می‌توان با رسم نقوش از مرکز و تعریف خطوط نقش به‌گونهٔ پارامتریک بر اساس طول دهانهٔ مرکزی از مرکز، سایر قسمت‌هایش را نیز ترسیم نمود. این امر در روش پارامتریک با تعیین تعداد اضلاع نقش میانی گره مثل شمسه و طول دهانهٔ مورد نظر امکان‌پذیر می‌شود که سعی خواهد شد با امکانات رایانه‌ای (برنامه‌نویسی)، روش‌های ترسیم نقوش هندسی معماری اسلامی بدین‌گونه ارتقا داده شوند. بدین معنا که در روش‌های پیشین مثل روش هانکین برای ترسیم نیاز به تعیین نوع شبکه‌های چندضلعی است و به‌راحتی نمی‌توان گره مورد نظر را بر اساس طول دهانه رسم نمود.

در این مقاله این شیوه‌ها بسط داده خواهد شد، در واقع، سعی می‌شود گره از لحاظ روابط ریاضی بررسی شود. ابتدا به معرفی مهم‌ترین روش‌های موجود جهت ترسیم گره‌سازی و تحلیل مقایسه‌ای هر یک در جهت بیان امکانات و محدودیت‌های آنها و سپس تبیین روشی جدید برای ترسیم گره – به‌طور موردی گره کند دو پنج در زمینه چندضلعی – پرداخته می‌شود. ساختار و روش مقاله به‌صورت زیر است:

شکل ۳. ساختار مقاله

منبع: نگارندگان

هدف اصلی تحقیق عبارت است از ارائهٔ روش پیشنهادی برای رسم نقوش هندسی اسلامی به‌صورت پارامتریک در جهت بررسی امکان ترسیم قسمت‌های آسیب دیده نقوش جهت مرمت آنها. در این بررسی سعی شده است تفسیر جدیدی از تزئینات اسلامی به‌خصوص گره به‌وسیلهٔ ریاضی و به‌صورت پارامتریک بیان شود.

در روش‌های تاریخی که در رساله‌های هندسهٔ عملی مشاهده می‌شود مثل رساله فی تداخل الاشکال المتشابهه و المتوافقه (رساله‌ای منضم به ترجمه کتاب ابوالوفا بوزجانی مربوط به قرن چهارم هجری) بیشتر از شبکه‌های شعاعی با دوایر هم‌مرکز استفاده شده است، این روش در رسالهٔ عبدالرحمن صوفی مربوط به قرن چهارم درباره «هندسهٔ پرگاری» نیز دیده می‌شود که بیشتر درباره تقسیم دایره به قسمت‌های مساوی و ترسیم چندضلعی‌های منتظم است. در این رساله شیوه‌های اساسی برای تقسیم و تکثیر متناسب با استفاده از پرگار و دهانه ثابت مطرح می‌شود[۳] (میر ابوالقاسمی و باقری، ۱۳۸۲، ۸۹–۱۴۲).

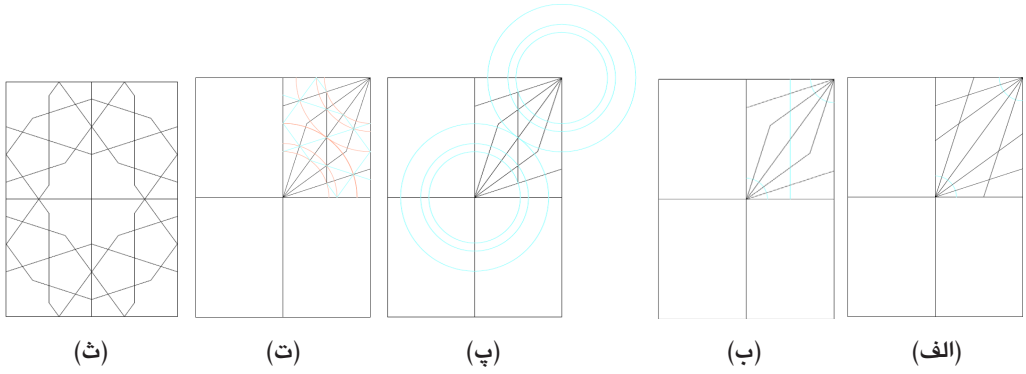
در نقشه‌های «میرزا اکبر خان» متعلق به دورهٔ قاجار از روش شعاعی استفاده شده است. روش شعاعی همچنین روش غالب و مرسوم در رسم گره در کتب معاصر فارسی نظیر احیای هنرهای از یاد رفته (رئیس‌زاده و مفید)، گره‌چینی (زمر شیدی)، گره و کاربندی (شعرباف) نیز هست. عصام السعید و عایشه پارمان در کتاب نقش‌های هندسی در هنر اسلامی برای ترسیم نقوش بر مبنای شبکه زیرساختی شعاعی عمل کرده‌اند.[۴]

معرفی روش‌های ترسیم و نحوه گسترش گره‌ها

– شبکه زیرساختی با رسم دایره

در اینجا ابتدا به معرفی روش زیرساختی شعاعی که «شعرباف» آن را بیان کرده پرداخته می‌شود. یکی از انواع گره، کند دو پنج است. برای ترسیم آن ابتدا شبکه زیرساختی گره در ربع یک زمینهٔ

کامل (واگیره) از گره ترسیم می‌شود. واگیره کوچکترین جزء قابل تکرار هر گره است که در یک چهارچوب مشخص محاط می‌شود. عرض واگیره مستطیل به اندازه دلخواه در نظر گرفته می‌شود، سپس از دو سر آن دو خط عمود اخراج می‌شود و تشکیل یک مستطیل می‌دهد. زاویهٔ ۹۰ درجه در رئوس روبه‌روی هم از نظر قطری به ۵ قسمت مساوی تقسیم می‌شوند و زوایا از هر دو رأس روبه‌رو به‌هم ترسیم می‌شود سپس عمود منصف قاعده ترسیم می‌شود تا خطوط زاویه را قطع کند پس از آن دایره‌هایی به مرکز رئوس و شعاع نقاط برخورد خط عمود منصف با زوایا ترسیم می‌شود. بعد نقاط به‌گونه‌ای که در شکل دیده می‌شود به هم متصل می‌شوند (شعرباف، ۱۳۷۲، ۳۷).

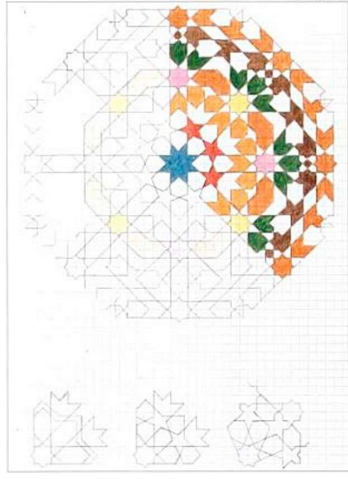


شکل ۴. مراحل ترسیم گره کند دو پنج با استفاده از روش شعاعی:
الف) تقسیم زوایای قائم به پنج قسمت مساوی؛ ب) ترسیم عمودمنصف؛ پ) رسم دایره‌هایی به مرکز رئوس و شعاع نقاط برخورد خط عمودمنصف با زوایا؛ ت) اتصال نقاط مشخص‌شده در شکل؛ ث) شکل نهایی

منبع: شعرباف، ۱۳۷۲، ۳۷

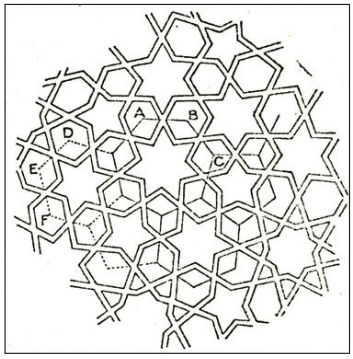
شبکه زیرساختی چندضلعی

الگوهای ستاره‌ای اسلامی که از تزئینات کاخ الحمرا در گرانادا دسته‌بندی شده است توسط «بورگوین»[۵] در سال ۱۹۷۳ جمع‌آوری شده است. در این کتاب، الگوها بیشتر به کمک خطوط راهنما تدوین شده است. در کتاب هنرهای تزئینی در مراکش در شکل ۵ یک طرح دستی از ستارهٔ هشت نقطه‌ای و شش‌ضلعی‌های کشیده دورش کشیده شده و باقی‌مانده با شکل‌های اضافی پر شده و به کمک آنها طرح‌های کامل و پیچیده به‌وجود آمده است (Castera 1999).



شکل ۵. ستارهٔ هشت نقطه‌ای و شش ضلعی‌های کشیده دورش

منبع: Castera, 1999

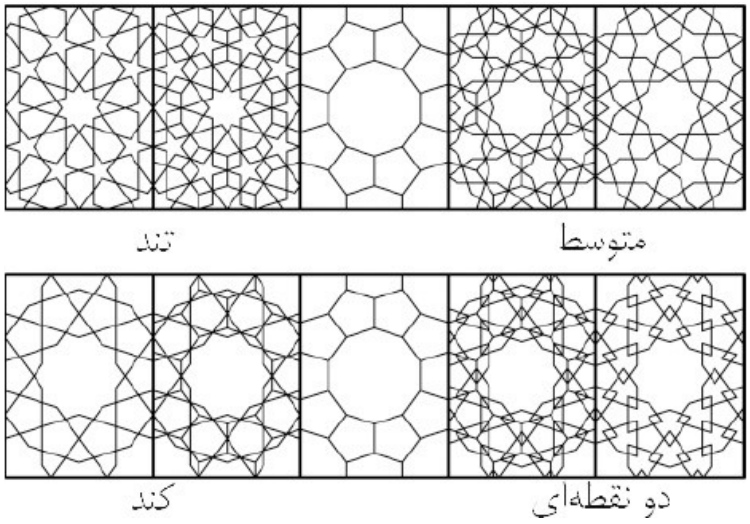


شکل ۶. شبکه خطوط راهنما برای تزئینات در حمام ترکی

منبع: Hankin, 1905, 464

نظریهٔ استفاده از شبکهٔ چندضلعی به‌عنوان یک راهنما برای ساختار الگوهای ستاره‌ای دیدگاه مشترکی است که تحقیقات بسیاری از محققان را به هم مرتبط می‌سازد و ظاهراً جنبهٔ تاریخی نیز داشته است. دلیل این مدعا در نقشه‌های موجود در طومار توپکاپی دیده می‌شود (نجیب اوغلو، ۱۳۷۹). هانکین در مقالهٔ «طراحی الگوهای هندسی در هنرهای اسلامی»، به بررسی نقوش یک حمام در ترکیه پرداخته‌است. در این حمام، الگوهای ستاره‌ای به‌همراه شبکه‌های کمرنگ ترسیم شده است. این امر، وجود شبکهٔ راهنما را برای نقوش حمام اثبات می‌کند (Hankin, 1925a). در شکل ٦ بخشی از یک الگوی اربسک که مربوط به گنبد در حمام ترکی که متصل به قصر فاتح‌پور سیکری است، نشان داده شده است. در کنار خطوط ضخیم که در اندود گچ کنده‌کاری شدند و داخل گنبد را پوشاندند خراش‌های (خطوط) ضعیفی که با خطوط AB و BC نشان داده شده‌اند، پیدا شدند. این خراش‌ها بخشی از چندضلعی هستند به‌طوری که در F، E، D نشان داده شده‌است. این خراش‌ها، ستاره‌های پنج، شش، هفت و هشت‌پر را که این الگو را ساخته، احاطه کرده است(Hankin, 1905, 464) .

«جی بونر»[٦]، یک معمار در نیومکزیکو وقت و انرژی زیادی را به طبقه‌بندی و تولید الگوهای ستاره اسلامی اختصاص داده است. در یک دست‌نوشته چاپ نشده، او جزئیات کارش را شبیه آنچه هانکین توضیح داده، ذکر کرده است. او به شواهدی دال بر این که روش او روش غالب است، اشاره می‌کند (Bonner 2012). کار بونر نشان می‌دهد چگونه می‌توان فضای وسیعی از الگوهای ستاره‌ای را به روش هانکین به‌دست آورد. به علاوه «بونر» برای اصلاح آن ویرایشی را با تبدیل نقاط برخورد خطوط از میانه اضلاع به دو نقطه پیشنهاد می‌دهد (شکل ۷).



شکل ۷. به‌دست آوردن گره‌های مختلف از شبکه‌های چندضلعی

منبع: Bonner, 2003

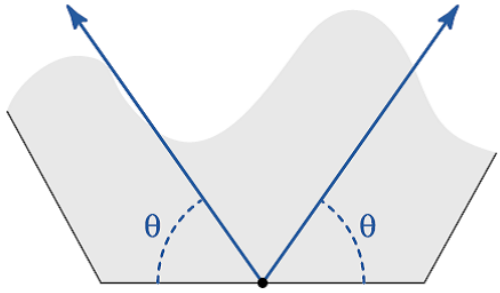
گرانبوم و شفارد[٧] نیز چگونگی بیرون کشیدن محتوای هندسی از یک الگو را که طرح نامیده می‌شود و نحوهٔ گسترش طرح را بررسی کردند (Grunbaum and Shefard, 1992)[٨]. کرگ کاپلان در پایان‌نامه دکتری خود در سال ۲۰۰۲ به بیان روشی ترکیبی در قالب نرم‌افزار تاپرات بر اساس روش زیرساختی شبکه‌ای پرداخته است.

- شبکه زیرساختی هانکین

رویکرد چگونگی تولید و رشد الگوهای ستاره‌ای در تزئینات اسلامی در غرب اولین‌بار در مقالاتی از هانکین تحت عناوین «طراحی الگوهای هندسی در هنرهای اسلامی»، «مثال‌هایی از روش‌های ترسیم الگوهای هندسی اسلامی»، «بعضی طرح‌های پیچیدهٔ اسلامی»، دنبال شد (Hankin, 1925b, 1934, 1936). هانکین اولین‌بار روش شبکه زیرساختی چندضلعی‌ها را در مقاله «طراحی الگوهای هندسی هنر اسلامی» ارائه داد. توصیف هانکین از تکنیکش، یک نقطه آغاز برای رویکرد الگوریتمیک[۹] فراهم می‌کند. او اشاره می‌کند:

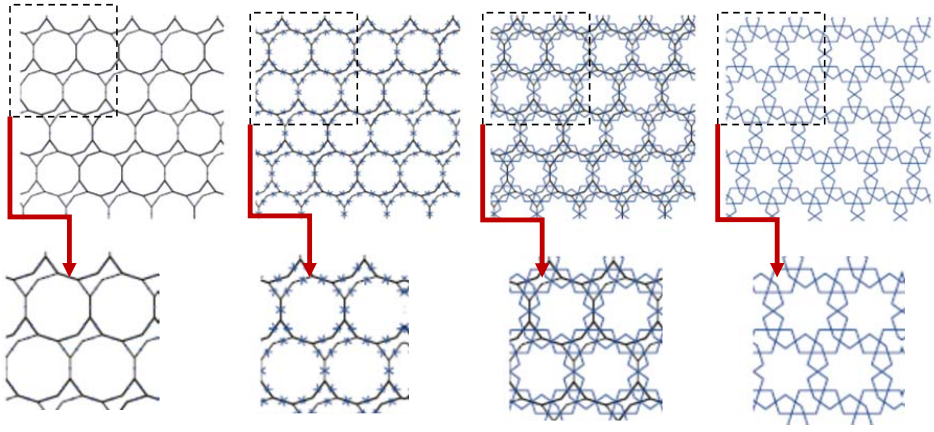
«در ساختن چنین الگوهایی لازم است سطح را با یک شبکه چند ضلعی، دربرگرفت. سپس از میان هر کدام از یال‌های چندضلعی‌ها دو خط کشیده می‌شود. این خط‌ها از هم می‌گذرند شبیه به یک x و ادامه پیدا می‌کنند تا آنجایی که به خطوط مشابه گذرنده از دیگر یال‌ها برسند» (Hankin, 1925a, 4).

این مدل یک متغیر دارد: زاویهٔ لبه‌های برآمده با لبهٔ چندضلعی‌ها که زاویهٔ برخورد نامیده می‌شود (شکل ۸). این الگوریتم روی چند ضلعی‌های منتظم بهتر عمل می‌کند. هنگامی که چند ضلعی‌ها کنار هم قرار می‌گیرند، خطوط x شکل روی اضلاع آن بر هم منطبق است چون خطوط برخورد همگی به شکل x رشد می‌کنند. باید توجه داشت که اگر زاویه بین اضلاع چند ضلعی a باشد و زاویه برخورد خطوط (a/2)-۱۸۰ باشد خطوط برآمده از اضلاع چندضلعی روی هم منطبق خواهند بود و تا زمانی‌که زاویه بین ۰ تا این مقدار و یا این مقدار تا ۹۰ درجه باشد، برخورد ممکن خواهد بود (شکل ۹).



شکل ۸. خطوط به شکل x در میانه اضلاع چندضلعی هر کدام با زاویه برخورد معین نسبت به اضلاع چندضلعی هستند

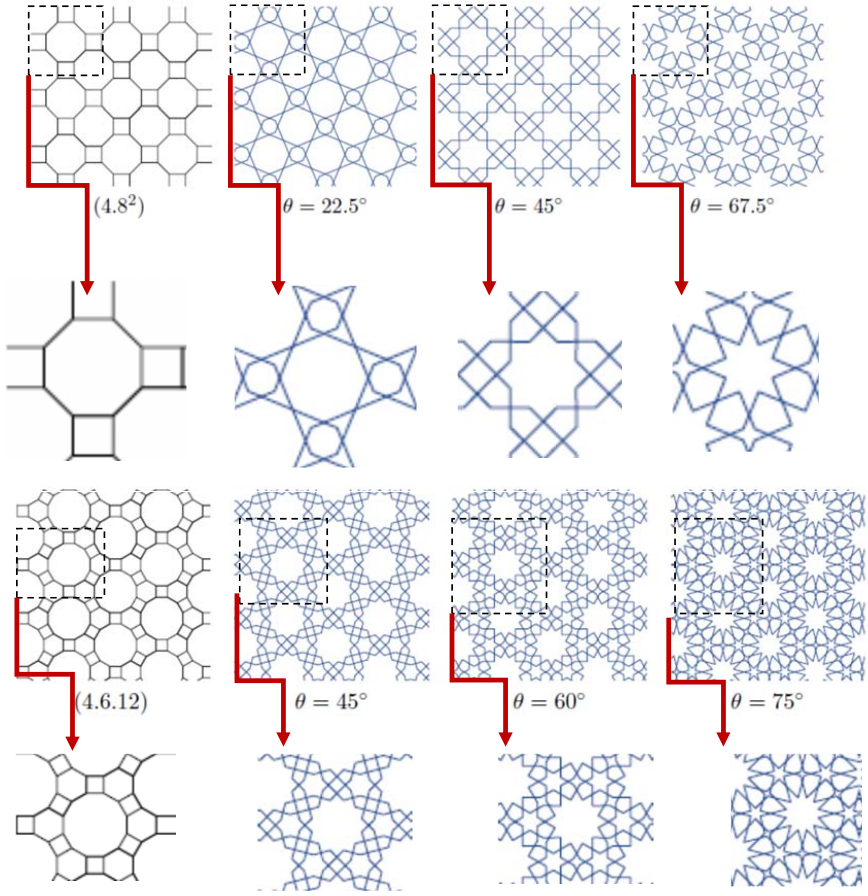
منبع: Kaplan, 2002, 53



شکل ۹. نمایشی از روش هانکین- تصویر از سمت چپ به‌ترتیب شبکه چندضلعی، نقاط برخورد خطوط در میانه اضلاع، رشد خطوط x شکل برآمده از نقاط و ادامه آنها تا رسیدن به خطوط بر آمده از اضلاع دیگر، الگوی ستاره‌ای حاصل

منبع: Kaplan, 2002, 53

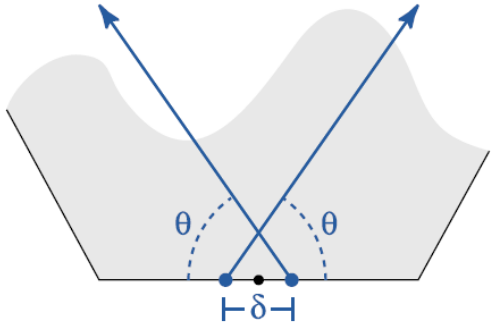
می‌توان با تغییر زاویه نتایج مختلف را مشاهده کرد، در شکل ۱۰، مثال‌هایی از این تغییر نشان داده شده است:



شکل ۱۰. مثال‌هایی از الگوهای ستاره‌ای ساخته شده به‌وسیلهٔ روش هانکین. هر ردیف یک الگوی چندضلعی با سه طرح منشعب از آن با استفاده از سه زاویهٔ برخورد متفاوت است

منبع: Kaplan, 2002, 54

می‌توان در این الگو اصلاحاتی انجام داد، مثل تقسیم نقطه برخورد به دو نقطه، چنانچه در شکل ۱۱ نشان داده می‌شود، این تقسیم می‌تواند با یک پارامتر دیگر (δ) که فاصلهٔ بین نقاط آغاز جدید برای خطوط برآمده را مشخص می‌کند، صورت بگیرد (Kaplan, 2002, 55).



شکل ۱۱. موقعیت نقطهٔ برخورد در دو بخش تقسیم می‌شود که برآمدش این است که نقطهٔ آغاز خطوط بر آمده با فاصلهٔ δ جدا می‌شود

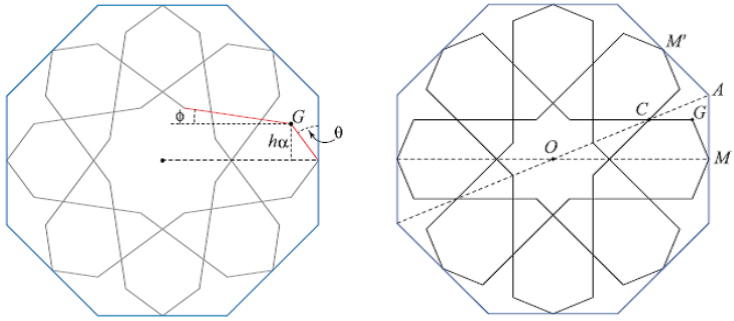
منبع: Kaplan, 2002, 52

– روش پارامتریزه کردن مسیریابی به روش لی (استفاده از عنصر و زاویه)

«لی» یک ساختار از گره کامل فراهم می‌کند؛ یک چندضلعی در نظر می‌گیرد. از مرکز O به رأس A وصل می‌کند؛ به اندازهٔ AM (نصف یال چند ضلعی) روی OA جدا می‌کند تا به نقطهٔ c برسد، به‌طوری که AC=AM و G از برخورد MM' (خط واصل نقاط میانی چند ضلعی) با خطی که از c موازی با OM می‌گذرد به‌دست می‌آید و چون دو زاویهٔ ACG=AMG در نتیجه CG=GM می‌شود (شکل ۱۲).

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود، شکل از طریق ٦ پارامتر قابل تفسیر است، (n, r, s, θ, h, ϕ)، n و r و s به‌عنوان تعداد اضلاع چند ضلعی، شعاع دایره محیطی و تعداد لایه‌های داخلی شکل در تمام طرح‌هایی که از طریق مسیر تولید می‌شوند، کاربرد دارند.

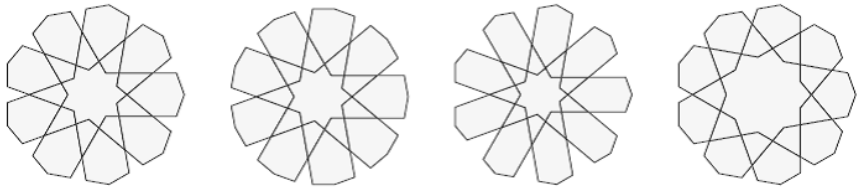
نقطهٔ G به‌عنوان نقطه‌ای با ارتفاع h بالای خط OM در نظر گرفته می‌شود، به‌طوری که GMA =θ، نقطهٔ دوم از طریق تشکیل زاویهٔ ϕ بین خط بر آمده از نقطهٔ G و افق به‌دست می‌آید این پارامترها را می‌توان با جایگزینی θ با π/n بدین‌گونه تفسیرکرد: (n, r, s, θ, h, ϕ) (شکل ۱۳)(Lee, 1995) .



شکل ۱۲ و ۱۳. نمونه‌ای از ساختار لی

منبع: Lee, 1995

تأثیرات تغییر پارامترهای h, ϕ, θ در قالب چند نمونه نشان داده شده‌است. به‌نظر می‌رسد، در تبدیل الگوها به یکدیگر الگوهای متنوعی فراهم می‌شود که لزوماً همگی دارای آلات خاص ایرانی نیستند. گره‌چینی در این زمینه‌ها با شمسه‌های تند و ترنج‌های بسیار کشیده و سایر آلات با آنچه به‌عنوان گره‌های ایرانی شناخته می‌شوند از نظر اندازه متفاوت‌اند، یعنی برخی آلات کشیده و برخی ریز است. در واقع درست است که این گره‌ها از تغییر پارامتر به‌وجود می‌آیند، اما همهٔ آنها نمی‌توانند الگوهای مناسبی بسازند. به‌نظر می‌رسد در شکل ١٤ آنچه در الگوهای اسلامی شناخته شده‌تر است، نمونه (د) است و الگوهایی که شباهت کمتری به نمونه‌های شناخته شده اسلامی هستند نمونه (الف) و (ب) هستند.



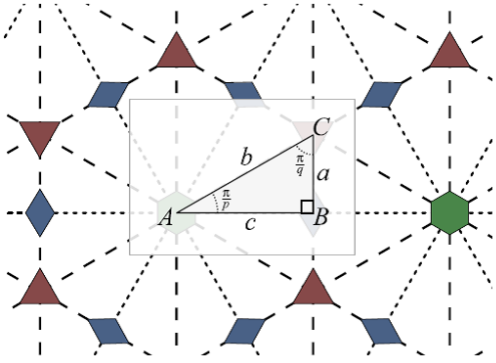
(الف)	(ب)	(ج)	(د)
$\theta = 20°$ $h = 1$ $\phi = 10$	$\theta = 20°$ $h = 0.8$ $\phi = 0$	$\theta = 10°$ $h = 1$ $\phi = 0$	$\theta = 20°$ $h = 1$ $\phi = 0$

شکل ۱۴. نمونه‌های گره ساخته شده با استفاده از تکنیک توضیح داده شده. در هر نمونه n=9, r=1, s=3 است و تأثیر h, ϕ, θ در نمونه‌های مختلف دیده می‌شود

منبع: Kaplan, 2002, 66

چگونگی رشد شبکه‌های چندضلعی

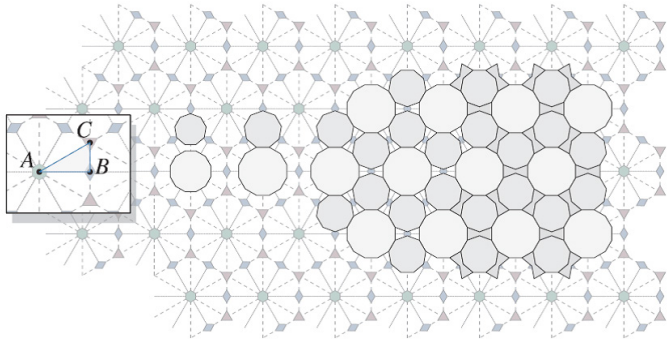
توضیح چگونگی تولید و پارامتریزه کردن طرح بر اساس ترکیب چندضلعی‌ها در راستای توضیح ویژگی‌های هندسه مولد سنتی الزامی است. چندضلعی‌های منتظم نمونه‌های خوبی برای تهرنگ (شبکه زیرساختی) اسلامی هستند. با گسترش ناحیه اصلی به‌عنوان یک مولد می‌توان کل طرح را تولید کرد. ناحیهٔ اصلی در گسترش چندضلعی‌ها، مثلث قائم‌الزاویه‌ای است که از هر رأس آن تعدادی محورهای تقارن عبور می‌کند و چندضلعی‌های منتظم در مرکزیت رئوس ناحیه اصلی گروه متقارن هستند. برای تولید شبکه چندضلعی‌ها با تعداد اضلاع مضرب p و q، ناحیه اصلی مثلثی است که در رأس A، p محور، در رأس C، q محور و در رأس B، دو محورتقارن دارد. برای ایجاد شبکه، np ضلعی‌ها را در رأس A و nq ضلعی‌ها را در رأس C می‌گذاریم. حال این محورها ممکن است از رئوس چندضلعی‌ها بگذرند که مثلاً در رأس A آن را به‌صورت (vertex) و اگر از وسط ضلع بگذرند به‌صورت (edge) نشان می‌دهیم. طبیعی است، زوایای مثلث در رئوس، π/p و π/q و π/2 است (شکل ۱۵).



شکل ۱۵. مثلث قائم‌الزاویه به‌عنوان ناحیه اصلی و مولد در توسعه شبکه‌های چندضلعی

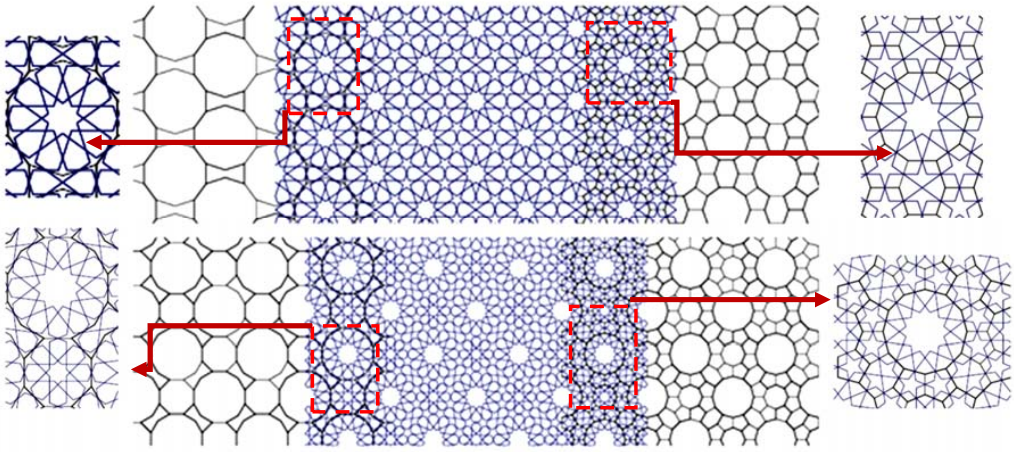
منبع: Kaplan, 2002, 72

همان طور که گفته شد، در ترکیب شبکهٔ چندضلعی‌ها، چند پارامتر مطرح می‌شود؛ انتخاب ضریب n به عنوان نسبت اضلاع چندضلعی به تعداد محورهای موجود در رئوس، انتخاب برخورد محورها با رئوس یا وسط اضلاع چندضلعی، انتخاب شعاع چندضلعی‌ها؛ شعاع محیطی np ضلعی‌ها و شعاع محیطی nq ضلعی‌ها باید طوری در نظر گرفته شوند که چندضلعی‌ها به هم برسند و اضلاعشان برابر باشند (شکل ۱۶).



شکل ۱۶. مثلث ABC در سمت چپ، ناحیه اصلی است. با قرارگیری نه ضلعی و دوازده ضلعی در رئوس مثلث می‌توان شکل شبکه‌ای ایجاد کرد

منبع: Kaplan, 2002, 74



شکل ۱۷. نمونه از شبکه‌هایی که می‌توانند یک طرح ایجاد کنند. نمونه‌های سمت چپ با گره‌هایی که از طریق مسیریابی تولید می‌شوند و نمونه‌های سمت راست به روش هانکین (نقطه میانی و زاویه برخورد) تولید می‌شوند. آنها در مرکز در یک طرح مشابه به هم می‌رسند

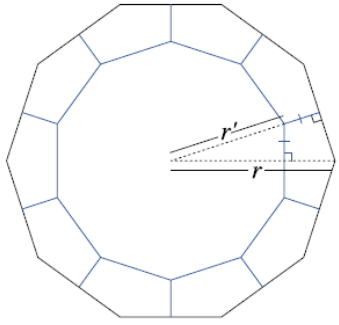
منبع: Kaplan, 2002, 94

نوع دیگری از تهرنگ (شبکهٔ زیرساختی)، شبکه‌ای است که هانکین آن را معرفی می‌کند به‌طوری که چندضلعی‌ها توسط پنج‌ضلعی‌ها، احاطه شده‌اند. می‌توان یک طرح مشابه از هر دو شبکه به‌دست آورد. شکل ۱۷ نشان می‌دهد بونر چگونه یک طرح از دو شبکه به‌دست آورد.

شبکه‌های چندضلعی به‌عنوان تهرنگ را نیز می‌توان به یکدیگر تبدیل کرد. بدین‌گونه که اگر تهرنگ، شبکه‌ای از n ضلعی‌ها با شعاع r باشد، n ضلعی‌های جدید درون n ضلعی‌های اولیه، با شعاع r' با زاویهٔ π/n نسبت به مرکز می‌چرخد و رئوس n ضلعی جدید به وسط ضلع n ضلعی اصلی متصل می‌شود[۱۰] (شکل ۱۹). وسط اضلاع شکل‌های پاپیونی ایجاد شده بین n ضلعی‌ها، نیز به‌صورت عمود امتداد می‌یابد (شکل ۱۸).

شکل ۱۸. امتداد خطوط عمود برآمده از وسط اضلاع شکل‌های ایجاد شده در فواصل بین n ضلعی‌ها

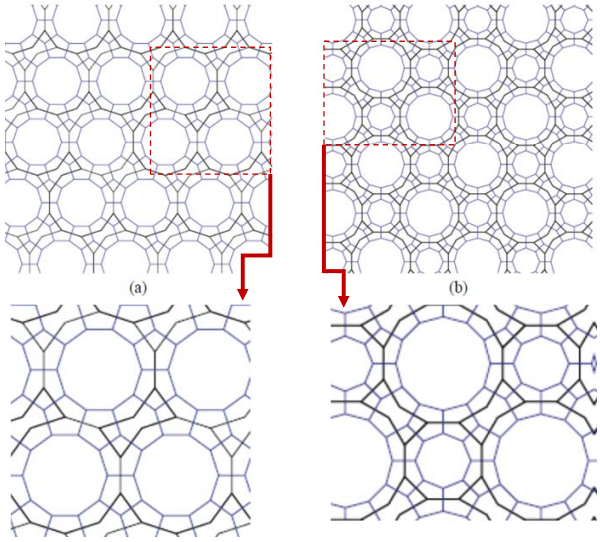
منبع: Kaplan, 2002, 95



شکل ۱۹. ده ضلعی جدید با شعاع r' هم‌مرکز با ده ضلعی اولیه با شعاع r و چرخش یافته با زاویه π/n نسبت به آن و اتصال رئوس n ضلعی جدید به وسط ضلع n ضلعی اصلی

منبع: Kaplan, 2002, 95

همان‌طور که دیده می‌شود هر دو مرحله، نمونه‌ای از روش هانکین است (نقطه میانی اضلاع و عبور خطوط با زاویه ۹۰ درجه از آن) با این روش می‌توان شبکه‌های چندضلعی را به شبکه‌های مدل هانکین تبدیل کرد. در شکل ۲۰ می‌توان این تغییر را با خطوط آبی رنگ مشاهده کرد.



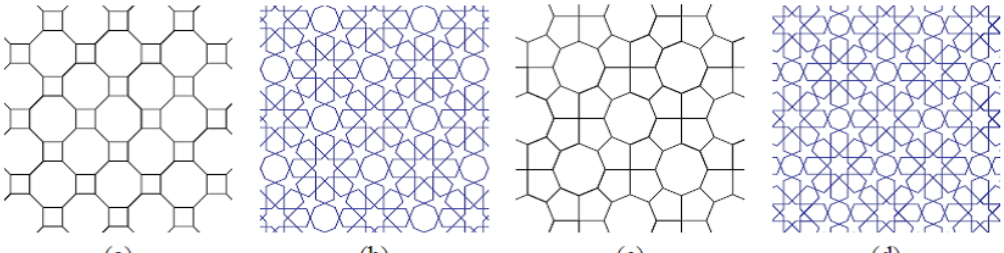
شکل ۲۰. نمایشی از تبدیل شبکه چندضلعی منتظم به شبکه چندضلعی هانکین به رنگ آبی

منبع: Kaplan, 2002, 96

ارزیابی و تحلیل

امکانات و محدودیت‌های مدل‌های ساختاری برای تولید و رشد گره‌ها

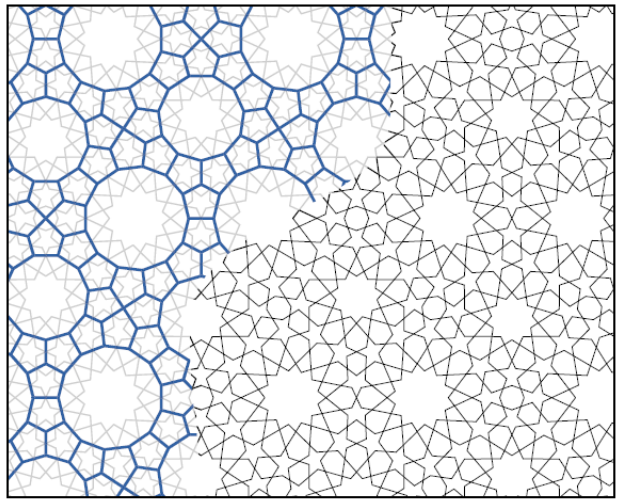
هر مدل مزایا و معایبی دارد؛ شبکه چندضلعی‌های منتظم اجازه بیشتری در انتخاب گره و کنترل مستقیم آن به کاربر می‌دهد. شبکه چندضلعی هانکین برای تولید شکل‌های پیچیده‌تر نیاز به کمی ویرایش دارد. به‌طور مثال شکل ۲۱، نمونه a یک شبکه هشت‌ضلعی منتظم است که همان‌طور که نمونه b نشان می‌دهد نمونه ستاره‌ها درون آن محاط شدند. در مقایسه، اگر این شبکه به روش هانکین، همان‌طور که نمونه c نشان می‌دهد به شبکه چندضلعی هانکین تبدیل شود و سپس در نمونه d به روش هانکین ستاره‌ها درون شبکه محاط شوند نتیجه‌ها مشابه هستند. شکلی که حاصل شبکه a است، منتظم است چراکه شش‌ضلعی‌های دور ستاره در نمونه b نسبت به d هم‌اندازه ترست. بونر برای اصلاح آن ویرایشی را با جابه‌جا کردن نقاط برخورد خطوط از میانه اضلاع برای رفع این مشکل پیشنهاد می‌دهد.



شکل ۲۱. یک نمونه از شبکه‌های چندضلعی منتظم که طرح منتظمی نسبت به شبکه هانکین تولید می‌کند

منبع: Kaplan, 2002, 98

از سوی دیگر، مدل هانکین برای بیان طرح‌هایی که ستاره‌های با زاویه ناسازگار دارد (ستاره‌های ۱۱ و ۱۳ نقطه‌ای که از امتدادشان ستاره‌های پنج نقطه‌ای نامنتظم حاصل می‌شود) مناسب است. همان‌طور که در شکل ۲۲ نشان داده شده، بونر چند نمونه طرح از این ستاره‌ها را نشان می‌دهد. در مدل هانکین، چون زاویه‌های غیرهم‌اندازه درون پنج‌ضلعی‌های کوچک هستند، نامنتظم بودن زاویه‌های ستاره‌های پنج‌نقطه‌ای کمتر به‌نظر می‌رسد از این جهت استفاده از روش هانکین مناسب‌ترست، در موارد پیچیده نامنتظم که از طریق شبکه چندضلعی منتظم قابل نشان دادن نیست از مدل هانکین استفاده می‌شود و در نمونه‌های منتظم از شبکه چندضلعی‌های منتظم بهره گرفته می‌شود. به‌طور قطع نمی‌توان گفت از کدام روش استفاده شود چون هر کدام بسته به شرایط، مزایا و معایب خود را دارد.



شکل ۲۲. یک نمونه از الگوهای ستاره‌ای نامعمول ارائه شده توسط بونر

منبع: Kaplan, 2002, 98

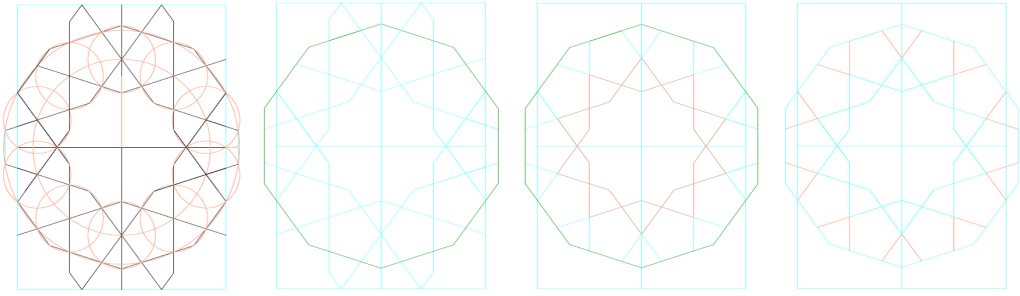
روش پیشنهادی

در این بخش سعی شده تفسیری از زایایی نقوش هندسی شکسته به‌ویژه گره، به‌وسیلهٔ روش‌های ریاضی به‌صورت پارامتریک بیان شود. روش پیشنهادی این پژوهش بر حسب متغیرهایی مثل تعداد اضلاع نقش درونی گره مورد نظر (مثل شمسه گره) و طول دهانه گره مورد نظر بیان می‌گردد. با این کار چون زاویه خود تابعی از تعداد اضلاع شمسه است و در محاسبه از قبل لحاظ شده، نیازی به محاسبه آن توسط کاربر نیست و با در نظر گرفتن تعداد اضلاع و طول دهانه گره می‌توان شکل را ترسیم کرد. در روش پیشنهادی این پژوهش، مشکلات روش هانکین (مثل محاسبات شبکه‌های چندضلعی، نوع آنها، زاویه برخورد و در بعضی موارد نامنتظم شدن اضلاع) مرتفع خواهد شد.

برای این کار ابتدا به‌طور موردی گره کند دو پنج در زمینهٔ ده‌ضلعی که در بخش قبلی از روش شعاعی ترسیم شد به‌عنوان یک گره زایا تحلیل می‌شود. تحلیلی روی ویژگی‌های ریاضی و روابط بین اجزای آن انجام می‌شود و با تعریف متغیرهایی که در سطر اول شکل ۲۷ بیان شده، سعی می‌شود رابطه‌ای پارامتریک برای ترسیم آن بیان شود.

در واقع می‌توان با تحلیل ریاضی بین نقاط هر شکل، خطوط آن‌را به‌عنوان تابعی از متغیرهایی مثل تعداد اضلاع نقش درونی مثل شمسه و طول دهانه مورد نظر در نظر گرفت. برای این کار می‌توان شکل را به‌صورت زیر تجزیه کرد:

در شکل ۲۳ می‌توان خطوط را به سه دسته تقسیم نمود و هر دسته از خطوط را بر اساس دو نقطه ابتدایی و انتهایی آن که خود نقاط بر اساس روابط مثلثاتی تعریف شده‌اند، به‌عنوان یک تابع نوشت. در ابتدا تحلیل نشان می‌دهد که نقاط روی سه دسته دایره که در شکل ۲۳ (د) به رنگ صورتی هستند واقع شده‌اند.



(د) (ج) (ب) (الف)

شکل ۲۳. چند دسته کردن خطوط گره

منبع: نگارندگان

خطوط به سه دسته کلی قابل تقسیم است:

الف) خطوط سبز که ده ضلعی محیطی گره را شامل می‌شوند و روی دایره بیرونی واقع‌اند و به رنگ سبز نمایش داده شده‌اند (شکل۲۳ (ج)).

ب) خطوط قرمز که از نقاط روی دایره درونی به نقاط روی دایره‌های کوچک میانی اتصال دارند (شکل۲۳ (ب)).

ج) خطوط قرمز که از نقاط مرکز دایره‌های کوچک میانی به نقاط روی ده‌ضلعی اتصال دارند (شکل۲۳ (الف)).

همان‌طور که در شکل ۲٤ دیده می‌شود، دهانهٔ مورد نظر a است. واگیره گره، مستطیلی به عرض $\frac{a}{2}$ و طول $\frac{b}{2}$ $(b>a)$ و شعاع دایره میانی r و شعاع دایره‌های کوچک میانی r_3 و زاویه بین پره‌های شمسه نیز α است. شایان ذکر است همه متغیرهای مزبور تابعی از a و تعداد اضلاع شمسه (n) می‌باشند به‌طوری که بر اساس روابط مثلثاتی $b=\frac{a}{\tan(\alpha)}$ و $r=4\cdot a\cdot\sin(\alpha)$ است.

همان‌طور که در شکل ۲٤ دیده می‌شود برای به‌دست آوردن r_3 می‌توان از مشابهت مثلث‌ها استفاده کرد و r_3 را برابر x دانست و می‌توان رابطه‌ای بین x و a برقرار کرد: $r_3=(\frac{a}{2})\cdot\sin(\frac{\alpha}{2})$ و زاویه α بر اساس تعداد اضلاع شمسه برابر است با $\frac{(4.180)}{n}$.

نقاط ابتدا و انتهای خطوط دسته اول که در شکل ۲٤ به رنگ سبز مشخص شده است یکی از اضلاع ده‌ضلعی محیطی گره را تشکیل می‌دهد، روی دایره بیرونی با شعاع $r+r_3$ می‌باشند. با توجه به این که مرکز دایره به‌عنوان مرکز مختصات است، محور x را خطی که مرکز دایره میانی را به مرکز دایره‌های کوچک میانی متصل می‌کند و خط عمود بر آن به‌عنوان محور y تعریف می‌شود (شکل ۲٤). نقطه ابتدایی خطوط دسته اول روی محور x به مختصات $\begin{bmatrix} r+r_3 \\ 0 \end{bmatrix}$ و نقطه انتهایی این خطوط به مختصات $\begin{bmatrix} (r+r_3)\cdot\cos(\alpha) \\ (r+r_3)\cdot\sin(\alpha) \end{bmatrix}$ است.

نقاط ابتدای خطوط دسته دوم که در شکل ۲۵ به رنگ سبز مشخص شده است، مرکز دایره‌های کوچک روی دایره میانی به شعاع r و نقاط انتهایی روی دایره درونی صورتی به شعاع $r-r_3$ واقع‌اند. همان‌طور که گفته شد، محور x خط واصل بین مرکز دایره میانی و مرکز دایره‌های کوچک میانی است و به همین‌رو، نقطهٔ ابتدایی خطوط دسته دوم به مختصات $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}$ و نقطه انتهایی این خطوط به مختصات $\begin{bmatrix} (r-r_3)\cdot\cos(\alpha) \\ \pm(r-r_3)\cdot\sin(\alpha) \end{bmatrix}$ است (شکل ۲۵).

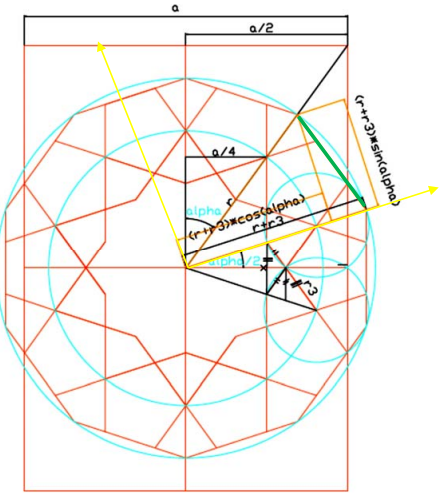
نقاط ابتدایی خطوط دسته سوم که به رنگ سبز در شکل ۲۶ نمایش داده شده است مرکز دایره‌های کوچک روی دایره میانی به شعاع r و نقاط انتهایی روی دایره‌های کوچک میانی هستند.

یکی از نقاط خطوط دسته اول روی محور x با مختصات $\begin{bmatrix} r \\ 0 \end{bmatrix}$ و نقطه انتهایی $\begin{bmatrix} r+(r_3\cdot(\cos(\alpha))) \\ \pm r_3\cdot\sin(\alpha) \end{bmatrix}$ می‌باشد (شکل ۲۶).

با توجه به اینکه خطوط بر اساس تعداد اضلاع به‌صورت متقارن چرخش یافته‌اند، پس از تعریف هر دسته از خطوط، می‌توان یک حلقه[11] تعریف کرد، در هر مرحله از تکرار این حلقه، یک خط به تعداد اضلاع شمسهٔ داخل گره چرخیده می‌شود.

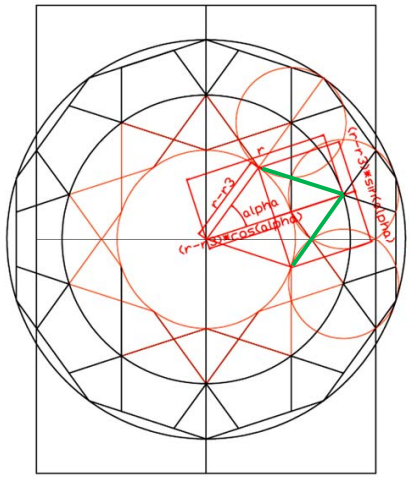
تمام موارد گفته شده در بالا در زبان GDL در محیط Graphisoft ArchiCad 16 نوشته شده‌است (شکل ۲۷).

با تغییر مقادیر تعداد اضلاع شمسه (n) می‌توان اشکال متفاوت گره را مشاهده کرد[12] (شکل ۲۸). لازم به ذکر است این گره در دهضلعی محاط شده است و همهٔ گره‌هایی که در اثر تغییر n حاصل می‌شود، ایرانی نیستند.



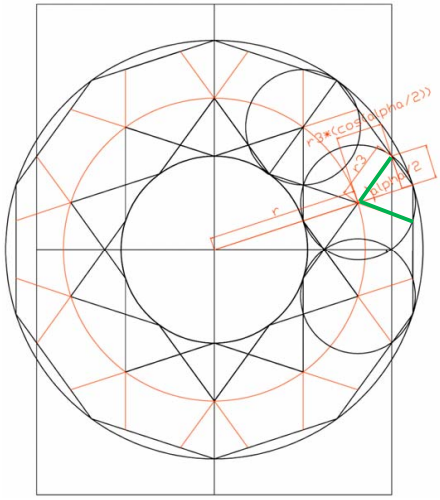
شکل ۲۴. خطوط دسته اول به رنگ سبز

منبع: نگارندگان



شکل ۲۵. خطوط دسته دوم به رنگ سبز

منبع: نگارندگان

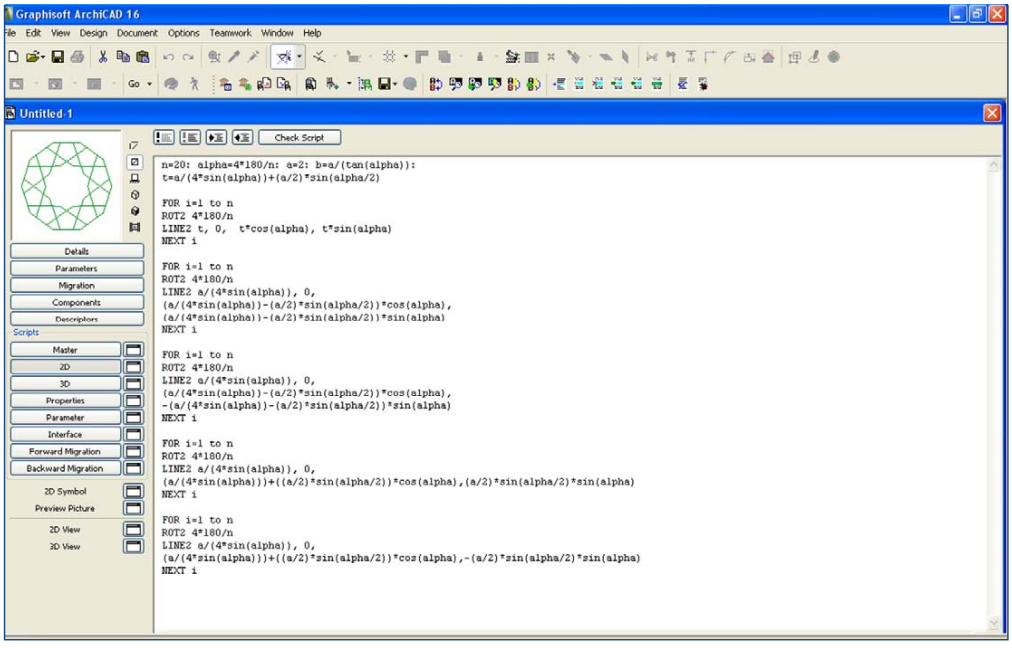


شکل ۲۶. خطوط دسته سوم به رنگ سبز

منبع: نگارندگان

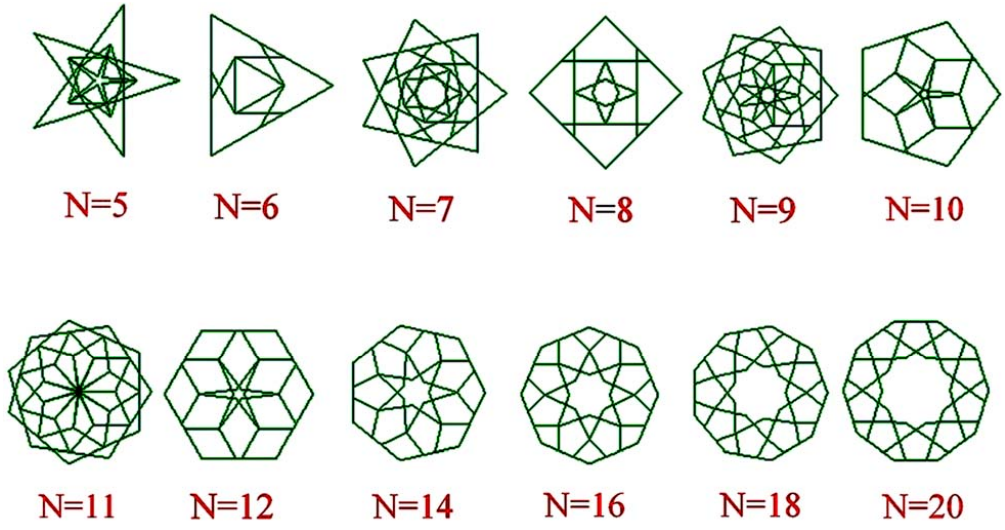
می‌توان با تغییر زوایهٔ چرخش در هر مرحله تکرار، شکل‌های متفاوت از گره ایجاد کرد به‌طوری که رسمی‌بندی‌های مختلف از آن منشعب شوند (شکل ۲۹).

می‌توان کمی دستورها را تغییر داد و ستاره و پنج‌ضلعی‌های اطراف را به ستاره با شش‌ضلعی‌های اطراف (شبیه آنچه هانکین سعی در به‌دست آوردنش داشت) تبدیل کرد. برای تبدیل پنج‌ضلعی به شش‌ضلعی اطراف شمسه می‌توان نقاط انتهایی خطوط دسته سوم را به نقاط روی دایرهٔ بزرگ‌تر با شعاع b برابر با طول واگیره گره که نقاط انتهایی شش‌ضلعی در امتداد میانه ضلع پنج‌ضلعی‌ها هستند، متصل کرد (شکل ۳۰).



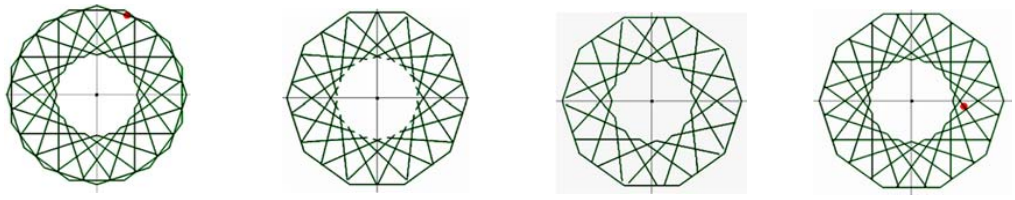
شکل ۲۷. روابط خطوط گره به‌عنوان تابعی از تعداد اضلاع و دهانه در محیط Graphisoft ArchiCad 16 حاصل روش پیشنهادی

منبع: نگارندگان



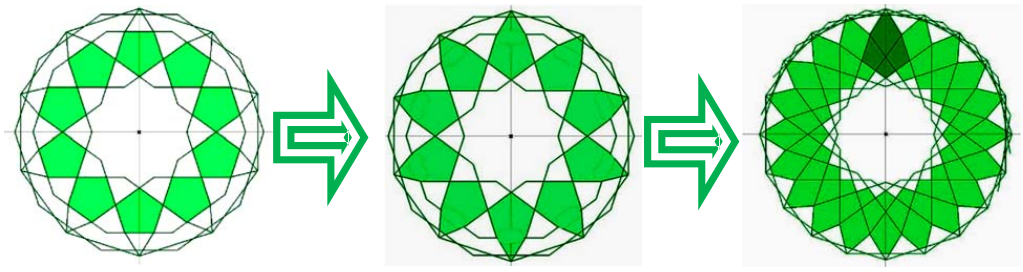
شکل ۲۸. اشکال متفاوت گره با تغییر مقادیر تعداد اضلاع شمسه (n) حاصل روش پیشنهادی

منبع: نگارندگان



شکل ۲۹. شکل‌های مختلف با تغییر زاویه چرخش در هر مرحله تکرار

منبع: نگارندگان



شکل ۳۰. تبدیل پنج ضلعی‌های دور ستاره به شش ضلعی و تغییر زاویه تکرار

منبع: نگارندگان

نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا به معرفی مهم‌ترین روش‌های موجود جهت ترسیم گره (روش زیرساختی شعاعی و روش زیرساختی شبکه‌ای) و تحلیل مقایسه‌ای هر یک در جهت بیان امکانات و محدودیت‌های هریک پرداخته شد که به اختصار در جدول ۱ قابل ملاحظه است.

در این پژوهش، مدلی ترسیمی برای ترسیم گره کند دو پنج در زمینه چندضلعی به‌صورت پارامتریک به زبان GDL در محیط Graphisoft ArchiCad 16 بیان شده است. در روش پیشنهادی این پژوهش، خطوط نقوش به‌عنوان تابعی از متغیرهایی مثل تعداد اضلاع شمسه گره و طول دهانه مورد نظر بیان می‌گردد. با این کار چون زاویه، خود تابعی از تعداد اضلاع شمسه است و در محاسبه لحاظ شده، نیازی به محاسبه آن توسط کاربر نیست و با در نظر گرفتن تعداد اضلاع و طول دهانه گره می‌توان شکل را ترسیم کرد. مشکلات روش هانکین (مثل محاسبات شبکه‌های چندضلعی، نوع آنها و زاویه برخورد و در بعضی موارد و نامنتظم‌شدن اضلاع و به تبع نیاز به اصلاح مثل جابه‌جا کردن نقطه برخورد از مرکز به اطراف) مرتفع شده است.

ویژگی زایایی نقوش هندسی اسلامی از جمله ظرایف این نقوش به‌ندرت شناخته شده است. امکان نشان دادن روند تبدیل شکل‌های متنوع از یک دستور و زایایی طرح‌ها در روش اول (روش زیرساختی شعاعی) به‌سختی وجود دارد، زیرا در آن بر طبق روش سنتی، نقاط خاصی به یکدیگر متصل می‌شوند. روش هانکین، امکان بیشتری برای نشان دادن روند تبدیل شکل‌های متنوع از یک دستور را دارد، اما روش هانکین نیز محدودیت‌های خود را دارد مثل تعیین نوع شبکه‌های چندضلعی و زاویهٔ برخورد قبل از ترسیم گره. در واقع تفاوت در شکل‌های خروجی حاصل از سه روش نیست و شکل‌ها یکسان‌اند، بلکه تفاوت در راحتی کاربر در به‌دست آوردن شکل‌هاست. در واقع حسن روش پیشنهادی این است که کاربر می‌تواند به‌راحتی با دانستن دو پارامتر مستقیم تعداد اضلاع نقش میانی (شمسه) و طول دهانهٔ مورد نظر به‌راحتی و بدون محاسبهٔ شبکه‌های چند ضلعی، نقوش را رسم کند.

جدول ۱. مقایسه روش‌های رشد الگوهای مولد هندسی

شبکه زیرساختی شعاعی	شبکه زیرساختی شبکه‌ای		روش پیشنهادی
	شبکه چندضلعی منتظم	**شبکه چندضلعی هانکین**	
	شبکه: ترکیبی از p و q ضلعی‌های منتظم و قابل تبدیل به شبکه هانکین	شبکه: احاطه شدن چندضلعی‌ها توسط پنج‌ضلعی‌های منتظم	
استفاده از دایره و تقسیم آن قسمت های مساوی و اتصال نقاط آن به شیوه خاص	**روش پارامتریزه کردن مسیریابی لی (استفاده از عنصر و زاویه)** پارامتر: (n,r,s,e,,h,ϕ) **روش گرانبام و شفارد (تعداد و فاصلهٔ رئوس)** ترسیم شبکهٔ n ضلعی منتظم، به‌طوری که n>3 باشد و نام‌گذاری رئوس به‌صورت v1,……,vn و اتصال هر رأس v(i) به v(i+d) به طوری‌که 1<d<n/2	**روش پارامتریزه کردن هانکین (استفاده از نقطه میانی و زاویه)** ترسیم شبکهٔ چندضلعی منتظم مشخص کردن وسط یال‌های چندضلعی به‌عنوان نقطهٔ برخورد ترسیم خطوط x شکل از نقطهٔ برخورد با زاویه برخورد خاص پارامتر: (n, e)	تعریف خطوط اصلی گره به عنوان تابعی از متغیرهایی مثل تعداد اضلاع شمسه و دهانه گره
مزایا و معایب			
امکان ویرایش و تبدیل به الگوی دیگر به سختی وجود دارد.	امکان ویرایش و تبدیل به الگوی دیگر از دو طریق وجود دارد: - با افزایش تکرار پروسه - تبدیل به شبکه هانکین پارامترها مستقیم نیستند بدین معنا که برای به‌دست آوردن گره با تعداد اضلاع و دهانه مشخص باید محاسبه‌ای نسبت به متغیرها صورت گیرد. برای گره با زاویه ناسازگار مناسب نیست	امکان ویرایش و تبدیل به الگوی دیگر از سه طریق وجود دارد: -امتداد خطوط مرحله اول و تشکیل لایه درونی - جدا کردن نقطهٔ برخورد به دو نقطه با فاصلهٔ δ - جابه‌جایی نقطه برخورد از میانه به مکان دیگر روی یال چندضلعی پارامترها محدودند و مستقیم نیستند بدین معنا که برای به‌دست آوردن گره با تعداد اضلاع شمسه و دهانه مشخص، باید محاسبه‌ای جدا نسبت به اضلاع چندضلعی و زاویه برخورد صورت گیرد.	-امکان تبدیل به الگوهای دلخواه - پارامترها مستقیم هستند.

پی‌نوشت‌ها

۱. «آذر مهر» در مقالهٔ «آشنایی با هنر گره‌چینی چوبی» اشاره می‌کند: آلات صغیر به آلت‌هایی گفته می‌شود که برای تشکیل هر لقط مورد نیاز هستند. به بیان دیگر آلت صغیر آلتی است که برای پیوند میان لقط به کار می‌رود. آلت صغیر امتداد ناقص دارد و در کلیت گره نقش اتصالی و پیوندی آن بر نقش ایستایی آن ارجح است. حال آن که آلت کبیر به‌عنوان پایه طرح است که ایستایی و پایایی کل گره را بر عهده دارد.

۲. آلات کبیر که در اصطلاح گره‌چینان به استخوان‌بندی معروف است، تیره نیز نامیده می‌شود. این آلت‌ها به صورت عمودی، افقی (چلیپایی) یا شعاعی (چلیپایی تبعی) و گاه به‌صورت اسلیمی‌بری و گره‌سازی بر پایه شکل‌های گیاهی و منحنی به‌صورت قطاعی از دایره یا با انحنای مختلف در حد فاصل کلاف یا آلات اصلی واقع می‌شوند.

۳. «ابوالوفا» و «عبدالرحمن» هر دو درباره روش پرگاری با دهانهٔ ثابت بحث کرده‌اند. این روش در اروپا در نیمه قرن هجدهم میلادی دوباره متوجه هندسه‌دانانی چون لئوناردو داوینچی، جیرولامو کاردانو، نیکولو تارتاگلیا و لودویکو فراری قرار گرفته است.

٤. در کتاب «هم‌آراستگی در نگاره‌های اسلامی» ترجمه "Patterns geometrical Symmetries of Islamic" با محاسبات عددی، هفده نوع نگاره تکرار شونده را در سطح دو بعدی ارائه می‌کند و در نهایت یک مجموعه قابل توجه را با ۲۵۰ نگاره اسلامی فهرست و معرفی کرده است و موتیف الگو و سلول واحد را در هر نگاره نشان می‌دهد. یک ناحیه بنیادی (ناحیه زایا) برای نوعی از نگاره معین، کوچکترین محدوده در سطح است که از آن‌جا تمامی نگاره کامل می‌تواند با عمل تبدیل‌های تقارن در گروه متقارن مربوط به آن نوع نگاره ایجاد شود. چنین محدوده‌ای دارای همه اطلاعات مورد نیاز برای ایجاد کامل نگاره است. در واقع ما یک موتیف را در ناحیه زایا قرار می‌دهیم. این موتیف، موتیف الگو نامیده می‌شود. همچنین تقارن‌های تبدیل یافته مناسب از گروه متقارن برای ایجاد موتیف در سلول واحد کامل فراهم می‌شود. این موتیف یک موتیف واحد نامیده می‌شود. تفاوت این پژوهش با پژوهش‌های دیگر بررسی تقارن و انواع آن مثل تقارن انتقالی، تقارن چرخشی، بازتاب آئینه‌ای و بررسی موتیف الگو در نمونه‌های مختلف است.

5. Bourgoin
6. Jay Bonner
7. Grunbaum and shephard

۸. شایان ذکر است، روشی که گرانبوم و شفارد برای پارامتریزه کردن ستاره‌ها به‌کار می‌برند بدین‌گونه است که ستاره‌ها را با دو پارامتر n و d نشان دهند. از n ضلعی‌های منتظم استفاده می‌کنند به‌طوری که n>3 باشد و رئوس به‌صورت $v^1,\ldots\ldots,v^n$ نام‌گذاری شوند و با فرض d<n/2>1، رئوس $v^{(t)}$ به رئوس $v^{(i+d)}$ اتصال می‌یابند. «لی» نیز پارامتر s را برای افزودن تعداد لایه‌های داخلی به شکل به‌کار می‌برد به‌طوری که مثلاً برای s=2، می‌توان با امتداد خطوط به سمت داخل لایه درونی به شکل افزود.

۹. به مجموعه‌ای از دستورالعمل‌ها که با ترتیب معین و مشخص اجرا و موجب حل مسئله‌ای شوند، الگوریتم نامیده می‌شود.

۱۰. با توجه به اینکه اضلاع n ضلعی جدید، نصف n ضلعی اولیه باشد در این حالت شعاع جدید (r') نسبت به شعاع اولیه به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$(r') = r(cos\frac{\pi}{n} - \sin\frac{\pi}{n}.\tan(\frac{\pi(n-2)}{4n})$$

11. loop

۱۲. می‌توان دهانه گره را نیز با تغییر پارامتر a تغییر داد.

فهرست منابع

- آذرمهر، گیتی (۱۳۸۰) «آشنایی با هنر گره‌چینی چوبی»، خلاصه و بازنویسی اکبر صفدری، *هنر ایران*، ۵، ۸۴–۸۸.
- بوزجانی، ابوالوفاء (۱۳۷٦) *هندسهٔ ایرانی کاربرد هندسه در عمل*، برگردان متن و گردآوری سید علیرضا جذبی، سروش، تهران.
- پاکباز، روبین (۱۳۸۳) *دایرةالمعارف هنر: نقاشی، پیکره سازی*، گرافیک، فرهنگ معاصر، تهران.
- رئیس‌زاده، مهناز، مفید، حسین (۱۳۷٤) *احیای هنرهای از یاد رفته*، انتشارات مولی، تهران.
- زمرشیدی، حسین (۱۳٦٥) *گره‌چینی در معماری اسلامی و هنرهای سنتی*، مرکز نشر دانشگاهی، تهران.
- سعید، عصام؛ آیشه، پرمان (۱۳۷۷) *نقش‌های هندسی در هنرهای اسلامی*، برگردان: مسعود رجب‌نیا، سروش، تهران.
- شعرباف، اصغر (۱۳۷۲) *گره و کاربندی*، انتشارات سازمان میراث فرهنگی کشور، تهران.
- میرابوالقاسمی، سید محمد تقی؛ باقری، محمد (۱۳۸۲) *رساله عبدالرحمان صوفی دربارهٔ هندسهٔ پرگاری*. تاریخ علم. ۱،۱٤۲–۸۹.
- نجیب اوغلو، گلرو (۱۳۷۹) *هندسه و تزئین در معماری اسلامی (طومار طوپقاپی)*. ترجمهٔ مهرداد قیومی، روزنه، تهران.

- Bonner, F. (2003) "Three Traditional of Self-Similarity in Fourteenth and Fifteenth century Islamic Geometric Ornament," *Bridges Conference Proceeding*, Granada, Spain: The Bridges Organization.
- Bonner. F. (2012) *Islamic Geometric Patterns: Their Historical Development and Traditional Methods of Derivation*, Springer- Verlag.
- Bourgoin, J. (1973) *Arabic Geometrical Pattern and Design*, Dover Publications, New York.
- Cast´era, J. (1999) *Arabesques: Decorative Art in Morocco*, ACR Edition, Paris.
- Gr'unbaum, B. and Shephard, G. (1992) "Interlace patterns in Islamic and Moorish art," *Leonardo,* 25, 331–339.
- Hankin, H. (1905) "On Some Discoveries of The Methods of Design Employed In Mohammedan Art," *Journal of The Society of Arts*, 53, 461-472.
- Hankin, H. (1925a) "The Drawing of Geometric Patterns in Saracenic Art," *Memoirs of the Archaeological Society of Indi*a, 15¬.1-25.
- Hankin, H. (1925b) "Examples of methods of drawing geometrical arabesque patterns," *The Mathematical Gazette,* 12, 176, 371–373.
- Hankin, H. (1934) "Some difficult Saracenic designs II," *The Mathematical Gazette*, 18, 229, 165–168.
- Hankin, H. (1936) "Some difficult Saracenic designs III," *The Mathematical Gazette*, 20, 241, 318–319.
- Kaplan, C. (2002) *Computer Graphics and Geometric Ornamental Design,* PhD dissertation thesis, University of Washington, Washington.
- Lee, A. (1995) "Islamic star patterns," *Muqarnas*, 4, 182–197.